

## 8 KOLLEKTIVER MAGNETISMUS

In Kapitel 6 haben wir die quantenmechanischen Austauschwechselwirkungen kennen gelernt, die zu unterschiedlichen magnetischen Ordnungsstrukturen in Festkörpern führen, wie wir sie in Kapitel 7 diskutiert haben. Insbesondere haben wir das Auftreten von kollektivem Magnetismus besprochen. Hier wollen wir nun die Phänomene Ferromagnetismus, Antiferromagnetismus und Spinglas näher betrachten. Der historischen Entwicklung folgend betrachten wir als Ausgangspunkt die Weissche Molekularfeldnäherung. Daraus leiten wir für Ferro- und Antiferromagneten Ausdrücke für relevante physikalische Größen wie die kritische Temperatur oder die magnetische Suszeptibilität ab. Außerdem wollen wir kollektive magnetische Anregungen diskutieren. Den Abschluss bildet die Behandlung der nach wie vor schlecht verstandenen Spinglas-Phase.

---

8.1	Ferromagnetismus .....	126
8.1.1	Die Weissche Molekularfeldnäherung .....	126
8.1.2	Curie-Temperatur und Curie-Weiss-Gesetz .....	128
8.1.3	Ein Ferromagnet im Magnetfeld .....	130
8.1.4	Ursprung des Molekularfelds .....	131
8.1.5	Ferromagnetische Domänen .....	131
8.1.6	Die ferromagnetische Hystereseschleife .....	134
8.1.7	Magnetische Anisotropie und Magnetostriktion .....	134
8.1.8	Ferromagnetische Magnonen .....	136
8.1.9	Das Blochsche $T^{3/2}$ -Gesetz .....	138
8.2	Antiferromagnetismus .....	140
8.2.1	Das Weiss-Modell eines Antiferromagneten .....	140
8.2.2	Spin-Flop und Spin-Flip .....	142
8.2.3	Antiferromagnetische Magnonen .....	143
8.3	Spingläser .....	143

## 8.1 Ferromagnetismus

Ein Ferromagnet zeichnet sich dadurch aus, dass er ein spontanes magnetisches Moment besitzt, auch ohne dass ein externes magnetisches Feld angelegt wäre. Die magnetischen Momente sind alle längs einer ausgezeichneten Richtung orientiert. Wir vernachlässigen in diesem Stadium die Existenz von Domänen, die dazu führen kann, dass eine ferromagnetische Probe im makroskopischen Mittel unmagnetisch ist, da sich die Magnetisierungen der Domänen wechselseitig auslöschen. Das im Folgenden gesagte gilt für eine *einzelne* Domäne.

Der Grund für Ferromagnetismus liegt in den in Kapitel 6 diskutierten Austauschwechselwirkungen. Im Heisenberg-Modell kann der ferromagnetische Zustand durch den Hamilton-Operator

$$\hat{H} = \overbrace{-2 \sum_{i < j} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j}^{\text{Heisenberg}} + \overbrace{g \mu_B \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{B}}^{\text{Zeeman}} \quad (8.1)$$

gekennzeichnet werden. Die Austauschkonstanten  $J_{ij}$  zwischen nächsten Nachbarn müssen positiv sein, um ferromagnetische Ordnung zu garantieren. Der Hamilton-Operator setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: Der erste Term ist die Heisenbergsche Austauschenergie (6.13), der zweite die Zeeman-Energie aus (2.27). Wir nehmen zunächst an, dass wir keinen orbitalen Magnetismus haben, also  $J = S$  und  $L = 0$ .

### 8.1.1 Die Weissche Molekularfeldnäherung

Um die Schrödinger-Gleichung für den Hamilton-Operator (8.1) exakt lösen zu können, müssen wir eine Näherung einführen. Die einfachste Näherung ist die *Molekularfeldnäherung*, *Weissche Näherung* oder (modern) *mean field approximation*. Dabei betrachtet man einen Spin mit Nummer  $i$  als ausgezeichnet und ersetzt alle restlichen Spins  $\mathbf{S}_j$  durch ein „mittleres Feld“ oder „Molekularfeld“. Dieser Rest nimmt also seinen quantenmechanischen Erwartungswert ein. Da der Einzelspin  $\mathbf{S}_i$  allerdings nicht wirklich ausgezeichnet ist, kann man hinterher auf das Verhalten des ganzen Festkörpers schließen. Wir formen den Hamilton-Operator (8.1) entsprechend um und erhalten

$$\hat{H} = g \mu_B \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \left\{ \mathbf{B} - \underbrace{\frac{2}{g \mu_B} \sum_{j > i} J_{ij} \mathbf{S}_j}_{\mathbf{B}_i^{\text{mf}}} \right\}. \quad (8.2)$$

