



Physik der Kondensierten Materie 2

Rudolf Gross

SS 2021

Teil 5

Vorlesungsstunde: 19.04.2021-1

Ladungsträgerdichte von intrinsischen Halbleitern

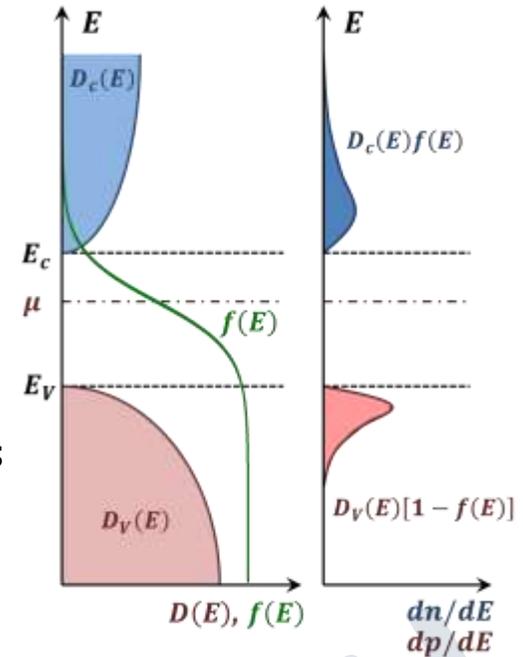
$$n_c = 2 \underbrace{\left(\frac{2m_{e,DOS}^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}}}_{n_c^{\text{eff}}} e^{-(E_c - \mu)/k_B T}$$

$$p_v = 2 \underbrace{\left(\frac{2m_{h,DOS}^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}}}_{p_v^{\text{eff}}} e^{-(\mu - E_v)/k_B T}$$

- Produkt $n_c \cdot p_v \propto \exp(E_g/k_B T)$ ist unabhängig von μ , minimal für $n_c = p_v$
- Neutralitätsbedingung: $n_c = p_v$

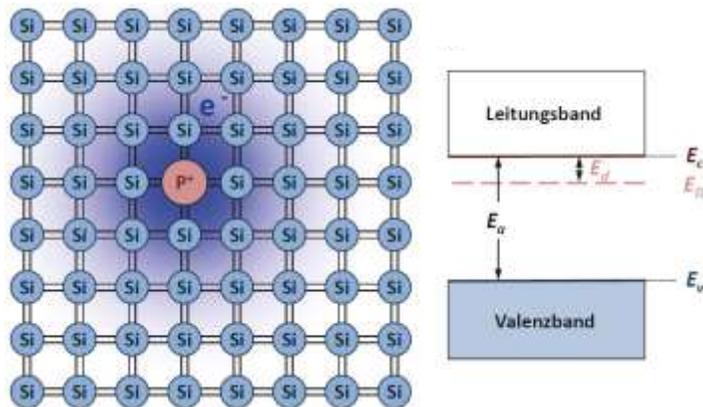
→ chemisches Potenzial: $\mu = E_v + \frac{1}{2} E_g + \frac{3}{4} k_B T \ln \left(\frac{m_{h,DOS}^*}{m_{e,DOS}^*} \right)$ in Bandmitte, falls $m_{h,DOS}^* = m_{e,DOS}^*$

- intrinsische LT-Dichte: $n_i = \sqrt{n_c \cdot p_v} = \sqrt{n_c^{\text{eff}} p_v^{\text{eff}}} e^{-E_g/2k_B T}$



Bindungsenergie von Elektronen und Löchern in Donatoren und Akzeptoren

Bindungsenergie des zusätzlichen Elektrons an Donatoratom: **Wasserstoffatom-Modell**



$$E_{n,d} = \frac{m_e^* e^4}{2(4\pi\epsilon_0 \hbar)^2} \frac{1}{n^2}$$

- abgeschirmtes Coulomb-Potenzial
- effektive Masse

$\epsilon_{Si} = 11.7, \epsilon_{Ge} = 15.8,$
 $m_e^* < m_e$

→ $E_{1,d} = E_1 \approx 10 - 100 \text{ meV}$

- **Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerdichte in dotierten HL**

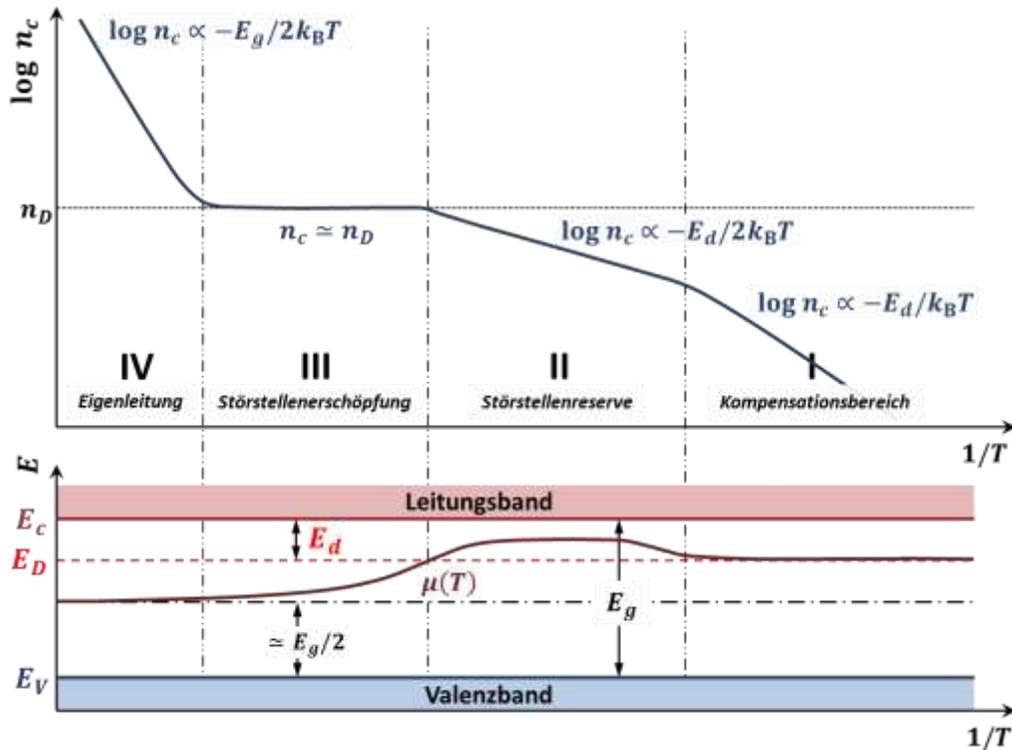
$$n_A = n_A^0 + n_A^- \quad n_D = n_D^0 + n_D^+ \quad \frac{n_D^0}{n_D} = 2 \frac{1}{e^{(E_D - \mu)/k_B T} + 1} \quad \frac{n_A^0}{n_A} = 4 \frac{1}{e^{(\mu - E_A)/k_B T} + 1}$$

