



Physik der Kondensierten Materie 2

Rudolf Gross

SS 2021

Teil 6

Vorlesungsstunde: 19.04.2021-2

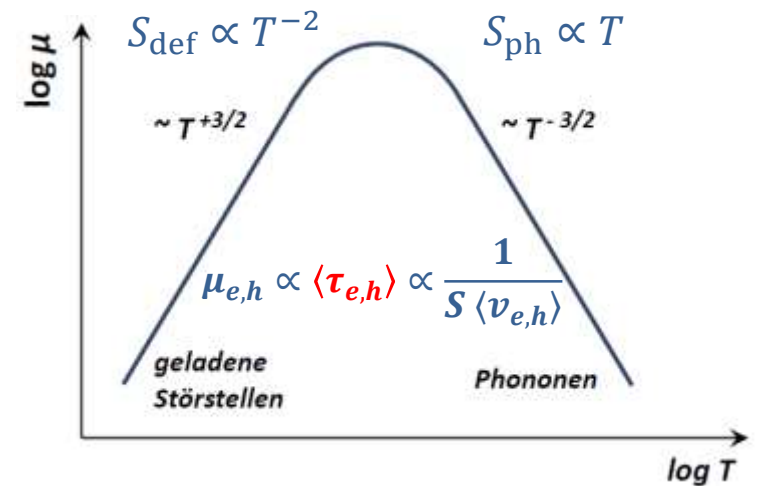
• Elektrische Leitfähigkeit von Halbleitern

$$J_q = e(n_c \mu_e + p_v \mu_p) E = \sigma E$$

Beitrag der Elektronen im LB Beitrag der Löcher im VB

mittlere Beweglichkeit: $\mu_{e,h} = \frac{|v_{D,eh}|}{|E|} = \frac{e \langle \tau_{e,h} \rangle}{m_{e,h}^*} = \frac{e}{m_{e,h}^*} \frac{\langle \tau_{e,h} v_{e,h}^2 \rangle}{\langle v_{e,h}^2 \rangle}$

Bewegl. $\mu_{e,h} \propto \langle \tau_{e,h} \rangle = \frac{\ell_{e,h}}{\langle v_{e,h} \rangle} \propto \frac{1}{S_{e,h} \langle v_{e,h} \rangle}$, $\langle v_{e,h} \rangle = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_{e,h}^*}} \propto \sqrt{T}$



• Hall-Effekt

Hall-Konstante $R_H = E_y / J_{q,x}$:

$$R_H = \frac{p_v \mu_h^2 - n_c \mu_e^2}{e(p_v \mu_h + n_c \mu_e)^2}$$

Beitrag sowohl durch Löcher im VB als auch Elektronen in LB (Zweiband-Modell)

Spezialfälle: n-Typ HL ($n_c \gg p_v$):

$$R_{H,e} = -\frac{1}{n_c e}$$

p-Typ HL ($p_v \gg n_c$):

$$R_{H,h} = +\frac{1}{p_v e}$$

intr. HL ($p_v = n_c = n_i$):

$$R_{H,i} = \frac{1}{n_i e} \frac{\mu_h - \mu_e}{\mu_h + \mu_e}$$

kann sowohl positiv als auch negativ sein

• Seebeck- und Peltier-Effekt

Peltier-Koeffizient: $\Pi_e = -\frac{E_c - \mu + \frac{3}{2} k_B T}{e}$

$$\Pi_h = +\frac{\mu - E_V + \frac{3}{2} k_B T}{e}$$

Seebeck-Koeffizient ergibt sich aus Kelvin-Beziehung: $\Pi_{e,h} = S_{e,h} T$

Zusammenfassung: Teil 5b, 19.04.2021/1

• pn-Übergang im therm. Gleichgewicht

μ verläuft horizontal im thermischen Gleichgewicht

Majoritätsladungsträger:

- **Elektronen in n-, Löcher in p-HL**
- diffundieren in jeweils anderen HL-Typ: **Diffusionsstrom**
- zurückbleibende Störstellen bilden Raumladungszone → Potenzialgradient

Minoritätsladungsträger:

- **Elektronen in p-, Löcher in n-HL**
- driften in E -Feld aufgrund Potenzialgradient: **Driftstrom**

Gleichgewicht: Diffusionsstrom = Driftstrom

• Makropotenzial $\phi(x)$

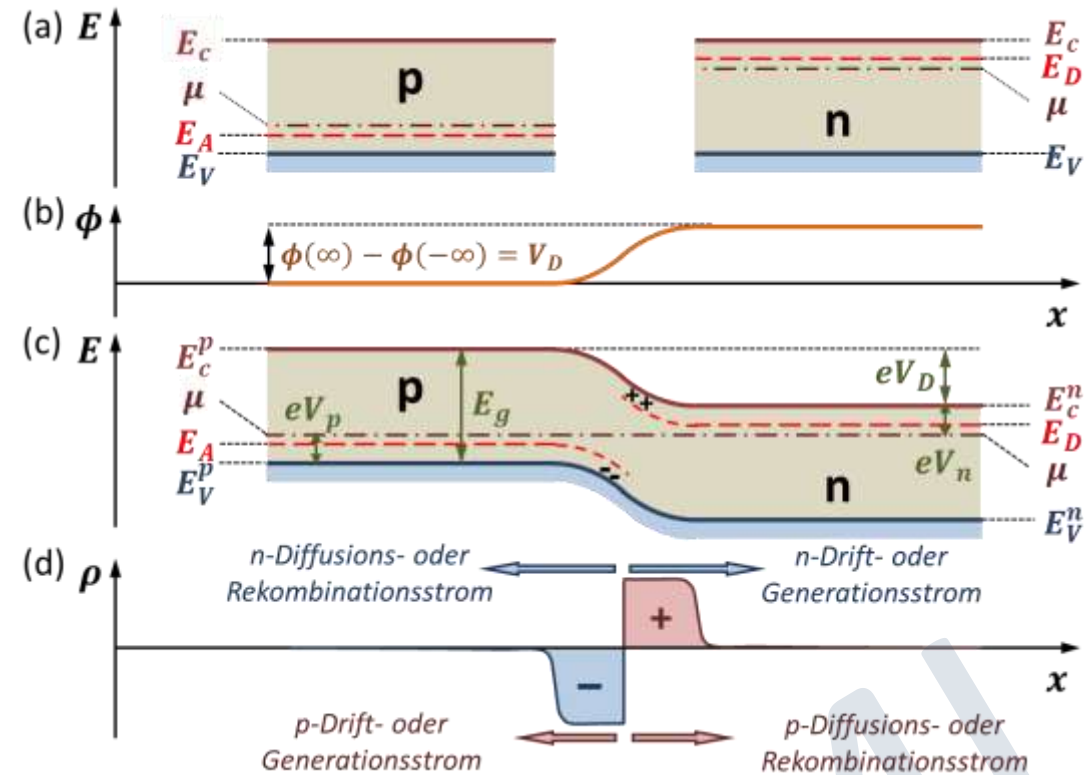
zurückbleibende geladene Störstellen bilden Raumladungszone $\rho(x)$

- elektrostatisches oder Makropotenzial $\phi(x)$
- potentielle Energie der Löcher: $(+e) \phi(x)$
- potentielle Energie der Elektronen: $(-e) \phi(x)$

Makropotenzial $\phi(x)$ ist über **Poisson-Gleichung** mit Raumladungszone $\rho(x)$ verbunden:

$$-\nabla^2 \phi(x) = \frac{\rho(x)}{\epsilon \epsilon_0}$$

Diffusionsspannung: $eV_D = \phi(\infty) - \phi(-\infty) = k_B T \ln \left(\frac{n_n p_p}{n_i^2} \right)$



Energie der Elektronen wird auf n-Seite um $-eV_D$ abgesenkt

- Wie sieht der Verlauf der Bandkanten $E_C^n(x)$ und $E_V^p(x)$ an pn -Übergang aus?

- **Annahme:**

alle Donatoren und Akzeptoren sind ionisiert $\rightarrow n_A = n_A^-$ und $n_D = n_D^+$

$$\rightarrow \rho(x) = e [n_D(x) - n_A(x) - n(x) + p(x)]$$

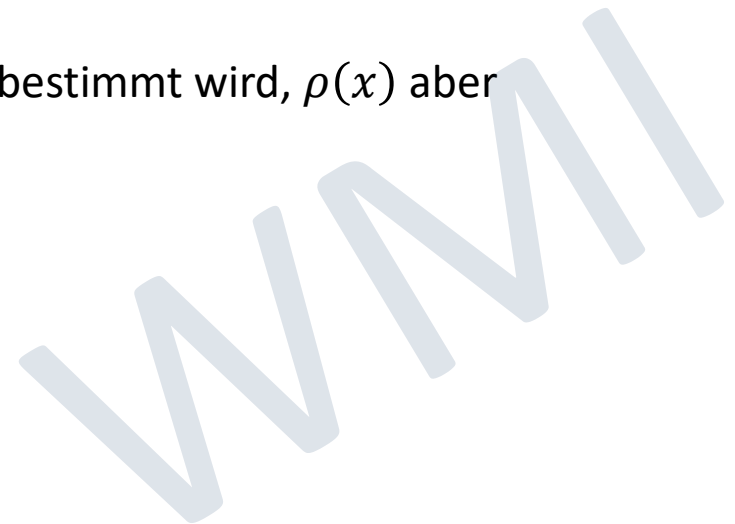
\rightarrow Berechnung von $\phi(x)$ mit Poisson-Gleichung

$$-\frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon \epsilon_0}$$

- **Problem:**

Poisson-Gleichung muss numerisch gelöst werden, da $\phi(x)$ durch $\rho(x)$ bestimmt wird, $\rho(x)$ aber selbst wiederum von $\phi(x)$ abhängt