Wir fassen den zweiten Term in der Klammer als Korrektur zum äußeren Magnetfeld  $\mathbf{B}$  auf und definieren diesen Term als sog. **Molekularfeld**

$$\mathbf{B}_i^{\text{mf}} \equiv -\frac{2}{g \mu_B} \sum_{j > i} J_{ij} \mathbf{S}_j, \quad (8.3)$$

das auf den Spin  $\mathbf{S}_i$  auf Gitterplatz  $i$  einwirkt. So ist die gesamte Austauschenergie des Spins  $\mathbf{S}_i$  mit seinen Nachbarn  $\mathbf{S}_j$  in diesem Molekularfeld zusammengefasst. Was haben wir gewonnen? Wir haben die Austauschwechselwirkung durch eine mittlere magnetische Flussdichte ersetzt, die auf den Spin  $\mathbf{S}_i$  einwirkt. Die Austauschwechselwirkung wird also formal wie ein zusätzliches externes magnetisches Feld behandelt. Um die Sache weiter zu vereinfachen, nehmen wir ein homogenes System an, in dem sich die einzelnen Spins und ihre Wechselwirkung untereinander von Gitterplatz zu Gitterplatz nicht unterscheiden. Damit besitzt das Molekularfeld  $\mathbf{B}^{\text{mf}}$  an jedem Gitterplatz  $i$  denselben Wert, hängt also

nicht mehr von  $i$  ab. (Dieser Ansatz ist allerdings besonders in der Nähe der Übergangstemperatur fraglich.) Da im Molekularfeld die Energieskala der Coulomb-Abstoßung steckt, kann  $\mathbf{B}^{\text{mf}}$  extrem hohe Werte annehmen.

Dieses *mikroskopische* Molekularfeld  $\mathbf{B}^{\text{mf}}$  ist verbunden mit einer mittleren *makroskopischen* Magnetisierung  $\mathbf{M}$  des Systems, da jeder Spin  $\mathbf{S}_j$  ein magnetisches Moment  $\mathbf{m}_j = -g\mu_B\mathbf{S}_j$  besitzt. Ersetzen wir  $\mathbf{S}_j$  durch den Erwartungswert, so erhalten wir für diese Magnetisierung

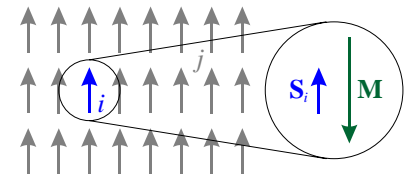
$$\mathbf{M} = \frac{1}{V} \sum_j \mathbf{m}_j = -ng_J\mu_B \langle \mathbf{S}_j \rangle, \quad (8.4)$$

wobei  $n$  die räumliche Dichte der Spins bezeichnet. Es ist zu beachten, dass wegen des negativen magnetischen Moments der Elektronen die Magnetisierung  $\mathbf{M}$  *entgegen* der Spinrichtung steht (Bild 8.1).

Als nächsten Schritt wollen wir die Stärke des Molekularfelds als Funktion der Magnetisierung parametrisieren. Dazu führen wir die dimensionslose *Molekularfeldkonstante*  $\lambda$  ein mit

$$\mathbf{B}^{\text{mf}} = \lambda\mu_0\mathbf{M}. \quad (8.5)$$

Für einen Ferromagneten gilt  $\lambda > 0$ , wobei  $\lambda$  von der Größenordnung hundert ist. Bei tiefen Temperaturen richtet das Molekularfeld die Spins parallel aus. Diese Sprechweise ist natürlich tautologisch, denn das Molekularfeld beschreibt ja nichts weiter als die vorgefundene Ausrichtung, die sich sozusagen „selber hervorruft“. Bei hohen Temperaturen wird die magnetische Ordnung durch thermische Fluktuationen aufgeweicht und bei der Curie-Temperatur  $T_C$  endgültig zerstört. Das vorgestellte Modell wurde von Pierre-Ernest Weiss entwickelt. Seine Rechtfertigung erfährt es durch die quantenmechanische Austauschwechselwirkung, welche die Ursache des Molekularfelds ist.