↑ neutral
↑ geladen/ionisiert
↑ neutral
↑ geladen/ionisiert

Neutralitätsbedingung: $n_c + n_A^- = p_v + n_D^+$

- **Beispiel: n-Typ HL: $n_D \gg n_A$, $n_D^+ \gg p_v$, $n_A^- \approx n_A \rightarrow$**

$$\frac{n_c(n_c + n_A)}{n_D - n_A - n_c} = n_c^{\text{eff}} e^{-E_d/k_B T}$$



$k_B T \lll E_d$ (**Kompensationsbereich**) $n_c \ll n_A \ll n_D$

$$n_c \approx \frac{n_D n_c^{\text{eff}}}{n_A} \exp\left(-\frac{E_d}{k_B T}\right)$$

$k_B T \ll E_d$ (**Störstellenreserve**) $n_c \gg n_A, n_c \ll n_D$

$$n_c \approx \sqrt{n_D n_c^{\text{eff}}} \exp\left(-\frac{E_d}{2k_B T}\right)$$

$k_B T \geq E_d$ (**Störstellenerschöpfung**) $n_c \gg n_A, e^{-\frac{E_d}{k_B T}} \approx 1$

$$n_c^2 \approx n_c^{\text{eff}}(n_D - n_c) \Rightarrow n_c \approx n_D$$

$k_B T \gg E_d$ (**Eigenleitung**) $n_c \gg n_A, n_c \gg n_D$

$$n_c \approx n_c^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

10.1.4 Elektrische Leitfähigkeit von HL

- Wiederholung: elektrische Leitfähigkeit von Metallen

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*} = \frac{ne^2\ell}{m^*v_F} \quad \text{mit Fermi-Geschwindigkeit } v_F \gg \langle v_{th} \rangle = \sqrt{3k_B T/m^*} \quad (\text{Maxwell-Boltzmann-Statistik})$$

Ladungsträgerdichte n hängt nicht von T ab

- Was ändert sich bei Halbleitern?

- es tragen sowohl Löcher p_v im VB als auch Elektronen n_c im LB zum elektrischen Strom bei
- die LT-Dichten n_c, p_v sind stark T -abhängig
- wegen geringer LT-Dichte von HL ist $E_F \propto n^{2/3}$ viel kleiner als in Metallen, häufig $E_F < k_B T$
 → es liegt kein entartetes Quantengas (Fermi-Gas) sondern klassisches Teilchengas vor

- Elektrische Stromdichte in Halbleitern

$$\mathbf{J}_q = ep_v \mathbf{v}_{D,h} - en_c \mathbf{v}_{D,e} = e(p_v \mu_h + n_c \mu_e) \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}$$

Elektronen ($q = -e$) und Löcher ($q = +e$) werden durch \mathbf{E} in entgegengesetzte Richtung beschleunigt → gleiche technische Stromrichtung

Beweglichkeiten $\mu_e = \frac{|\mathbf{v}_{D,e}|}{|\mathbf{E}|} = \frac{e\langle\tau_e\rangle}{m_e^*}$

$$\mu_h = \frac{|\mathbf{v}_{D,h}|}{|\mathbf{E}|} = \frac{e\langle\tau_h\rangle}{m_h^*}$$

mit $\langle\tau_{e,h}\rangle = \frac{\langle\tau_{e,h}v_{e,h}^2\rangle}{\langle v_{e,h}^2\rangle}$

Verhältnis von mittlerer Driftgeschwindigkeit und elektrischem Feld

10.1.4 Elektrische Leitfähigkeit von HL

- Qualitative Diskussion der Beweglichkeiten

$$\mu_e = \frac{|\mathbf{v}_{D,e}|}{|\mathbf{E}|} = \frac{e\langle\tau_e\rangle}{m_e^*}$$

$$\mu_h = \frac{|\mathbf{v}_{D,h}|}{|\mathbf{E}|} = \frac{e\langle\tau_h\rangle}{m_h^*}$$

– mittlere freie Weglänge $\frac{1}{\ell_{e,h}} = \frac{1}{\langle v_{e,h} \rangle \langle \tau_{e,h} \rangle} \propto S_{e,h} \Rightarrow \langle \tau_{e,h} \rangle \propto \frac{1}{\langle v_{e,h} \rangle S_{e,h}}$

thermische Geschwindigkeit der LT

Streuquerschnitt

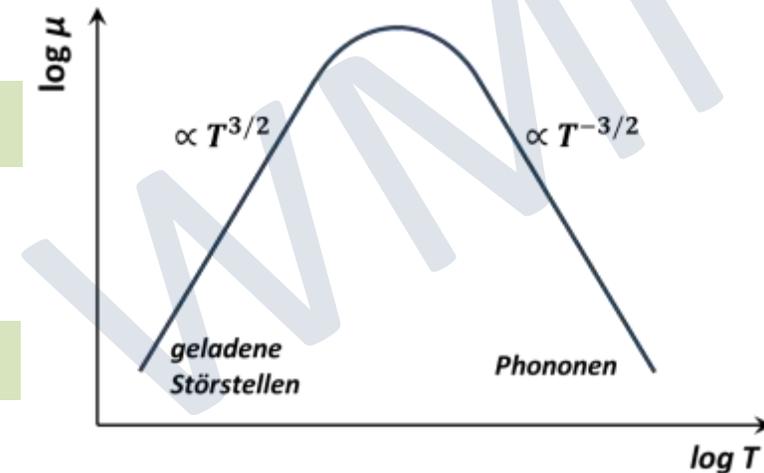
$$\langle v_{e,h} \rangle = \sqrt{3k_B T / m_{e,h}^*} \propto \sqrt{T} \quad (\text{nicht } v_F = \text{const. wie bei Metallen})$$

- Streuung an Phononen

$$S_{\text{ph}} \propto T \quad \text{für } T \gg \Theta_D: \quad \mu_{e,h} \propto \langle \tau_{e,h} \rangle = \frac{\ell_{e,h}}{\langle v_{e,h} \rangle} \propto \frac{1}{S_{\text{ph}} \langle v_{e,h} \rangle} \Rightarrow \mu_{\text{ph}} \propto T^{-3/2}$$

