WALTHER–MEIßNER–INSTITUT
Bayerische Akademie der Wissenschaften
Lehrstuhl für Technische Physik E23, Technische Universität München
Prof. Dr. Rudolf Gross, Dr. Stephan Geprägs
Tel.: +49 (0)89 289 14225
E-mail: stephan.gepraegs@wmi.badw.de

10. April 2018

Blatt 1

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Physik der Kondensierten Materie II
SS 2018

9 Dynamik von Kristallelektronen

9.1 Freies Elektronengas im Magnetfeld

Wir betrachten ein freies Elektronengas mit einer Dichte von $n = 2.54 \times 10^{22}\text{cm}^{-3}$ (Natrium) und einem Volumen von $L_x L_y L_z = 1 \times 1 \times 1\,\text{cm}^3$.

(a) Berechnen Sie aus der Anzahl N der Elektronen die Anzahl Z_F der im $\mathbf{k}$-Raum besetzten Zustände, den Radius k_F der Fermi-Kugel und die Anzahl Z_0 der in der Ebene $k_z = 0$ von Elektronen besetzten Zustände.

(b) Wir legen nun ein Magnetfeld $B = 1\,\text{T}$ in z-Richtung an. Berechnen Sie die Anzahl der Kreise konstanter Energie $\epsilon(n, k_z = 0)$, die sich innerhalb der ursprünglichen Grenzen der Fermi-Kugel befinden. Zeigen Sie, dass der Entartungsgrad p eines solchen Kreises durch

$$p \quad = \quad \frac{L_x L_y \, eB}{2\pi\hbar}$$

gegeben ist und berechnen Sie den entsprechenden Wert. Welchen Radius besitzen die Extremalbahnen im Ortsraum?

(c) Bestimmen Sie die Flussdichte B_0, bei welcher der Landau-Zylinder $n = 1$ die ursprüngliche Fermi-Kugel verlässt. Bis zu welchem Wert $|k_z|$ sind die Zustände des Landau-Zylinders $n = 0$ besetzt? Vergleichen Sie den Wert von B_0 mit technisch realisierbaren Magnetfeldern.

(d) Wie groß muss die mittlere Stoßzeit der Elektronen mindestens sein, damit de Haas-van Alphen-Oszillationen bei $B = 1\,\text{T}$ gut messbar sind?

9.2 De Haas – van Alphen – Effekt

Die Messung der magnetischen Suszeptibilität $\chi = \mu_0 \partial M / \partial B$ von reinen Metallen zeigt bei tiefen Temperaturen eine oszillierende Abhängigkeit vom angelegten Magnetfeld. Die Oszillationen sind periodisch in $1/B$. Dieser Effekt wird de Haas-van Alphen-Effekt genannt. Mit Hilfe der Beziehung

$$S_{\mathbf{k}} \left(\frac{1}{B_{n+1}} - \frac{1}{B_n} \right) = \frac{2\pi e}{\hbar}$$

erlaubt die Messung des de Haas-van Alphen-Effekts die Bestimmung der Extremalflächen $S_{\mathbf{k}}$ der Fermi-Fläche, welche im **k**-Raum von Elektronenbahnen senkrecht zur Richtung des magnetischen Feldes umschlossen werden.

(a) Betrachten Sie das Elektronengas von Gold als ein System freier Elektronen mit der Dichte $n = 5.9 \times 10^{22}\mathrm{cm}^{-3}$ und schätzen Sie ab, welche Größe für die Extremalfläche der Fermi-Kugel zu erwarten ist.

(b) Im Experiment beobachten wir für ein Feld parallel zur [001]-Richtung eines Gold-Einkristalls Oszillationen mit einer Periode von $\Delta \left(\frac{1}{B}\right) = B_{n+1}^{-1} - B_n{}^{-1} = 1.95 \times 10^{-5}\mathrm{T}^{-1}$. Ist das Magnetfeld dagegen parallel zur [111]-Richtung, so werden zwei sich überlagernde Oszillationen mit den Perioden $2.05 \times 10^{-5}\mathrm{T}^{-1}$ und $6 \times 10^{-4}\mathrm{T}^{-1}$ beobachtet. Berechnen Sie jeweils die Größe der dazugehörigen Extremalfläche $S_{\mathbf{k}}$ und interpretieren Sie die Ergebnisse anhand der Fermi-Fläche von Gold (siehe Abb. 1).

(c) Berechnen Sie die Periode $\Delta \left(\frac{1}{B}\right)$ für Natrium (Gitterkonstante $a = 4.29$ Å) im Rahmen eines freien Elektronengasmodells. Welchen Radius besitzen die Extremalbahnen im Ortsraum bei $B = 10\,\mathrm{T}$?

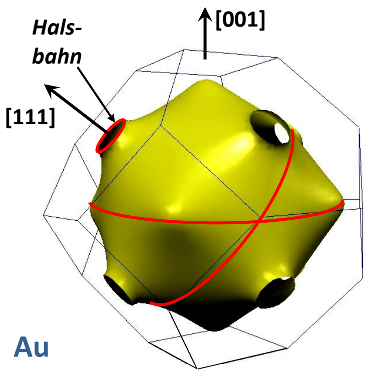

Abbildung 1: Extremalbahnen für die Fermi-Fläche von Gold für ein in [111]- und [001]-Richtung angelegtes Magnetfeld. Gold besitzt ein kubisch flächenzentriertes (fcc) Raumgitter und damit ein kubisch raumzentriertes (bcc) reziprokes Gitter. Die erste Brilloiun-Zone ist ein abgestumpfter Oktaeder mit 8 Sechsecken und 6 Quadraten (Quelle: T.-S. Choy, J. Naset, J. Chen, S. Hershfield, C. Stanton, *A database of Fermi surface in virtual reality modeling language (vrml)*, Bull. Am. Phys. Soc. **45**, L36 42 (2000)).