\rightarrow *selbstkonsistente Lösung*



10.2.1 pn -Übergang im thermischen Gleichgewicht

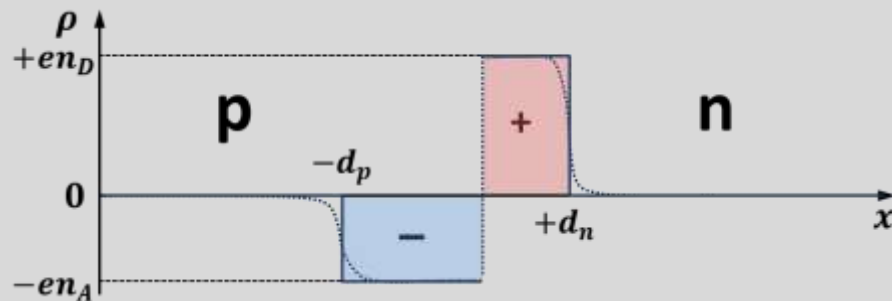
- Analytische Lösung von Poisson-Gleichung mit Hilfe vereinfachender Annahmen

Annahme 1: abrupter pn -Übergang $\rightarrow n_D(x)$ und $n_A(x)$ ändern sich an Grenzfläche abrupt

$$\rho(x > 0) = e [+n_D - n(x) + p(x)]$$

$$\rho(x < 0) = e [-n_A - n(x) + p(x)]$$

Annahme 2: Annäherung der Raumladungszone durch Stufenfunktion (**Schottky-Modell**)



$$n(x) = n_c^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{\tilde{E}_c^n(x) - \mu}{k_B T}\right) \quad p(x) = p_v^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{\mu - \tilde{E}_v^p(x)}{k_B T}\right)$$

$n(x)$ und $p(x)$ hängen von $\tilde{E}_c^n(x) - \mu$ und $\mu - \tilde{E}_v^p(x)$ ab

$$(\tilde{E}_c^n(x) = E_c^n - e\phi(x), \tilde{E}_v^p(x) = E_v^p - e\phi(x))$$

\rightarrow bei Änderung dieser Größen um $\sim k_B T$ (~ 25 meV @ 300 K)

ändern sich $n(x)$ und $p(x)$ stark

\rightarrow "abrupte" Änderung auf kleiner Längenskala

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p \\ -en_A & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ +en_D & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ 0 & \text{für } x > d_n \end{cases}$$



Walter H. Schottky
(1886 – 1976)

10.2.1 pn -Übergang im thermischen Gleichgewicht

- Bandverlauf im Schottky-Modell

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p \\ -en_A & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ +en_D & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ 0 & \text{für } x > d_n \end{cases}$$

$$-\frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon \epsilon_0}$$

Poisson-Gleichung \rightarrow

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p \\ -en_A/\epsilon \epsilon_0 & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ +en_D/\epsilon \epsilon_0 & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ 0 & \text{für } x > d_n \end{cases}$$

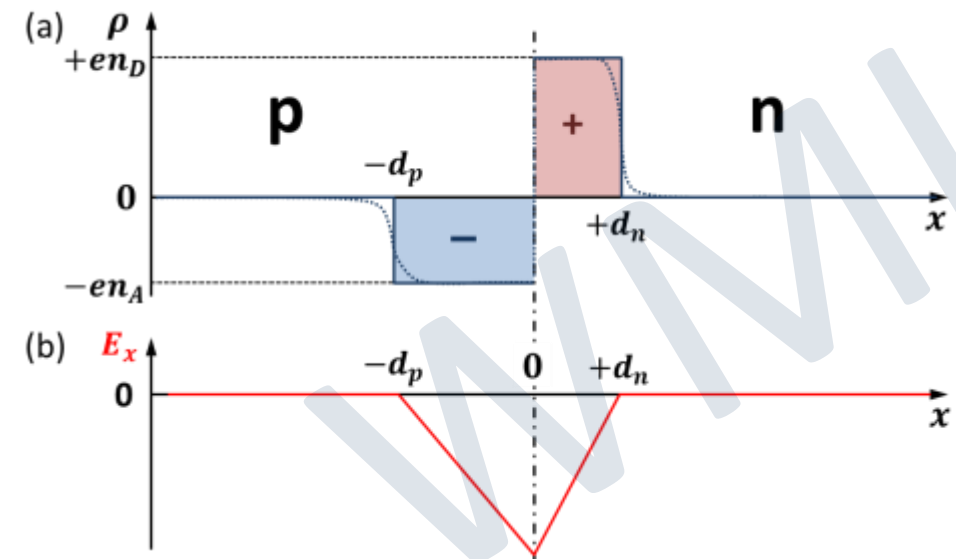
1. Integration ergibt:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p \\ \frac{en_A}{\epsilon \epsilon_0} (d_p + x) & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ \frac{en_D}{\epsilon \epsilon_0} (d_n - x) & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ 0 & \text{für } x > d_n \end{cases}$$

Randbedingungen bei $x = 0$:

- Stetigkeit von $\partial \phi / \partial x \rightarrow n_D d_n = n_A d_p$

positive Raumladung = negative Raumladung




10.2.1 pn -Übergang im thermischen Gleichgewicht

- Bandverlauf im Schottky-Modell

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p \\ -en_A & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ +en_D & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ 0 & \text{für } x > d_n \end{cases}$$

$$-\frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon \epsilon_0}$$


 Poisson-Gleichung

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p \\ en_A/\epsilon \epsilon_0 & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ -en_D/\epsilon \epsilon_0 & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ 0 & \text{für } x > d_n \end{cases}$$

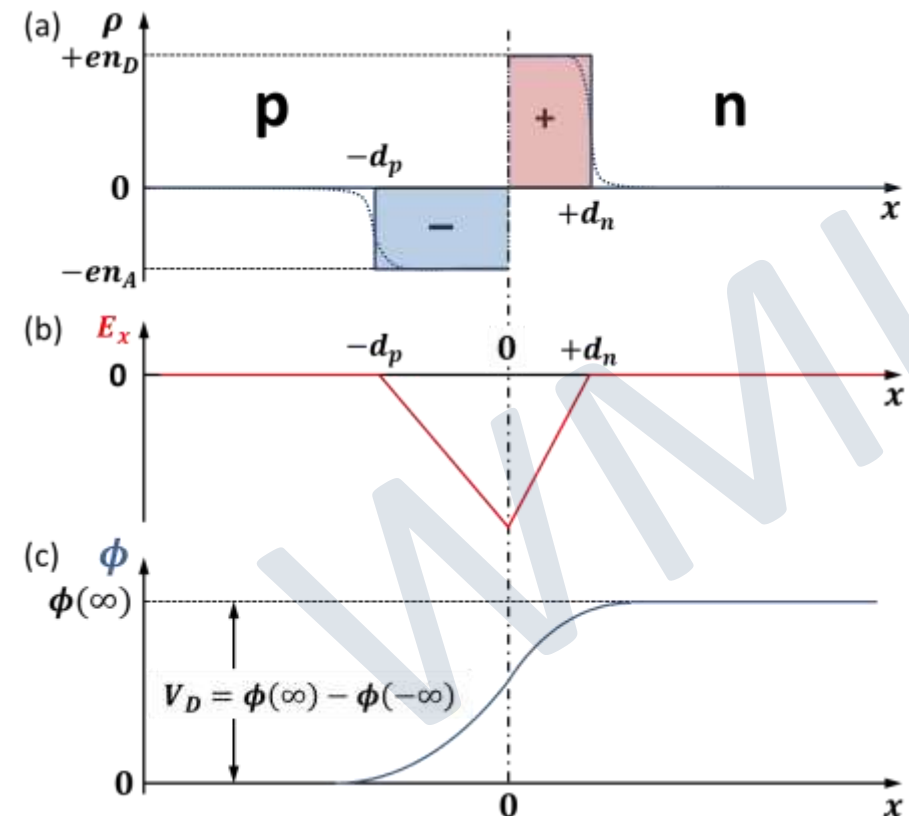
2. Integration ergibt:

$$\phi(x) = \begin{cases} \phi(-\infty) & \text{für } x < -d_p \\ \phi(-\infty) + \frac{en_A}{2\epsilon \epsilon_0} (d_p + x)^2 & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ \phi(+\infty) + \frac{en_D}{2\epsilon \epsilon_0} (d_n - x)^2 & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ \phi(+\infty) & \text{für } x > d_n \end{cases}$$

Randbedingungen bei $x = 0$:

- Stetigkeit von $\phi(x)$

$$\rightarrow \frac{e}{2\epsilon \epsilon_0} (n_D d_n^2 + n_A d_p^2) = \phi(+\infty) - \phi(-\infty) = V_D$$