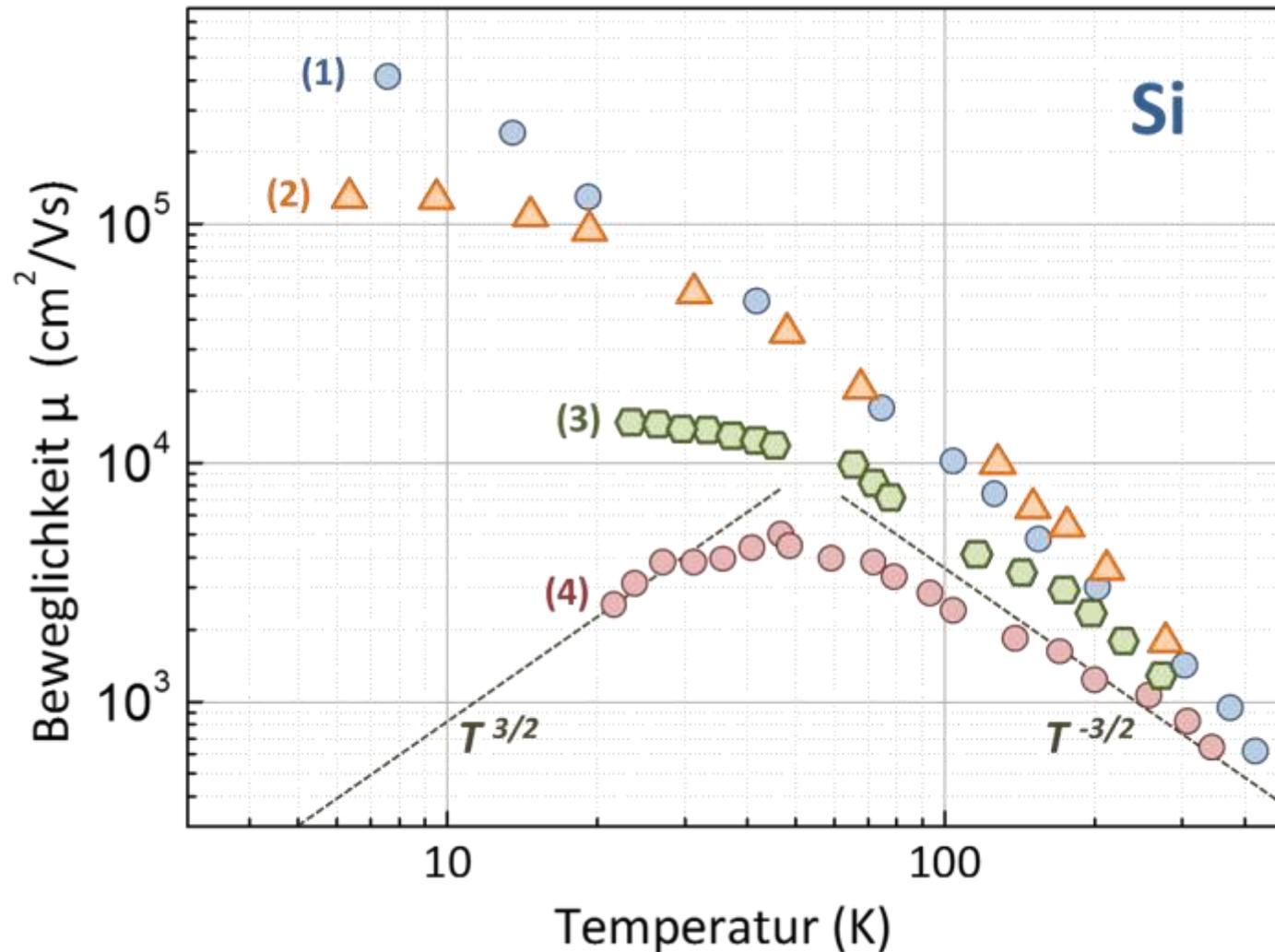
- Streuung an geladenen Störstellen (Rutherford-Streuung)

$$S_{\text{def}} \propto \langle v_{e,h} \rangle^{-4} \propto T^{-2}: \quad \mu_{e,h} \propto \langle \tau_{e,h} \rangle = \frac{\ell_{e,h}}{\langle v_{e,h} \rangle} \propto \frac{1}{S_{\text{def}} \langle v_{e,h} \rangle} \Rightarrow \mu_{\text{def}} \propto T^{3/2}$$



10.1.4 Elektrische Leitfähigkeit von HL

- Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit von LT in Halbleitern



- (1) Hochreines Si, $n_D < 10^{12} \text{cm}^{-3}$
- (2) hochreines Si, $n_D < 4 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$
- (3) $n_D < 1.75 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$,
 $n_A < 1.48 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$,
- (4) $n_D = 1.3 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$,
 $n_A = 2.2 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$.

Quellen: P. Norton et al., Phys. Rev. B 8, 5632 (1973);
C. Canali et al., Phys. Rev. B 12, 2265 (1975).

10.1.4 Elektrische Leitfähigkeit von HL

- Beweglichkeiten von einigen wichtigen Halbleitern @ 300 K

Halbleiter	Si	Ge	C	GaAs	InAs	InSb	InP
μ_e (cm ² /Vs)	1 400	3 900	1 800	8 500	40 000	77 000	4 500
μ_h (cm ² /Vs)	500	1 900	1 400	400	500	850	100

$$\mu_e = \frac{|\mathbf{v}_{D,e}|}{|\mathbf{E}|} = \frac{e\langle\tau_e\rangle}{m_e^*}$$

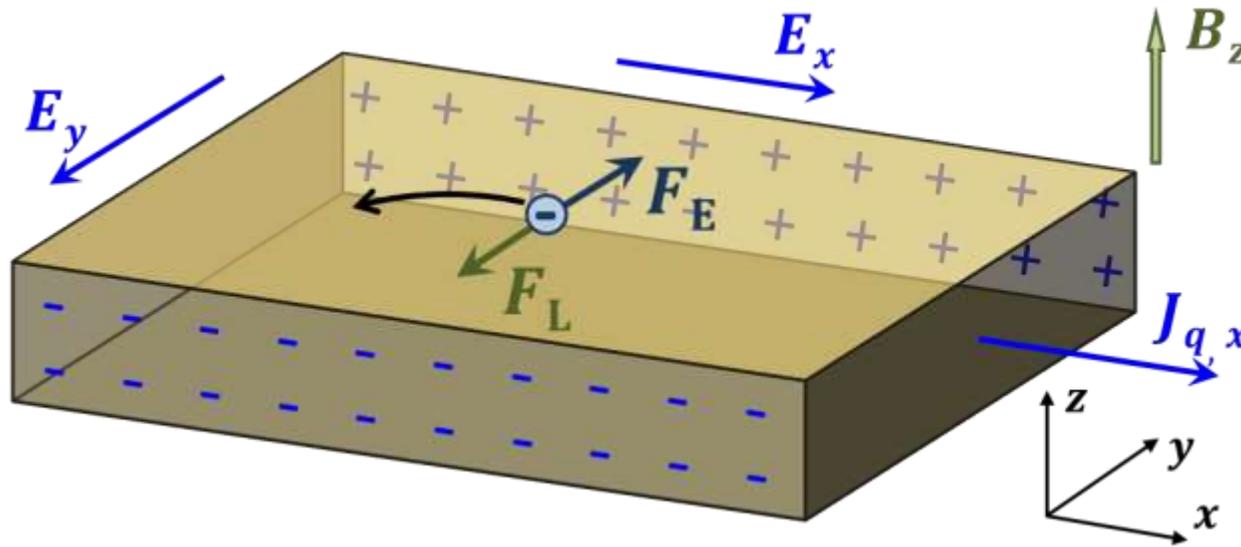
$$\mu_h = \frac{|\mathbf{v}_{D,h}|}{|\mathbf{E}|} = \frac{e\langle\tau_h\rangle}{m_h^*}$$

