

13. Mai 2015

Magnetismus

Einige wichtige Stichpunkte

1. Fast der gesamte bekannte Magnetismus hat seine Ursache in der Bewegung von **Elektronen**. Kernmagnetismus ist selten und wird hier nicht im Detail behandelt.
2. Das Elektron trägt eine negative Ladung. Wenn es im Kreis läuft, dann entspricht das einem Kreisstrom und dieser erzeugt ein Magnetfeld. Allgemein gesprochen: wenn das Elektron einen mechanischen Bahndrehimpuls \mathbf{L} besitzt, dann erzeugt es ein magnetisches Moment \mathbf{m} . Es gilt die Proportionalität $\mathbf{m} = \gamma \mathbf{L}$. Die Proportionalitätskonstante γ heißt gyromagnetisches Verhältnis und ist negativ, weil das Elektron negativ geladen ist.

Im quantenmechanischen Fall gilt $\gamma = -e/2m$. Unter Verwendung des **Bohrschen Magnetons** $\mu_B = e\hbar/2m$ wird daraus $\gamma = -\mu_B/\hbar$. Wenn man den quantenmechanischen Bahndrehimpuls \mathbf{L} sowieso in Einheiten von \hbar , also dimensionslos hinschreibt, dann hat man $\gamma = -\mu_B$, also die sehr einfache Beziehung $\mathbf{m} = -\mu_B \mathbf{L}$. Das ist das **magnetische Bahnmoment**.

3. Das Elektron trägt auch einen (halbzahligen) Eigendrehimpuls, den Spin \mathbf{S} . Analog zu 2. postulieren wir (das ist wirklich nur ein Postulat!), dass damit ein zusätzliches **magnetisches Spinmoment** verknüpft ist. Die Proportionalitätskonstante kann eine andere sein als das μ_B unter 2., deswegen schreiben wir noch einen Faktor g mit rein: $\mathbf{m} = -g\mu_B \mathbf{S}$. Man nennt g den Landé-Faktor. Für freie Elektronen gilt $g = 2$, für gebundene oder quasi gebundene Elektronen gibt es sehr kleine Abweichungen im Prozentbereich.

4. Wir erhalten insgesamt für das magnetische Moment des Elektrons $\mathbf{m} = -\mu_B(\mathbf{L} + g\mathbf{S})$.

5. Das (äußere) Magnetfeld ist \mathbf{H} . Die Summe aller magnetischen Momente in einer Probe, dividiert durch das Volumen, ist die Magnetisierung \mathbf{M} . Die magnetische Flussdichte ist $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$. Die totale Differential der freien Energie lautet $dF = -SdT - pdV + \mu dN - VMd\mathbf{B}$.

6. Bringt man Materie in ein Magnetfeld \mathbf{H} , dann bildet sich innerhalb der Materie eine Magnetisierung \mathbf{M} aus. Wir nehmen an, dass \mathbf{M} und \mathbf{H} proportional zueinander sind, und nennen die (dimensionslose) Proportionalitätskonstante **magnetische Suszeptibilität** χ . Es gilt also $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$. Damit erhält man $B = \mu_0(1 + \chi)H$. Man nennt $(1 + \chi) = \mu$ die **magnetische Permeabilität** (dimensionslos).

Bei Para- und Ferromagneten gilt nicht mehr $\mathbf{M} \propto \mathbf{H}$. Das wird dadurch ausgedrückt, dass $\chi(\mathbf{H})$ oder $\mu(\mathbf{H})$ selber Funktionen von \mathbf{H} ist. **Immer gilt $\chi = \partial M / \partial H$.**

Supraleiter in der Meißner-Phase sind perfekte Diamagneten mit $\chi = -1$. Ferromagneten haben $\chi \approx 1000$.

