



**Physik der  
Kondensierten Materie 2**

**Rudolf Gross**

**SS 2021**

**Teil 21**

**Vorlesungsstunde: 17.05.2021-1**

## • Ferromagnetismus: Diskussion im Rahmen der „Mean-Field“ Theorie

Wechselwirkung des  $i$ -ten Moments mit  $z$  nächsten Nachbarn

$$E_{A,i} = -\frac{J_A}{\hbar^2} \sum_{j=1}^z \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{J}_j \quad \xrightarrow{\text{„mean-field“}} \quad E_{A,i} = -z \frac{J_A}{\hbar^2} \mathbf{J}_i \cdot \langle \mathbf{J}_j \rangle \quad \xrightarrow{\text{„mean-field“}} \quad E_{A,i} = -\boldsymbol{\mu}_i \cdot \mathbf{B}_A \quad \text{mit} \quad \mathbf{B}_A = \frac{zJ_A}{ng_J^2\mu_B^2} \mathbf{M} = \mu_0\gamma \mathbf{M}$$

$\mathbf{M} = -ng_J\mu_B \langle \mathbf{J}_j \rangle / \hbar, \quad \boldsymbol{\mu}_i = g_J\mu_B \mathbf{J}_i / \hbar$

$\gamma$ : Molekularfeldkonstante Austausch- oder Molekularfeld

**System wechselwirkender magnetischer Momente äquivalent zu System nichtwechselwirkender Momente in Molekularfeld**

## • Ferromagnetismus: T-Abhängigkeit der magnetischen Ordnung

$-B_{\text{ext}} > 0:$

$\mathbf{B}_{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mathbf{B}_A = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0\gamma\mathbf{M}$

$M = ng_J\mu_B J B_J(y) \quad \text{mit} \quad y = \frac{g_J\mu_B J B_{\text{eff}}}{k_B T}$

$M = \frac{k_B T}{\mu_0 g_J \mu_B \gamma J} y - \frac{B_{\text{ext}}}{\mu_0 \gamma}$

$\left. \begin{array}{l} \text{graphische} \\ \text{Lösung} \end{array} \right\} \Rightarrow M(B_{\text{ext}})$

$\mathbf{B}_A = \frac{zJ_A}{ng_J^2\mu_B^2} \mathbf{M} = \mu_0\gamma \mathbf{M}$

(Austausch- oder Molekularfeld)

$-B_{\text{ext}} = 0:$

$T_C = \gamma \frac{n\mu_0 g_J^2 J(J+1)\mu_B^2}{3k_B} = \gamma C$

(Curie-Temperatur)

$\text{Curie-Konstante } C = \frac{n\mu_0 g_J^2 J(J+1)\mu_B^2}{3k_B}$

$-T > T_C:$

$B_J(y) \approx \frac{J+1}{3J} y \quad \text{für } y \ll 1$

$\chi = \frac{C}{T - T_C}$

(Curie-Weiss-Gesetz)

im Experiment gemessen:  $\chi = \frac{C}{T - \Theta}$

$\Theta = \text{paramagnetische Curie-Temperatur, } \Theta > T_C$

- **Ferromagnetismus:  $T$ -Abhängigkeit der Suszeptibilität für  $T \simeq T_C$**

- $T > T_C$ : erwartet wird Curie –Weiss-Verhalten  $\chi \propto (T - T_C)^{-1}$   
beobachtet wird  $\chi \propto (T - T_C)^{-\alpha}$  mit  $\alpha = 4/3$
- $T < T_C$ : erwartet wird (Landau-Theorie der PÜ)  $\chi \propto (T_C - T)^{1/2}$   
beobachtet wird  $\chi \propto (T_C - T)^\beta$  mit  $\beta = 1/3$

→ in adäquater Beschreibung müssen kritische Fluktuationen berücksichtigt werden

- **Ferromagnetismus:  $T$ -Abhängigkeit der magnetischen Ordnung für  $T \ll T_C$**

- mit Brillouin-Funktion und Austauschfeld erwartet man

$$\frac{\Delta M}{M_s} = \frac{M(0) - M(T)}{M_s} \simeq 2 \exp\left(-2 \frac{\mu_0 \gamma n g_j^2 J^2 \mu_B^2}{k_B T}\right) \quad (\text{sehr schwach } T\text{-Abhängigkeit von } M)$$

- experimentell beobachtet wird viel stärkere  $T$ -Abhängigkeit:

$$\frac{\Delta M}{M_s} = A T^{3/2} \quad \text{Blochsches } T^{3/2}\text{-Gesetz} \quad (\text{resultiert aus Anregung von Spin-Wellen, Erklärung folgt später})$$

# Kapitel 12

## Magnetismus

WMM

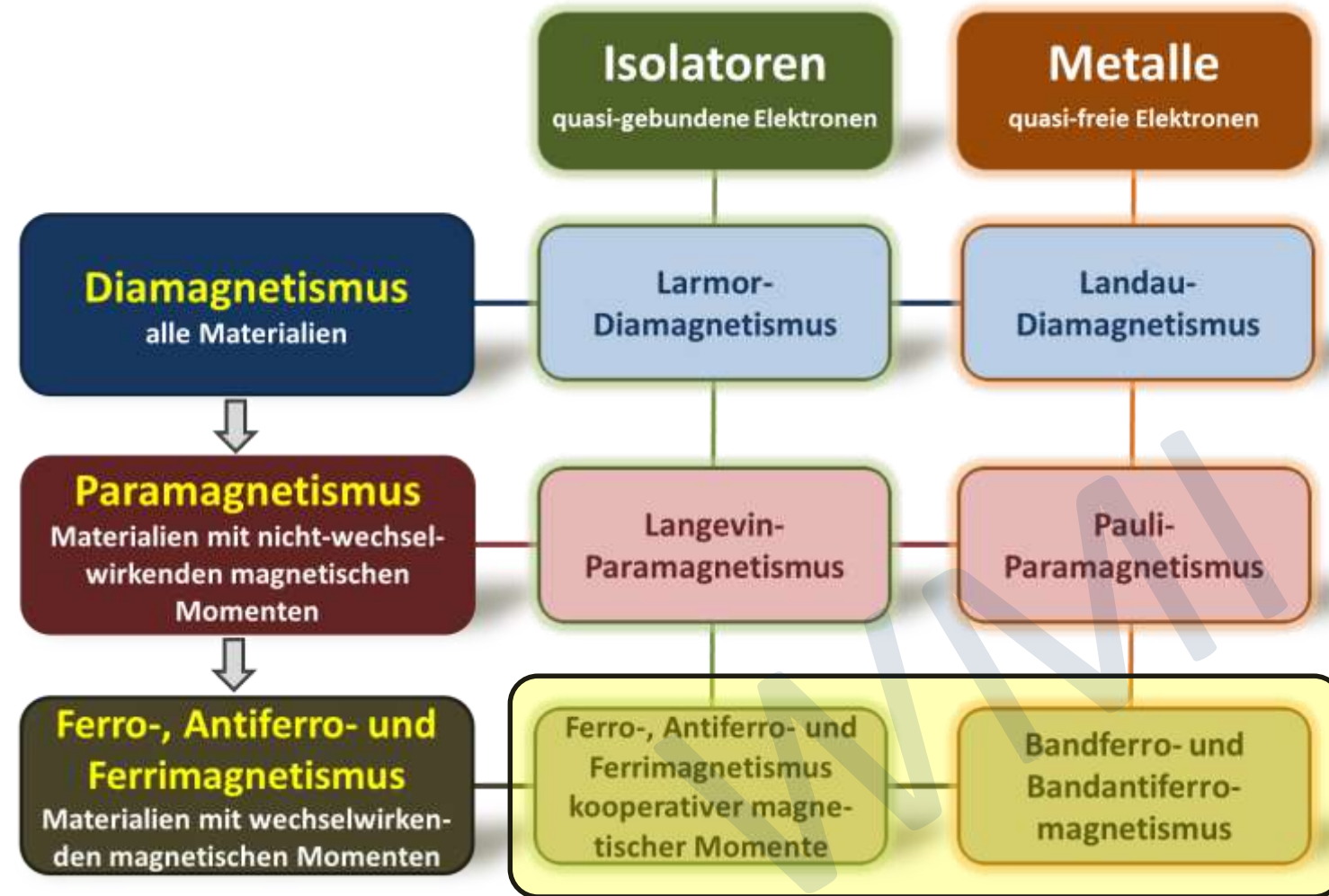
# 12.6 Magnetische Ordnungphänomene

- Diskussion von ferro-, antiferro- und ferrimagnetischer Ordnung

Verwendung starker Vereinfachungen:

u.a. **Molekularfeld-Näherung**

➔ Beschreibung der Wechselwirkung eines magnetischen Moments mit allen anderen durch ein mittleres **Austausch-** oder **Molekularfeld** (Pierre Weiss, 1907)



# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- „Antiferromagnetische“ Ordnung von magnetischen Momenten unterschiedlicher Größe

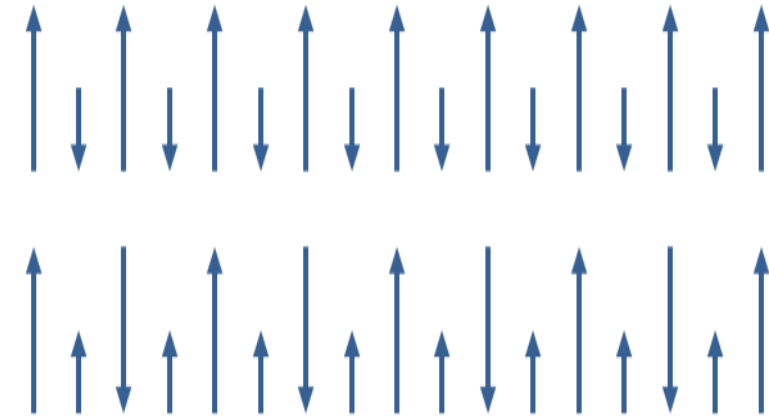
- Bezeichnung wurde ursprünglich zur Beschreibung der magnetischen Ordnung in Ferriten eingeführt

→ **Ferrite:**  $MO \cdot Fe_2O_3$  mit  $M = Zn, Fe, Ni, Co, \dots$

- intensive Untersuchung durch **Louis Néel**

- **Charakteristikum:**

- magnetische Momente zeigen antiferromagnetische Kopplung
- es wird aber endliche “ferromagnetische” Magnetisierung gemessen



# 12.6.3 Ferrimagnetismus



**Louis Eugène Felix Néel**

\* 22. 11. 1904 in Lyon; † 17. 11. 2000 in Brive-la-Gaillarde),  
französischer Physiker

**Nobelpreis für Physik 1970:**

*„für seine grundlegenden Leistungen und Entdeckungen auf dem Gebiet des Antiferromagnetismus und des Ferromagnetismus, die zu wichtigen Erkenntnissen in der Festkörperphysik geführt haben“.*

# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- Ferrite haben breites Anwendungsspektrum

## Weichmagnetische Ferrite:

- Ferritkerne in Transformatoren, Schaltnetzteilen, Spulen
- geringe elektrische Leitfähigkeit → geringe Wirbelstromverluste  
→ Eignung für Frequenzen bis zu MHz
- für Mikrowellen geeignete Ferrite bestehen aus Spinellen und Granaten

typische weichmagnetischen Ferritmaterialen sind:

- Mangan-Zink-Ferrite:  $Mn_aZn_{(1-a)}Fe_2O_4$
- Nickel-Zink-Ferrite:  $Ni_aZn_{(1-a)}Fe_2O_4$



## Hartmagnetische Ferrite:

- kostengünstige Dauermagnete
- im Gegensatz zu den Seltenerd-magneten haben sie geringere magnetische Energiedichte  
→ kleinere Koerzitivfeldstärke  
→ kleinere Remanenzflussdichte

typische hartmagnetischen Ferritmaterialen sind:

- Strontium-Ferrite:  $SrFe_{12}O_{19}$
- Barium-Ferrite:  $BaFe_{12}O_{19}$
- Kobalt-Ferrite:  $CoFe_2O_4$





# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- Magnetit als typisches Beispiel für einen Ferrimagnet

– Gesamtmoment pro Formeleinheit:

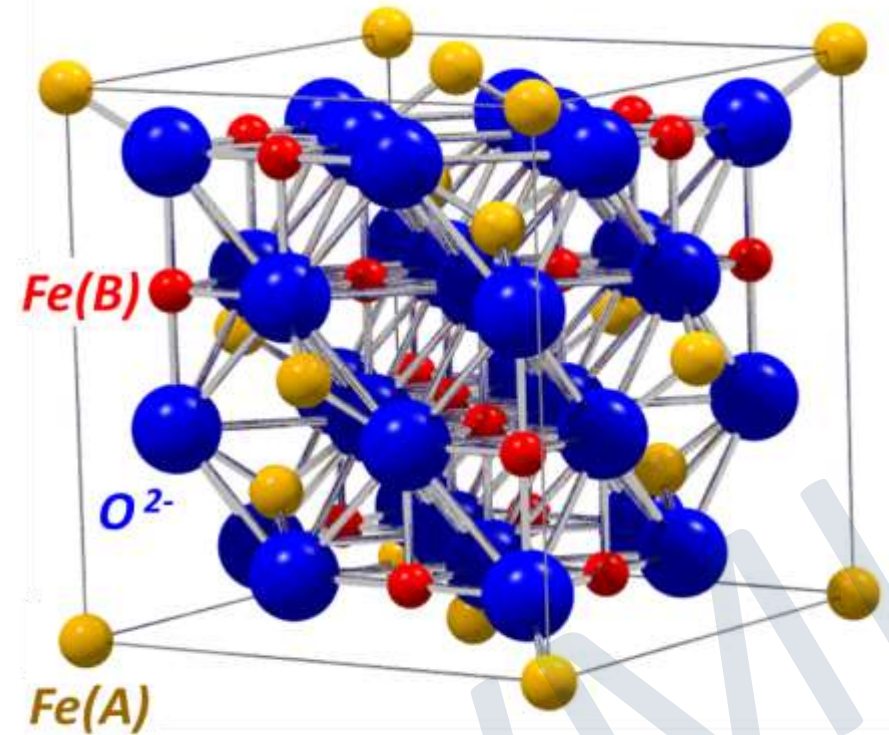
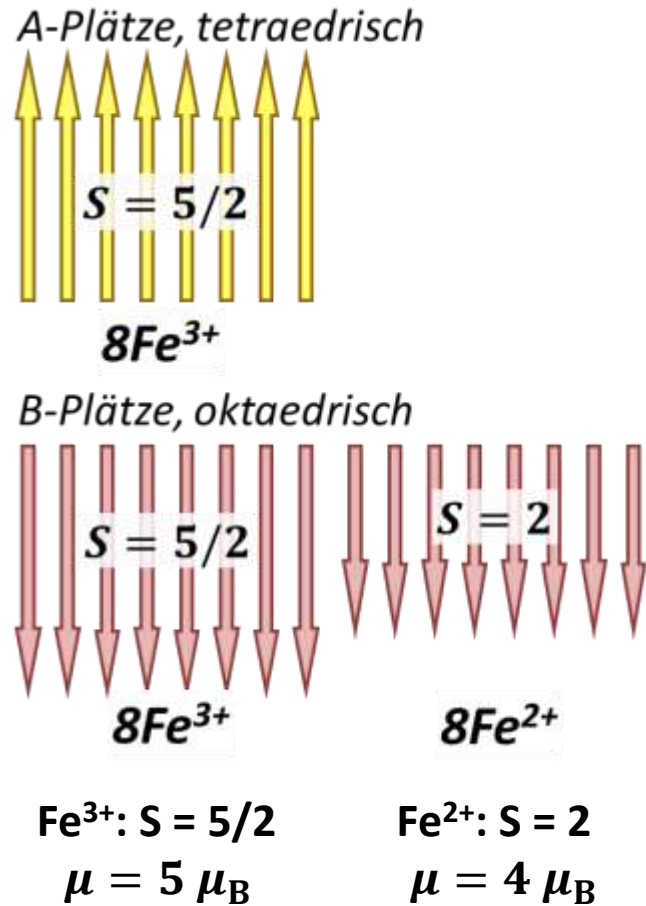
$4 \mu_B$  statt  $14 \mu_B$