**Bild 8.1:** Der Spin  $\mathbf{S}_i$  spürt das Weissche Molekularfeld, das von allen anderen Spins  $\mathbf{S}_j$  verursacht wird. Mit diesem Molekularfeld ist eine Magnetisierung  $\mathbf{M}$  verbunden, die entgegen der Spinrichtung steht.

Wir können nun das Problem des Ferromagneten im Magnetfeld  $\mathbf{B}$  lösen, indem wir uns stattdessen einen Paramagneten in einem effektiven Magnetfeld

$$\mathbf{B}^{\text{eff}} = \mathbf{B} + \lambda\mu_0\mathbf{M} \quad (8.6)$$

vorstellen. Dieses Problem mit dem zugehörigen Hamilton-Operator

$$\hat{H} = g\mu_B \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{B}^{\text{eff}} \quad (8.7)$$

wurde bereits in Kapitel 3 gelöst. Dort hatten wir gesehen, dass man die Magnetisierung eines paramagnetischen Systems mit Hilfe der Brillouin-Funktion  $B_J(y)$  für beliebigen Gesamtdrehimpuls  $J$  beschreiben kann. Die Gleichung (3.26) beschreibt die Magnetisierung, wobei wir jetzt aber im Argument der Brillouin-Funktion das Molekularfeld mit aufnehmen müssen. Wir erhalten so für die Magnetisierung eines Ferromagneten das bekannte Ergebnis

$$M = M_S B_J(y) \quad (8.8)$$

mit dem *modifizierten* Argument

$$y = \frac{g_J\mu_B J (B + \lambda\mu_0 M)}{kT} \quad (8.9)$$

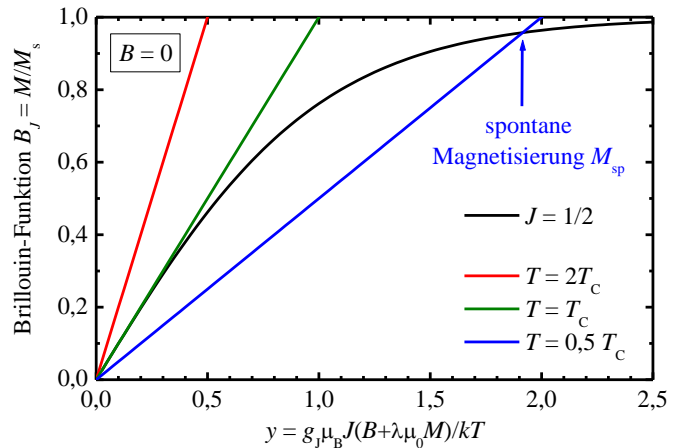
und der Sättigungsmagnetisierung

$$M_S = ng_J\mu_B J. \quad (8.10)$$

Für  $\lambda = 0$  würden wir einfach die Ergebnisse aus Kapitel 3 reproduzieren. Für  $\lambda > 0$  stellen Gl. (8.8) und (8.9) allerdings ein implizites Gleichungssystem für  $M$  dar. Um es zu lösen, wollen wir zunächst grafisch vorgehen: Einerseits ist  $M(y)$  gemäß (8.8) durch die Brillouin-Funktion  $B_J(y)$  gegeben (Bild 8.2). Setzt man andererseits in (8.9)  $B = 0$ , so bleibt ein Ausdruck für  $M$ , der *linear* in  $y$  ist:

$$M = \frac{kT}{g_J\mu_0\mu_B J\lambda} \cdot y \quad (8.11)$$

Also ist  $M(y)$  proportional zu  $y$  und der Temperatur  $T$ , so dass sich in Bild 8.2 eine Gerade ergibt, deren Steigung von der Temperatur abhängt. Oberhalb einer kritischen Temperatur  $T_C$  schneiden sich beide Kurven nur im Ursprung, also bilden nur  $y = 0$  und  $M = 0$  eine Lösung. Unterhalb  $T_C$  gibt es drei Schnittpunkte. Eine Lösung liegt dann wieder bei  $M = 0$ , und zwei weitere Lösungen liefern  $M = \pm M_{sp}$ . Die  $M = 0$ -Lösung ist dabei instabil, wenn die Steigung kleiner ist als die Steigung der Brillouin-Funktion am Nullpunkt. D.h. durch eine beliebig kleine Fluktuation kann das System vom Zustand  $M = 0$  in einen stabilen Zustand mit  $M \neq 0$  umschlagen. Unterhalb von  $T_C$  besitzt das System damit eine endliche **spontane Magnetisierung**  $M_{sp}$ , die mit sinkender Temperatur zunimmt. Da wir  $B = 0$  angenommen hatten, bedeutet dies, dass das System ohne externes Magnetfeld magnetisiert ist. Diese spontane Magnetisierung ist das wichtigste Kriterium des Ferromagnetismus.