10.2.1 *pn*-Übergang im thermischen Gleichgewicht

- Bandverlauf und LT-Dichten im Schottky-Modell

$$E_c^{n,p}(x) = E_c^n(+\infty) - e\phi(x) = \tilde{E}_c(x)$$

$$E_V^{n,p}(x) = E_V^p(-\infty) - e\phi(x) = \tilde{E}_V(x)$$

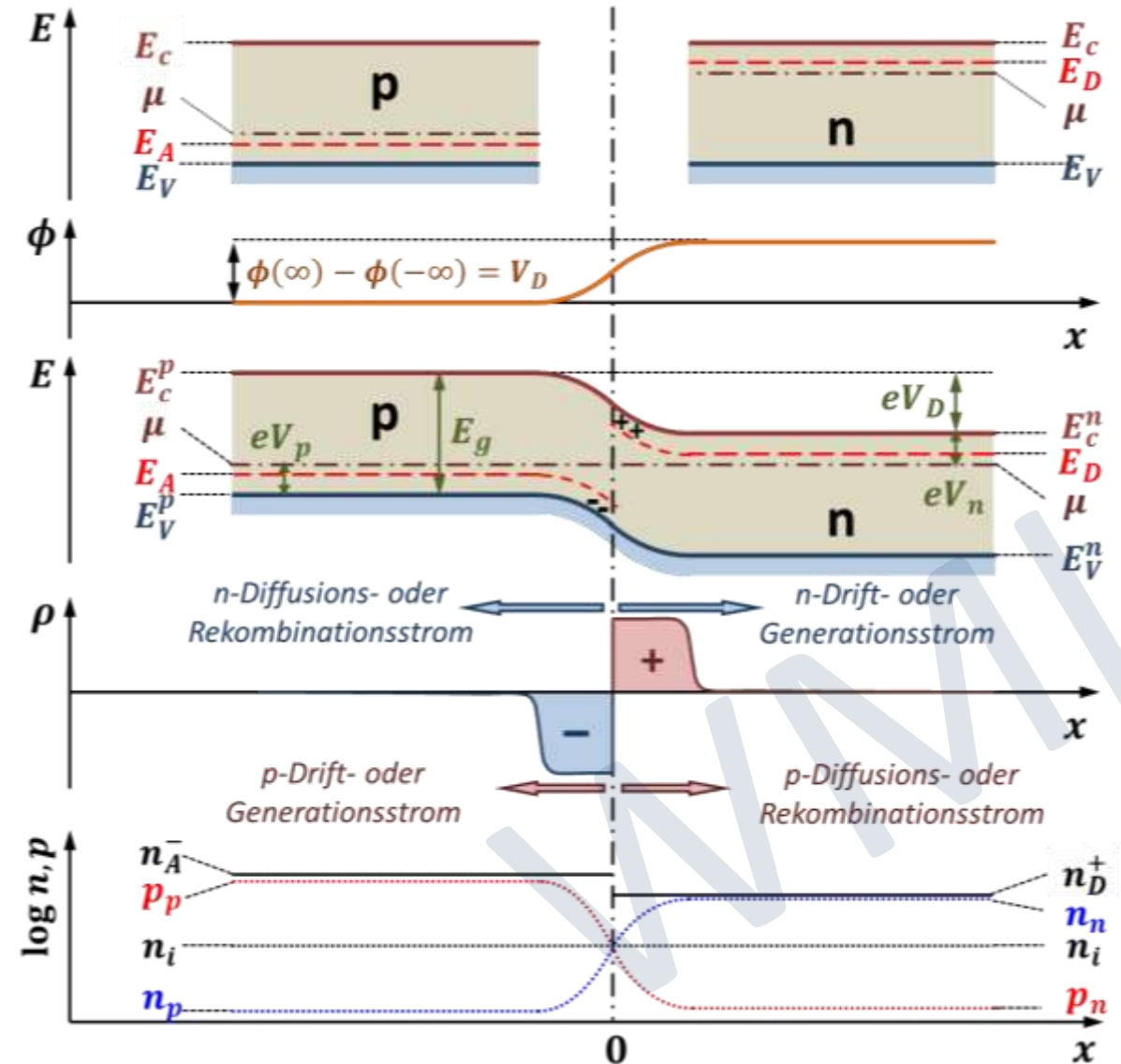
Merkregel:

positive Raumladungen biegen Band nach oben, negative nach unten

Ladungsträgerdichten:

$$n(x) = n_c^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{\tilde{E}_c(x) - \mu}{k_B T}\right)$$

$$p(x) = p_v^{\text{eff}} \exp\left(-\frac{\mu - \tilde{E}_V(x)}{k_B T}\right)$$



10.2.1 pn -Übergang im thermischen Gleichgewicht

- Breite der Raumladungszone

– Stetigkeitsbedingungen ergeben:

$$n_D d_n = n_A d_p$$

$$d_n^2 = \frac{n_A^2}{n_D^2} d_p^2$$

$$V_D = \frac{e}{2\epsilon\epsilon_0} (n_D d_n^2 + n_A d_p^2)^2$$

– Ausdehnung der Raumladungszone in n -Typ und p -Typ Halbleiter:

$$d_n = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{n_A/n_D}{n_A + n_D} \right)^{1/2}$$

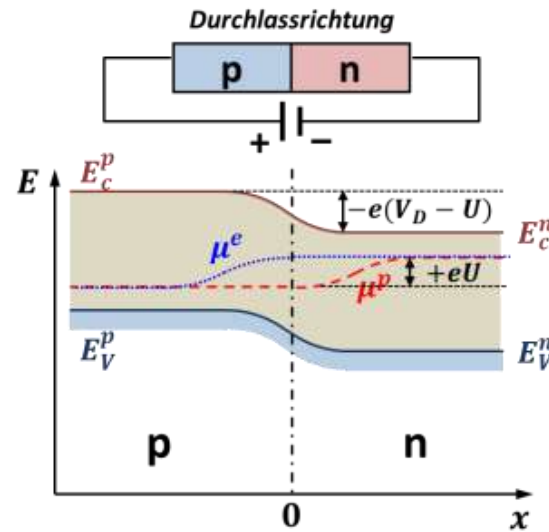
$$d_p = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{n_D/n_A}{n_A + n_D} \right)^{1/2}$$

je größer n_A und n_D umso schmaler die Raumladungszone

Beispiel: $V_D = 1$ V, Dotierung zwischen 10^{14} und 10^{18} $\text{cm}^3 \rightarrow d_n, d_p = 10 - 1\,000$ nm

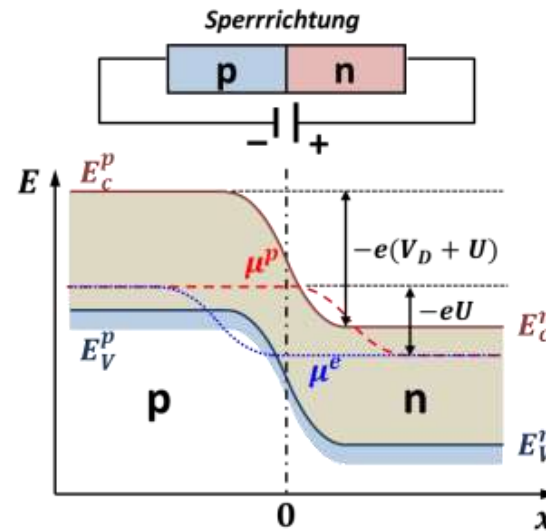
10.2.2 pn -Übergang mit angelegter Spannung

- Wie ändert sich Breite der Raumladungszone mit angelegter Spannung U ?
 - Annahme:** gesamte Spannung fällt über Raumladungszone ab, außerhalb ist $\phi(x) = const.$
 - Potenzialänderung über Raumladungszone: $\phi(+\infty) - \phi(-\infty) = V_D - U$



$U > 0$: + Pol an p -Typ HL

- pot. Energie der Elektronen wird im p -Gebiet um $(-e)(+U)$ abgesenkt bzw. im n -Gebiet um $(-e)(-U)$ angehoben



$U < 0$: - Pol an p -Typ HL

- pot. Energie der Elektronen wird im p -Gebiet um $(-e)(-U)$ angehoben bzw. im n -Gebiet um $(-e)(+U)$ abgesenkt

Breite der RL-Zone bei angelegter Spannung

→ Ersetzen von V_D durch $V_D - U$

$$d_n(U = 0) = C_n V_D^{1/2}$$

$$d_p(U = 0) = C_p V_D^{1/2}$$

$$d_n(U) = d_n(0) \left(1 - \frac{U}{V_D}\right)^{1/2}$$

$$d_p(U) = d_p(0) \left(1 - \frac{U}{V_D}\right)^{1/2}$$

$U > 0$: Durchlassrichtung

$U < 0$: Sperrrichtung

→ $d_{n,p}$ nimmt ab

→ $d_{n,p}$ nimmt zu

10.2.2 pn -Übergang mit angelegter Spannung

- Messung der Breite der Raumladungszone mit Kapazitätsspektroskopie

- durch Spannungsänderung δU wird Breite der RL-Zone geändert \rightarrow Änderung der Ladungsmenge um δQ_{RL}

$$\delta Q_{RL} = en_D A \left. \frac{\partial d_n}{\partial U} \right|_{U_0} \delta U + en_A A \left. \frac{\partial d_p}{\partial U} \right|_{U_0} \delta U$$

$$d_n(U) = d_n(0) \left(1 - \frac{U}{V_D}\right)^{1/2}$$

$$d_p(U) = d_p(0) \left(1 - \frac{U}{V_D}\right)^{1/2}$$

- spannungabhängige Kapazität $C_{RL}(U_0) = \left| \frac{\delta Q_{RL}}{\delta U} \right|_{U_0}$

$$C_{RL}(U_0) = [en_D A d_n(0) + en_A A d_p(0)] \frac{\partial}{\partial U} \left(1 - \frac{U}{V_D}\right)^{1/2}_{U_0}$$

$$d_n(0) = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{n_A/n_D}{n_A + n_D} \right)^{1/2}$$

$$d_p(0) = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{n_D/n_A}{n_A + n_D} \right)^{1/2}$$

$$C_{RL}(U_0) = A \left[\frac{n_A n_D}{n_A + n_D} \frac{e\epsilon\epsilon_0}{(V_D - U_0)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

- für $n_A \gg n_D$:

$$\frac{1}{C_{RL}^2(U_0)} = \frac{1}{A^2} \frac{1}{n_D} \frac{V_D - U_0}{e\epsilon\epsilon_0}$$