hohe Beweglichkeiten durch kleine effektive Massen

Halbleiter	m_e^*/m	m_{et}^*/m	m_{el}^*/m	m_{lh}^*/m	m_{hh}^*/m	m_{soh}^*/m	Δ (eV)
Si		0.19	0.98	0.16	0.49	0.24	0.044
Ge		0.081	1.59	0.043	0.33	0.084	0.295
GaAs	0.063			0.082	0.51	0.14	0.341
GaSb	0.041			0.04	0.4	0.15	0.80
GaP		1.12	0.22	0.14	0.79	0.25	0.08
InAs	0.023			0.026	0.41	0.16	0.41
InP	0.073			0.089	0.58	0.17	0.11
InSb	0.014			0.015	0.43	0.19	0.81

10.1.5 Hall-Effekt

- Wiederholung: Hall-Effekt in einfachen Metallen
 - einfache Metalle können gut mit freiem Elektronengas beschrieben werden



Hall-Konstante:

$$R_H = \frac{E_y}{J_{q,x}} = -\frac{1}{ne}$$

$$\begin{pmatrix} J_{q,x} \\ J_{q,y} \\ J_{q,z} \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{\sigma_0}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c \tau & 0 \\ +\omega_c \tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \omega_c^2 \tau^2 \end{pmatrix}}_{\text{Leitfähigkeitstensor}} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

10.1.5 Hall-Effekt

- Hall-Effekt in Halbleitern ist komplizierter als in einfachen Metallen
 - in Halbleitern liegen zwei LT-Typen vor → es muss **Zweiband-Ausdruck für Hall-Konstante** verwendet werden

$$R_H = \frac{\sigma_1 \frac{e\tau_1}{m_1} + \sigma_2 \frac{e\tau_2}{m_2}}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}$$

(Herleitung siehe R. Gross et al., Festkörperphysik. Aufgaben und Lösungen)

- wir verwenden $\sigma_1 = \frac{n_c e^2 \tau_e}{m_e^*} = n_c e \mu_e$, $\sigma_2 = \frac{p_v e^2 \tau_h}{m_h^*} = p_v e \mu_h$, mit $\mu_e = \frac{e\tau_e}{m_e^*}$, $\mu_h = \frac{e\tau_h}{m_h^*}$ und erhalten

$$R_H = \frac{p_v \mu_h^2 - n_c \mu_e^2}{e(p_v \mu_h + n_c \mu_e)^2}$$

- i. **reine Eigenleitung:** $n_c = p_v = n_i$

$$R_{H,i} = \frac{1}{n_i e} \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e}$$

Hall-Konstante kann sowohl positiv als auch negativ sein

- ii. **reine Störstellenleitung:**

$$R_{H,e} = -\frac{1}{n_c e}$$

oder

$$R_{H,h} = +\frac{1}{p_v e}$$

Bestimmung der LT-Dichte mit Hall-Effekt

$$n_c \gg p_v$$

$$n_c \ll p_v$$

10.1.5 Hall-Effekt

- Welche Größen können mit Hilfe des Hall-Effekts bestimmt werden?

i. Energielücke E_g

$$n_i(T) \propto T^{3/2} e^{-E_g/2k_B T} \quad R_{H,i} = \frac{1}{n_i e} \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e} \quad \Rightarrow \quad \ln(|R_{H,i}| T^{3/2}) = \text{const.} + \frac{E_g}{2k_B} \frac{1}{T}$$

(im Bereich der Eigenleitung)

Auftragen von $\ln(|R_{H,i}| T^{3/2})$ gegen $1/T$ ergibt $E_g/2k_B$

ii. Ionisierungsenergie E_d von n -Typ HL (p -Typ HL analog)

$$n_c \propto T^{3/4} e^{-E_d/2k_B T} \quad R_{H,e} = -\frac{1}{n_c e} \quad \Rightarrow \quad \ln(|R_{H,e}| T^{3/4}) = \text{const.} + \frac{E_d}{2k_B} \frac{1}{T}$$

(im Bereich der Störstellenreserve)

Auftragen von $\ln(|R_{H,e}| T^{3/4})$ gegen $1/T$ ergibt $E_d/2k_B$

iii. Dichte von Donatoren und Akzeptoren

$$n_c \simeq n_D \quad \text{bzw.} \quad p_v = n_A \quad \Rightarrow \quad R_{H,e} = -\frac{1}{n_D e} \quad R_{H,h} = +\frac{1}{n_A e}$$

(im Bereich der Störstellenerschöpfung)

n -Typ HL

p -Typ HL

iv. Beweglichkeiten

- im **Bereich der Störstellenleitung** gilt
 $n_c \gg p_v$ bzw. $p_v \gg n_c$

$$R_{H,e} \cdot \sigma = -\frac{1}{n_c e} \cdot \frac{n_c e^2 \tau_e}{m_e^*} = \mu_e$$

n-Typ HL

$$R_{H,h} \cdot \sigma = +\frac{1}{p_v e} \cdot \frac{p_v e^2 \tau_h}{m_h^*} = \mu_h$$

p-Typ HL

- im **Bereich der Eigenleitung** gilt

$$n_c = p_v = n_i \quad \Rightarrow \quad \sigma = e(n_c \mu_e + p_v \mu_h) = e n_i (\mu_e + \mu_h)$$

$$R_{H,i} = \frac{1}{n_i e} \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e} \quad \Rightarrow \quad R_{H,i} \sigma = \mu_h - \mu_e$$

→ Bestimmung der Beweglichkeiten durch Messung von R_H und σ im Bereich der Störstellenleitung und der Eigenleitung

v. intrinsische LT-Dichte

$$n_i = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_{e,DOS}^* m_{h,DOS}^*)^{3/4} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