7. Innerhalb von Materie können die magnetischen Momente der Elektronen äußere Magnetfelder \mathbf{H} entweder verstärken, indem sie sich parallel zum äußeren Feld ausrichten (**Paramagnetismus, $\chi > 0, \mathbf{M} > 0$**), oder schwächen, indem sie sich antiparallel zum äußeren Feld ausrichten (**Diamagnetismus, $\chi < 0, \mathbf{M} < 0$**).
8. Innerhalb von Materie können die magnetischen Momente der Elektronen auch **ohne äußere Felder ($\mathbf{H} = 0$)** untereinander gekoppelt sein und sich parallel zu sich selber ausrichten (**Ferromagnetismus, $\mathbf{M} > 0$**) oder antiparallel zu sich selber (**Antiferromagnetismus, $\mathbf{M} = 0$**). Falls die magnetischen Momente antiparallel ausgerichtet, aber unterschiedlich groß sind, spricht man von **Ferrimagnetismus, $\mathbf{M} > 0$** .

9. Es gibt in Materie quasigebundene Elektronen (Rumpfelektronen) und in Metallen/Halbleitern zusätzlich noch quasifreie Elektronen (Leitungselektronen). Beide Elektronen-"Sorten" können Dia- oder Paramagnetismus zeigen.

Der Diamagnetismus quasigebundener Elektronen heißt **Larmor-(Langevin-)Diamagnetismus** und tritt grundsätzlich immer auf. Er ist schwach. Der Paramagnetismus quasigebundener Elektronen heißt **Langevin-Paramagnetismus**. Er tritt nur bei teilweise gefüllten Schalen auf und überwiegt dann den Larmor-Diamagnetismus. Er ist von der Temperatur abhängig, gehorcht dem **Curie-Gesetz $\chi \propto T^{-1}$** und sättigt für große Felder.

Der Diamagnetismus quasifreier Elektronen heißt **Landau-Diamagnetismus**. Der Paramagnetismus quasifreier Elektronen heißt **Pauli-Paramagnetismus**. Beide sind temperaturunabhängig. Welcher Effekt überwiegt, hängt von der effektiven Elektronenmasse ab. Schließlich gibt es noch den Fall, dass das gesamte Elektronenband ein magnetisches Moment besitzt, das man nicht mehr den einzelnen Bandelekttronen zuordnen kann. Man spricht dann von **Bandmagnetismus**.

10. Diamagnetismus quasigebundener Elektronen (Larmor-, Langevin-Diamagnetismus):

Das ist ein quantenmechanischer Effekt in Störungstheorie 1. Ordnung im Feld. Der Effekt ist negativ, tritt immer auf, ist temperatur- und feldunabhängig und wird durch die **Larmor-Suszeptibilität $\chi < 0$** beschrieben

Es gilt: **$\mathbf{M} < 0, \mathbf{M} \propto \mathbf{H}$**

11. Paramagnetismus quasigebundener Elektronen (Langevin-Paramagnetismus):

Das ist ein quantenmechanischer Effekt in Störungstheorie 1. Ordnung im Feld. Der Effekt ist positiv und tritt bei nicht abgeschlossenen Schalen auf, er ist temperatur- und feldabhängig. Die Magnetisierung wird durch eine **Brillouin-Funktion** beschrieben und sättigt bei großen Feldern und/oder tiefen Temperaturen (Sättigungsmagnetisierung). Für kleine Felder folgt die Suszeptibilität dem **Curie-Gesetz $\chi \propto T^{-1}$** .

Es gibt noch einen quantenmechanischen Effekt in Störungstheorie 2. Ordnung im Feld, den **van Vleck-Paramagnetismus**. Er tritt sogar für Gesamtdrehimpuls $J = 0$ auf.

12. $J = 0, S = 0, L = 0 \Rightarrow$ **nur** Larmor-Diamagnetismus
 $J = 0, S = L \neq 0 \Rightarrow$ (Larmor-Diamagnetismus +) van Vleck-Paramagnetismus
 $J \neq 0 \Rightarrow$ (Larmor-Diamagnetismus + van Vleck-Param. +) Langevin-Paramagnetismus

13. **Erste Hundsche Regel: S maximal.** Deswegen werden Schalen erst nur mit Spin-up-Elektronen ($m_s = +1/2$) halb gefüllt, danach mit Spin-down-Elektronen ($m_s = -1/2$).

Zweite Hundsche Regel: L maximal. Schalen werden der Reihe nach mit $m_l = l, l - 1, \dots - l$ aufgefüllt.

Dritte Hundsche Regel: Gesamtdrehimpuls J. Es gilt $J = |L - S|$ für weniger als halb gefüllte Schalen und $J = L + S$ für mehr als halb gefüllte Schalen.

