



Physik der Kondensierten Materie 2

Rudolf Gross

SS 2021

Teil 25

Vorlesungsstunde: 31.05.2021-1

• *Supraleitung & Suprafluidität: wichtige Entdeckungen/Entwicklungen*

- 1908: Verflüssigung von Helium, 4.2 K (**Kamerlingh Onnes**)
- 1911: Entdeckung der Supraleitung (**Kamerlingh Onnes**)
- 1933: Meißner-Ochsenfeld-Effekt (Meißner & Ochsenfeld)
- 1935: London Theorie (phänomenologische Beschreibung der SL (Fritz & Heinz London))
- 1936: Typ-II Supraleitung (Shubnikov)
- 1939: Entdeckung von suprafluidem ^4He (**Kapitza**, Allen & Misener)
- 1952: Ginzburg-Landau-Theorie (**Ginzburg & Landau**)
- 1957: Abrikosov-Theory für Typ-II SL (**Abrikosov**)
- 1957: BCS Theorie (**Bardeen, Cooper & Schrieffer**)
- 1961: Entdeckung der Fluss-Quantisierung (Doll & Näbauer, Deaver & Fairbank)
- 1962: Vorhersage von Cooper-Paar Tunneln: Josephson-Effekt (**Josephson, Giaever**)
- 1966: Entwicklung von supraleitenden Quanteninterferometern (Clarke)
- 1971: Entdeckung von suprafluidem ^3He (**Lee, Richardson & Osheroff**)
- 1975: Theoretische Beschreibung von ^3He (**Leggett**)
- 1979: Entdeckung der Schwere-Fermionen-Supraleiter (Steglich)
- 1981: Entdeckung der organischen Supraleiter (Bechgaard)
- 1986: Entdeckung der Hochtemperatur-Supraleitung (**Bednorz & Müller**)
- 2006: Entdeckung der FeAs-Supraleiter (Hosono)

Blau:
Nobelpreisträger



• *Supraleitende Materialien und Sprungtemperaturen*

- tausende von supraleitenden Materialien bekannt

Elemente, Legierungen, Schwere-Fermionen-SL, organische Supraleiter, supraleitende Oxide, Eisen-Pniktide,

- höchste Sprungtemperatur: $T_c = 135$ K (HgTlBaCaCuO), $T_c = 165$ K (HgBaCaCuO @ 30 GPa)

$$T_c = 201 \text{ K (H}_2\text{S @ } p = 155 \text{ GPa),}$$

$$T_c = 250 \text{ K (Lanthanhydrid @ } p = 170 \text{ GPa),}$$

$$T_c = 288 \text{ K (CH}_8\text{S @ } p = 267 \text{ GPa)}$$

• *Grundlegende Eigenschaften*

a. *perfekte Leitfähigkeit* (Supraleitfähigkeit):

$$\rightarrow \sigma \rightarrow \infty, \rho \rightarrow 0$$

b. *perfekter Diamagnetismus* (Feldverdrängung, Meißner-Ochsenfeld-Effekt)

→ perfekter Diamagnetismus:

$$\chi \rightarrow -1, \quad M = -H_{\text{ext}}, \quad B_i = \mu_0(H_{\text{ext}} + M) = \mu_0 H_{\text{ext}}(1 + \chi) \rightarrow 0$$

c. *kritisches Magnetfeld* B_{cth}

→ perfekte Feldverdrängung nur bis zu kritischem Magnetfeld B_{cth}

→ geleistete Verdrängungsarbeit $W/V = \int_0^{B_{\text{cth}}} \mu_0 M dH_{\text{ext}} = \frac{B_{\text{cth}}^2}{2\mu_0} = \text{Kondensationsenergie}$

→ empirische Temperaturabhängigkeit $B_{\text{cth}}(T) = B_{\text{cth}}(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$

Kapitel 13

Supraleitung



www

13.1.4 Grundlegende Eigenschaften von SL

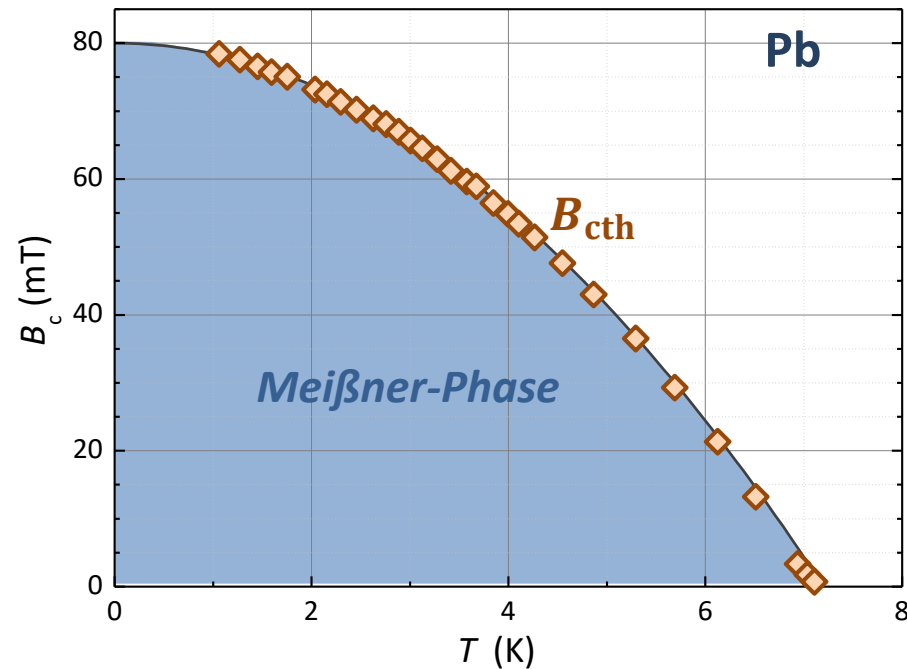
- **Supraleitende Materialsysteme zeigen folgende grundlegenden Phänomene**
 - I. **perfekte Leitfähigkeit („Supraleitung“)**
 - II. **perfekte Feldverdrängung/idealer Diamagnetismus („Meißner-Ochsenfeld-Effekt“)**
 - III. **kritisches Magnetfeld**
 - ➔ IV. Typ-I und Typ-II Supraleitung**
 - V. **Fluxoid- bzw. Fluss-Quantisierung**
 - VI. **Josephson-Effekt**

WMI

13.1.4 Grundlegende Eigenschaften von SL

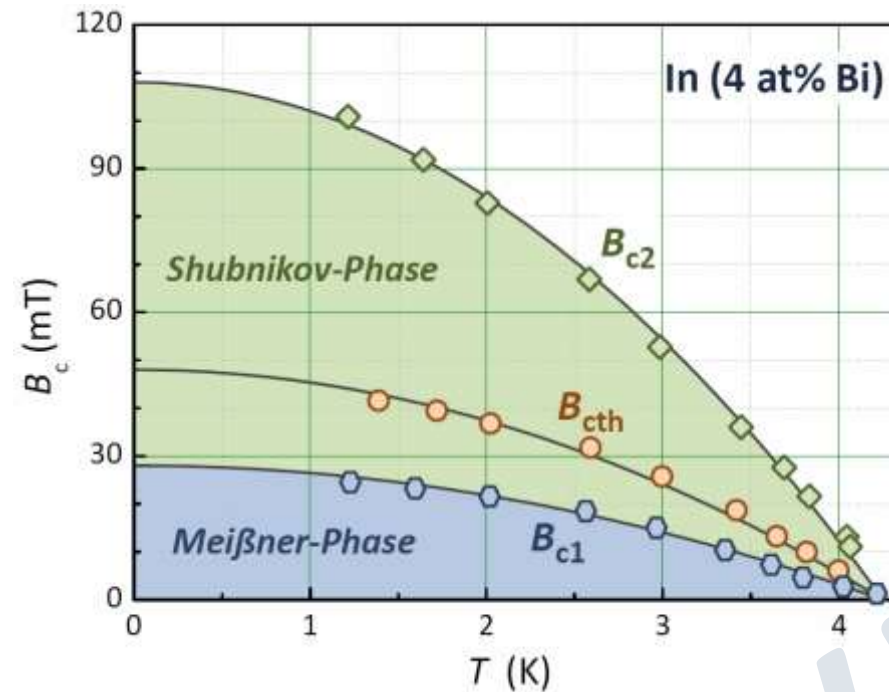
IV. Typ-I und Typ-II Supraleitung (Shubnikov, 1936)

