

## Übungsaufgaben zur Vorlesung

**Physik der Kondensierten Materie I**  
WS 2016/2017**6 Thermische Eigenschaften des Kristallgitters****6.1 Spezifische Wärmekapazität**

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen,  $c_V$ , eines (dreidimensionalen) Kristalls ist gegeben durch

$$c_V = \frac{C_V}{V} = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}, r} \frac{\partial}{\partial T} \frac{\hbar\omega_r(\mathbf{q})}{e^{\frac{\hbar\omega_r(\mathbf{q})}{k_B T}} - 1}.$$

Hierbei ist  $r$  die Zahl der Phononenzweige und  $k_B = 1.3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  die Boltzmann-Konstante.

- Berechnen Sie den Hochtemperaturlimes ( $\hbar\omega_r(\mathbf{q}) \ll k_B T$ ) von  $c_V$  für ein Gitter mit einer einatomigen Basis.
- Wie hängt  $c_V(T)$  in einem Isolator bei tiefen Temperaturen von  $T$  ab? Was bedeutet "tiefe Temperatur" in diesem Zusammenhang? Was ist in einem Metall anders?
- Was besagt die Debyesche Näherung?
- Wie hängt die phononische Zustandsdichte  $D(\omega)$  im Debye-Modell bei kleinen Energien (im dreidimensionalen Fall) von  $\omega$  ab? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Schätzen Sie die Debye-Wellenzahl  $q_D$ , die Debye-Frequenz  $\omega_D$  und die Debye-Temperatur  $\Theta_D$  für Silber ab. Hinweis: Silber hat eine kubisch flächenzentrierte Kristallstruktur mit Gitterkonstante  $a = 4.09 \text{ \AA}$  und eine mittlere Schallgeschwindigkeit von  $2600 \text{ m/s}$  ( $\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ ).

## 6.2 Spezifische Wärme eines eindimensionalen Gitters und eines Stapels aus zweidimensionalen Schichten

Wir analysieren die spezifische Wärme eines eindimensionalen Gitters aus identischen Atomen.

- (a) Zeigen Sie, dass in der Debye-Näherung die spezifische Wärme eines eindimensionalen Gitters aus identischen Atomen für tiefe Temperaturen ( $T \ll \Theta_D$ ) proportional zu  $T/\Theta_D$  ist. Hierbei ist  $\Theta_D = \hbar\omega_D/k_B = \hbar\pi v_s/k_B a$  die für eine Dimension gültige Debye-Temperatur,  $k_B$  die Boltzmann-Konstante und  $a$  der Abstand der Gitteratome.
- (b) Betrachten Sie einen dielektrischen Kristall, der aus einem Stapel von zweidimensionalen Atomschichten aufgebaut ist, wobei aneinandergrenzende Schichten nur schwach aneinander gebunden sein sollen. Wie sieht Ihrer Meinung nach der Ausdruck für die spezifische Wärme im Grenzfall sehr tiefer Temperaturen aus?

## 6.3 Erzeugung akustischer Phononen mit einem Ultraschallgeber

Mit einem Ultraschallgeber erzeugen wir Phononen mit einer Frequenz von  $f = 200$  MHz und einer Flächenleistung von  $1 \text{ mW/cm}^2$ . Wir koppeln mit dem Ultraschallgeber einen Phononenpuls der Dauer  $10 \mu\text{s}$  in einen würfelförmigen Siliziumkristall mit einem Volumen von  $1 \text{ cm}^3$  ein ( $a_{\text{Si}} = 5.43 \text{ \AA}$ ,  $\Theta_D = 640 \text{ K}$ ). Die Temperatur des Siliziumkristalls sei  $4.2 \text{ K}$ .

- (a) Wie viele Phononen der Frequenz  $f = 200$  MHz erzeugt ein einzelner Ultraschallpuls.
- (b) Schätzen Sie die Temperaturerhöhung ab, die ein einzelner Ultraschallpuls nach Thermalisierung der angeregten Phononen erzeugt hat.
- (c) Schätzen Sie die Zunahme  $\Delta N_{\text{ph}}/\Delta\omega$  der bei der Frequenz  $f = 200$  MHz pro Frequenzintervall erzeugten Phononen nach Thermalisierung der angeregten Phononen ab.