14. **Das Kapitel 4 zur Kristallfeldsymmetrie ist als Ganzes weniger wichtig** – bis auf diese Dinge:

Kristallfeld: Die Ionen im Kristall erzeugen ein elektrisches **Kristallfeld**. Dadurch bekommen die Elektronen mit demselben **L** unterschiedliche Energien, je nach m_l . Wichtig ist das bei den 3d-Übergangsmetallionen. Die Entartung der 3d-Schale wird aufgehoben, es entstehen fünf 3d-

Orbitale mit unterschiedlicher räumlicher Ausdehnung, die unterschiedlich mit den Orbitalen der Nachbarionen überlappen. Und dieser **Überlapp** wird später mal wichtig für die magnetische Austauschwechselwirkung.

Magnetische Anisotropie: Die Magnetisierung \mathbf{M} in einem Material zeigt bevorzugt in bestimmte Richtungen, sogenannte **leichte Achsen (easy axes)**. In diese leichten Richtungen kann man ein Material leicht magnetisieren. Im Gegensatz dazu gibt es auch **harte Achsen (hard axes)**. Das liegt daran, dass die freie Energie F vom Vektor \mathbf{M} abhängt. Und F strebt nach einem Minimum. Man unterscheidet eine kristalline Anisotropie (leichte Achsen in Kristallrichtung) und eine Formanisotropie (leichte Achsen in Richtung langer Abmessungen).

15. Magnetismus quasifreier Elektronen:

Das **freie Elektronengas im Magnetfeld** wird beschrieben durch $H = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2 \pm \mu_B \mathbf{B}$. Der erste Term liefert den **Landau-Diamagnetismus**. Im zweiten Term steht „+“ für eine Spinrichtung, „-“ für die andere. Es kommt zu einer spinabhängigen Verschiebung der Energieniveaus der freien Elektronen und schließlich zu einer Umverteilung (Umklappen) der Spins, damit das Fermi-Niveau angeglichen wird. Im Endeffekt erhält man mehr Elektronen mit einem magnetischen Moment in Feldrichtung als entgegengesetzt, das Elektronengas besitzt eine Magnetisierung in Feldrichtung und verhält sich paramagnetisch (**Pauli-Paramagnetismus**). Der Effekt ist temperaturunabhängig, weil man sich weit genug unter der Fermi-Temperatur befindet.

16. Größenvergleich: $\chi^{\text{van Vleck}} \simeq \chi^{\text{Pauli}} \simeq |\chi^{\text{Larmor}}| \simeq 10^{-6\dots-5} \ll \chi^{\text{Langevin}} \simeq 10^{-3\dots-2}$

17. Es kann in der Natur auch ohne äußeres Feld zu einer spontanen Umverteilung der spinabhängigen Energieniveaus des freien Elektronengases kommen, wenn dadurch die Gesamtenergie minimiert werden kann. Das Ergebnis ist eine **spontane Magnetisierung**. Durch die Umverteilung steigt die kinetische Energie, weil Zustände mit höheren Impulsen besetzt werden müssen, aber sinkt die potentielle Energie, weil es mehr Elektronen mit magnetischem Moment parallel zur Gesamtmagnetisierung gibt als antiparallel. Ist der Gewinn an potentieller Energie größer als der Aufwand an kinetischer Energie (**Stoner-Kriterium**), so entsteht ein neuer Grundzustand mit spontaner Magnetisierung. Man spricht von **Band-Ferromagnetismus**. Das ist der Fall in den bekannten Ferromagneten **Eisen, Nickel** und **Cobalt**.

18. Zwei Elektronen spüren eine Wechselwirkung, die von ihrer relativen quantenmechanischen Spin-Orientierung abhängt (**Austauschwechselwirkung**). **Sie ist ein Resultat von (1) Pauli-Prinzip und (2) Coulomb-Abstoßung.**

(1) Elektronen sind Fermionen. Das **Pauli-Prinzip** verlangt eine antisymmetrische *Gesamtwellenfunktion* (ändert Vorzeichen bei Vertauschen der beiden Elektronen). Bei antiparalleler Spinausrichtung (Singulett, $\uparrow\downarrow$) muss die *Ortswellenfunktion* symmetrisch sein, bei paralleler Spinausrichtung (Triplet, $\uparrow\uparrow$) muss sie antisymmetrisch sein.