- noch fehlende Größe n_i kann durch Messung der effektiven Masse mit Hilfe der Zyklotronresonanz bestimmt werden

10.1.6 Seebeck- und Peltier-Effekt

- LT in Halbleitern transportieren außer Ladung auch Wärme → thermoelektrische Kopplung

- mittlere Energie von LT in LB bezogen auf chemisches Potenzial μ : $(E_C - \mu) + \frac{3}{2}k_B T$

- mittlere Energie von LT in VB bezogen auf chemisches Potenzial μ : $(\mu - E_V) + \frac{3}{2}k_B T$

- von LT in Halbleitern transportierte elektrische Stromdichte \mathbf{J}_q und Wärmestromdichte \mathbf{J}_h

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_h &= n_c \left(E_C - \mu + \frac{3}{2}k_B T \right) \underbrace{\mu_e \mathbf{E}}_{v_{D,e}} & \mathbf{J}_q &= n_c (-e) \underbrace{\mu_e \mathbf{E}}_{v_{D,e}} \\ \mathbf{J}_h &= p_v \left(\mu - E_V + \frac{3}{2}k_B T \right) \underbrace{\mu_h \mathbf{E}}_{v_{D,h}} & \mathbf{J}_q &= p_v (+e) \underbrace{\mu_h \mathbf{E}}_{v_{D,h}} \end{aligned}$$

- Peltier-Effekt

$$\mathbf{J}_h = \Pi \mathbf{J}_q$$

$$\Pi_e = - \frac{E_C - \mu + \frac{3}{2}k_B T}{e}$$

$$\Pi_h = + \frac{\mu - E_V + \frac{3}{2}k_B T}{e}$$

Peltier-Koeffizient Π ist negative/positiv für n-Typ/p-Typ HL

- Seebeck-Effekt

$$\Pi = S \cdot T$$

(Kelvin-Beziehung)

$$S_e = - \frac{\frac{E_C - \mu}{T} + \frac{3}{2}k_B}{e}$$

$$S_h = + \frac{\frac{\mu - E_V}{T} + \frac{3}{2}k_B}{e}$$

zum Vergleich S von einfachen Metallen:

$$S = - \frac{\pi^2 k_B T}{6 e T_F} \ll - \frac{k_B}{e}$$

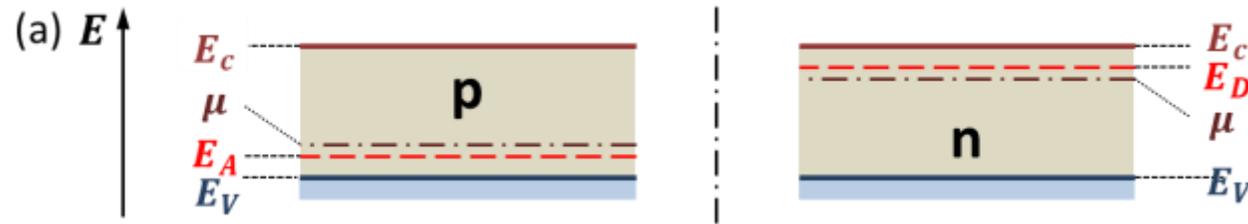
10.2 Inhomogene Halbleiter

- die elektrischen Eigenschaften von Halbleitern können durch Dotierung in weiten Grenzen modifiziert werden
- Dotierung kann auch räumlich variieren
 - ➔ räumliche Variation der elektrischen Eigenschaften
 - ➔ inhomogene Halbleiter
- inhomogene Halbleiter haben enorme Bedeutung für Halbleiter-Bauelemente



10.2.1 pn -Übergang im thermischen Gleichgewicht

- Was passiert an Kontakt von n -Typ und p -Typ Halbleiter (z.B. n -Typ und p -Typ Silizium) ?

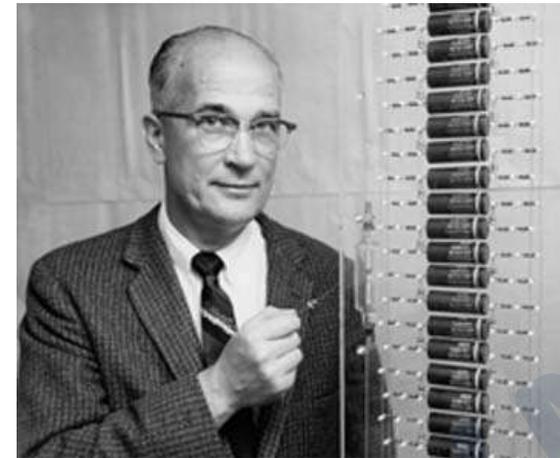
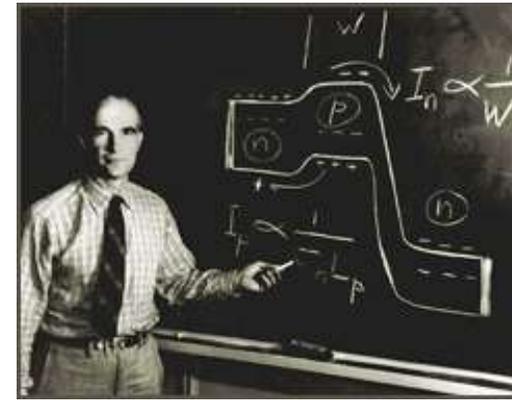
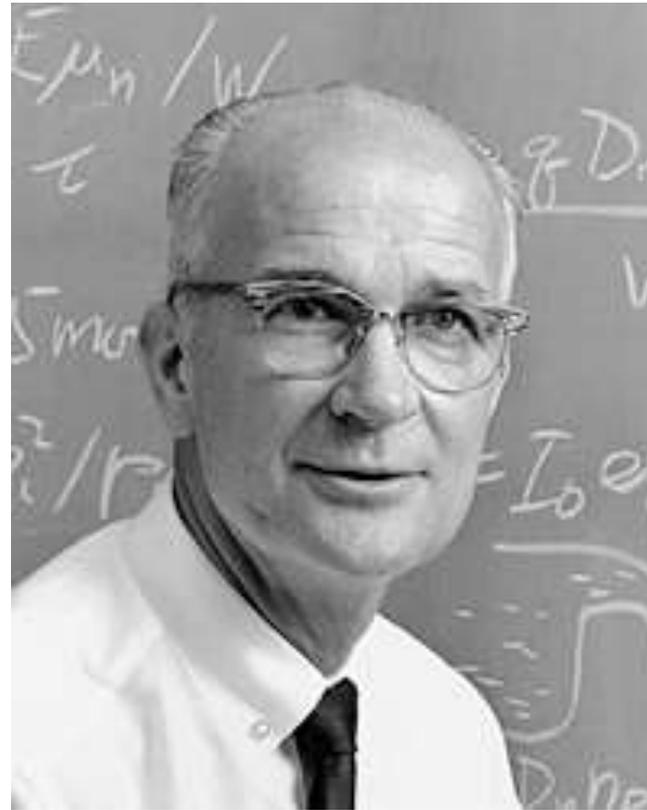
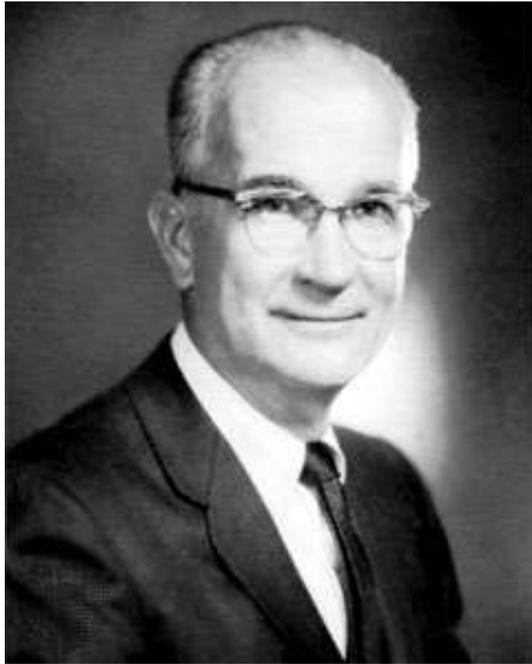