– bemerkenswert:

alle WW sind antiferromagnetisch

$J_{AA}, J_{BB}, J_{AB} < 0$

$J_{AB} \gg J_{AA}, J_{BB}$   
da AB-Abstand kleiner



Magnetit:  $FeO \cdot Fe_2O_3$

inverse Spinellstruktur

→ großes  $J_{AB}$  erzwingt antiparallele Spin-Stellung zwischen A- und B-Plätzen

# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- Frage: Wie können drei antiferromagnetische Austausch-WW zu ferrimagnetischer Ordnung führen?

– Annahmen:

- $J_{AA}, J_{BB}, J_{AB} < 0$  und  $J_{AB} = J_{BA}$
- Diskussion mit Molekularfeld-Näherung

– mittleres Austauschfeld, das auf A- und B-Untergitter wirkt

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_A^a &= \mu_0 \gamma_{AA} \mathbf{M}_A + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B \\ \mathbf{B}_B^a &= \mu_0 \gamma_{BB} \mathbf{M}_B + \mu_0 \gamma_{BA} \mathbf{M}_A \end{aligned} \quad \gamma_{AB} = \gamma_{BA}$$

– Energiedichte durch Austauschwechselwirkung

$$\begin{aligned} U &= -\frac{1}{2} (\mathbf{B}_A^a \cdot \mathbf{M}_A + \mathbf{B}_B^a \cdot \mathbf{M}_B) \\ U &= -\frac{1}{2} \mu_0 \gamma_{AA} M_A^2 - \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{M}_B - \frac{1}{2} \mu_0 \gamma_{BB} M_B^2 \end{aligned}$$

–  $\gamma_{AA}, \gamma_{BB}, \gamma_{AB} < 0$ :  $\rightarrow U < 0$  nur dann möglich, wenn  $\mathbf{M}_A$  antiparallel zu  $\mathbf{M}_B$

➔  $|\mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{M}_B| > \left| \frac{1}{2} \mu_0 (\gamma_{AA} M_A^2 + \gamma_{BB} M_B^2) \right|$

➔ erfüllt für  $|\gamma_{AB}| \gg |\gamma_{AA}|, |\gamma_{BB}|$

# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- Ferrimagnet in äußerem Magnetfeld

- **Molekularfeld-Näherung:** Ferrimagnet = System von nichtwechselwirkenden Momenten in Molekularfeldern

$$\mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AA} \mathbf{M}_A + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B$$

$$\mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{BB} \mathbf{M}_B + \mu_0 \gamma_{BA} \mathbf{M}_A$$

$$\gamma_{AB} = \gamma_{BA}$$

- **Vereinfachung:** wir vernachlässigen Terme mit  $|\gamma_{AA}|, |\gamma_{BB}| \ll |\gamma_{AB}|$

$$\mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B$$

$$\mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A$$

- für nichtwechselwirkendes Spin-System gilt  $M_{A,B} = \chi_{A,B} B_{A,B}^{\text{eff}} / \mu_0 = (C_{A,B} / T) B_{A,B}^{\text{eff}} / \mu_0$

$$\mathbf{M}_A = \frac{C_A}{\mu_0 T} \mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \frac{C_A}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B)$$

$$\mathbf{M}_B = \frac{C_B}{\mu_0 T} \mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \frac{C_B}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A)$$

→ Lösung des gekoppelten Gleichungssystems

# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- Bestimmung der ferrimagnetischen Curie-Temperatur für  $B_{\text{ext}} = 0 \rightarrow B_A^{\text{eff}} = \mu_0 \gamma_{AB} M_B, B_B^{\text{eff}} = \mu_0 \gamma_{AB} M_A$

$$M_A = \frac{C_A}{\mu_0 T} B_A^{\text{eff}} = \frac{C_A}{\mu_0 T} \mu_0 \gamma_{AB} M_B \quad \Rightarrow \quad T M_A - C_A \gamma_{AB} M_B = 0$$

$$M_B = \frac{C_B}{\mu_0 T} B_B^{\text{eff}} = \frac{C_B}{\mu_0 T} \mu_0 \gamma_{AB} M_A \quad \Rightarrow \quad T M_B - C_B \gamma_{AB} M_A = 0$$

Lösung des gekoppelten Gleichungssystems

$$\begin{vmatrix} T & -\gamma_{AB} C_A \\ -\gamma_{AB} C_B & T \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow T_C = |\gamma_{AB}| \sqrt{C_A C_B}$  ferrimagnetische Curie-Temperatur

zum Vergleich: Ferromagnet  
 $T_C = \gamma C$

Material	$T_C$ (K)	$M_s$ (kA/m)	Material	$T_C$ (K)	$M_s$ (kA/m)
Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub>	860	480	CoFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	790	450
NiFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	865	330	CuFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	728	160
MnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	575	500	MgFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	710	180
BaFe <sub>12</sub> O <sub>19</sub>	740	380	Y <sub>3</sub> Fe <sub>5</sub> O <sub>12</sub>	560	143



# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- Suszeptibilität von Ferrimagneten oberhalb von  $T_C$  ( $B_{\text{ext}} \neq 0$ )

– Gleichungssystem:

$$\mathbf{M}_A = \frac{C_A}{\mu_0 T} \mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \frac{C_A}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B)$$

$$\mathbf{M}_B = \frac{C_B}{\mu_0 T} \mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \frac{C_B}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A)$$

*Lösung des gekoppelten Gleichungssystems*

$$M_A = \frac{C_A}{\mu_0 T} B_{\text{ext}} + \frac{C_A \gamma_{AB}}{T} \left[ \frac{C_B}{\mu_0 T} (B_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} M_A) \right] = \left( \frac{C_A}{T} - \frac{C_A C_B |\gamma_{AB}|}{T^2} \right) \frac{B_{\text{ext}}}{\mu_0} + \frac{C_A C_B |\gamma_{AB}|^2}{T^2} M_A$$

$$M_A = \frac{\left( \frac{C_A T - C_A C_B |\gamma_{AB}|}{T^2} \right) \frac{B_{\text{ext}}}{\mu_0}}{1 - \frac{C_A C_B |\gamma_{AB}|^2}{T^2}} = \frac{\left( \frac{C_A T - C_A C_B |\gamma_{AB}|}{T^2} \right) \frac{B_{\text{ext}}}{\mu_0}}{\frac{T^2 - T_C^2}{T^2}} = \frac{C_A T - C_A C_B |\gamma_{AB}|}{T^2 - T_C^2} \frac{B_{\text{ext}}}{\mu_0}$$

$T_C = \sqrt{C_A C_B |\gamma_{AB}|}$

analog

$$M_B = \frac{C_B T - C_A C_B |\gamma_{AB}|}{T^2 - T_C^2} \frac{B_{\text{ext}}}{\mu_0}$$



# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- Suszeptibilität von Ferrimagneten oberhalb von  $T_C$

– Gesamtmagnetisierung:

