

## Übungsaufgaben zur Vorlesung

# Physik der Kondensierten Materie II

## SS 2018

### 13 Supraleitung

#### 13.1 Dauerstromexperiment

In einem Dauerstromexperiment wird das Abklingen des durch den Suprastrom  $I_s$  in einem geschlossenen supraleitenden Ring mit Radius  $r_0 = 1$  mm und Drahradius  $r_1 = 0.1$  mm erzeugten magnetischen Moments benutzt, um eine obere Grenze für den Widerstand  $R$  des Supraleiters abzuschätzen.

- (a) Schätzen Sie den Strom  $I_s$  für ein Feld von 1 mT im Zentrum des Rings ab.
- (b) Wie hoch ist das auf der Ringoberfläche erzeugte Magnetfeld?
- (c) Schätzen Sie die Zahl der im Ring enthaltenen Flussquanten  $\Phi_0$  ab.
- (d) Nach einem Jahr wird eine Abnahme des magnetischen Moments um etwa 5% gemessen. Welcher maximale Widerstand  $R$  des Supraleiters kann daraus abgeschätzt werden?

#### 13.2 Meißner-Ochsenfeld-Effekt, London-Gleichung

Bringt man einen (genügend dicken) Supraleiter oberhalb seiner Sprungtemperatur in ein äusseres Magnetfeld und kühlt ihn unter seine Sprungtemperatur ab, so wird der magnetische Fluss abrupt aus dem Inneren der Probe verdrängt. Dies ist der sogenannte Meißner-Ochsenfeld-Effekt, der nicht durch das Modell eines idealen Leiters erklärt werden kann.

- (a) Zeigen Sie, dass die magnetische Suszeptibilität im supraleitenden Zustand  $\chi = -1$  beträgt.

- (b) Wir wollen nun versuchen, den Meißner-Ochsenfeld-Effekt im Bild eines idealen Leiters zu erklären. Dazu betrachten wir die Kraft, die auf die Ladungsträger mit Dichte  $n_s$  im idealen Leiter bei Vorhandensein eines elektrischen Feldes wirkt

$$m \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = q\mathbf{E}$$

mit der mittleren Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_s$  und der Stromdichte  $\mathbf{j} = q\mathbf{v}_s n_s$ . Mit Hilfe des Faradayschen Induktionsgesetzes erhält man einen Ausdruck der Form

$$\frac{\partial}{\partial t} [f(\mathbf{j}) + g(\mathbf{B})] = 0 \quad (1)$$

mit zwei Funktionen  $f$  und  $g$  die von  $\mathbf{j}$  bzw.  $\mathbf{B}$  abhängen. Diskutieren Sie, die Magnetfelder und Stromdichten innerhalb des idealen Leiters und beschreiben Sie welche Lösung diese Gleichung die experimentellen Beobachtungen in einem Supraleiter physikalisch sinnvoll beschreibt.

- (c) Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt besagt, dass im Supraleiter nicht nur die zeitliche Änderung der Flussdichte, sondern diese selbst verschwindet. Deshalb muss der Klammerausdruck aus Gleichung 1 selbst und nicht nur seine Zeitableitung verschwinden (2. London-Gleichung):

$$f(\mathbf{j}) + g(\mathbf{B}) = 0 .$$

Lösen Sie die entsprechende Differentialgleichung für den Spezialfall eines halbbunendlichen Supraleiters, der den Halbraum mit  $z \geq 0$  einnimmt. Definieren Sie eine charakteristische Eindringtiefe  $\lambda_L$  (die sog. Londonsche Eindringtiefe) des Magnetfeldes. Welche Bedeutung besitzt  $\lambda_L$ ?