Typ-I Supraleiter



- Meißner-Phase für $B_{\text{ext}} < B_{\text{cth}}$
- keine Shubnikov-Phase

Typ-II Supraleiter



- Meißner-Phase für $B_{\text{ext}} < B_{c1}$
- Shubnikov-Phase oder Mischzustand für $B_{c1} < B_{\text{ext}} < B_{c2}$

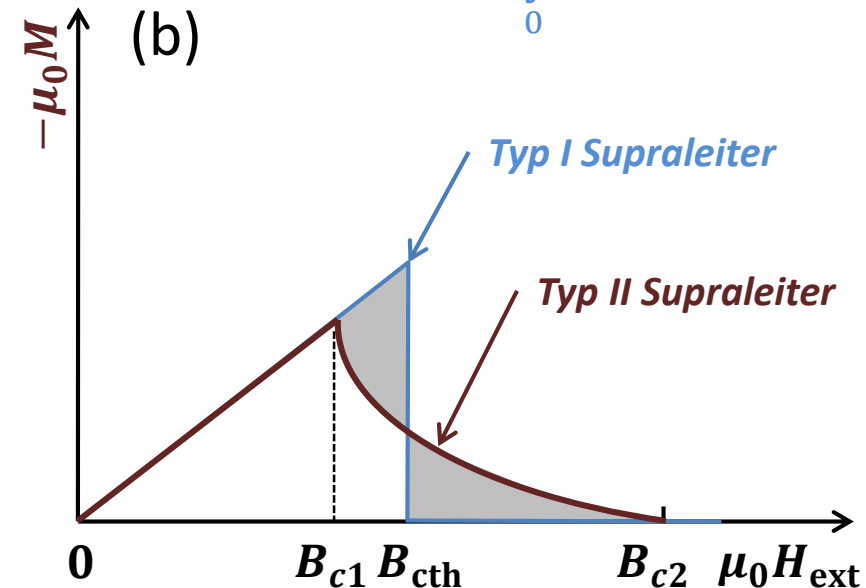
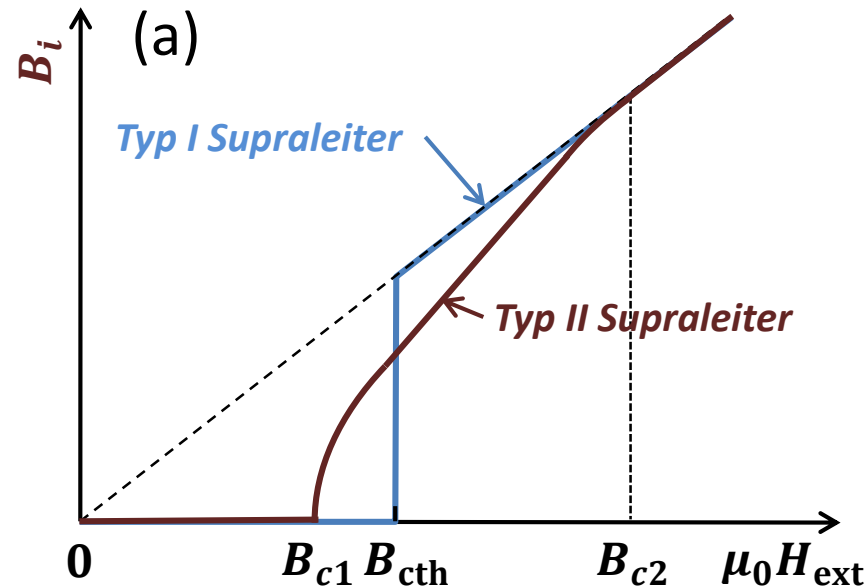
zwei kritische Felder B_{c1}, B_{c2} : $B_{c1} < B_{\text{cth}} < B_{c2}$

13.1.4 Grundlegende Eigenschaften von SL

IV. Typ-I und Typ-II Supraleitung

Für Typ-I und Typ-II SL mit gleicher Kondensationsenergie gilt:

$$\int_0^{B_{cth}} \mu_0 M \, dH_{ext} = \int_0^{B_{c2}} \mu_0 M \, dH_{ext}$$



Warum verhalten sich manche Supraleiter als Typ-I und manche als Typ-II Supraleiter?
Wie sieht die räumliche Verteilung des magnetischen Flusses in der Shubnikov-Phase aus?

→ **Beantwortung im Rahmen der Ginzburg-Landau Theorie**

V. Fluxoid- und Fluss-Quantisierung

- Entdeckung 1961 durch
 - **Robert Doll** und **Martin Näbauer** (WMI)
 - **B.S. Deaver** und **W.M. Fairbanks** (Stanford University)

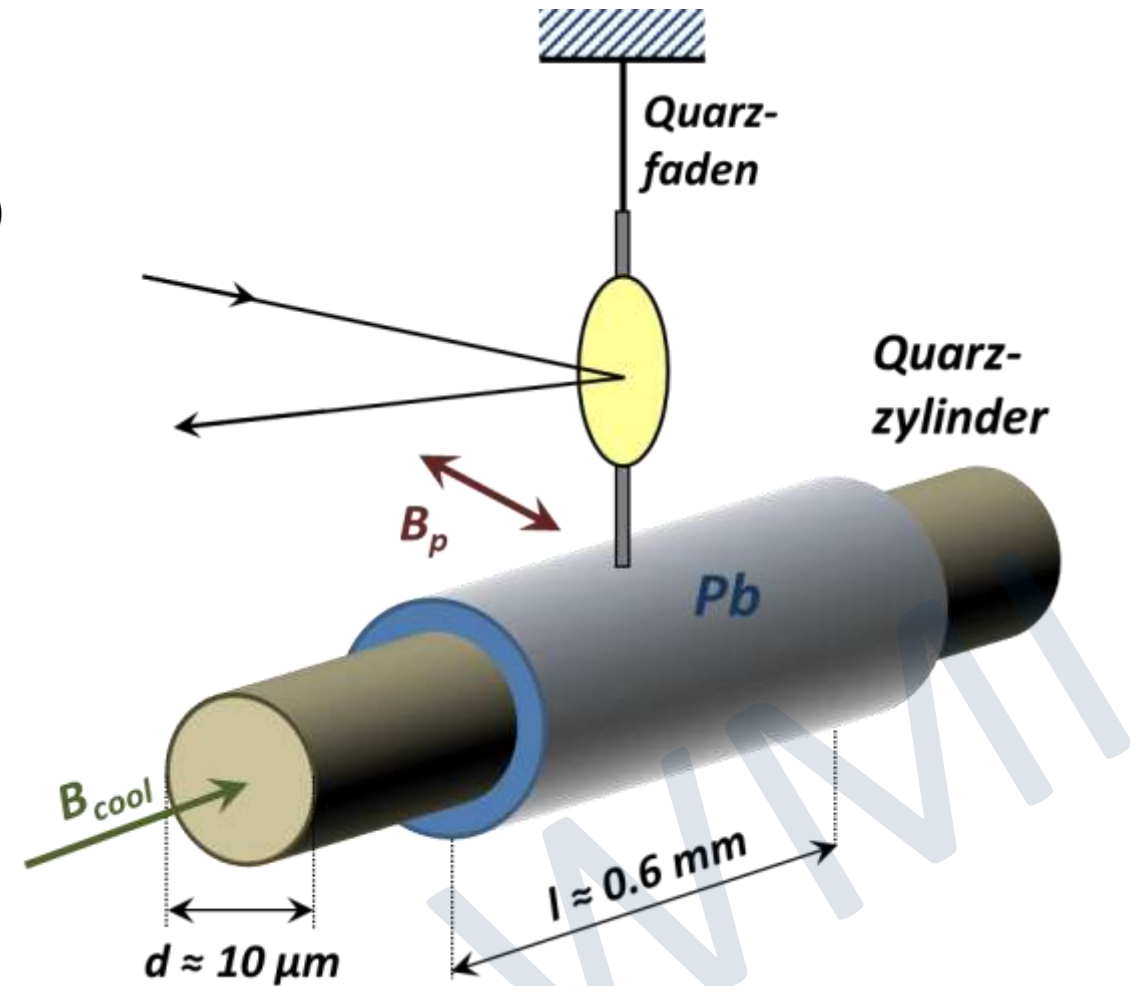
– Experiment von Doll und Näbauer (WMI)