Nomenklatur:

- **Majoritätsladungsträger:**
Elektronen im n -Typ und Löcher im p -Typ HL
- **Minoritätsladungsträger:**
Löcher im n -Typ und Elektronen im p -Typ HL

- im getrennten Fall sind Bandkanten der beiden Halbleiter auf gleichem Niveau
- im p -Typ HL liegt chemisches Potenzial μ nahe an VB-Kante, im n -Typ HL nahe an LB-Kante, da Besetzungswahrscheinlichkeit der Loch- bzw. Elektronenzustände groß sein muss
- was passiert bei Kontakt?
 - aufgrund des **Konzentrationsgradienten** diffundieren Elektronen vom n - in den p -Typ HL und Löcher vom p - in den n -Typ HL → **Diffusionsströme**
 - die zurückbleibenden positiv (negativ) geladenen Donatoren (Akzeptoren) bilden **Raumladungszone** → **Driftströme** durch den damit verbundenen **elektrischen Potenzialgradienten**
 - nachdem thermisches Gleichgewicht erreicht ist, muss das chemische Potenzial μ horizontal verlaufen → **wie sieht dann der Verlauf der Bandkanten aus ?**

10.2.1 *pn*-Übergang im thermischen Gleichgewicht



William Bradford Shockley

(* 13. Februar 1910 in London; † 12. August 1989 in Stanford), US-amerikanischer Physiker

Nobelpreis für Physik 1956

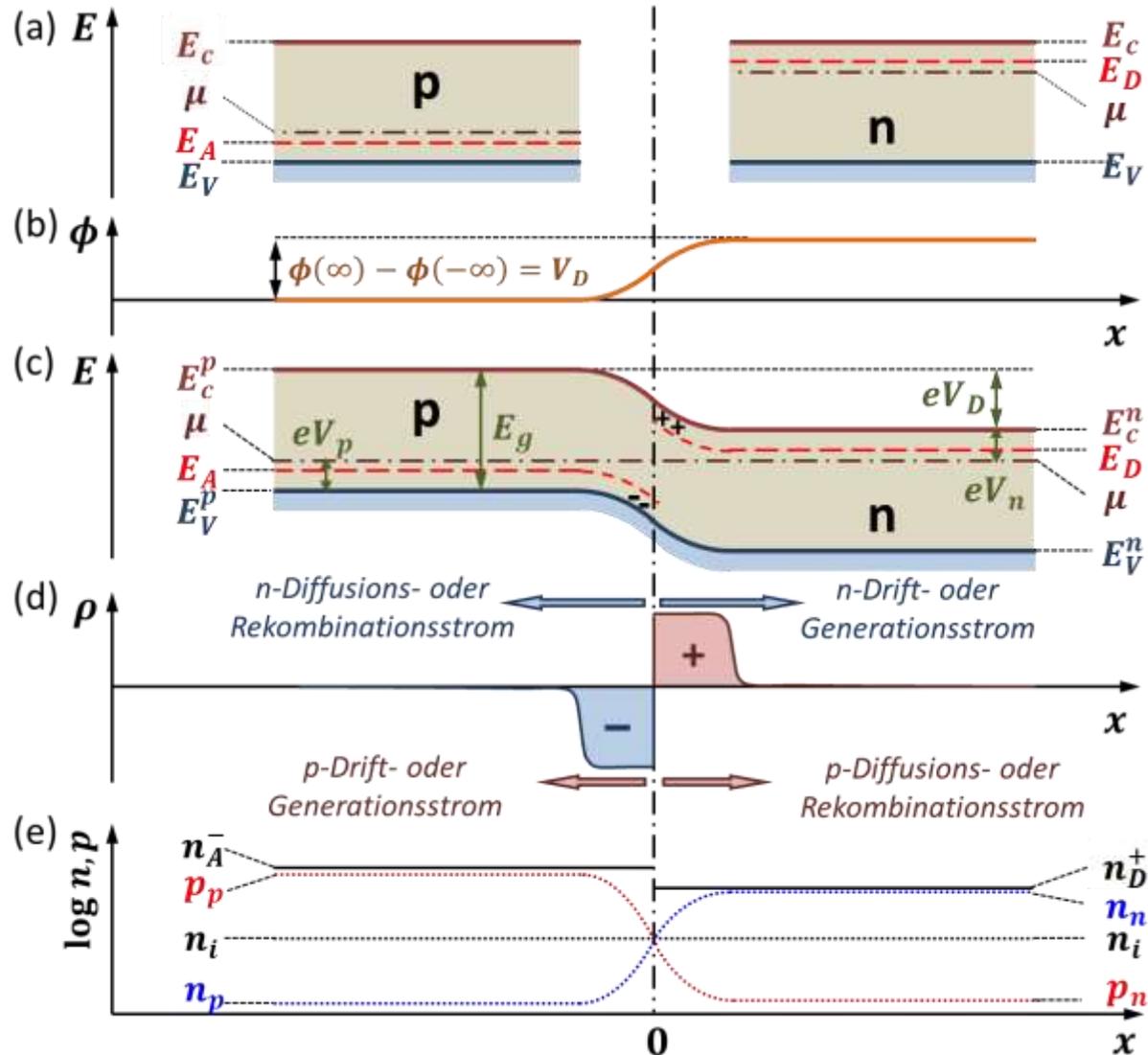
zusammen mit **Walter H. Brattain** und **John Bardeen**

„für ihre Untersuchungen über Halbleiter und ihre Entdeckung des Transistoreffekts“



10.2.1 *pn*-Übergang im thermischen Gleichgewicht

- Welche LT-Bewegungen finden an *pn*-Kontakt statt?