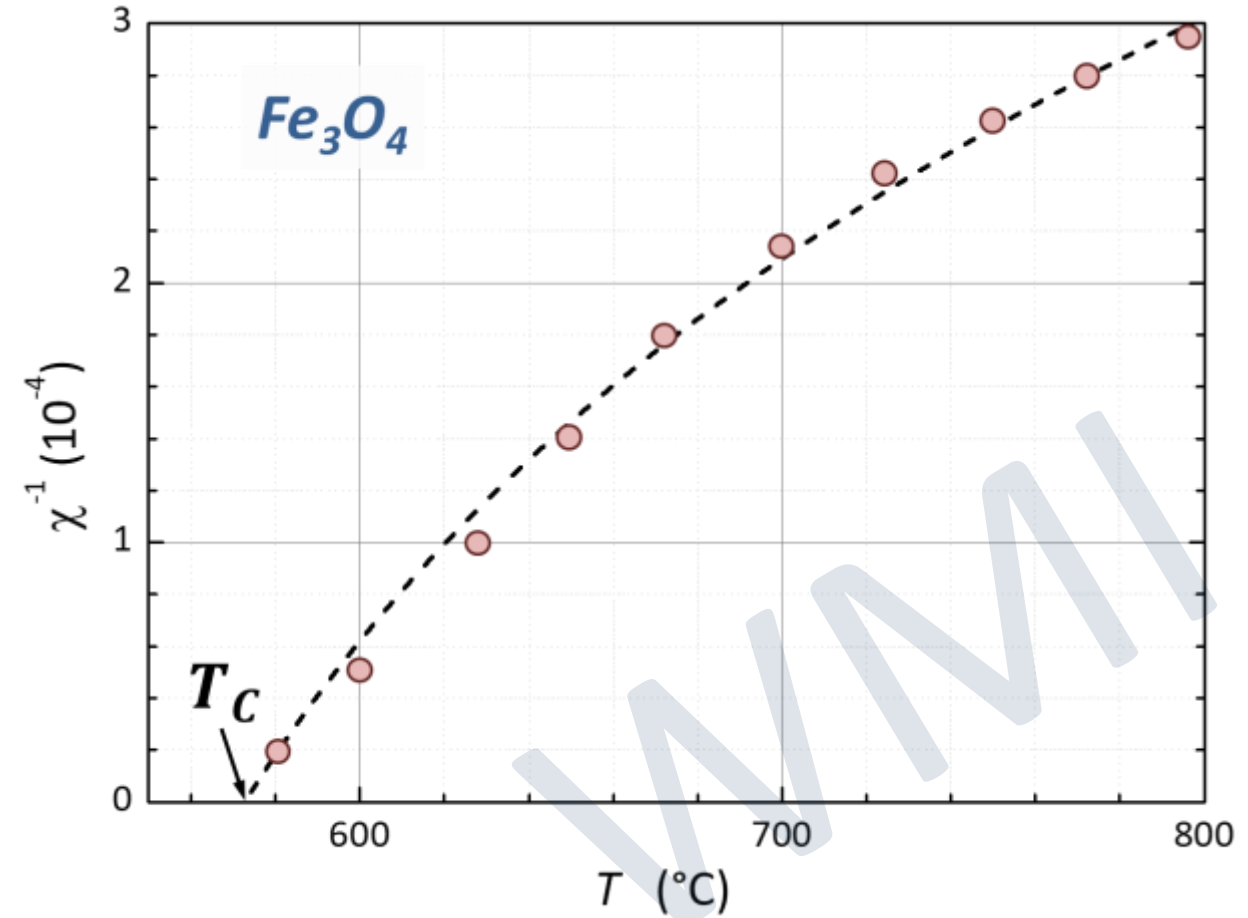
$$M = M_A + M_B = \frac{(C_A + C_B)T - 2C_A C_B |\gamma_{AB}|}{T^2 - T_C^2} \frac{B_{\text{ext}}}{\mu_0}$$

– Suszeptibilität:

$$\chi = \mu_0 \left( \frac{\partial M}{\partial B_{\text{ext}}} \right)_{T,V} = \frac{(C_A + C_B)T - 2C_A C_B |\gamma_{AB}|}{T^2 - T_C^2}$$

➔ Auftragen von  $\chi^{-1}$  gegen  $T$  ergibt keine Gerade mehr

➔ Charakteristikum von Ferrimagnet



# 12.6.3 Ferrimagnetismus

- Ferrimagnetische Materialien: Eisengranate



YIG:  $Y_3Fe_5O_{12}$



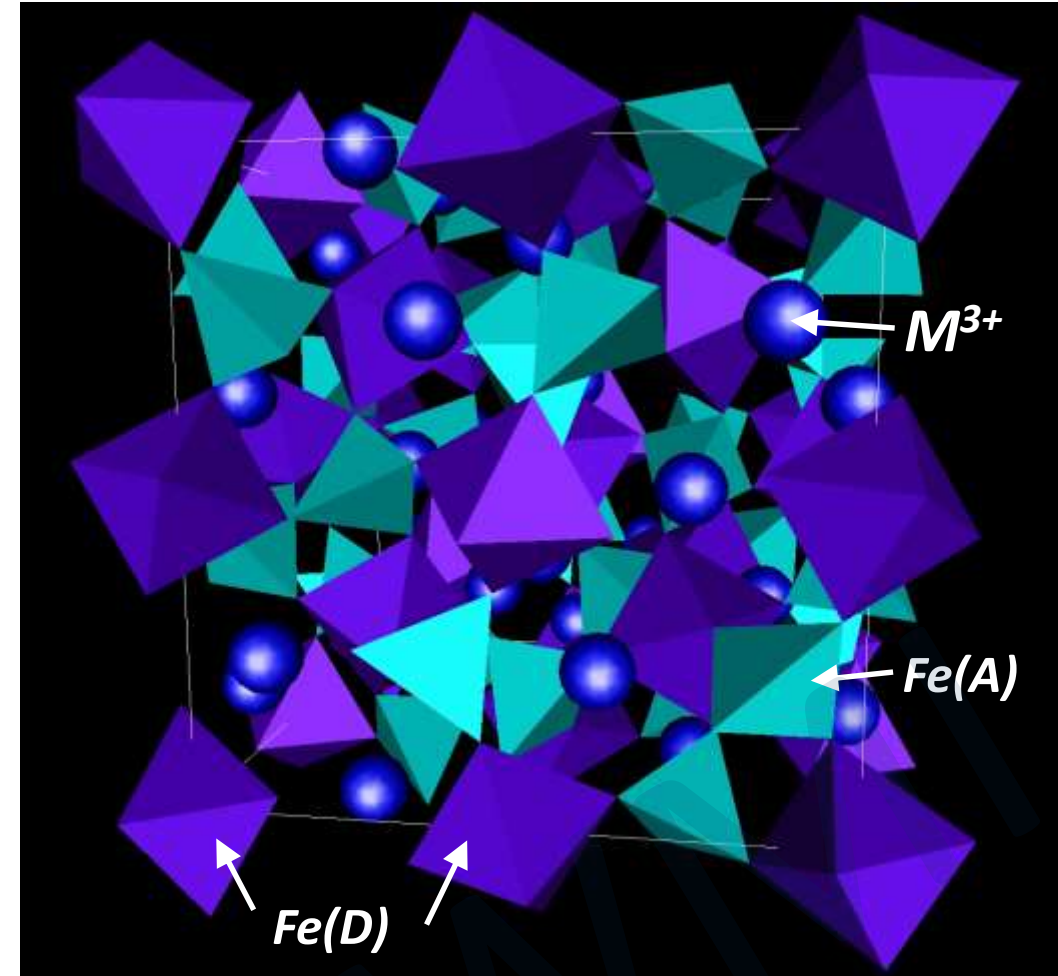
YAG:  $Y_3Al_5O_{12}$



$Eu_3Ga_5O_{12}$



$Sm_3Ga_5O_{12}$



Granate: wichtige Gruppe von Werkstoffen, mit zahlreichen Anwendungen in optischen Geräten, wie z.B. Laser



