WALTHER–MEIßNER–INSTITUT
Bayerische Akademie der Wissenschaften
Lehrstuhl für Technische Physik E23, Technische Universität München
Prof. Dr. Rudolf Gross, Dr. Stephan Geprägs
Tel.: +49 (0)89 289 14225
E-mail: stephan.gepraegs@wmi.badw.de

19. Januar 2017

Blatt 11

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Physik der Kondensierten Materie I
WS 2016/2017

7 Das freie Elektronengas

7.6 Elektronische spezifische Wärmekapazität von Kupfer

Wir diskutieren einige thermische Eigenschaften von Kupfer.

(a) Berechnen Sie im Modell freier Elektronen für Kupfer den elektronischen Beitrag zur spezifischen Wärmekapazität $c_{V,\mathrm{el}}$ bei der Temperatur $T = 300\,\mathrm{K}$.

(b) Schätzen Sie den Beitrag der Phononen $c_{V,\mathrm{ph}}$ bei dieser Temperatur ab.

(c) Bei welcher Temperatur gilt $c_{V,\mathrm{el}} = c_{V,\mathrm{ph}}$?

(d) Berechnen Sie für Kupfer die Sommerfeld-Konstante $\gamma = c_{V,\mathrm{el}}/T$ und vergleichen Sie diese mit dem experimentell ermittelten Wert $\gamma_{\mathrm{exp}} = 97.53\,\mathrm{J/m^3K^2}$ [Dichte $n = N/V = 8.45 \times 10^{28}\mathrm{m}^{-3}$, Debye-Temperatur $\Theta_\mathrm{D} = 343\,\mathrm{K}$].

7.7 Frequenzabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit eines Metalls

Gegeben sei ein Metall mit Volumen V und N Elektronen der Masse m und der Dichte $n = N/V$. Die elektronische Stromdichte $\mathbf{J}_e$ sei mit der Driftgeschwindigkeit $\mathbf{v}$ über $\mathbf{J}_e = ne\mathbf{v}$ verknüpft. In Anwesenheit eines elektrischen Feldes $\mathbf{E}(t)$ genügt $\mathbf{v}(t)$ der Relaxationsgleichung

$$m\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau}\right)\mathbf{v}(t) \quad = \quad e\mathbf{E}(t)$$

mit der Impulsrelaxationszeit τ.

(a) Berechnen Sie die zeitabhängige Stromdichte $\mathbf{J}_e(t)$ für den Fall einer harmonischen Zeitabhängigkeit von $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-\imath\omega t)$ und leiten Sie einen Ausdruck für die dynamische Leitfähigkeit $\sigma(\omega) = \delta\mathbf{J}_e/\delta\mathbf{E}$ im Limes $t/\tau \to \infty$ ab.

(b) Benutzen Sie das Resultat für $\sigma(\omega)$, um mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen die frequenzabhängige dielektrische Funktion $\epsilon(\omega)$ eines Metalls abzuleiten. Hinweis: Gehen Sie hierbei von der Definition (harmonische Zeitabhängigkeit $\partial/\partial t \to -\imath\omega$)

$$\epsilon_0 \epsilon(\omega) \mathbf{E} \quad = \quad \epsilon_0 \mathbf{E} + \frac{\mathbf{J}_e}{-\imath\omega}$$

aus.

(c) Berechnen Sie die frequenzabhängige elektromagnetische Eindringtiefe (Skin-Tiefe) $\delta(\omega)$ für die elektrische ($\mathbf{E}$) und magnetische ($\mathbf{B}$) Feldstärke.

(d) Wie lautet der Zusammenhang zwischen $\delta(\omega)$ und $\epsilon(\omega)$?

8 Energiebänder

8.1 Ebenes quadratisches Gitter

(a) Betrachten Sie ein einfaches quadratisches Gitter in zwei Dimensionen. Zeigen Sie, dass die kinetische Energie eines freien Elektrons an einer Ecke der ersten Brillouin-Zone doppelt so groß ist wie die eines Elektrons im Mittelpunkt einer Seitenfläche der Zone.

(b) Wie groß ist dieses Verhältnis für ein einfaches kubischen Gitter in drei Dimensionen?

(c) Welche Bedeutung könnte das Ergebnis von (b) für die elektrische Leitfähigkeit von zweiwertigen Metallen haben?

(d) Konstruieren Sie die ersten drei Brillouin-Zonen eines ebenen quadratischen Gitters und markieren Sie für die ersten drei Energiebänder eines zweidimensionalen freien Elektronengases die von den Elektronen besetzten Zustände. Nehmen Sie dazu die Energiedispersion $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ von freien Elektronen und den Radius der Fermi-Kugel zu $k_\mathrm{F} = 1.2\pi/a$ an. Was ändert sich, wenn anstelle eines freien Elektronengases ein Elektronengas betrachtet wird, welches sich in einem schwachen periodischen Potenzial befindet?