\rightarrow auftragen von $1/C_{RL}^2(U_0)$ gegen U_0 liefert V_D und n_D

10.2.2 pn -Übergang mit angelegter Spannung

- Strom-Spannungs-Kennlinie von pn -Kontakt

i. Majoritätsladungsträger:

abhängig von Vorzeichen von U wird Potential-schwelle $e(V_D - U)$ für **Diffusions- bzw. Rekombinationsstrom** der Majoritäts-LT erniedrigt (+) oder erhöht (-)
 → Beschreibung mit **Boltzmann-Faktor**

$$J_n^{\text{rec}} = C \cdot \exp\left(-\frac{e(V_D - U)}{k_B T}\right)$$

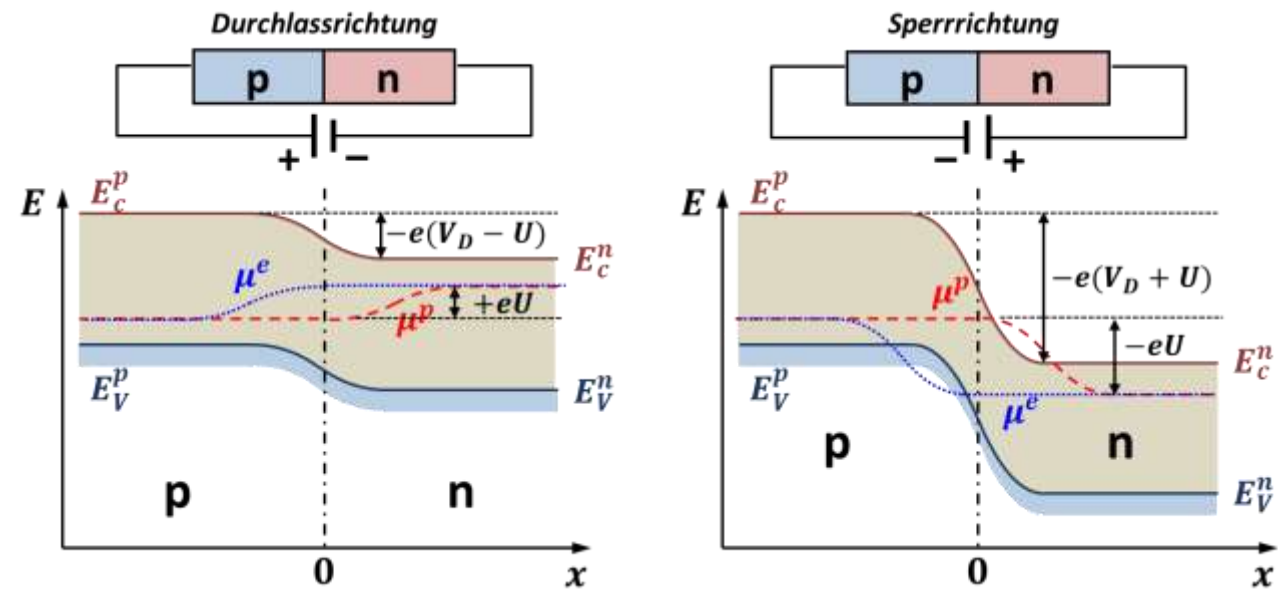
ii. Minoritätsladungsträger:

Generationsstrom der Minoritäts-LT ist unabhängig von U : $J_n^{\text{gen}}(U) = J_n^{\text{gen}}(0)$ (LT fließen Potential-schwelle hinunter)

für $U = 0$ muss gelten: $|J_n^{\text{gen}}(0)| = |J_n^{\text{rec}}(0)| = C \cdot \exp\left(-\frac{eV_D}{k_B T}\right) \Rightarrow C = |J_n^{\text{gen}}| \exp\left(+\frac{eV_D}{k_B T}\right)$

$$\Rightarrow J_n^{\text{rec}}(U) = |J_n^{\text{gen}}| \exp\left(+\frac{eU}{k_B T}\right) \Rightarrow J_n(U) = J_n^{\text{rec}}(U) - J_n^{\text{gen}} = |J_n^{\text{gen}}| \left[\exp\left(+\frac{eU}{k_B T}\right) - 1 \right]$$

gleiches Ergebnis für $J_p(U)$



10.2.2 pn -Übergang mit angelegter Spannung

- Strom-Spannungs-Kennlinie

– Gesamtstromdichte $J(U) = J_n(U) + J_p(U)$

$$J(U) = \underbrace{(|J_n^{\text{gen}}| + |J_p^{\text{gen}}|)}_{\text{Sättigungsstrom } J_s \text{ in Sperrrichtung}} \left[\exp\left(+\frac{eU}{k_B T}\right) - 1 \right]$$

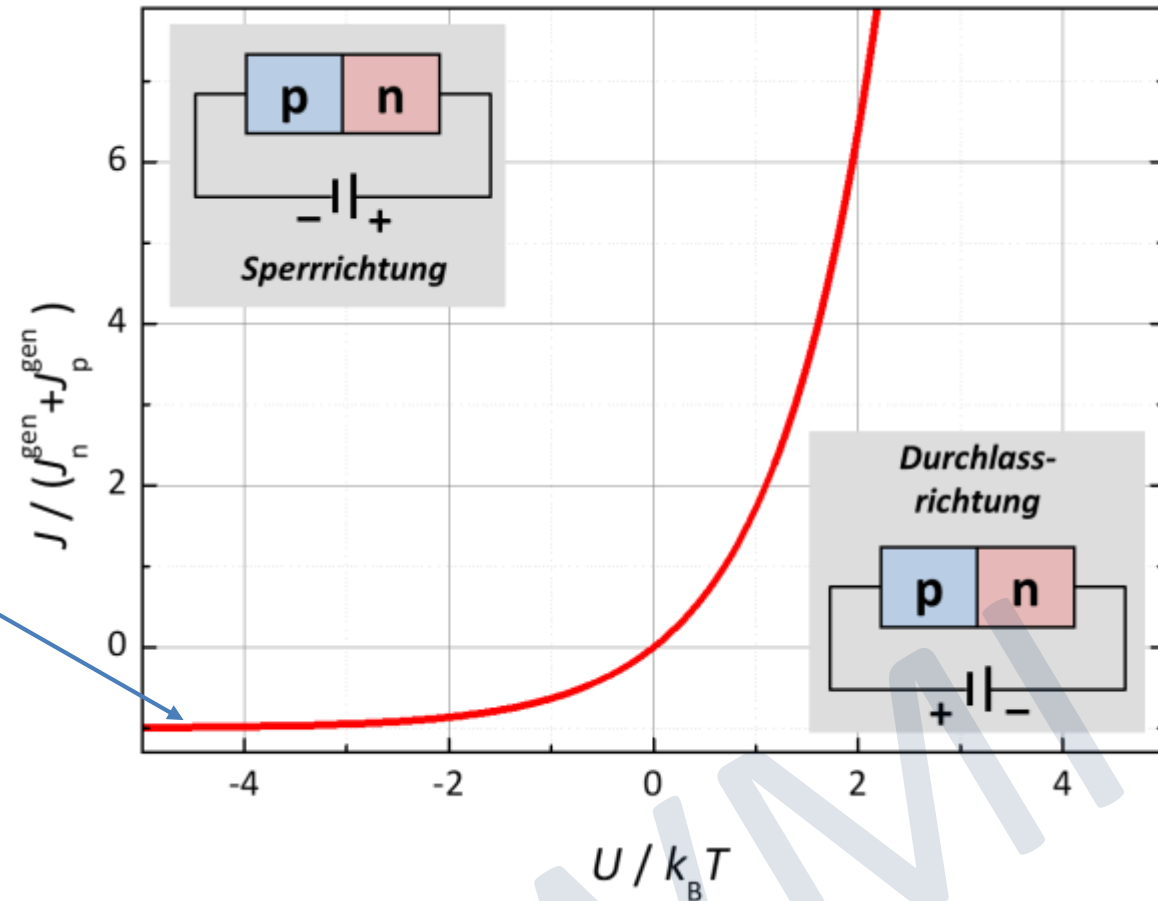
Sättigungsstrom J_s in Sperrrichtung

– ohne Herleitung:

$$J_s = |J_n^{\text{gen}}| + |J_p^{\text{gen}}| = \frac{eD_n}{L_n} n_p + \frac{eD_p}{L_p} p_n$$

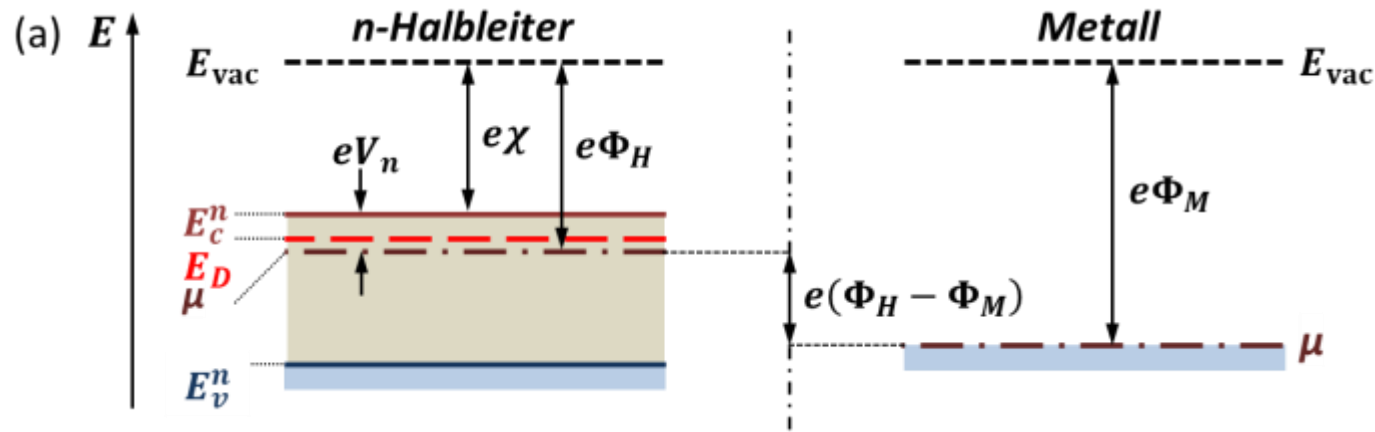
➤ bestimmt durch die Dichten der thermisch generierten Minoritäts-LT (Elektronen in p -, Löcher in n -Gebiet)