$M = 3\text{-wertiges Metallion}$

# 12.6.4 Antiferromagnetismus

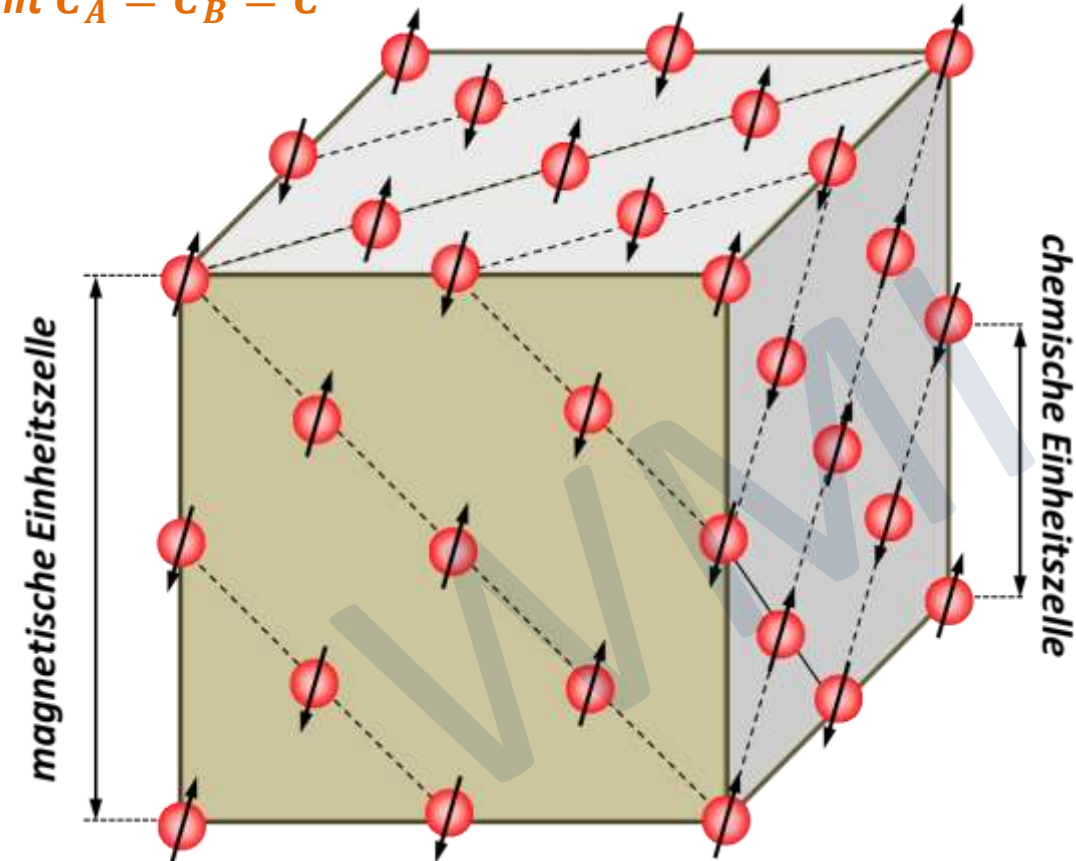
- Antiferromagnetische Ordnung von magnetischen Momenten gleicher Größe

- Annahmen:

- $J_{AA}, J_{BB}, J_{AB} < 0$  und  $J_{AB} = J_{BA}$
- Diskussion mit Molekularfeld-Näherung
- $\mathbf{M}_A = -\mathbf{M}_B \rightarrow$  *Behandlung von AFM als Ferrimagnet mit  $C_A = C_B = C$*

- wichtiges Beispiel: **MnO**

- es werden zusätzliche Beugungsreflexe in Neutronenbeugung beobachtet, die in Röntgenbeugung nicht auftauchen  
→ Gitterkonstante der magnetischen Einheitszelle ist doppelt so groß wie diejenige der kristallographischen  
(Clifford Shull et al., Physical Review **83**, 333–345 (1951))
- antiferromagnetische Ordnung für  $T < 120$  K
- Spins sind in 111 Ebene, parallel, in benachbarten Ebenen entgegengesetzt ausgerichtet

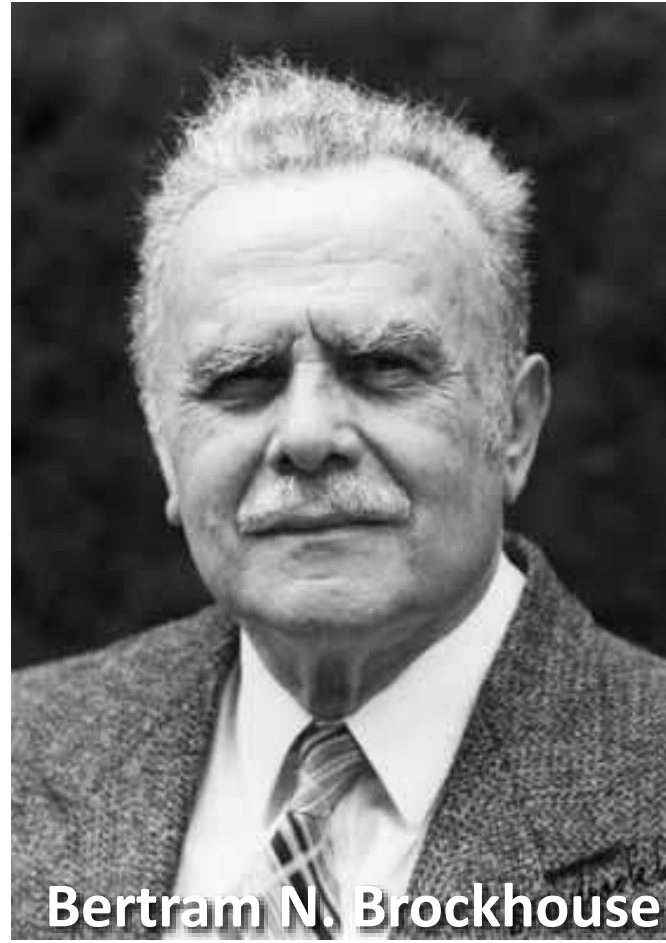




# 12.6.4 Antiferromagnetismus



Clifford G. Shull



Bertram N. Brockhouse

**Nobelpreis für Physik, 1994**

*... für ihre Beiträge zur Entwicklung der Neutronenstreuung und -spektroskopie und deren Anwendung in der Festkörperphysik*

WMI

# 12.6.4 Antiferromagnetismus

- Néel-Temperatur von Antiferromagneten

- Diskussion im Rahmen der Molekularfeld-Theorie: Antiferromagnet = Ferrimagnet mit gleicher Untergittermagnetisierung
- mittleres Austauschfeld, das auf A- und B-Untergitter wirkt

$$\mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AA} \mathbf{M}_A + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B \quad \mathbf{M}_A = -\mathbf{M}_B \text{ sowie } \gamma_{AA} = \gamma_{BB}$$

$$\mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{BB} \mathbf{M}_B + \mu_0 \gamma_{BA} \mathbf{M}_A \quad \gamma_{AB} = \gamma_{BA}$$

$$\rightarrow \mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 (\gamma_{AB} - \gamma_{AA}) \mathbf{M}_B$$

$$\rightarrow \mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 (\gamma_{AB} - \gamma_{AA}) \mathbf{M}_A$$