- Einfrieren von magnetischem Fluss in Hohlzylinder
- erzeuge Drehmoment $\mathbf{D} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_p$ durch Feld \mathbf{B}_p
- erhöhe Empfindlichkeit durch Resonanztechnik

- Zahl der eingefrorenen Fluss-Quanten:

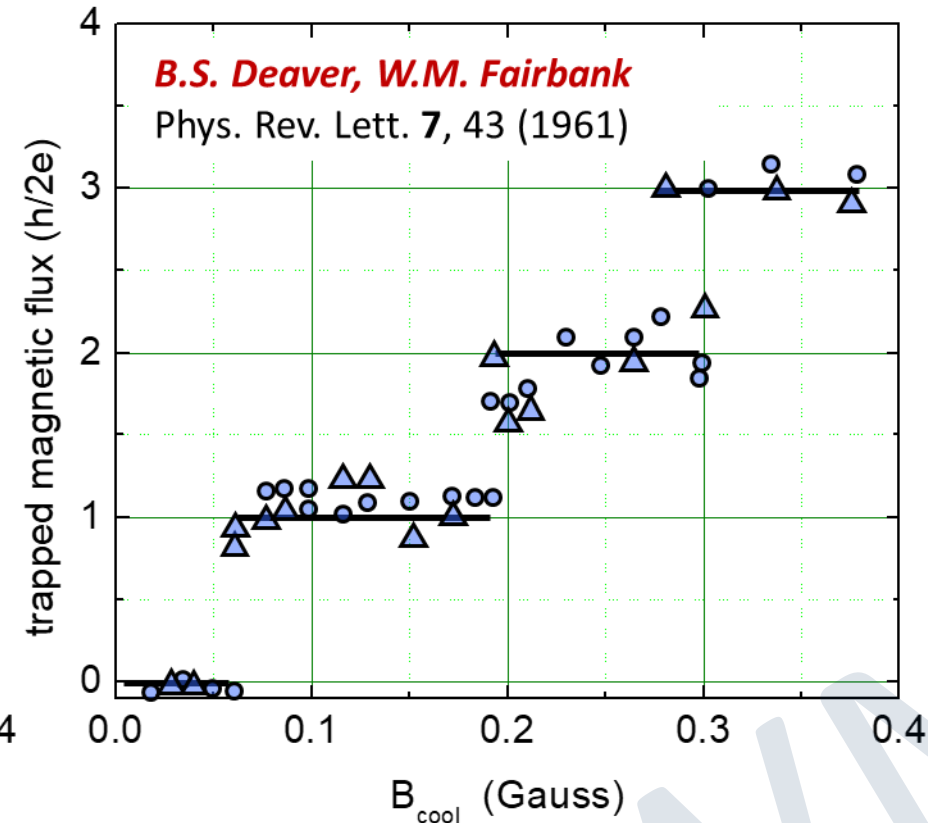
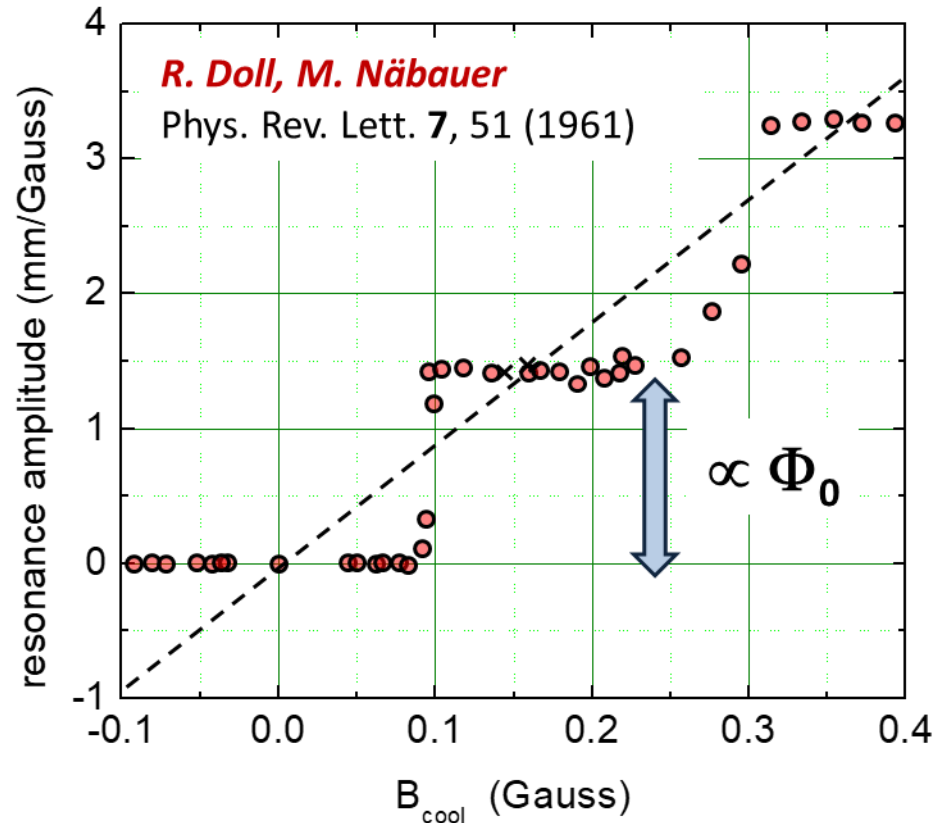
$$N = B_{\text{cool}} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 / \Phi_0$$

$$N \simeq 1 @ B_{\text{cool}} = 10^{-5} \text{ T}, d = 10 \mu\text{m}$$



13.1.4 Grundlegende Eigenschaften von SL

V. Fluxoid- und Fluss-Quantisierung



$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.067\,833\,831(13) \times 10^{-15} \text{ Vs}$$

→ *experimenteller Beleg für Existenz von Cooper-Paaren*

Vorhersage durch F. London: h/e

„Paarweise im Fluss“, D. Einzel, R. Gross, Physik Journal 10, No. 6, 45-48 (2011)