➤ bestimmt durch Rekombinationsrate $\frac{D_{n,p}}{L_{n,p}} = \frac{L_{n,p}}{\tau_{n,p}}$ der Minoritäts-LT innerhalb ihrer Diffusionslänge $L_{n,p} = \sqrt{D_{n,p}\tau_{n,p}}$
 ($D_{n,p}$ = Diffusionskonstante, $1/\tau_{n,p}$ = Rekombinationsrate)



10.2.3 Schottky-Kontakt

- Schottky-Kontakt = Kontakt zwischen Metall und Halbleiter



Austrittsarbeit: $e\Phi = E_{\text{vac}} - \mu$

Elektronenaffinität: $e\chi = E_{\text{vac}} - E_c$

getrennter Zustand:

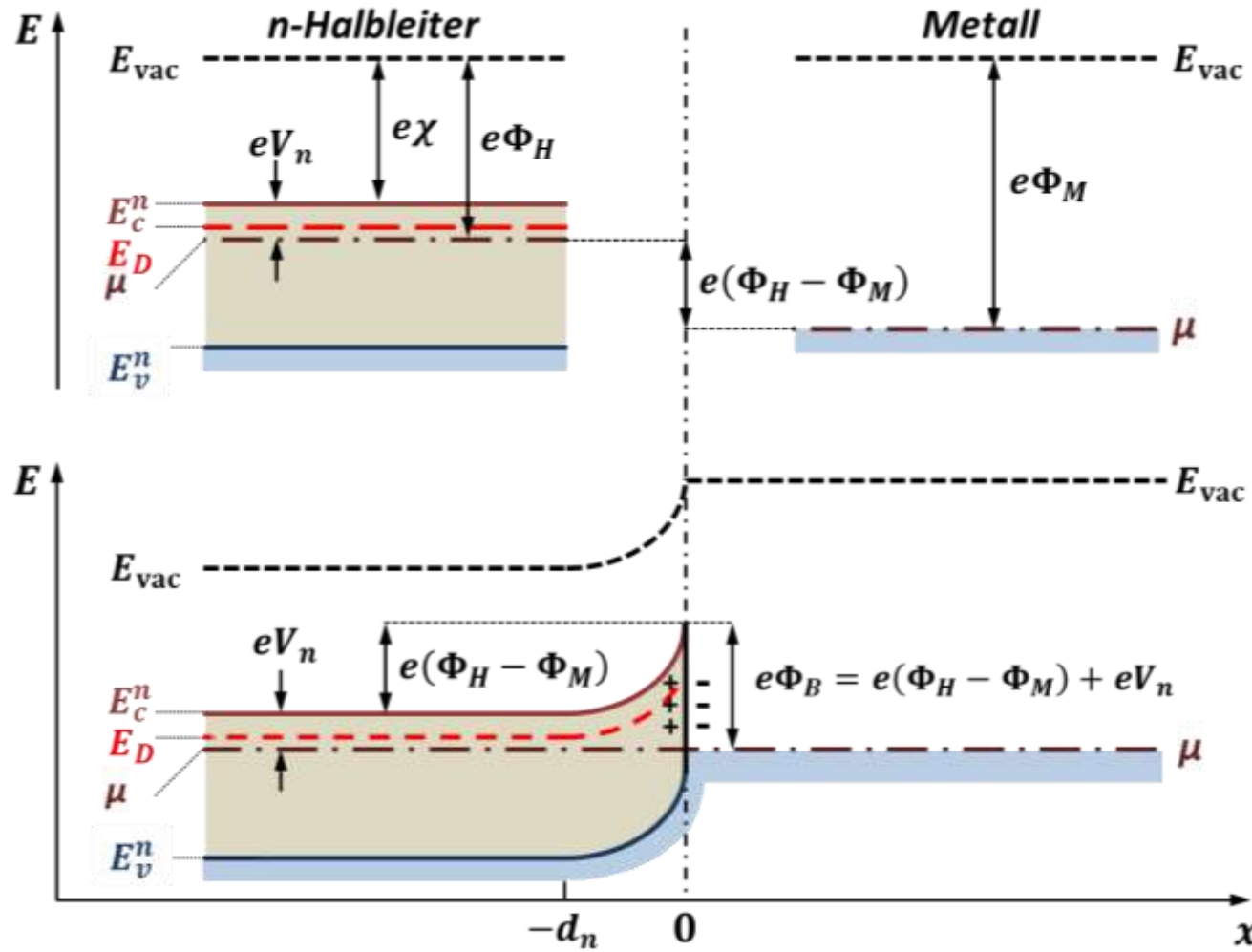
- unterscheidliche Austrittsarbeiten Φ von HL und Metall
 → chemische Potenziale μ sind um $e(\Phi_M - \Phi_H)$ gegeneinander verschoben
- Austrittsarbeit im HL: $\Phi_H = \chi + V_n$ → hängt von Lage des chemischen Potentials und damit z.B. von T ab
- als Materialkonstante wird deshalb **Elektronenaffinität** verwendet: $\chi = E_{\text{vac}} - E_c$

Kontaktzustand:

- chemisches Potenzial μ muss im thermischen Gleichgewicht horizontal verlaufen

10.2.3 Schottky-Kontakt

- Behandlung von Bandverlauf mit Schottky-Modell analog zu pn -Kontakt



Annahme:

- Breite der RL-Zone in Metall (< 1 nm) wird vernachlässigt

$$\rho(x) = \begin{cases} en_D & \text{für } -d_n \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \begin{cases} en_D / \epsilon \epsilon_0 & \text{für } -d_n \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

1. Integration ergibt:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \begin{cases} -\frac{en_D}{\epsilon \epsilon_0} (d_n + x) & \text{für } -d_n \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

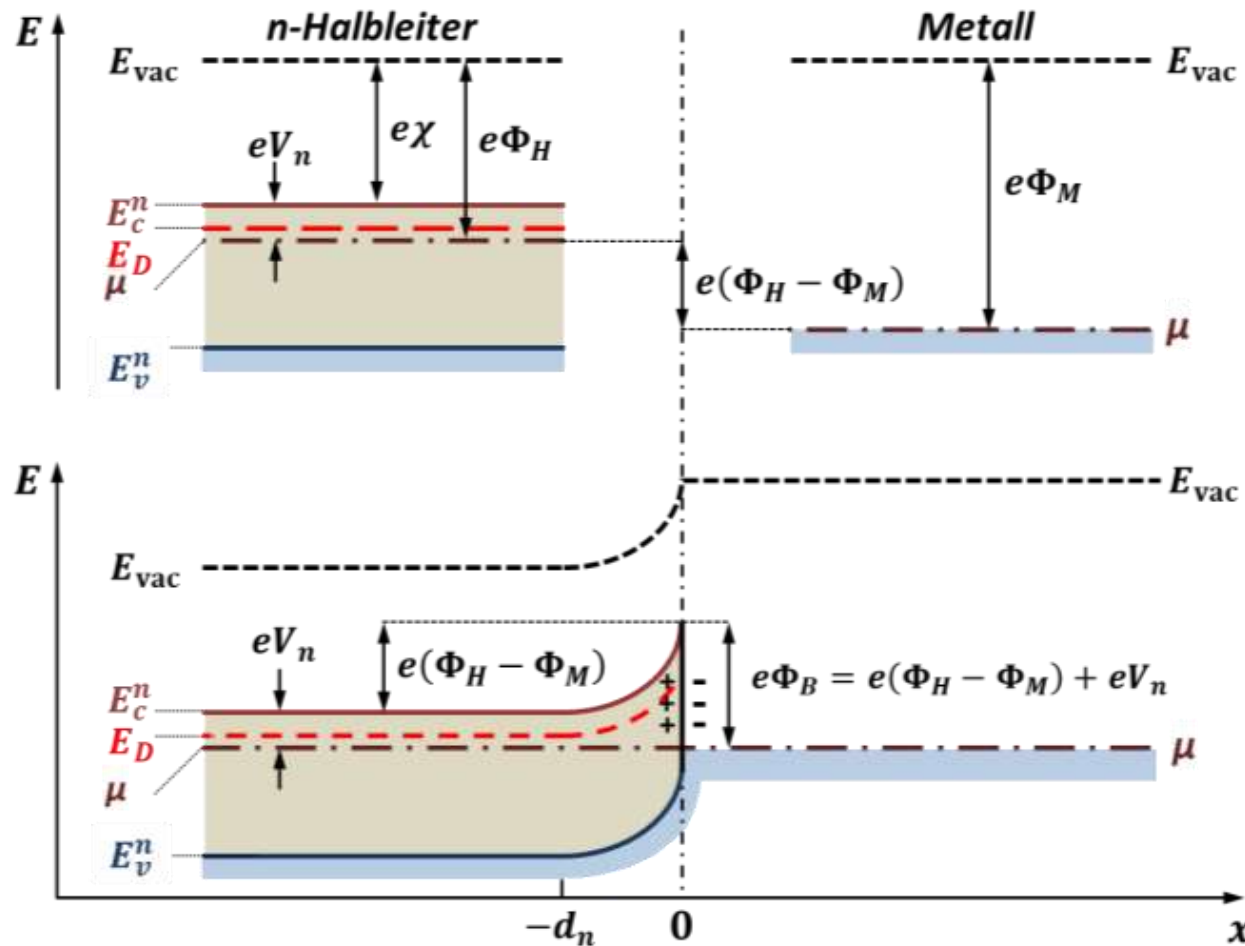
Integrationskonstante ergibt sich aus

Randbedingung $\frac{\partial \phi}{\partial x} (x = -d_n) = 0$

$$\Rightarrow E(x=0) = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{en_D d_n}{\epsilon \epsilon_0}$$