– Majoritätsladungsträger:

- diffundieren in den jeweils anderen HL-Typ und rekombinieren dort

➔ **Diffusion- oder Rekombinationsstrom**

- zurückbleibende geladene Störstellen bilden Raumladungszone $\rho(x)$

- $\rho(x)$ ist mit Makropotenzial $\phi(x)$ verbunden:

$$-\nabla^2 \phi(x) = \frac{\rho(x)}{\epsilon \epsilon_0} \quad (\text{Poisson-Gleichung})$$

- potentielle Energie der Elektronen/Löcher: $\mp e\phi(x)$
- Diffusionsspannung: $V_D = \phi(\infty) - \phi(-\infty)$

– Minoritätsladungsträger:

- driften in Potentialgradient (E -Feld) in Raumladungszone

➔ **Drift- oder Generationsstrom**

– thermisches Gleichgewicht:

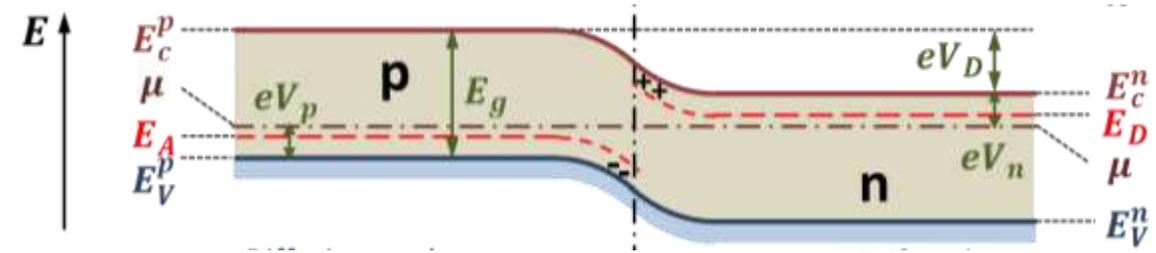
Diffusionsstrom = Driftstrom

10.2.1 pn -Übergang im thermischen Gleichgewicht

- Räumlicher Verlauf der Ladungsträgerkonzentration und des Makropotenzials $\phi(x)$

$$n_n(\infty) = n_c^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{E_c^n(\infty) - \mu}{k_B T}\right) = n_c^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{eV_n}{k_B T}\right)$$

$$p_p(-\infty) = p_v^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{\mu - E_v^p(-\infty)}{k_B T}\right) = p_v^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{eV_p}{k_B T}\right)$$



- Diffusionsspannung V_D

– es gilt: $E_g = eV_D + eV_n + eV_p$ $eV_n = -k_B T \ln\left(\frac{n_n}{n_c^{\text{eff}}}\right)$ $eV_p = -k_B T \ln\left(\frac{p_p}{p_v^{\text{eff}}}\right)$

– Einsetzen und auflösen nach V_D : $eV_D = E_g + k_B T \ln\left(\frac{n_n p_p}{n_c^{\text{eff}} p_v^{\text{eff}}}\right)$

– mit $n_i^2 = n_c^{\text{eff}} p_v^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)$ ergibt sich **Diffusionsspannung**:

$$eV_D = k_B T \ln\left(\frac{n_n p_p}{n_i^2}\right)$$

- Ladungsträgerkonzentrationen

$$n_n(x) = n_c^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{E_c^n(\infty) - \overbrace{e\phi(x)}^{\tilde{E}_c^n(x)} - \mu}{k_B T}\right)$$

$$p_p(x) = p_v^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{\mu - \overbrace{E_v^p(-\infty) + e\phi(x)}^{\tilde{E}_v^p(x)}}{k_B T}\right)$$

Berechnung von $\phi(x)$ mit Schottky-Modell folgt später

10.2.1 pn -Übergang im thermischen Gleichgewicht

- **Einstein-Relationen** (Zusammenhang zwischen Diffusionskonstanten und Beweglichkeiten)

– Diffusionsströme: $J^{\text{diff}} = J_n^{\text{diff}} + J_p^{\text{diff}} = e \left(D_n \frac{\partial n}{\partial x} - D_p \frac{\partial p}{\partial x} \right)$

– Driftströme: $J^{\text{drift}} = J_n^{\text{drift}} + J_p^{\text{drift}} = e (n\mu_n + p\mu_p) E_x$ mit $E_x = -\partial\phi/\partial x$

- Strombeiträge der Elektronen und Löcher müssen sich einzeln kompensieren, da sonst lokale Ansammlung von Ladungen möglich wäre

$$\rightarrow eD_n \frac{\partial n}{\partial x} = en\mu_n \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{und} \quad -eD_p \frac{\partial p}{\partial x} = ep\mu_p \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

- aus $n(x) = n_c^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{E_c^n - e\phi(x) - \mu}{k_B T}\right)$ und $p(x) = p_v^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{\mu - E_v^n + e\phi(x)}{k_B T}\right)$ folgt

$$\frac{\partial n}{\partial x} = n \frac{e}{k_B T} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{und} \quad \frac{\partial p}{\partial x} = -p \frac{e}{k_B T} \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

- Einsetzen ergibt:

$$D_n = \frac{k_B T}{e} \mu_n$$

$$D_p = \frac{k_B T}{e} \mu_p$$

Einstein-Relationen

(gelten immer, wenn Diffusions- und Driftströme durch denselben LT-Typ getragen werden)

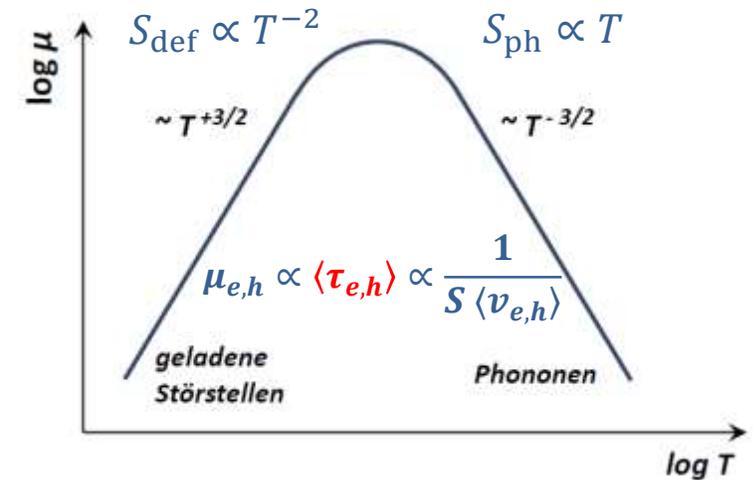
• Elektrische Leitfähigkeit von Halbleitern

$$J_q = e(n_c \mu_e + p_v \mu_p) \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}$$