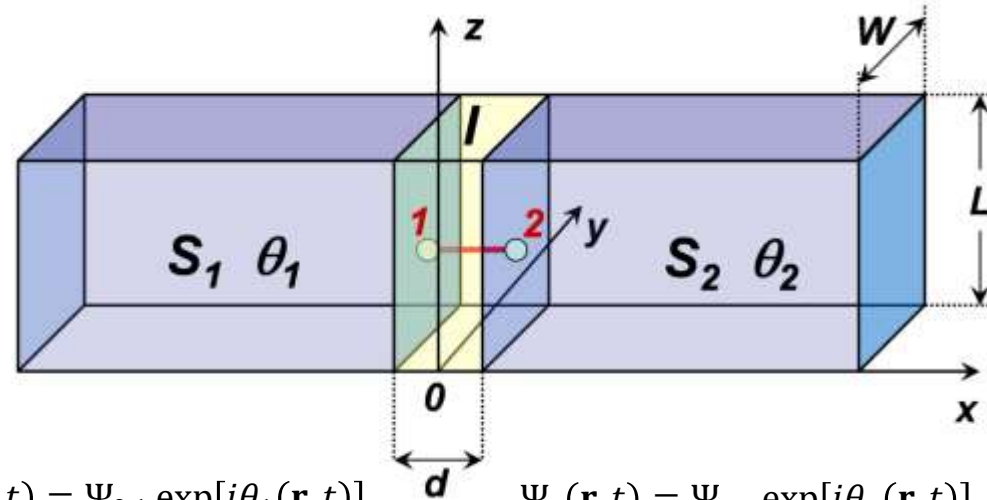
13.1.4 Grundlegende Eigenschaften von SL

VI. Josephson-Effekt

- zwei schwach gekoppelte Supraleiter



Brian D. Josephson
(geb. 1940)



$$\Psi_1(\mathbf{r}, t) = \Psi_{0,1} \exp[i\theta_1(\mathbf{r}, t)]$$

$$\Psi_2(\mathbf{r}, t) = \Psi_{0,2} \exp[i\theta_2(\mathbf{r}, t)]$$

1. Josephson Gleichung: $J_s(\varphi) = J_c \sin \varphi$

2. Josephson Gleichung:
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\ell$$

Spannung

$$\varphi = \theta_2 - \theta_1$$

13.2 Thermodynamische Eigenschaften

Wie können wir den supraleitenden Zustand mit grundlegenden thermodynamischen Beziehungen beschreiben?

- 1924: **W. H. Keesom** versucht, den supraleitenden Zustand mit den Gesetzen der Thermodynamik zu beschreiben
 → **Supraleitung scheinbar keine thermodynamische Phase**
 (wenn man nur perfekte Leitfähigkeit kennt)
- 1933: **Meißner & Ochsenfeld** entdecken perfekten Diamagnetismus
 → **Supraleitung ist thermodynamische Phase**
- **grundlegende thermodynamischen Beziehungen:**

➤ thermodynamische Größen (*Entropie S , Volumen V , magnetisches Moment m*)

$$-\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{p,B} = S \qquad \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_{T,B} = V \qquad -\left(\frac{\partial G}{\partial B}\right)_{p,T} = m$$

➤ Wärmekapazität

$$c_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{p,B} = -T \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_{p,B}$$

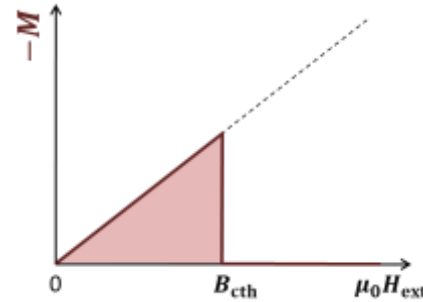
wenn wir $G(T, p, B)$ kennen,
können wir S, m und c_p ableiten

13.2.1 Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

Wie groß ist der Unterschied der freien Enthalpiedichten zwischen supraleitendem und normalleitendem Zustand?

- für $B_{\text{ext}} < B_{\text{cth}}$ gilt:

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} = -\mathbf{H}_{\text{ext}} = -\frac{\mathbf{B}_{\text{ext}}}{\mu_0}$$



- Differenzial der **freien Enthalpie**:

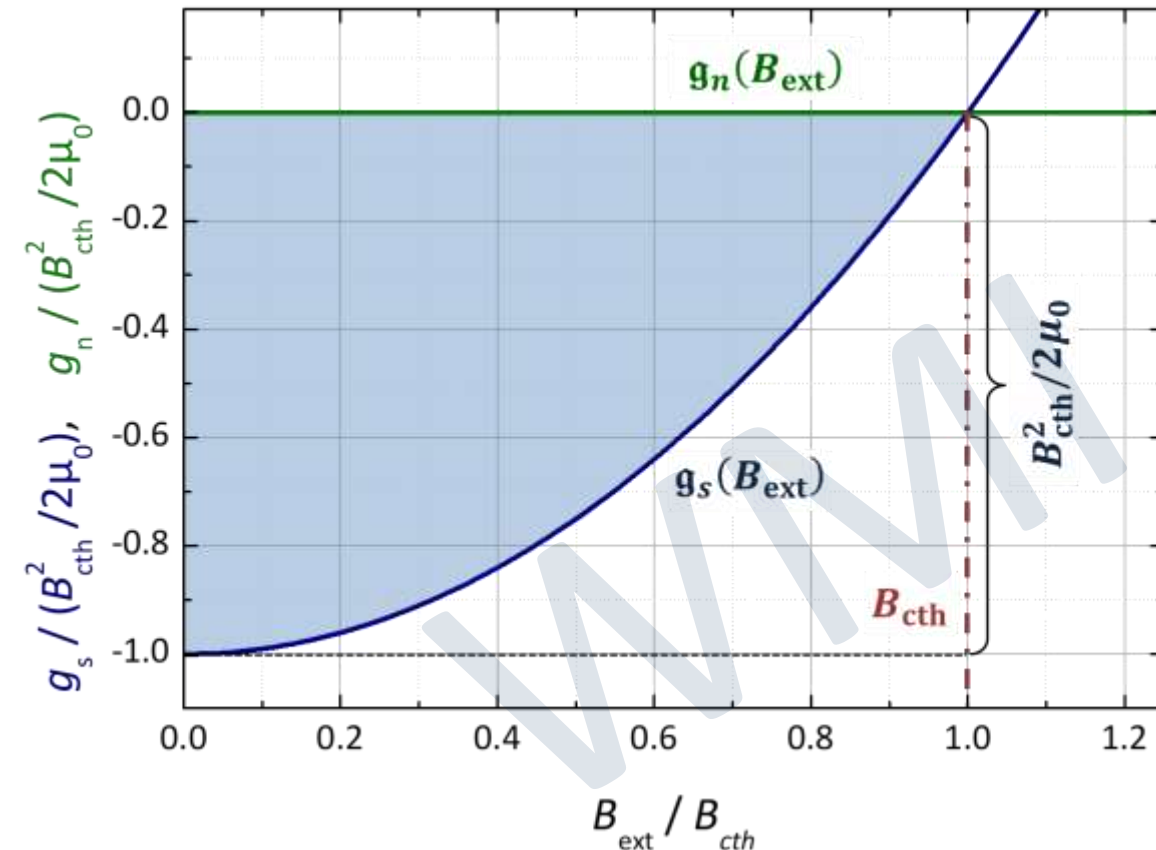
$$dG = -SdT + Vdp - \mathbf{m} \cdot d\mathbf{B}_{\text{ext}} = -\mathbf{m} \cdot d\mathbf{B}_{\text{ext}} \\ @ p = \text{const.}, T = \text{const.}$$

- mit $\mathbf{m} = -V\mathbf{B}_{\text{ext}}/\mu_0$ folgt für sl Zustand:

$$dG_s = \frac{V}{\mu_0} B_{\text{ext}} dB_{\text{ext}} \quad d\mathcal{G}_s = dG_s/V$$

- Integration ergibt:

$$\mathcal{G}_s(B_{\text{ext}}, T) - \mathcal{G}_s(0, T) = \frac{1}{\mu_0} \int_0^{B_{\text{ext}}} B' dB' = \frac{B_{\text{ext}}^2}{2\mu_0}$$