(2) Die **Coulomb-Abstoßung** ist für die symmetrische Ortswellenfunktion anders als für die antisymmetrische Ortswellenfunktion und sorgt für eine Energiedifferenz zwischen $\uparrow\downarrow$ - und $\uparrow\uparrow$ -Ausrichtung. Die Differenz kann positiv oder negativ sein und wird durch den **Parameter J (Austauschintegral)** beschrieben. Für $J > 0$ ist die parallele Ausrichtung ($\uparrow\uparrow$, ferromagnetisch) günstiger, für $J < 0$ die antiparallele ($\uparrow\downarrow$, antiferromagnetisch).

19. Für den **Hamilton-Operator der Austauschwechselwirkung** gibt es zwei beliebte Modelle. Im Heisenberg-Modell werden nur Wechselwirkungen zwischen benachbarten Spins i, j betrachtet:

$H^{\text{Heisenberg}} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j$. Die Summe läuft nur über nächste Nachbarn. Im Ising-Modell wird zusätzlich die Spinorientierung auf die z -Richtung eingeschränkt: $H^{\text{Ising}} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i^z S_j^z$.

20. Die **direkte Austauschwechselwirkung** findet zwischen den Elektronen von benachbarten magnetischen Ionen in überlappenden Atom-Orbitalen statt.
21. Eine **indirekte Austauschwechselwirkung** findet über ein nicht-magnetisches Ion (meist Sauerstoff) statt. Man unterscheidet Doppelaustausch, Superaustausch, anisotroper Austausch, etc.
 Beim **Doppelaustausch** findet ein **reales Hüpfen** eines Elektrons durch den Kristall statt. Es „überträgt“ seine Spininformation auf die Rumpfelektronen der Atome und sorgt für elektrische Leitfähigkeit und ferromagnetische Ordnung (z.B. in Fe_3O_4).
 Beim **Superaustausch** findet ein **virtuelles Hüpfen** von Elektronen ohne elektrische Leitfähigkeit statt. Auch hier wird Spininformation übertragen, aber nur zum jeweils nächsten Nachbarn. Es herrscht eine Tendenz zu antiferromagnetischer Ordnung (z.B. in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$). Genaueres beschreiben die drei **Goodenough-Kanamori-Anderson (GKA)-Regeln**: (1) Der 180° -Austausch zwischen gefüllten oder leeren Orbitalen ist stark und antiferromagnetisch. (2) Der 180° -Austausch zwischen einem gefüllten und einem leeren Orbital ist schwach und ferromagnetisch. (3) Der 90° -Austausch zwischen gefüllten Orbitalen ist schwach und ferromagnetisch.
22. Wichtige magnetisch geordnete Phasen sind **Ferromagnetismus**, **Antiferromagnetismus**, **Ferrimagnetismus**, und **helikale Ordnung** und **Spingläser**. Spingläser besitzen aber keine langreichweitige Ordnung, die anderen schon.
23. Im **ferromagnetischen Zustand** sind alle magnetischen Momente parallel ausgerichtet, es entsteht eine spontane Magnetisierung $M > 0$. Die Austauschwechselwirkung ist positiv: $J_{ij} > 0$. Im Allgemeinen zerfällt der Ferromagnet in einzelne Domänen mit unterschiedlichen Richtungen der spontanen Magnetisierung. Oberhalb der Curie-Temperatur T_C werden alle Ferromagnete paramagnetisch. Bei Zimmertemperatur (300 K) gibt es nur drei ferromagnetische Elemente:
 Co: $T_C = 1388 \text{ K}$, $M_S = 1446 \text{ kA/m}$ (M_S für $T = 0$)
 Fe: $T_C = 1043 \text{ K}$, $M_S = 1740 \text{ kA/m}$
 Ni: $T_C = 627 \text{ K}$, $M_S = 510 \text{ kA/m}$
24. Im **antiferromagnetischen Zustand** sind die magnetischen Momente antiparallel ausgerichtet, $M = 0$. Die Austauschwechselwirkung ist negativ: $J_{ij} < 0$. Je nach Gitterstruktur gibt es mehrere Möglichkeiten, sog. *Typen*, von Antiferromagneten. Problematisch ist es im Dreiecksgitter (2-dim) oder im tetragonalen Gitter (3-dim), weil die antiferromagnetische Ausrichtung zu allen nächsten Nachbarn nicht realisiert werden kann. Man spricht in diesem Zusammenhang von **Frustration**. Beispiele für AF: $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$, LaMnO_3 .
25. Im **ferrimagnetischen Zustand** sind verschieden starke magnetische Momente antiparallel ausgerichtet, $M > 0$. Beispiele: Fe_3O_4 (Magnetit), $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ (Yttrium-Eisen-Granat).
26. **Helikale Ordnung** tritt auf, wenn Wechselwirkungen **zum nächsten ($J^{(1)}$) und übernächsten Nachbarn ($J^{(2)}$)** auftreten bzw. berücksichtigt werden müssen oder anisotrope Wechselwirkungen eine Rolle spielen (**Dzyaloshinski-Moriya-WW**) $H^{\text{DM}} = \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{D}_{ij} \cdot \mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j$. Beispiele: Tb, Dy, Ho.
27. In **Spingläsern** ist ein magnetischer Zustand eingefroren. Die Spinkonfiguration des Gesamtsystems befindet sich nicht in einem globalen, **sondern nur in einem lokalen Energieminimum**. Das