10.2.3 Schottky-Kontakt

- Behandlung von Bandverlauf mit Schottky-Modell analog zu *pn*-Kontakt



$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \begin{cases} -\frac{en_D}{\epsilon\epsilon_0} (d_n + x) & \text{für } -d_n \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

2. Integration ergibt:

$$\phi(x) = \begin{cases} (\Phi_M - \Phi_H) - \frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} (d_n + x)^2 & \text{für } -d_n \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Integrationskonstante ergibt sich aus Randbedingung:

$$e\phi(x = -d_n) = \underbrace{\Phi_M - \Phi_H}_{\text{entspricht } V_D \text{ bei } pn\text{-Kontakt}}$$

- Breite der RL-Zone:**

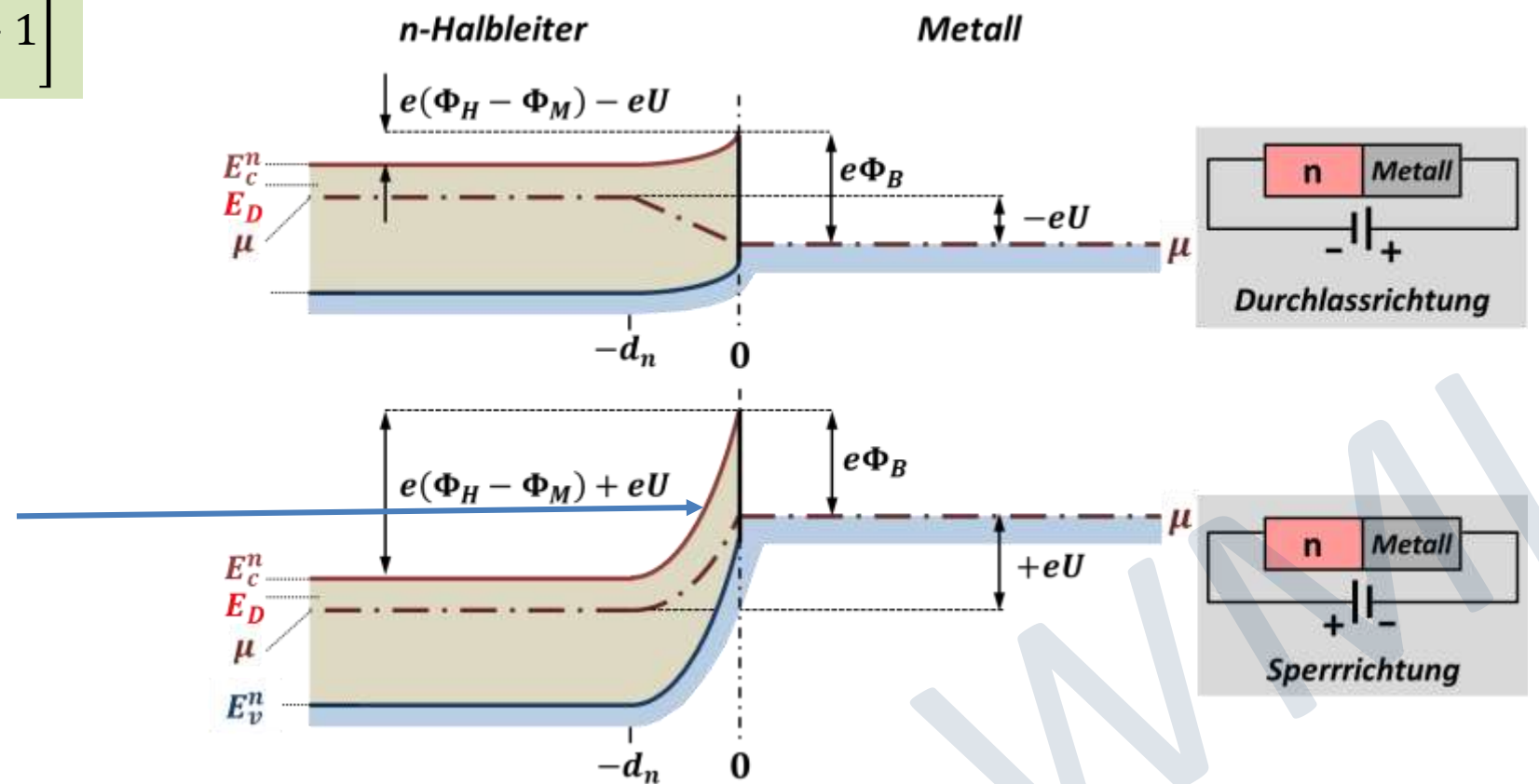
aus $\phi(x = 0) = 0$ folgt $d_n = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0}{en_D} (\Phi_M - \Phi_H) \right)^{1/2}$

mit angelegter Spannung $d_n = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0}{en_D} (\Phi_M - \Phi_H - U) \right)^{1/2}$

10.2.3 Schottky-Kontakt

- **Strom-Spannungs-Kennlinie** (Herleitung analog zu *pn*-Kontakt)

$$J(U) = J_s \left[\exp\left(+\frac{eU}{k_B T}\right) - 1 \right]$$



effektive Dicke der Barriere nimmt für große negative Spannungen ab

- ➔ Durchtunneln möglich
- ➔ Zener-Tunneln

10.3 Halbleiter-Bauelemente

- Viele Halbleiter-Bauelemente basieren auf pn - oder Schottky-Kontakten

- Dioden
 - Zener-Diode
 - Esaki-Diode
 - Rückwärtsdiode
 -

nur einige wenige können kurz behandelt

➔ Details in Spezialvorlesungen

- Solarzelle
- Leuchtdiode
- Bipolare Transistoren
- Thyristoren
- Triacs

WMI

10.3.1 Zener-Diode

- In Sperrrichtung ($U < 0$) von pn -Kontakt treten bei hohen Spannungen neue Effekte auf

i. Lawinendurchbruch:

LT nehmen in Potenzialgradient in RL-Zone so viel Energie auf, dass sie Elektron-Loch-Paare erzeugen können

→ Strom in Sperrichtung steigt lawinenartig an

→ **Lawinendurchbruch**

ii. Zener-Tunneln:

effektive Breite der RL-Zone nimmt mit zunehmender Sperrspannung ab

→ es setzt Tunnelstrom ein

→ **Zener-Tunneln**

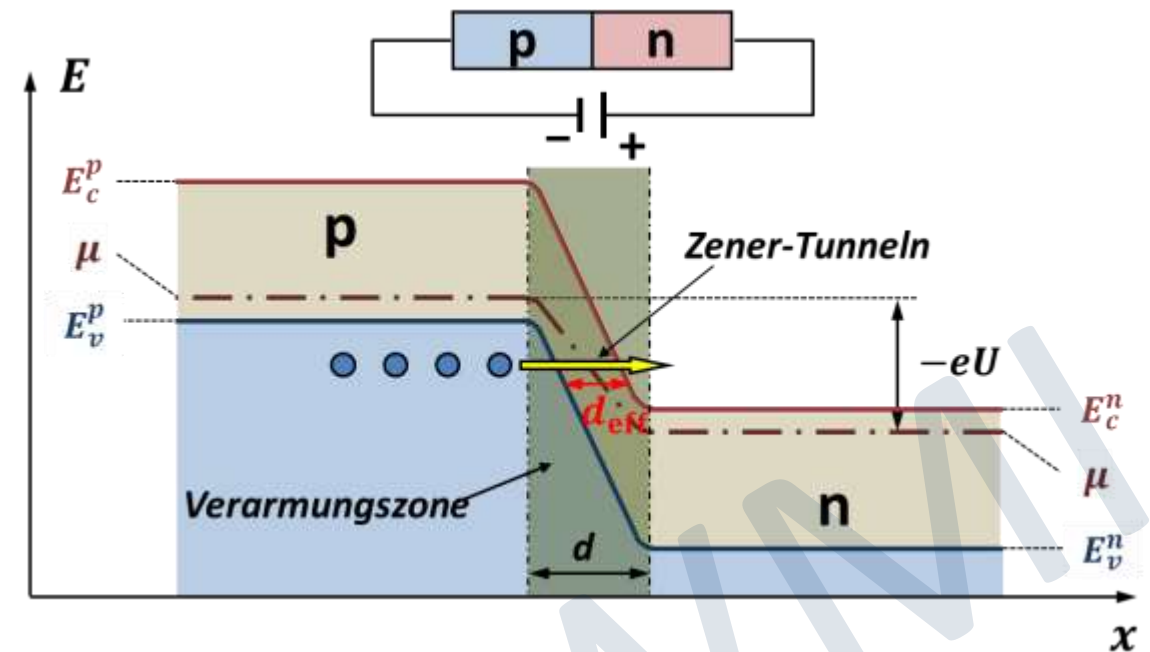
für $n_A = n_D = n$

$$d_n = d_p = \left(\frac{\epsilon \epsilon_0 V_D}{en} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{U}{V_D} \right)^{1/2}$$

für $U < 0$ nimmt $d_{n,p}$ zu, die **effektive Dicke d_{eff}** der Tunnelbarriere aber ab