- für nichtwechselwirkendes Spin-System gilt  $M_{A,B} = \chi_{A,B} B_{A,B}^{\text{eff}} / \mu_0 = (C_{A,B} / T) B_{A,B}^{\text{eff}} / \mu_0$  mit  $\chi_A = \chi_B = \chi$  und  $C_A = C_B = C$

$$\mathbf{M}_A = \frac{C}{\mu_0 T} \mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \frac{C}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 (\gamma_{AB} - \gamma_{AA}) \mathbf{M}_B)$$

$$\mathbf{M}_B = \frac{C}{\mu_0 T} \mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \frac{C}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 (\gamma_{AB} - \gamma_{AA}) \mathbf{M}_A)$$

$\rightarrow$  Lösung des gekoppelten Gleichungssystems

**Wichtig:** die Curie-Konstante  $C$  bezieht sich nur auf ein Untergitter

# 12.6.4 Antiferromagnetismus

- Bestimmung der Néel-Temperatur für  $B_{\text{ext}} = 0$

$$\mathbf{M}_A = \frac{C}{\mu_0 T} \mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \frac{C}{\mu_0 T} \mu_0 (\gamma_{AB} - \gamma_{AA}) \mathbf{M}_B \quad \Rightarrow \quad T M_A - C (\gamma_{AB} - \gamma_{AA}) M_B = 0$$

$$\mathbf{M}_B = \frac{C}{\mu_0 T} \mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \frac{C}{\mu_0 T} \mu_0 (\gamma_{AB} - \gamma_{AA}) \mathbf{M}_A \quad \Rightarrow \quad T M_B - C (\gamma_{AB} - \gamma_{AA}) M_A = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} T & -(\gamma_{AB} - \gamma_{AA})C \\ -(\gamma_{AB} - \gamma_{AA})C & T \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow T_N = |\gamma_{AB} - \gamma_{AA}| C \quad \text{Néel-Temperatur}$$

Substanz	$T_N$ (K)	$\Theta$ (K)	$\Theta/T_N$
MnO	122	610	5.3
MnF <sub>2</sub>	67	82	1.24
FeO	195	570	2.9
FeCl <sub>2</sub>	24	48	2
CoO	291	330	1.14
CoCl <sub>2</sub>	25	38.1	1.53
NiO	525	~ 2000	~ 4
NiCl <sub>2</sub>	50	68.2	1.37

zum Vergleich: **Ferrimagnete**  
 $T_C = |\gamma_{AB}| \sqrt{C_A C_B}$



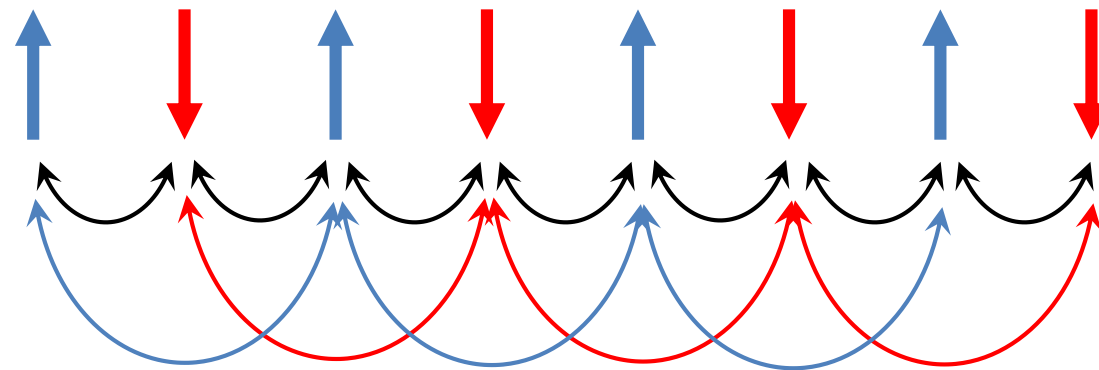
# 12.6.4 Antiferromagnetismus

- Frustration der Austausch-Wechselwirkungen

$$T_N = |\gamma_{AB} - \gamma_{AA}| C$$

– da  $\gamma_{AB} < 0$ , wird  $T_N$  reduziert, falls  $\gamma_{AA} < 0 \rightarrow$  **Frustration der beiden antiferromagnetischen Austausch-WW**

- **Beispiel:** eindimensionale Spin-Kette



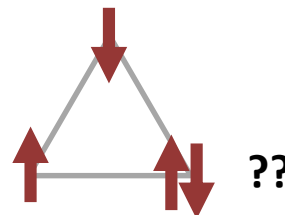
A-Untergitter  
B-Untergitter

$$\gamma_{AB} < 0$$

$$\gamma_{AA} = \gamma_{BB} < 0$$

➔ afm-WW auf A- und B-Untergitter schwächt afm-WW zwischen A- und B- Untergitter: **Frustration**

- **Beispiel:** Dreiecksgitter



# 12.6.4 Antiferromagnetismus

- Suszeptibilität von Antiferromagneten für  $T > T_N$  ( $B_{\text{ext}} \neq 0$ )

- für  $T > T_N$  ist im äußeren Feld  $M_A = M_B$  und damit  $M = M_A + M_B = 2M_A$

- mittleres Austauschfeld

$$\mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0(\gamma_{AB} + \gamma_{AA}) \mathbf{M}_A = \mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \mathbf{B}^{\text{eff}} \quad + \text{Zeichen, da jetzt } \mathbf{M}_A \parallel \mathbf{M}_B$$

- Magnetisierung (wir benutzen  $M_{A,B} = \chi_{A,B} B_{A,B}^{\text{eff}} / \mu_0 = (C_{A,B}/T) B_{A,B}^{\text{eff}} / \mu_0$  sowie  $\chi_A = \chi_B = \chi$  und  $C_A = C_B = C$ )

$$\mathbf{M} = 2\mathbf{M}_A = \frac{2C}{\mu_0 T} \mathbf{B}^{\text{eff}} = \frac{2C}{\mu_0 T} \left[ \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0(\gamma_{AB} + \gamma_{AA}) \frac{\mathbf{M}}{2} \right] \rightarrow \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \frac{2C}{T - C(\gamma_{AB} + \gamma_{AA})} \mathbf{B}_{\text{ext}}$$

- Suszeptibilität:

$$\chi = \mu_0 \left( \frac{\partial M}{\partial B_{\text{ext}}} \right)_{T,V} = \frac{2C}{T - C(\gamma_{AB} + \gamma_{AA})} = \frac{2C}{T + \Theta}$$

zum Vergleich: **Ferromagnet**

$$\chi = \frac{C}{T - T_C}$$

*paramagnetische Néel-Temperatur*

$$\Theta = -(\gamma_{AB} + \gamma_{AA})C = |\gamma_{AB} + \gamma_{AA}|C$$

**Wichtig:** die Curie-Konstante  $C$  bei AFM bezieht sich nur auf ein Untergitter

# 12.6.4 Antiferromagnetismus

- Néel-Temperatur  $T_N$  vs. paramagnetische Néel-Temperatur  $\Theta$

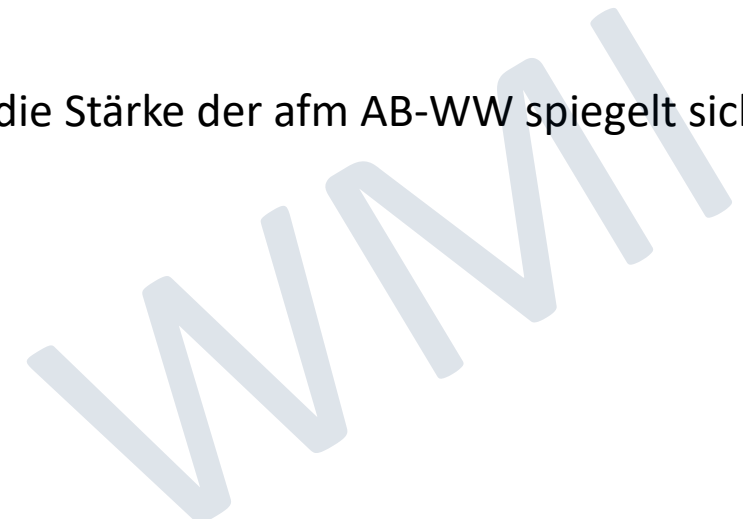
$$T_N = |\gamma_{AB} - \gamma_{AA}| C$$

$$\Theta = |\gamma_{AB} + \gamma_{AA}| C$$



$$\frac{\Theta}{T_N} = \frac{|\gamma_{AB} + \gamma_{AA}|}{|\gamma_{AB} - \gamma_{AA}|}$$