**Bild 8.2:** Grafische Ermittlung der spontanen Magnetisierung im Nullfeld. Die schwarze Kurve ist die Brillouin-Funktion für  $J = 1/2$ , die drei Geraden sind nach (8.10) eingezeichnet.

### 8.1.2 Curie-Temperatur und Curie-Weiss-Gesetz

Wie bestimmt man die kritische Temperatur  $T_C$ ? Für  $T = T_C$  müssen die Steigungen von (8.8) und (8.11) bei  $y = 0$  gleich sein, also

$$M_S \frac{\partial B_J(0)}{\partial y} = \frac{kT_C}{g_J\mu_0\mu_B J\lambda} \quad (8.12)$$

Für kleine Werte von  $y$  hatten wir die lineare Näherung

$$B_J(y \ll 1) \approx \frac{J+1}{3J} y + o(y^3) \quad (8.13)$$

für die Brillouin-Funktion kennen gelernt (siehe Kapitel 3). Damit erhalten wir

$$T_C = \frac{g_J\mu_0\mu_B J\lambda}{k} \cdot M_S \cdot \frac{J+1}{3J} = \lambda \underbrace{\frac{J(J+1)(g_J\mu_B)^2 n\mu_0}{3k}}_C. \quad (8.14)$$

Der letzte Bruch ist aber gerade die Curie-Konstante  $C$  aus Kapitel 3. Damit erhalten wir als kritische Temperatur die sog. **Curie-Temperatur**

$$T_C = \lambda C. \quad (8.15)$$

Nun können wir auch das Molekularfeld

$$B^{\text{mf}} = \lambda \mu_0 M_S = \frac{3kT_C}{g_J \mu_B (J+1)} \quad (8.16)$$

abschätzen. Nehmen wir  $J = 1/2$  und  $T_C = 1000$  K an, so ergibt sich  $B^{\text{mf}} \approx 1500$  T. Dies ist ein gigantisches Feld, das mit Labormethoden unmöglich erreicht werden kann. Daran erkennt man die Stärke der quantenmechanischen Austauschwechselwirkung  $J$ .

Man kann nun für verschiedene  $J$  die Gleichungen lösen, um die Ausdrücke für  $M/M_S$  gegen  $T = T_C$  zu erhalten. Die Kurven sehen sich alle sehr ähnlich, die Magnetisierung bei fester reduzierter Temperatur  $\neq 0$  oder 1 sinkt mit steigendem  $J$ . Die Magnetisierung ist immer Null für  $T \geq T_C$  und endlich für  $T < T_C$ . Die Magnetisierung selbst ist stetig bei  $T_C$ , nicht aber ihre Ableitung. Dies bedeutet, dass innerhalb der Molekularfeldtheorie der Übergang vom Para- zum Ferromagnetismus ein **Phasenübergang zweiter Ordnung** ist. Die Ordnung eines Phasenübergangs ist die Ordnung derjenigen Ableitung der freien Energie, die sich am Phasenübergang *unstetig* verhält. Da die Magnetisierung die erste Ableitung der freien Energie war, die 2. Ableitung aber unstetig ist, hat man also einen Übergang 2. Ordnung.