Einstellung der Durchbruchsspannung über Dotierung möglich

für Si: $2 \text{ V} < V_{\text{Zener}} < 600 \text{ V}$

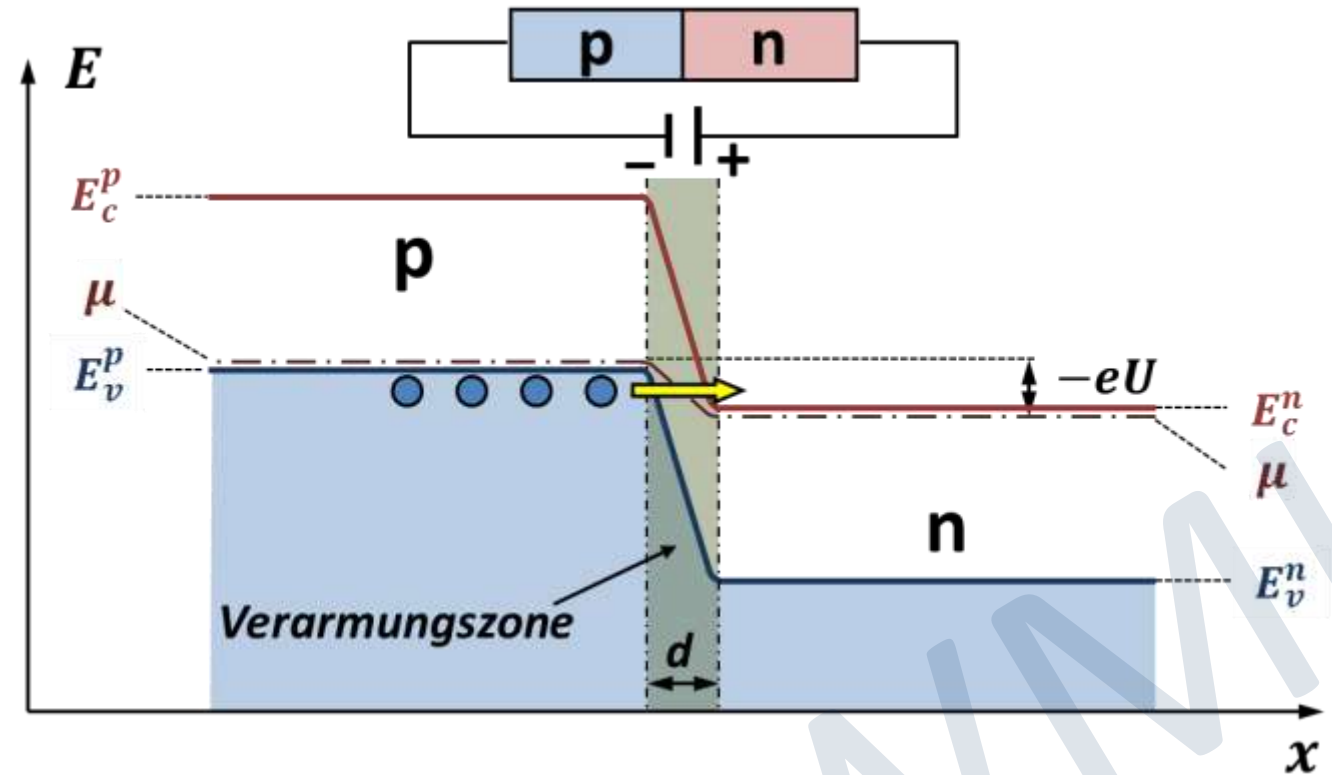


10.3.1 Rückwärtsdiode

- bei extrem hoher Dotierung wird Breite der RL-Zone sehr klein

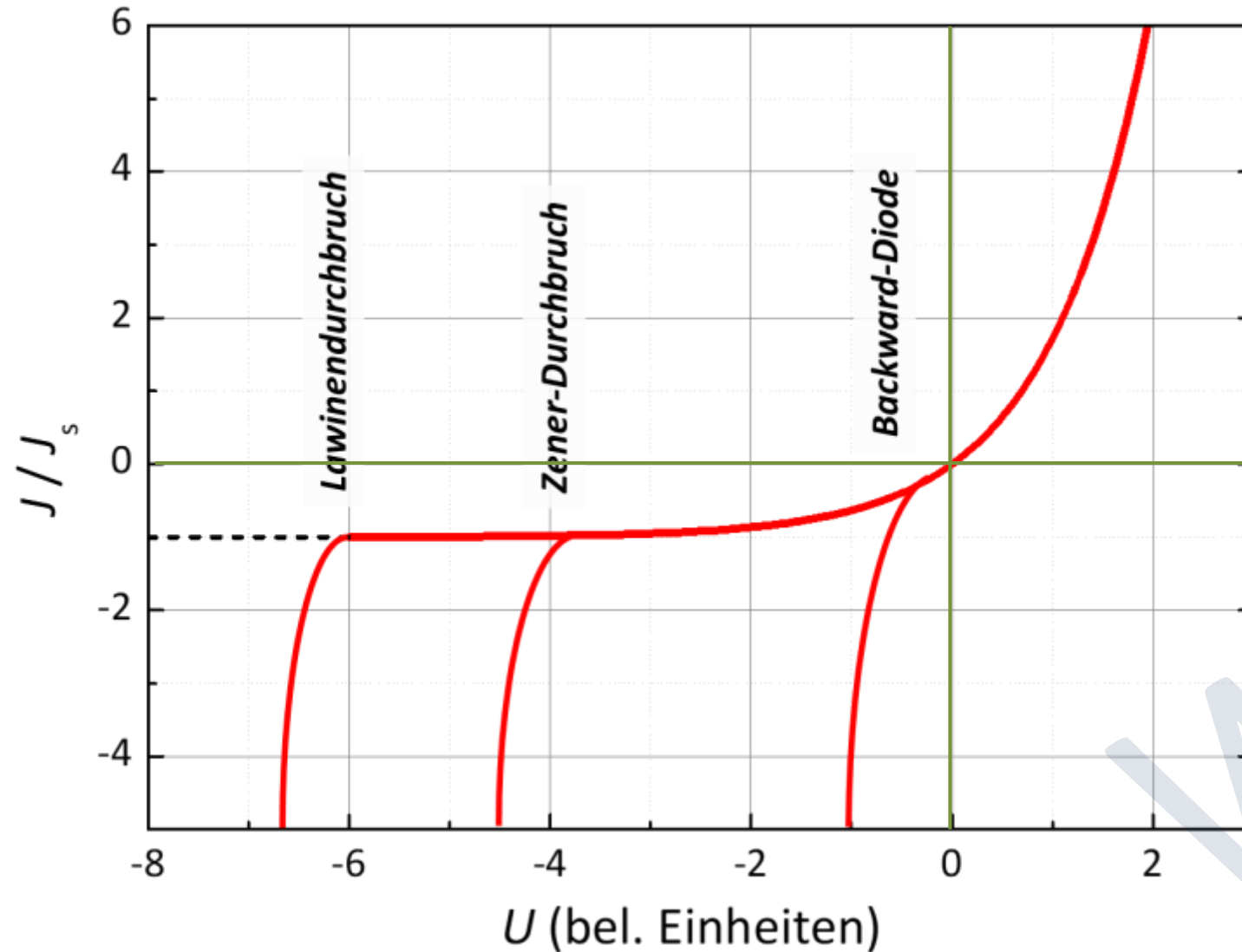
- starker Tunnelstrom bereits bei kleiner Sperrspannung $U < 0$
- Tunnelstrom in Rückwärtsrichtung wird größer als Strom in Durchlassrichtung

“Rückwärtsdiode”



10.3.1 Zener- und Rückwärtsdiode

- Strom-Spannungs-Kennlinien von Dioden



10.3.2 Esaki- oder Tunneldiode

- Dotierung wird so groß gemacht, dass chemische Potentiale in LB und VB liegen (entartete HL)