13.2.1 Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

Differenz der Enthalpiedichten im S- und N-Zustand

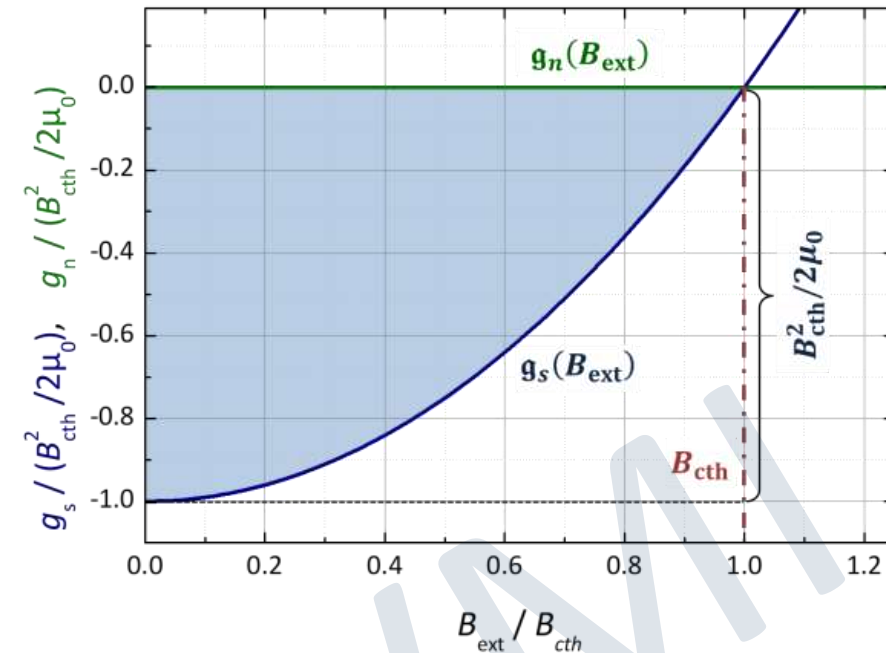
- für normalleitende Metalle gilt: $G_n(B_{\text{ext}}) \simeq G_n(0)$, da die Paulische Spin-Suszeptibilität klein ist
- für $B_{\text{ext}} = B_{\text{cth}}$ gilt für die Enthalpiedichten

$$g_s(B_{\text{cth}}, T) = g_n(B_{\text{cth}}, T) = g_n(0, T)$$

$$\Delta g(T) = g_n(0, T) - g_s(0, T) = g_s(B_{\text{cth}}, T) - g_s(0, T) = \frac{B_{\text{cth}}^2(T)}{2\mu_0}$$

$$\rightarrow \Delta g(T) = \frac{B_{\text{cth}}^2(T)}{2\mu_0}$$

die beim Übergang in den supraleitenden Zustand gewonnene **Kondensationsenergie** entspricht gerade der **Feldverdrängungsarbeit**, die zur Verdrängung von B_{cth} aufgebracht werden muss



13.2.1 Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

Temperaturabhängigkeit der Enthalpiedichten g_n und g_s

- für Metall gilt für Entropiedichte $s_n \propto T$

$$g_n(T) = - \int_0^T s_n(T') dT' \propto T^2$$

$$g_s(T) = g_n(T) - \Delta g(T)$$

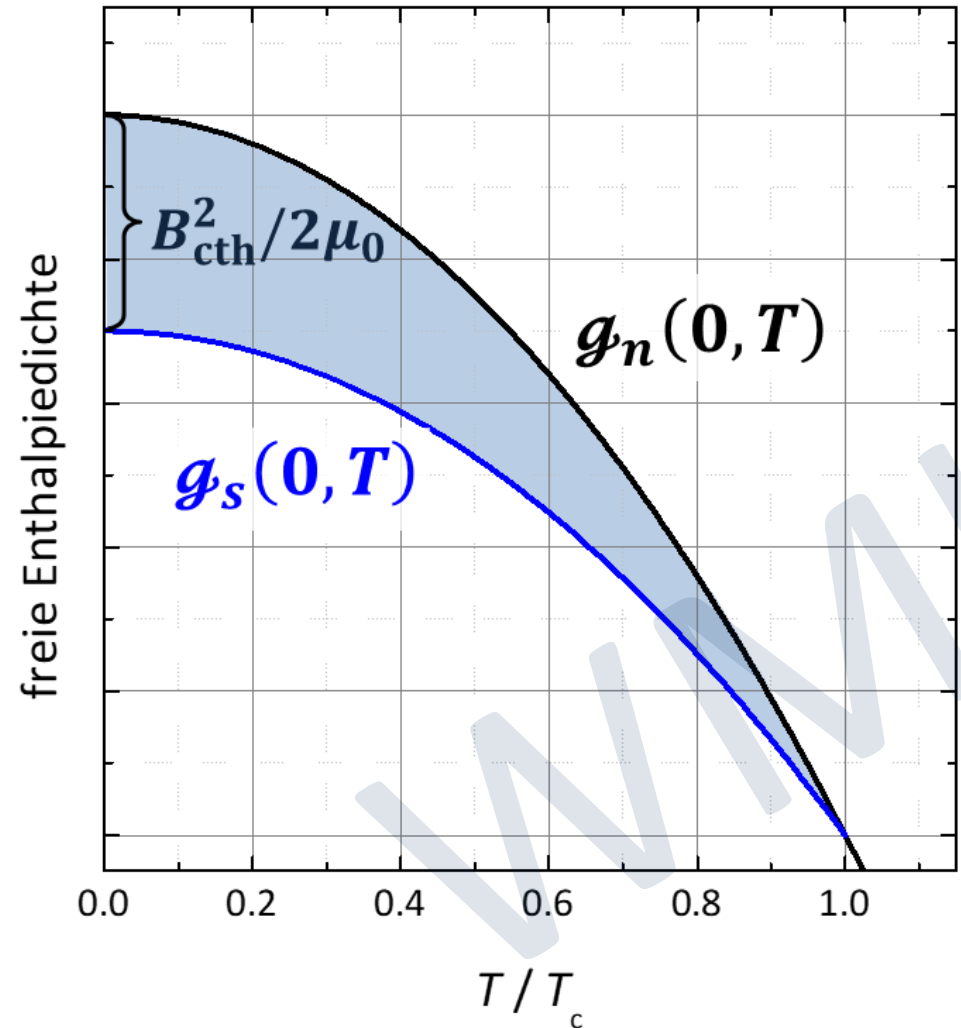
$$\rightarrow g_s(T) = g_n(T) - \frac{B_{\text{cth}}^2(T)}{2\mu_0}, \quad \Delta g(T) = \frac{B_{\text{cth}}^2(T)}{2\mu_0}$$

- Temperaturabhängigkeit von B_{cth} :

$$B_{\text{cth}}(T) = B_{\text{cth}}(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$

(empirische Beziehung, Berechnung im Rahmen der BCS-Theorie)

- **Berechnung von Entropiedichte s_s und spezifischer Wärme c_p durch Ableitung von g_s nach T**