Legen wir ein kleines Magnetfeld  $\mathbf{B}$  bei Temperaturen oberhalb der Curie-Temperatur  $T_C$  an, so wird eine kleine Magnetisierung entstehen. Da wir bei hohen Temperaturen sind, können wir die Vereinfachung  $y \ll 1$  wählen (also die lineare Näherung (8.13) der Brillouin-Funktion verwenden). Aus Gl. (8.8), (8.9) und (8.13) erhalten wir

$$\frac{M}{M_S} = \frac{J+1}{3J} \frac{g_J \mu_B J}{k} \frac{B + \lambda \mu_0 M}{T} = \frac{T_C}{T} \frac{B + \lambda \mu_0 M}{\lambda \mu_0 M_S}. \quad (8.17)$$

Daraus folgt für die Magnetisierung

$$M = \frac{T_C}{\lambda \mu_0 (T - T_C)} B. \quad (8.18)$$

Wir erhalten für die magnetische Suszeptibilität

$$\chi = \mu_0 \frac{\partial M}{\partial B} = \frac{T_C}{\lambda (T - T_C)}. \quad (8.19)$$

Nach Einsetzen der Curie-Konstanten  $C$  ergibt sich das berühmte **Curie-Weiss-Gesetz** eines Ferromagneten (FM)

$$\chi^{\text{FM}} = \frac{C}{T - T_C}. \quad (8.20)$$

### 8.1.3 Ein Ferromagnet im Magnetfeld

Durch das Einschalten eines Magnetfelds  $B$  verschiebt man die Geraden  $M(y)$  nach Gl. (8.11) aus Bild 8.2 um  $B$  nach rechts und erhält

$$M = \frac{1}{\lambda\mu_0} \left( \frac{kT}{g_J\mu_B J} \cdot y - B \right). \tag{8.21}$$

Der Effekt ist, dass es nun keine Lösungen mit  $M = 0$  mehr geben kann, auch nicht oberhalb von  $T_C$  (Bild 8.3). Damit wird der Phasenübergang sozusagen „entfernt“. Im Magnetfeld ist es für einen Ferromagneten immer günstiger sich im Feld auszurichten. Die Diskontinuität bzw. Unstetigkeit bei  $T_C$  wird aufgehoben. In unserem Modell spielt die Richtung des Magnetfelds keine Rolle. Die Magnetisierung folgt der Richtung des Magnetfelds. Innerhalb des Weiss-Modells gibt es keine ausgezeichnete Richtung der magnetischen Momente innerhalb des Kristalls. Dies ist in Wirklichkeit nicht der Fall, es liegt im Allgemeinen eine *magnetische Anisotropie* vor.

Bei  $T = T_C$  lässt sich der Effekt des Magnetfelds auch analytisch berechnen. Wir zeigen, dass sich bei kleinen Magnetfeldern bei  $T_C$  die Magnetisierung proportional zur dritten Wurzel aus dem Magnetfeld verhält. Dazu benötigen wir allerdings den zweiten Term der Taylor-Entwicklung der Brillouin-Funktion aus (8.13)

$$B_J(y \ll 1) = \frac{J+1}{3J} y - Ay^3 + O(y^5), \tag{8.22}$$

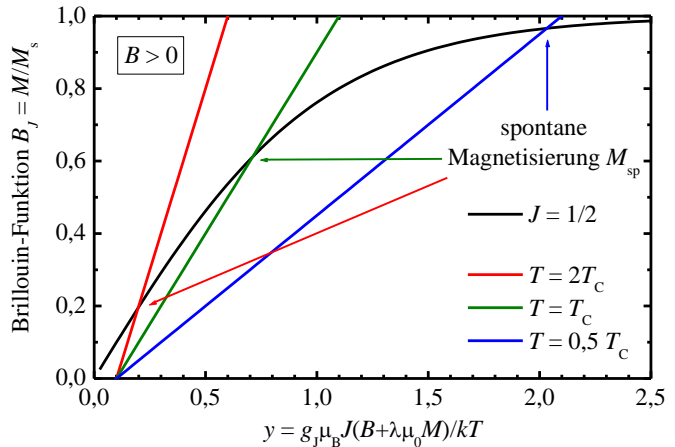
wobei  $A$  eine Konstante ist. Aus (8.8), (8.9) und (8.22) erhalten wir in der Nähe der Curie-Temperatur ( $T \approx T_C$ )

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_S} &= \frac{J+1}{3J} \frac{g_J\mu_B J}{k} \frac{B + \lambda\mu_0 M}{T_C} - A \left( \frac{g_J\mu_B J}{k} \frac{B + \lambda\mu_0 M}{T_C} \right)^3 = \\ &= \frac{B + \lambda\mu_0 M}{\lambda\mu_0 M_S} - A \left( \frac{M_S}{nk} \frac{B + \lambda\mu_0 M}{T_C} \right)^3. \end{aligned} \tag{8.23}$$

Daraus folgt

$$B = \frac{\lambda\mu_0 A M_S^4}{(nkT_C)^3} \cdot \left( \underbrace{B}_{\ll \lambda M} + \lambda\mu_0 M \right)^3 \propto M^3. \tag{8.24}$$

Damit verhält sich die Magnetisierung  $M$  nahe  $T_C$  proportional zur dritten Wurzel aus dem externen Magnetfeld  $B$ .