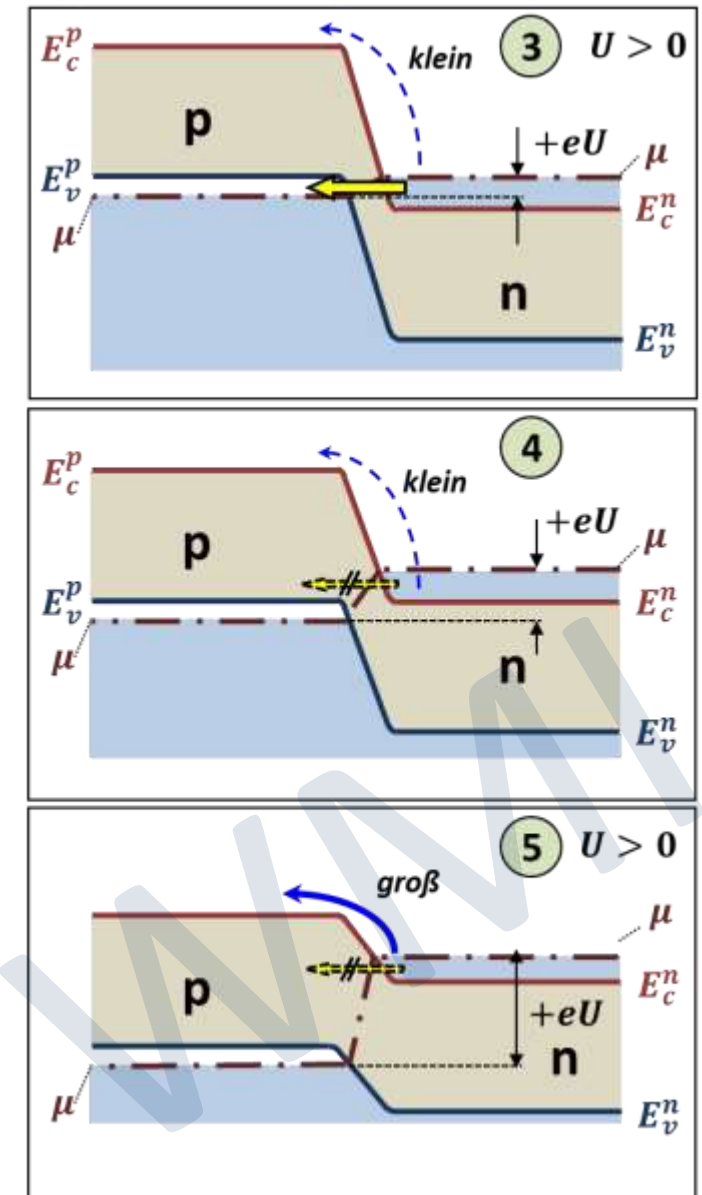
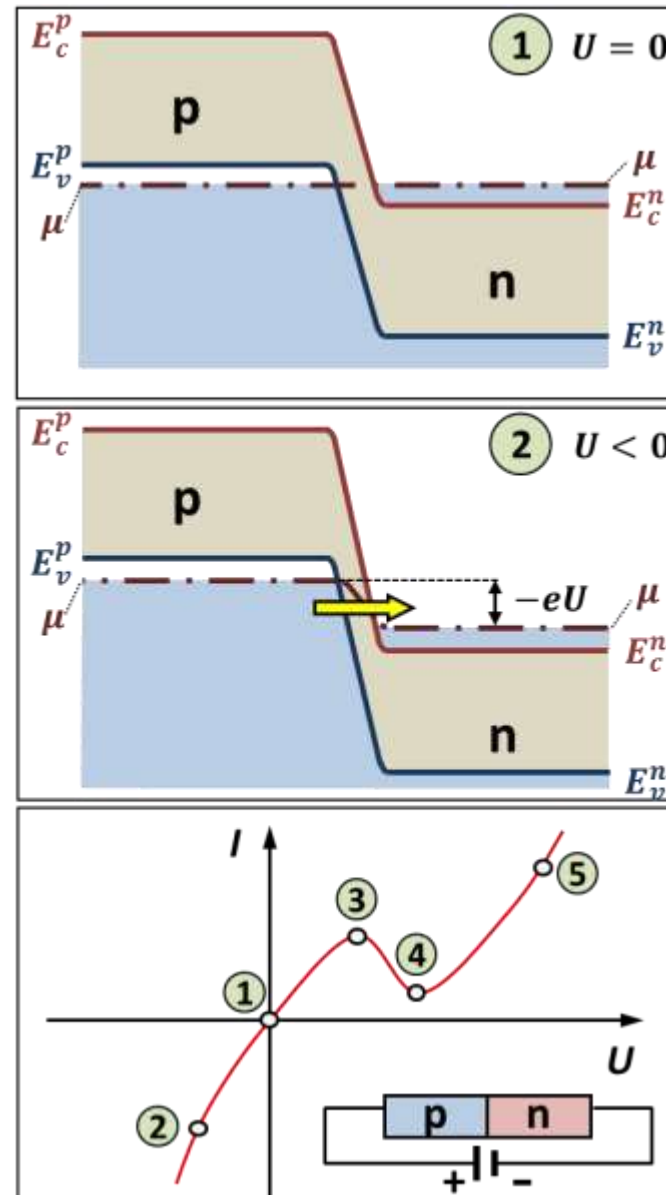
→ $U < 0$: hoher Tunnelstrom

→ $U > 0$: hoher Tunnelstrom nur für kleine U , dann wieder Abnahme von I

→ es entsteht Kennlinie mit **negativ differentielllem Widerstand**



Leo Esaki
(geb. 12.03.1925)
Nobelpreis für Physik 1973

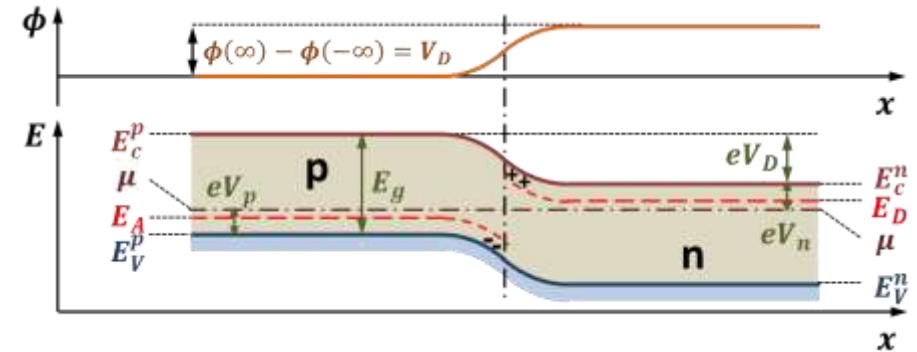


• **pn-Übergang im thermischen Gleichgewicht** → Kompensation von Diffusions- und Driftströmen

– Diffusionsspannung: $eV_D = k_B T \ln \left(\frac{n_n p_p}{n_i^2} \right)$

– Einstein-Relationen: $D_n = \frac{k_B T}{e} \mu_n$ $D_p = \frac{k_B T}{e} \mu_p$

– lok. LT-Dichte: $n(x) = n_c^{\text{eff}} \exp \left(-\frac{\tilde{E}_c(x) - \mu}{k_B T} \right)$ $\tilde{E}_c(x) = E_c(\infty) - \phi(x)$



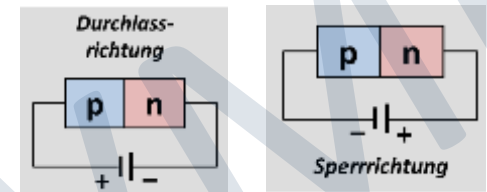
• **Schottky-Modell zur Berechnung von $\phi(x)$**

$$-\epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -d_p \\ -en_A & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ +en_D & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ 0 & \text{für } x > d_n \end{cases} \xrightarrow[\text{Randbed.}]{\text{Integration}} \phi(x) = \begin{cases} \phi(-\infty) & \text{für } x < -d_p \\ \phi(-\infty) + \frac{en_A}{2\epsilon\epsilon_0} (d_p + x)^2 & \text{für } -d_p \leq x \leq 0 \\ \phi(+\infty) + \frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} (d_n - x)^2 & \text{für } 0 \leq x \leq d_n \\ \phi(+\infty) & \text{für } x > d_n \end{cases}$$

• **pn-Übergang mit angelegter Spannung**

$\phi(+\infty) - \phi(-\infty) = V_D - U \xrightarrow{\text{IVC}} J(U) = (J_p^{\text{gen}} + J_n^{\text{gen}}) (e^{eU/k_B T} - 1)$

Sättigungsstrom: von U unabhängiger Minoritäts-LT-Strom



• **Breite der Raumladungszone**

$U = 0$

$$d_n = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{n_A/n_D}{n_A + n_D} \right)^{1/2}$$

$$d_p = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0 V_D}{e} \frac{n_D/n_A}{n_A + n_D} \right)^{1/2}$$

$U \neq 0$

$$d_n = d_n(U=0) \left(1 - \frac{U}{V_D} \right)^{1/2}$$

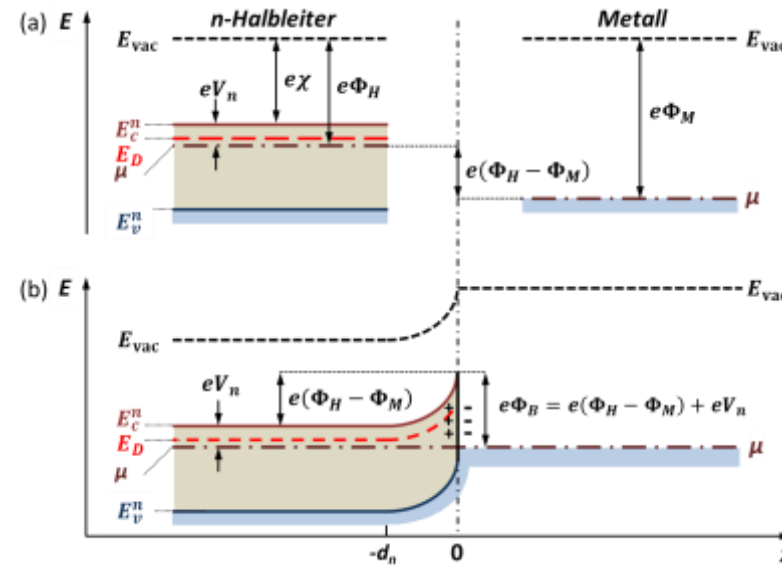
$$d_p = d_p(U=0) \left(1 - \frac{U}{V_D} \right)^{1/2}$$

- Ladung: $\delta Q_{RL} = en_D A \left. \frac{\partial d_n}{\partial U} \right|_{U_0} \delta U + en_A A \left. \frac{\partial d_p}{\partial U} \right|_{U_0} \delta U$

- Kapazität: $C_{RL}(U_0) = \left. \frac{\delta Q_{RL}}{\delta U} \right|_{U_0} = A \left[\frac{n_A n_D}{n_A + n_D} \frac{e\epsilon\epsilon_0}{(V_D - U_0)} \right]^{1/2}$

• Schottky-Kontakt

- unterschiedliche Austrittsarbeit von Metall und HL
→ chemische Potentiale sind um $\Phi_M - \Phi_H$ verschoben
- Behandlung äquivalent zu pn -Übergang
→ $\Phi_M - \Phi_H$ entspricht V_D



• Schottky-Modell zur Berechnung von $\phi(x)$

$$\rho(x) = \begin{cases} en_D & \text{für } -d_n \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \xrightarrow[\text{Randbed.}]{\text{Integration}} \phi(x) = \begin{cases} (\Phi_M - \Phi_H) - \frac{en_D}{2\epsilon\epsilon_0} (d_n + x)^2 & \text{für } -d_n \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

entspricht Diffusionsspannung bei pn -Kontakt

• Breite der Raumladungszone

$$U = 0 \quad d_n = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0}{en_D} (\Phi_M - \Phi_H) \right)^{1/2}$$

$$U \neq 0 \quad d_n = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0}{en_D} (\Phi_M - \Phi_H - U) \right)^{1/2}$$

• Bauelemente basierend auf pn -Übergang

- Zener-Diode, Rückwärtsdiode, Esaki-Diode