- $\Theta > T_N$  falls  $\gamma_{AB}, \gamma_{AA} < 0$ :
  - die Ordnungstemperatur  $T_N$  wird aufgrund der Frustration der beiden afm-WW reduziert
  - $\Theta$  gibt die Stärke der afm-WW an, diese kann hoch sein und trotzdem aufgrund der Frustration in niedriger Ordnungstemperatur  $T_N$  resultieren
- $\Theta = T_N$  falls  $\gamma_{AA} = 0$ :
  - in diesem Fall ist keine Frustration der AB- und AA-WW vorhanden → die Stärke der afm AB-WW spiegelt sich voll in Ordnungstemperatur  $T_N$  wider



# 12.6.4 Antiferromagnetismus

- Suszeptibilität von Antiferromagnet für  $T < T_N$  ( $B_{\text{ext}} \neq 0$ )

i. Fall 1:  $B_{\text{ext}} \perp$  Spin-Richtung

– Energiedichte  $U = -\frac{1}{2}(\mathbf{B}_A^a \cdot \mathbf{M}_A + \mathbf{B}_B^a \cdot \mathbf{M}_B) - \mathbf{B}_{\text{ext}} \cdot (\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B)$

– wir verwenden die Austauschfelder und vernachlässigen die Terme mit  $\gamma_{AA}, \gamma_{BB}$

$$\mathbf{B}_A^a = \mu_0 \gamma_{AA} \mathbf{M}_A + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B$$

$$\mathbf{B}_B^a = \mu_0 \gamma_{BB} \mathbf{M}_B + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A$$

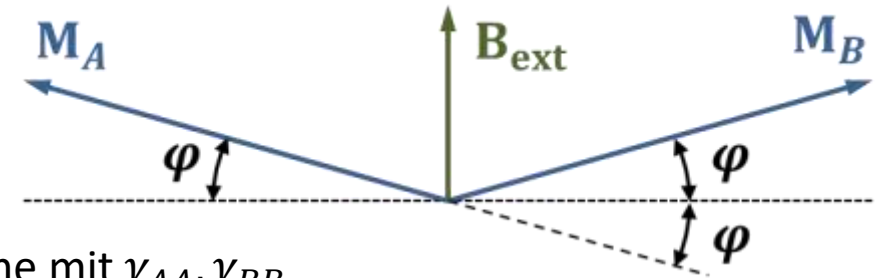
$$U = -\frac{1}{2}(\mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B \cdot \mathbf{M}_A + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{M}_B) - \mathbf{B}_{\text{ext}} \cdot (\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B) = -\mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{M}_B - \mathbf{B}_{\text{ext}} \cdot (\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B)$$

– für kleine Winkel  $\varphi$ :  $|\mathbf{M}_A| = |\mathbf{M}_B| = M \Rightarrow \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{M}_B = M^2 \cos 2\varphi \simeq -M^2 \left(1 - \frac{1}{2}(2\varphi)^2\right)$  und  $\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B = M \sin 2\varphi \simeq M 2\varphi$

$$U = -\mu_0 |\gamma_{AB}| M^2 (1 - 2\varphi^2) - 2B_{\text{ext}} M \varphi \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0 \text{ für } \varphi = \frac{B_{\text{ext}}}{2\mu_0 |\gamma_{AB}| M} \Rightarrow M_A + M_B \simeq M 2\varphi = \frac{B_{\text{ext}}}{\mu_0 |\gamma_{AB}|}$$

Suszeptibilität:  $\chi_{\perp} = \mu_0 \left( \frac{\partial M}{\partial B_{\text{ext}}} \right)_{T,V} = \frac{1}{|\gamma_{AB}|}$

*Suszeptibilität  $\chi_{\perp}$  ist unabhängig von  $T$*



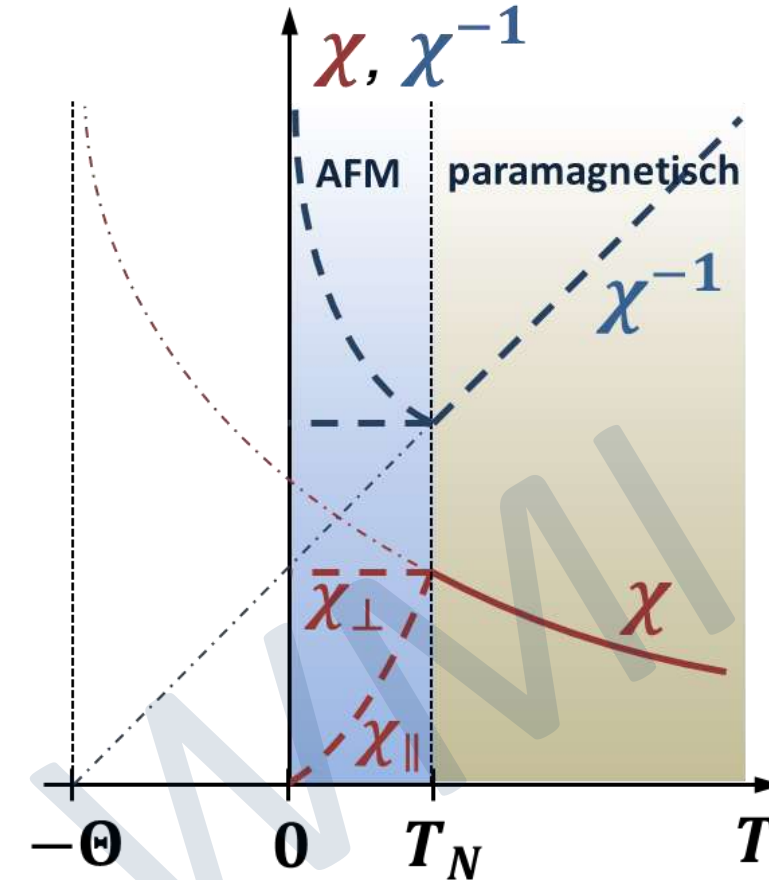
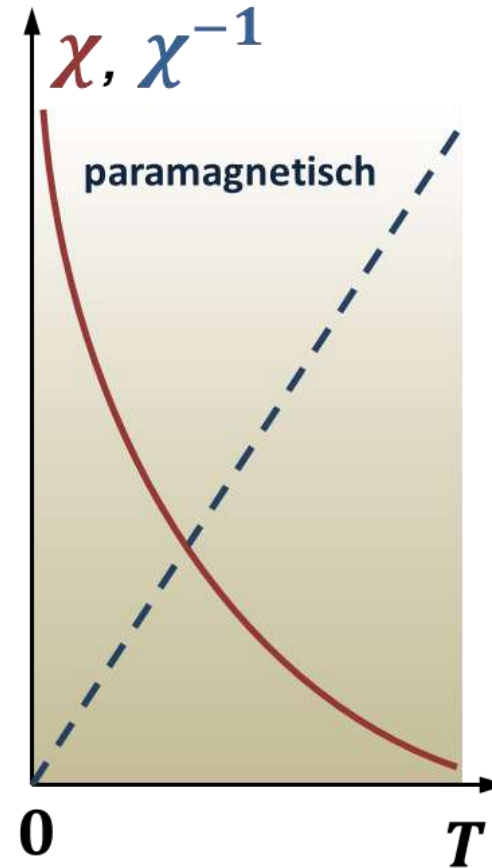
# 12.6.4 Antiferromagnetismus