**Bild 8.3:** Grafische Ermittlung der spontanen Magnetisierung im Magnetfeld. Die schwarze Kurve ist die Brillouin-Funktion für  $J = 1/2$ , die drei Geraden sind nach (8.18) berechnet. Es ergibt sich immer eine spontane Magnetisierung.

### 8.1.4 Ursprung des Molekularfelds

Das Molekularfeld-Modell wurde 1907 von Pierre-Ernest Weiss entwickelt. Man war damals enttäuscht, dass  $\lambda$  so immens groß sein musste, um die hohen Werte von  $T_C$  (bis zu 1394 K für Co) erklären zu können. Wie wir gesehen haben, können Dipolwechselwirkungen nicht den Magnetismus verursachen. Erst Werner Heisenberg konnte zeigen, dass die Austauschwechselwirkung die entscheidende Wechselwirkung für kollektiven Magnetismus ist, wobei aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung, die sehr stark ist, mühelos die hohen Curie-Temperaturen erklärt werden können. Um es noch einmal klar zu sagen: *das Molekularfeld existiert nicht*. Die Austauschwechselwirkung ist ein rein elektrostatischer Effekt in Verbindung mit dem Pauli-Verbot. Mittels (8.3), (8.4) und (8.5) kann man die Molekularfeldkonstante  $\lambda$  auf die Größe der Austauschkonstante  $J_{ij}$  beziehen:

$$-\frac{2}{g\mu_B} \sum_{j \neq i} J_{ij} \mathbf{S}_j = \mathbf{B}^{\text{mf}} = -\lambda \mu_0 n g \mu_B \langle \mathbf{S}_j \rangle, \quad (8.25)$$

Wenn wir annehmen, dass die Austauschwechselwirkung nur zu den  $z$  nächsten Nachbarn besteht (man nennt  $z$  auch die *Koordinationszahl*), und die Summe entsprechend ersetzen, so erhalten wir

$$\lambda = \frac{2zJ_{ij}}{ng^2\mu_B^2} \quad \text{oder} \quad T_C = \frac{2zJ_{ij} J(J+1)}{3k}. \quad (8.26)$$

Wir hatten bisher angenommen, dass  $L = 0$  und  $J = S$ . Wie wir gesehen hatten, ist diese Annahme für 3d-Übergangsmetalle recht gut. Die Austauschwechselwirkung findet zwischen Spins statt und hängt deshalb von  $S$  ab. Das magnetische Moment eines Ions hängt von  $J$  ab, dem Gesamtdrehimpuls, in dem auch das orbitale Drehmoment  $L$  steckt. Da dies jedoch bei 3d-Ionen ausgelöscht ist, spielt der Unterschied zwischen  $J$  und  $S$  keine Rolle.

Anders ist die Lage für 4f-Ionen,  $\mathbf{S}$  ist keine gute Quantenzahl, aber dafür  $\mathbf{J}$ . Die Komponente von  $\mathbf{S}$ , die senkrecht auf  $\mathbf{J}$  steht, muss Null sein. Die Komponente parallel zu  $\mathbf{J}$  bleibt erhalten. D.h. man muss  $\mathbf{S}$  auf  $\mathbf{J}$  projizieren.  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  und  $\mathbf{L} + 2\mathbf{S} = g_J \mathbf{J}$  plus einer Komponente, die senkrecht auf  $\mathbf{J}$  steht. Die Komponente von  $\mathbf{S}$ , die eine gute Quantenzahl ist, ist also  $(g_J - 1)\mathbf{J}$ .  $\mathbf{S}$  und  $\mathbf{J}$  sind parallel bzw. antiparallel für „schwere“ (Gd bis Yb) bzw. für „leichte“ seltene Erden (Ce bis Sm).

