

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Physik der Kondensierten Materie I
WS 2017/2018**7 Das freie Elektronengas****7.6 Frequenzabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit eines Metalls**

Gegeben sei ein Metall mit Volumen V und N Elektronen der Masse m und der Dichte $n = N/V$. Die elektronische Stromdichte \mathbf{J}_e sei mit der Driftgeschwindigkeit \mathbf{v} über $\mathbf{J}_e = nev$ verknüpft. In Anwesenheit eines elektrischen Feldes $\mathbf{E}(t)$ genügt $\mathbf{v}(t)$ der Relaxationsgleichung

$$m \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau} \right) \mathbf{v}(t) = e\mathbf{E}(t)$$

mit der Impulsrelaxationszeit τ .

- Berechnen Sie die zeitabhängige Stromdichte $\mathbf{J}_e(t)$ für den Fall einer harmonischen Zeitabhängigkeit von $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$ und leiten Sie einen Ausdruck für die dynamische Leitfähigkeit $\sigma(\omega) = \delta\mathbf{J}_e/\delta\mathbf{E}$ im Limes $t/\tau \rightarrow \infty$ ab.
- Benutzen Sie das Resultat für $\sigma(\omega)$, um mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen die frequenzabhängige dielektrische Funktion $\epsilon(\omega)$ eines Metalls abzuleiten. Hinweis: Gehen Sie hierbei von der Definition (harmonische Zeitabhängigkeit $\partial/\partial t \rightarrow -i\omega$)

$$\epsilon_0\epsilon(\omega)\mathbf{E} = \epsilon_0\mathbf{E} + \frac{\mathbf{J}_e}{-i\omega}$$

aus.

- Berechnen Sie die frequenzabhängige elektromagnetische Eindringtiefe (Skin-Tiefe) $\delta(\omega)$ für die elektrische (\mathbf{E}) und magnetische (\mathbf{B}) Feldstärke.
- Wie lautet der Zusammenhang zwischen $\delta(\omega)$ und $\epsilon(\omega)$?

8 Energiebänder

8.1 Ebenes quadratisches Gitter

- (a) Betrachten Sie ein einfaches quadratisches Gitter in zwei Dimensionen. Zeigen Sie, dass die kinetische Energie eines freien Elektrons an einer Ecke der ersten Brillouin-Zone doppelt so groß ist wie die eines Elektrons im Mittelpunkt einer Seitenfläche der Zone.
- (b) Wie groß ist dieses Verhältnis für ein einfaches kubisches Gitter in drei Dimensionen?
- (c) Welche Bedeutung könnte das Ergebnis von (b) für die elektrische Leitfähigkeit von zweiwertigen Metallen haben?
- (d) Konstruieren Sie die ersten drei Brillouin-Zonen eines ebenen quadratischen Gitters und markieren Sie für die ersten drei Energiebänder eines zweidimensionalen freien Elektronengases die von den Elektronen besetzten Zustände. Nehmen Sie dazu die Energiedispersion $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ von freien Elektronen und den Radius der Fermi-Kugel zu $k_F = 1.2\pi/a$ an. Was ändert sich, wenn anstelle eines freien Elektronengases ein Elektronengas betrachtet wird, welches sich in einem schwachen periodischen Potenzial befindet?