System ist **nicht langreichweitig geordnet**. Voraussetzung für das Auftreten sind **konkurrierende Wechselwirkungen**. Spingläser treten meist in **verdünnten magnetischen Systemen** auf. Beispiele: $\text{Cu}_{1-x}\text{Mn}_x$, $\text{Ge}_{1-x}\text{Mn}_x$.

28. Der Übergang vom para- zum ferromagnetischen Zustand bei der Curie-Temperatur T_C ist ein **Phasenübergang 2. Ordnung**. Der Ordnungsparameter ist die Magnetisierung M , die Anregungen heißen Magnonen, die Defekte sind die Domängengrenzen. Die Magnetisierung und die Entropie gehen kontinuierlich über, es tritt keine latente Wärme auf, die spezifische Wärme macht einen Sprung.
29. Ferromagnetismus beschreibt man in der **Weißschen Molekularfeldnäherung**. Man betrachtet nur Spins (also $L = 0$) im Heisenberg-Modell mit Zeeman-Aufspaltung, der Hamilton-Operator lautet $H = -2 \sum_{i < j} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + g \mu_B \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{B}$. Die Näherung besteht nun darin, den Spin Nr. i herauszugreifen und alle anderen Spins $j \neq i$ in einem „mittleren Feld“ (mean field) oder Molekularfeld zusammenzufassen, also $H = g \mu_B \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \left\{ \mathbf{B} - \frac{2}{g \mu_B} \sum_{j > i} J_{ij} \mathbf{S}_j \right\}$. Der 2. Term in der geschweiften Klammer ist dieses **Molekularfeld**, welches die äußere magnetische Flussdichte \mathbf{B} modifiziert. Damit werden die Austauschwechselwirkungen aller anderen Spins formal als **Zusatzbeitrag zur äußeren magnetischen Flussdichte** aufgefasst, die Gesamtenergie als Zeeman-Energie mit einer modifizierten magnetischen Flussdichte beschrieben und mit der bekannten Brillouin-Funktion gelöst. Man erhält daraus eine spontane Magnetisierung $\mathbf{M} > 0$ trotz $\mathbf{H}, \mathbf{B} = 0$. Das Molekularfeld ist gigantisch und beträgt für $S = \frac{1}{2}$ und $T_C = 1000$ K etwa 1500 Tesla.
30. Die magnetische Suszeptibilität eines Ferromagneten folgt **oberhalb** der Curie-Temperatur T_C dem **Curie-Weiss-Gesetz** $\chi = C / (T - T_C)$.
31. Um die Streufeldenergie zu minimieren, zerfällt ein makroskopischer Ferromagnet in einzelne **Domänen** (Weißsche Bezirke) mit unterschiedlichen Magnetisierungsrichtungen \mathbf{M} . Die Domängengrenzen heißen Wände und haben eine endliche Dicke. Es gibt zwei Arten: **Bloch-Wände**, wo \mathbf{M} in einer Ebene parallel zur Wand rotiert, und **Néel-Wände**, wo \mathbf{M} in einer Ebene senkrecht zur Wand rotiert.
32. In Ferromagneten folgt die Magnetisierung \mathbf{M} als Funktion des Feldes \mathbf{H} einer **nicht reversiblen Kurve (Hystereseschleife)**. \mathbf{M} ist keine eindeutige Funktion von \mathbf{H} , sondern hängt von der **Vorgeschichte** ab. Die Magnetisierung bei zunehmendem \mathbf{H} erfolgt von $\mathbf{H} = 0$ ausgehend in drei Phasen: (1) Domänen mit \mathbf{M} möglichst parallel zu \mathbf{H} wachsen, andere schrumpfen. (2) Domänen rotieren sprunghaft ihr \mathbf{M} in Richtung leichter Achsen, die möglichst parallel zu \mathbf{H} stehen (**Barhausen-Effekt**, Stufen in der Hystereseschleife). (3) Wenn nur noch eine Domäne übrig ist, dreht ihr \mathbf{M} vollständig parallel zu \mathbf{H} .