13.2.1 Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

Temperaturabhängigkeit der Entropiedichte $s_s = S_s/V$

– mir benutzen die allgemeine Beziehung

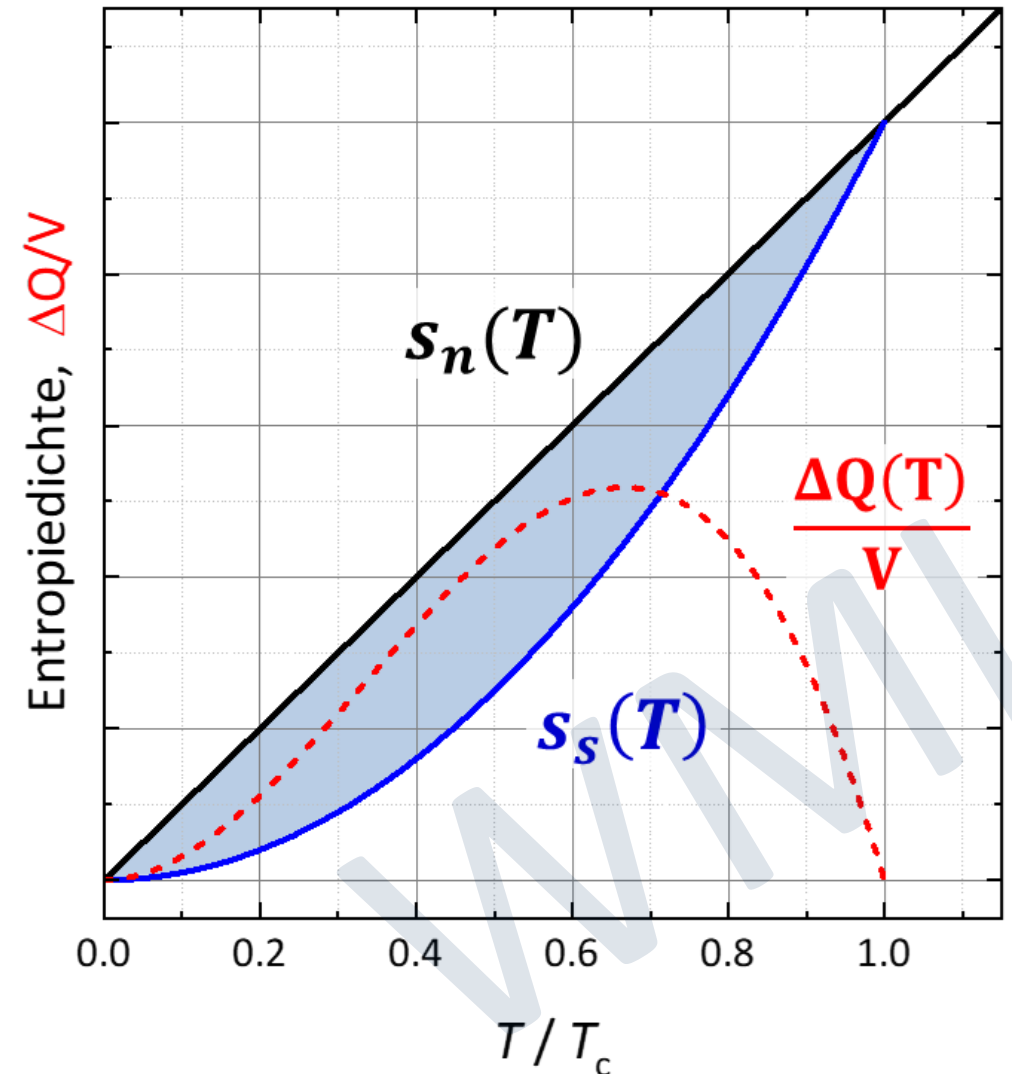
$$s_{s,n}(T) = - \left(\frac{\partial \mathcal{G}_{s,n}}{\partial T} \right)_{p, B_{\text{ext}}}$$

$$\Delta s(T) = s_n(T) - s_s(T) = - \left(\frac{\partial \Delta \mathcal{G}(T)}{\partial T} \right)_{p, B_{\text{ext}}}$$

– mit $\Delta \mathcal{G}(T) = \frac{B_{\text{cth}}^2(T)}{2\mu_0}$ erhalten wir

$$\Delta s(T) = - \frac{B_{\text{cth}}}{\mu_0} \frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T}$$

mit $B_{\text{cth}}(T) = B_{\text{cth}}(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$



13.2.1 Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

Diskussion der Temperaturabhängigkeit der Entropiedichtedifferenz Δs

$$\Delta s(T) = -\frac{B_{\text{cth}}}{\mu_0} \frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \quad \text{mit } B_{\text{cth}}(T) = B_{\text{cth}}(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$$

i. $T \rightarrow T_c$:

$B_{\text{cth}} \rightarrow 0$ und deshalb $\Delta s \rightarrow 0$ und $\frac{\Delta Q}{V} = T_c \Delta s \rightarrow 0$
(keine Umwandlungswärme, PÜ 2. Ordnung)

ii. $T \rightarrow 0$:

$\frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \rightarrow 0$ und deshalb $\Delta s \rightarrow 0$ gemäß 3. Hauptsatz

iii. $0 < T < T_c$:

$\frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} > 0$ und $B_{\text{cth}} > 0 \rightarrow \Delta s > 0$

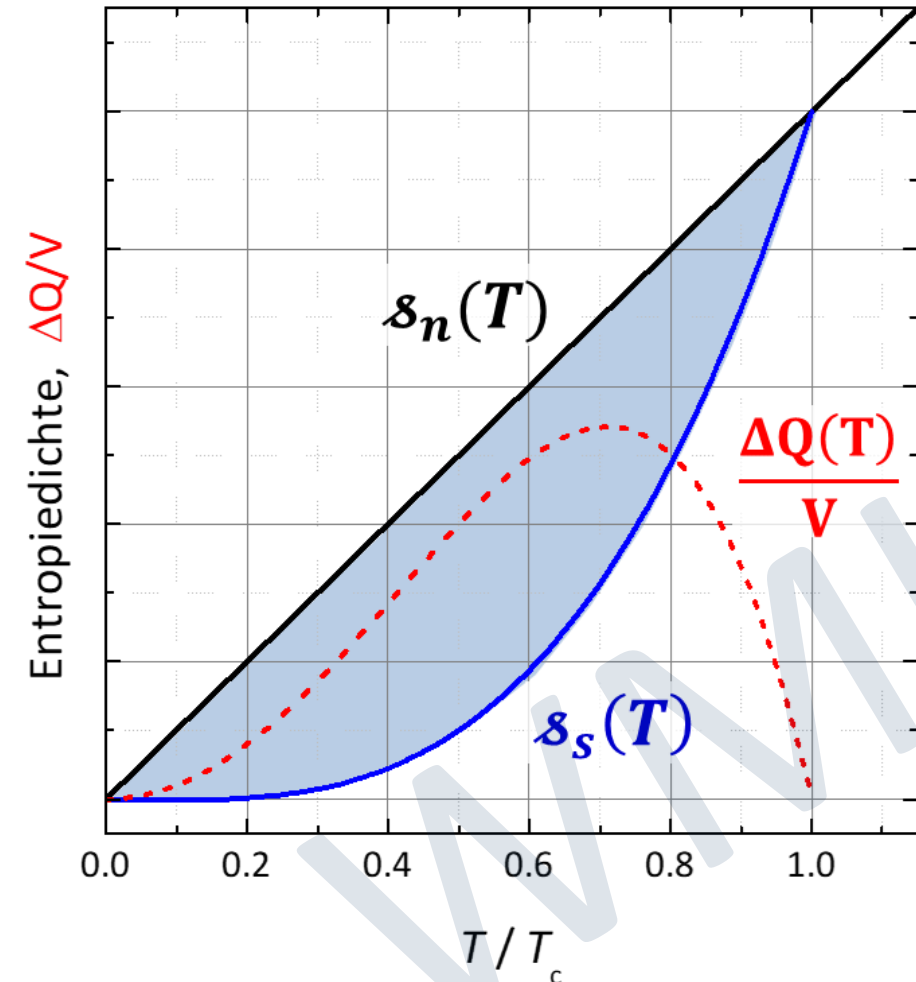
→ Entropiedichte in N-Phase größer als in S-Phase