Beitrag der Elektronen im LB Beitrag der Löcher im VB

mittlere Beweglichkeit: $\mu_{e,h} = \frac{|v_{D,eh}|}{|E|} = \frac{e \langle \tau_{e,h} \rangle}{m_{e,h}^*} = \frac{e}{m_{e,h}^*} \frac{\langle \tau_{e,h} v_{e,h}^2 \rangle}{\langle v_{e,h}^2 \rangle}$

Bewegl. $\mu_{e,h} \propto \langle \tau_{e,h} \rangle = \frac{\ell_{e,h}}{\langle v_{e,h} \rangle} \propto \frac{1}{S_{e,h} \langle v_{e,h} \rangle}$, $\langle v_{e,h} \rangle = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_{e,h}^*}} \propto \sqrt{T}$



• Hall-Effekt

Hall-Konstante $R_H = E_y / J_{q,x}$:

$$R_H = \frac{p_v \mu_h^2 - n_c \mu_e^2}{e(p_v \mu_h + n_c \mu_e)^2}$$

Beitrag sowohl durch Löcher im VB als auch Elektronen in LB (Zweiband-Modell)

Spezialfälle: n-Typ HL ($n_c \gg p_v$):

$$R_{H,e} = -\frac{1}{n_c e}$$

p-Typ HL ($p_v \gg n_c$):

$$R_{H,h} = +\frac{1}{p_v e}$$

intr. HL ($p_v = n_c = n_i$):

$$R_{H,i} = \frac{1}{n_i e} \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e}$$

kann sowohl positiv als auch negativ sein

• Seebeck- und Peltier-Effekt

Peltier-Koeffizient: $\Pi_e = -\frac{E_c - \mu + \frac{3}{2} k_B T}{e}$

$$\Pi_h = +\frac{\mu - E_V + \frac{3}{2} k_B T}{e}$$

Seebeck-Koeffizient ergibt sich aus Kelvin-Beziehung: $\Pi_{e,h} = S_{e,h} T$

• pn-Übergang im therm. Gleichgewicht

μ verläuft horizontal im thermischen Gleichgewicht

Majoritätsladungsträger:

- **Elektronen in n-, Löcher in p-HL**
- diffundieren in jeweils anderen HL-Typ: **Diffusionsstrom**
- zurückbleibende Störstellen bilden Raumladungszone → Potenzialgradient

Minoritätsladungsträger:

- **Elektronen in p-, Löcher in n-HL**
- driften in E -Feld aufgrund Potenzialgradient: **Driftstrom**

Gleichgewicht: Diffusionsstrom = Driftstrom

• Makropotenzial $\phi(x)$

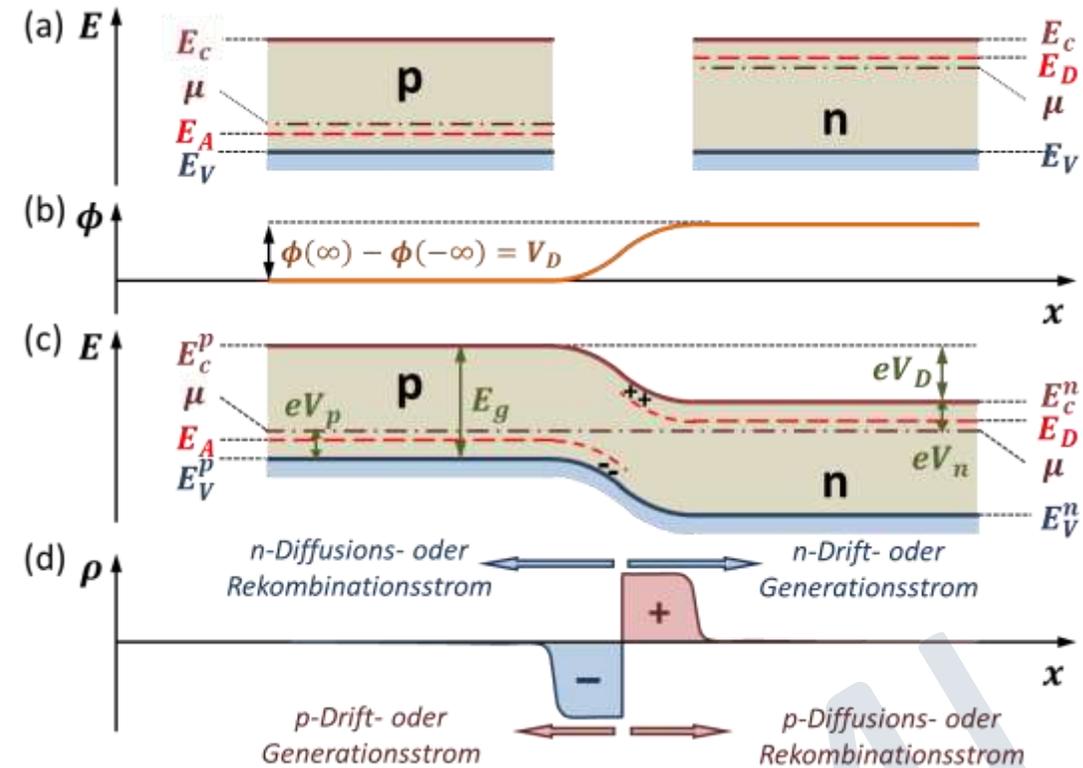
zurückbleibende geladene Störstellen bilden Raumladungszone $\rho(x)$

- elektrostatisches oder Makropotenzial $\phi(x)$
- potentielle Energie der Löcher: $(+e) \phi(x)$
- potentielle Energie der Elektronen: $(-e) \phi(x)$

Makropotenzial $\phi(x)$ ist über **Poisson-Gleichung** mit Raumladungszone $\rho(x)$ verbunden:

$$-\nabla^2 \phi(x) = \frac{\rho(x)}{\epsilon \epsilon_0}$$

Diffusionsspannung: $eV_D = \phi(\infty) - \phi(-\infty) = k_B T \ln \left(\frac{n_n p_p}{n_i^2} \right)$



Energie der Elektronen wird auf n-Seite um $-eV_D$ abgesenkt