Beim Durchfahren der Hystereseschleife heißt die Rest-Magnetisierung bei $H = 0$ **remanente Magnetisierung (Remanenz) M_R** und das Magnetfeld, wo $M = 0$ erreicht wird, **Koerzitivfeld H_c** .

Die **Energiedissipation** eines Ferromagneten bei vollständiger Ummagnetisierung entspricht der Fläche der Hystereseschleife. Materialien mit kleiner Fläche heißen **weichmagnetisch** und sind wichtig für Transformatoren, z.B. $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$ („Permalloy“) mit $\mu_0 H_c = 2 \cdot 10^{-7}$ T. Materialien mit großer Fläche heißen **hartmagnetisch** und sind wichtig für Permanentmagneten, z.B. $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ mit $\mu_0 H_c = 1,2$ T.

33. Die Anregungen von Ferromagneten sind **Spinwellen** („Magnonen“), die durch den Kristall laufen. Ihre Dispersionsrelation folgt einem **Kosinus-Verhalten** (im Gegensatz zum Sinus der Phononen!): $\hbar\omega = 2JS(z - \sum_{i=1}^z \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_i))$ mit Gittervektor \mathbf{a} und Koordinationszahl z .
- Die Magnonen liefern einen Beitrag zur **spezifischen Wärme**, der **proportional zu $T^{3/2}$** ist.
- Bei tiefen Temperaturen folgt die Magnetisierung ebenfalls einem $T^{3/2}$ -Gesetz, dem sogenannten **Blochschens $T^{3/2}$ -Gesetz**.
34. Das Weißsche Molekularfeldmodell wird auch auf Antiferromagneten (AF) angewendet, wobei man den AF in zwei ferromagnetische Untergitter zerlegt. Es ergibt sich ebenfalls eine kritische Temperatur, die **Néel-Temperatur T_N** , oberhalb derer sich das System paramagnetisch verhält. **Oberhalb von T_N folgt die Suszeptibilität $\chi \propto 1/(T + T_N)$** .
35. Im äußeren Feld \mathbf{H} ist die antiferromagnetische Konfiguration nicht immer energetisch günstig, weil bei zunehmendem \mathbf{H} die Zeeman-Energie eines der beiden Untergitter ($g\mu_B \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \mu_0 \mathbf{H}$) immer größer wird. Zwei Übergänge sind wichtig: Beim **Spin-Flop-Übergang** ändern die beiden Untergitter ihre 180° -Orientierung und stehen nicht mehr antiparallel zueinander, sondern schließen mit \mathbf{H} einen endlichen Winkel $\alpha < 90^\circ$ bzw. $-\alpha$ ein. Beim **Spin-Flip-Übergang** klappt dagegen ein Untergitter komplett um.
36. Die Dispersionsrelation von antiferromagnetischen Magnonen folgt einem **Sinus-Verhalten**. Die Gleichung ist kompliziert. ☹