→ S-Zustand ist derjenige mit größerer Ordnung

→ Korrelation der Elektronen zu Cooper-Paaren

da $\Delta s > 0$ ist auch $\frac{\Delta Q}{V} = T_c(B_{\text{ext}}) \Delta s > 0$

(endliche Umwandlungswärme, PÜ 1. Ordnung)



13.2.1 Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme $c_s = C_s/V$

- mir benutzen die allgemeine Beziehung

$$c_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{p, B_{\text{ext}}} = -T \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_{p, B_{\text{ext}}}$$

Rutgers-Formel



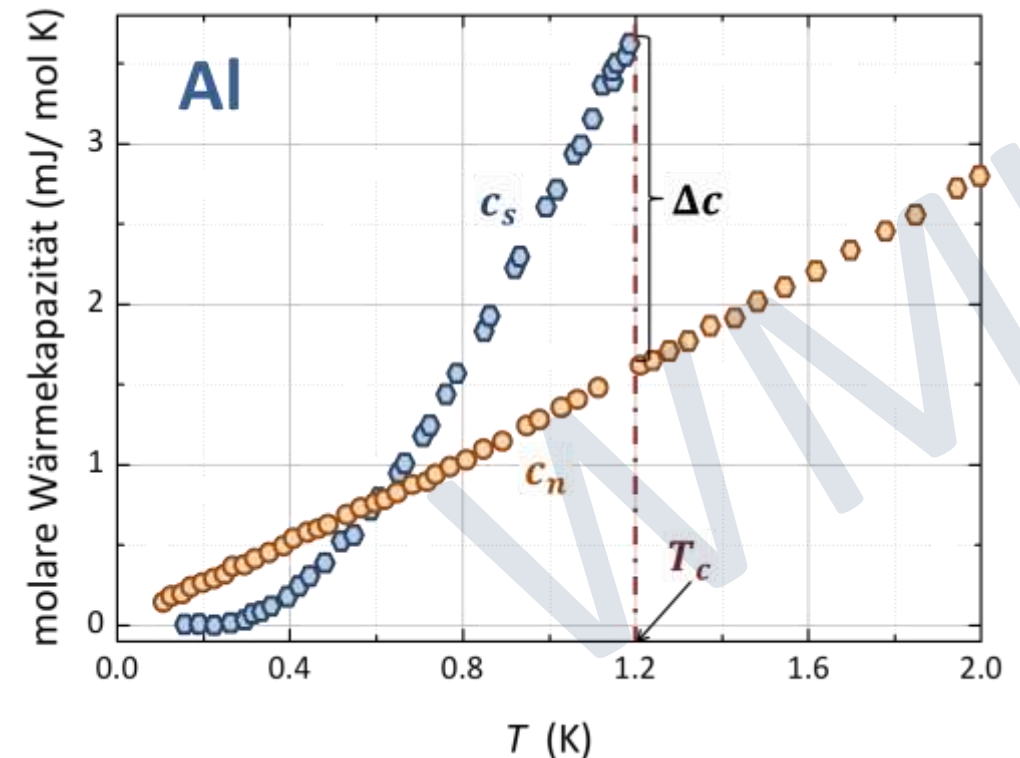
$$\Delta c = c_n(T) - c_s(T) = -\frac{T}{\mu_0} \left[B_{\text{cth}} \frac{\partial^2 B_{\text{cth}}}{\partial T^2} + \left(\frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \right)^2 \right]$$

und $\Delta \varphi = \varphi_n(T) - \varphi_s(T) = \frac{B_{\text{cth}}^2(T)}{2\mu_0}$

- Sprung der spezifischen Wärme bei $T = T_c$

$$\Delta c_{T=T_c} = -\frac{T_c}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \right)_{T=T_c}^2$$

- stimmt mit Experiment meist gut überein
- $c_s = c_n$ bei der Temperatur, für die $\Delta s = s_n - s_s = \max$



13.2.1 Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

Bestimmung des Sommerfeld-Koeffizienten γ aus Messung von $B_{\text{cth}}(0)$

- für $T \ll T_c$ können wir c_s gegen c_n vernachlässigen
- wir benutzen ferner $c_n = \gamma \cdot T$ (γ = Sommerfeld-Koeffizient)

$$\rightarrow \gamma = \frac{\Delta c}{T} = -\frac{1}{\mu_0} \left[B_{\text{cth}} \frac{\partial^2 B_{\text{cth}}}{\partial T^2} + \left(\frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \right)^2 \right] \approx -\frac{1}{\mu_0} B_{\text{cth}} \frac{\partial^2 B_{\text{cth}}}{\partial T^2}$$

$B_{\text{cth}} \frac{\partial^2 B_{\text{cth}}}{\partial T^2} \gg \left(\frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \right)^2$

- mit $B_{\text{cth}}(T) = B_{\text{cth}}(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$ erhalten wir $\frac{\partial^2 B_{\text{cth}}}{\partial T^2} = -2B_{\text{cth}}(0)/T_c^2$ und somit:

$$\gamma = \frac{4}{T_c^2} \frac{B_{\text{cth}}^2(0)}{2\mu_0}$$

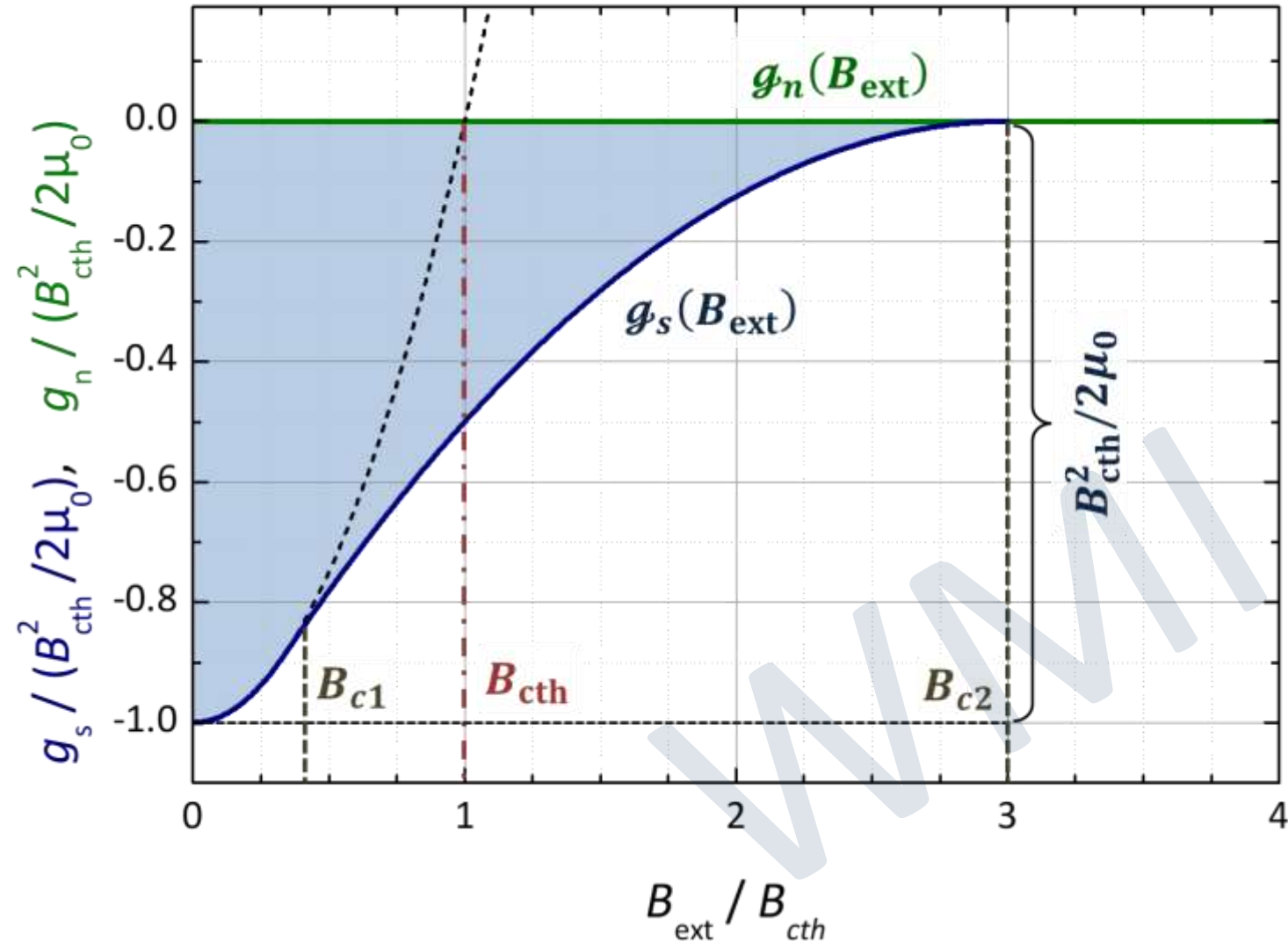
→ durch Messung von T_c und $B_{\text{cth}}(0)$ kann γ und damit Zustandsdichte bei Fermi-Energie $D(E_F)$ bestimmt werden