- Suszeptibilität von Antiferromagnet für  $T < T_N$  ( $B_{\text{ext}} \neq 0$ )

## ii. Fall 2: $B_{\text{ext}} \parallel$ Untergittermagnetisierung

- für  $T = 0$  ändert sich  $U$  nicht, falls Untergittermagnetisierungen  $M_A$  und  $M_B$  parallel zu  $B_{\text{ext}}$ :  $\chi_{\parallel}(0) = 0$
- für  $T > 0$  nimmt Suszeptibilität  $\chi_{\parallel}(T)$  mit  $T$  zu und erreicht bei  $T_N$  den Wert  $\chi_{\parallel}(T) = 1/|\gamma_{AB}|$

Ursache: immer mehr Spins werden thermisch aktiviert parallel zu  $B_{\text{ext}}$  ausgerichtet





## • Ferrimagnetismus

- „antiferromagnetische“ Ordnung von magnetischen Momenten unterschiedlicher Größe
- zwei Untergitter A,B mit entgegengesetzter Magnetisierung  $\mathbf{M}_A$  und  $\mathbf{M}_B$ :  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B \neq 0$
- Beispiel:  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  (Magnetit),
  - weitere Ferrite:  $\text{MFe}_2\text{O}_3$  ( $M=\text{Co}, \text{Ni}, \text{Zn}, \text{Mn}, \dots$ )
  - Granate, z.B.  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  (YIG)

- alle Austauschwechselwirkungen sind AFM

$$J_{AA}, J_{BB}, J_{AB} < 0$$

- aber:  $|J_{AA}|, |J_{BB}| \ll |J_{AB}| \rightarrow$  **antiparallele Ausrichtung von A und B Untergitter**

## • Beschreibung von Ferrimagnetismus mit Molekularfeldtheorie

- effektives Feld:  $B_A^{\text{eff}} = B_A^a + B_{\text{ext}} = \mu_0 \gamma_{AA} M_A + \mu_0 \gamma_{AB} M_B + B_{\text{ext}}$   $\rightarrow$
- $B_B^{\text{eff}} = B_B^a + B_{\text{ext}} = \mu_0 \gamma_{BB} M_B + \mu_0 \gamma_{AB} M_A + B_{\text{ext}}$   $\rightarrow$

$$\gamma_{AB} = \gamma_{BA} \gg \gamma_{AA}, \gamma_{BB}$$

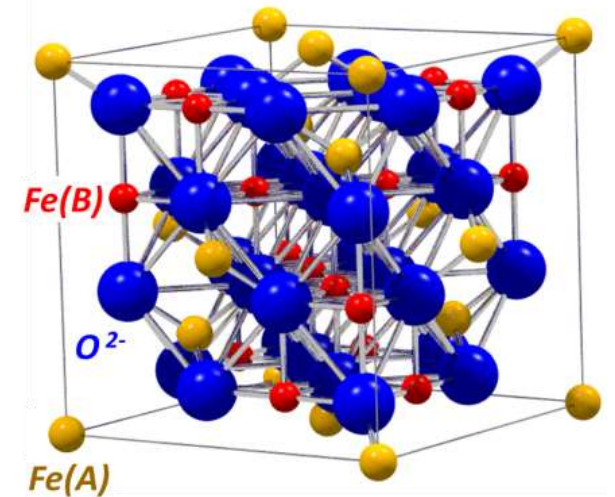
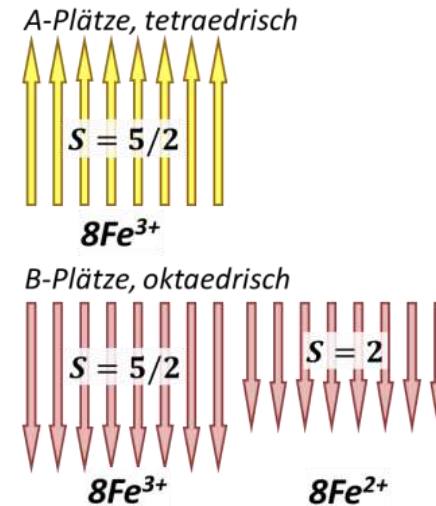
$$\mathbf{M}_A = \frac{C_A}{\mu_0 T} \mathbf{B}_A^{\text{eff}} = \frac{C_A}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_B)$$

$$\mathbf{M}_B = \frac{C_B}{\mu_0 T} \mathbf{B}_B^{\text{eff}} = \frac{C_B}{\mu_0 T} (\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mu_0 \gamma_{AB} \mathbf{M}_A)$$

- Lösung des gekoppelten Gleichungssystems für  $B_{\text{ext}} = 0$  ( $\gamma_{AA}, \gamma_{BB}, \gamma_{AB} < 0$ ):

$$T_C = |\gamma_{AB}| \sqrt{C_A C_B}$$

**ferrimagnetische Curie-Temperatur**



- Suszeptibilität von Ferrimagneten oberhalb von  $T_C$  ( $B_{\text{ext}} \neq 0$ ):

$$\chi = \mu_0 \left( \frac{\partial(M_A + M_B)}{\partial B_{\text{ext}}} \right)_{T,V} = \frac{(C_A + C_B)T - 2C_A C_B |\gamma_{AB}|}{T^2 - T_C^2}$$

(für  $\gamma_{AA} = \gamma_{BB} \approx 0$ )  $C_A = \chi_A/T$ ,  $C_B = \chi_B/T$

- Auftragen von  $\chi^{-1}$  gegen  $T$  ergibt keine Gerade mehr
- **Charakteristikum von Ferrimagnet**

- wichtiges Anwendungsgebiet: Hochfrequenzelektronik

## • Antiferromagnetismus

- entspricht Ferrimagnetismus mit  $\mathbf{M}_A = -\mathbf{M}_B$  und  $C_A = C_B = C$

$$T_N = |\gamma_{AB} - \gamma_{AA}| \sqrt{C_A C_B} = |\gamma_{AB} - \gamma_{AA}| C \quad \text{Néel-Temperatur}$$

- Suszeptibilität von Antiferromagneten oberhalb von  $T_N$  ( $B_{\text{ext}} \neq 0$ ):

$$\chi = \mu_0 \left( \frac{\partial M}{\partial B_{\text{ext}}} \right)_{T,V} = \frac{2C}{T - C(\gamma_{AB} + \gamma_{AA})} = \frac{2C}{T + \Theta}$$

**paramagnetische Néel-Temperatur**

$$\Theta = -(\gamma_{AB} + \gamma_{AA})C = |\gamma_{AB} + \gamma_{AA}|C$$

$$\frac{\Theta}{T_N} = \frac{|\gamma_{AB} + \gamma_{AA}|}{|\gamma_{AB} - \gamma_{AA}|}$$

- $\Theta > T_N$ , falls alle Kopplungen negativ (afm) sind
- nur wenn AA (übernächste Nachbar) Kopplung verschwindet, sind beide Temperaturen gleich

- Suszeptibilität von Antiferromagneten unterhalb von  $T_N$  ( $B_{\text{ext}} \neq 0$ ):

(i)  $B_{\text{ext}} \perp$  Spin-Richtung:  $\chi_{\perp} = 1/|\gamma_{AB}|$ , unabhängig von  $T$

(ii)  $B_{\text{ext}} \parallel$  Spin-Richtung:  $\chi_{\parallel} = 0$  @  $T = 0$   
 $\chi_{\parallel} \rightarrow 1/|\gamma_{AB}|$  für  $T \rightarrow T_N$