$$\gamma = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 \frac{D(E_F)}{V}$$

13.2.2 Typ-II Supraleiter im Magnetfeld

Thermodynamische Eigenschaften von Typ-II Supraleiter

- $B_{\text{ext}} < B_{c1}$ (**Meißner-Phase**):
gleiches Verhalten von Typ-I- und Typ-II Supraleitern
- $B_{c1} < B_{\text{ext}} < B_{c2}$ (**Shubnikov-Phase**):
unterschiedliches Verhalten von Typ-I und Typ-II-Supraleitern
→ genauer Verlauf von $g_s(T, B_{\text{ext}})$ hängt von Details ab



- **Grundlegende Eigenschaften**

- d. **Typ-I und Typ-II Supraleitung**, Shubnikov-Phase

- ➔ Typ-I Supraleiter zeigen perfekte Feldverdrängung für $B_{\text{ext}} \leq B_{\text{cth}}$

- ➔ Typ-II Supraleiter zeigen Mischzustand mit nur partieller Feldverdrängung in Feldbereich $B_{c1} < B_{\text{ext}} < B_{c2}$ wobei $B_{c1} < B_{\text{cth}} < B_{c2}$

- e. **Fluss-Quantisierung:**

- ➔ der in einem supraleitendem Hohlzylinder eingefangene magnetische Fluss ist quantisiert

$$\Phi = n \cdot \Phi_0, \quad \Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.067\,833\,636(81) \times 10^{-15} \text{ Vs}$$

- f. **Josephson-Effekt:**

- ➔ Suprastrom zwischen schwach gekoppelten Supraleitern (Tunneln von Cooper-Paaren)

$$\text{Josephson-Gleichungen: } J_s = J_c \sin \varphi, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{2eU}{\hbar} \quad (\varphi = \text{Phasendifferenz})$$



• Thermodynamische Eigenschaften von SL

- geeignetes thermodynamisches Potenzial: **freie Enthalpie** G_s , **freie Enthalpiedichte** $g_s = G_s/V$

$$dG_s = -SdT + Vdp - \mathbf{m} \cdot d\mathbf{B}_{\text{ext}} \quad (\text{unabhängige Variablen: } T, p, B_{\text{ext}}), \quad \mathbf{m} = V \mathbf{M}$$

- thermodynamische Größen (*Entropie, Volumen, magnetisches Moment*)

$$-\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{p,B} = S \quad \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_{T,B} = V \quad -\left(\frac{\partial G}{\partial B}\right)_{p,T} = m \quad \Rightarrow \quad c_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{p,B} = -T \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_{p,B} \text{ Wärmekapazität}$$

• Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

- $B_{\text{ext}} < B_{\text{cth}}$: $\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} = -\mathbf{H}_{\text{ext}} = -\frac{\mathbf{B}_{\text{ext}}}{\mu_0}$

- Differenzial der freien Enthalpie: $dG_s = -SdT + Vdp - \mathbf{m} \cdot d\mathbf{B}_{\text{ext}} = -\mathbf{m} \cdot d\mathbf{B}_{\text{ext}}$
@ $p = \text{const.}, T = \text{const.}$

mit $m = -VB_{\text{ext}}/\mu_0$ folgt: $d g_s = -\mathbf{M} \cdot d\mathbf{B}_{\text{ext}} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_{\text{ext}} \cdot d\mathbf{B}_{\text{ext}}$

- Integration ergibt: $g_s(B_{\text{cth}}, T) - g_s(0, T) = \int_0^{B_{\text{cth}}} B' dB' = B_{\text{cth}}^2/2\mu_0$

$\Rightarrow \Delta g(T) = g_n(0, T) - g_s(0, T) = B_{\text{cth}}^2(T)/2\mu_0$ **Kondensationsenergiedichte**

- Entropiedichte:

$$\Delta s(T) = s_n(T) - s_s(T) = -\left(\frac{\partial \Delta g}{\partial T}\right)_{p, B_{\text{ext}}} = -\frac{B_{\text{cth}}}{\mu_0} \frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \begin{cases} - T \rightarrow T_c: & B_{\text{cth}} \rightarrow 0 & \rightarrow \Delta s \rightarrow 0 \text{ und } \frac{\Delta Q}{V} = T_c \Delta s \rightarrow 0 \\ - T \rightarrow 0: & \frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \rightarrow 0 & \rightarrow \Delta s \rightarrow 0 \text{ gemäß 3. Hauptsatz} \\ - 0 < T < T_c: & \frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} > 0 & \rightarrow \Delta s > 0, \text{ d.h. } s_n > s_s \end{cases}$$

• Typ-I Supraleiter im Magnetfeld

– Wärmekapazität: aus $\Delta\varphi(T) = \varphi_n(0, T) - \varphi_s(0, T) = B_{\text{cth}}^2/2\mu_0$ und $c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_{p, B_{\text{ext}}} = -T \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial T^2}\right)_{p, B_{\text{ext}}}$ folgt

$$\Delta c = c_n - c_s = -\frac{T}{\mu_0} \left[B_{\text{cth}} \frac{\partial^2 B_{\text{cth}}}{\partial T^2} + \left(\frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \right)^2 \right] \quad \text{Rutgers-Formel}$$

• $T = T_c$: Sprung der spezifischen Wärme

$$\Delta c_{T=T_c} = (c_n - c_s)_{T=T_c} = -\frac{T_c}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_{\text{cth}}}{\partial T} \right)_{T=T_c}^2$$

• $T \ll T_c$: Bestimmung des Sommerfeld-Koeffizienten $\gamma = \frac{c_n}{T} \approx \frac{\Delta c}{T}$

$$\gamma \approx \frac{\Delta c}{T} = -\frac{1}{\mu_0} B_{\text{cth}} \frac{\partial^2 B_{\text{cth}}}{\partial T^2} = \frac{2}{\mu_0} \frac{B_{\text{cth}}(0)}{T_c^2}$$

aus T_c und $B_{\text{cth}}(T=0)$ kann γ bestimmt werden:

$$\gamma = \frac{4}{T_c^2} \frac{B_{\text{cth}}^2(0)}{2\mu_0} = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 \frac{D(E_F)}{V}$$

• Typ-II Supraleiter im Magnetfeld

- gleiches Verhalten wie Typ-I SL für $B_{\text{ext}} < B_{c1}$ (Meißner-Phase)
- für $B_{c1} < B_{\text{ext}} < B_{c2}$ (Shubnikov-Phase) etwas komplexeres Verhalten