Benutzt man nun  $(g_J - 1)\mathbf{J}$  für den erhaltenen Anteil von  $\mathbf{S}$ , kann man den Heisenberg-Operator  $-\sum J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j$  in  $-\sum (g_J - 1)^2 J_{ij} \mathbf{J}_i \cdot \mathbf{J}_j$  verwandeln. Wenn man  $\mathbf{m} = -g_J \mu_B \mathbf{J}$  für das magnetische Moment einsetzt, so erhält man genauso wie oben

$$\lambda = \frac{2zJ_{ij} (g_J - 1)^2}{ng_J^2 \mu_B^2} \quad \text{oder} \quad T_C = \frac{2z (g_J - 1)^2 J_{ij} J(J+1)}{3k}. \quad (8.27)$$

Für  $g_J = 2$  erhält man dann wieder Gl. (8.26). Die Curie-Temperatur ist proportional zum sogenannten „de Gennes-Faktor“  $(g_J - 1)^2 J(J+1)$ . Dieser ist am höchsten für Gadolinium, das in der Tat ein starker Ferromagnet ist.

### 8.1.5 Ferromagnetische Domänen

In verschiedenen Bereichen einer Probe, die vom para- in den ferromagnetischen Zustand übergeht, wird die Symmetrie unterschiedlich gebrochen: der Magnetisierungsvektor zeigt in diesen sog. **Domänen** in unterschiedliche Richtungen (Bild 8.4). An den Grenzflächen zwischen solchen Bereichen ist die Festigkeit oder Steifigkeit des geordneten Zustands gestört. Während bei einem Übergang „flüssig-fest“ Defekte, Korngrenzen etc. entstehen, hat man es beim Übergang vom Para- zum Ferromagneten mit **Domänengrenzen** (manchmal auch *Domänenwände* genannt) zu tun.

Weichmagnetische Proben, die im Nullfeld keine Nettomagnetisierung besitzen, weil sie in Domänen zerfallen, die jede die Sättigungsmagnetisierung besitzen, kann man mit minimalen externen Magnetfeldern voll magnetisieren. Dabei kann dann z.B. die Probenmagnetisierung  $\mu_0 M \approx 1 \text{ T}$  erreichen, während das angelegte Feld 6 Größenordnungen kleiner ist und nur  $1 \mu\text{T}$  beträgt.<sup>1</sup> Dies ist nur durch Ausrichtung von bereits voll magnetisierten Domänen verständlich. Der Prozess, Domänengrenzen zu bewegen, erfordert offenbar recht wenig Energie (was gerade einen weichmagnetischen Stoff definiert).

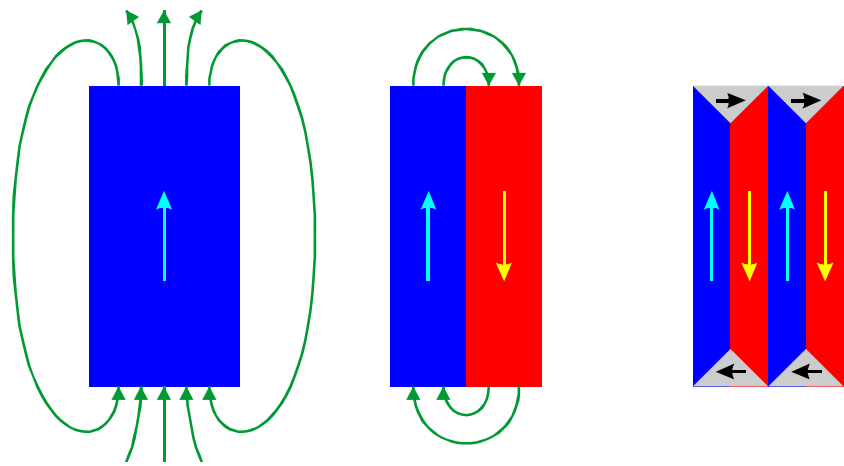


Bild 8.4: Ein-, zwei- und vieldomänige Probe

Es gibt zwei Arten von Domänengrenzen: Bloch- und Néel-Wände. In einer **Bloch-Wand** rotiert die Magnetisierung in einer Ebene *parallel* zur Wand. Die Bloch-Wand wird in dünnen Filmen vermieden, weil es energetisch ungünstig ist, die Magnetisierung aus der Filmebene heraus zu drehen. Bei einer **Néel-Wand** rotiert sie dagegen in einer zur Wand *senkrechten* Ebene. Néel-Wände werden in dünnen Filmen bevorzugt. Eine Eselsbrücke hilft, sich die beiden Bezeichnungen besser zu merken: Bei einer Néel-Wand dreht die Magnetisierung aus der Wand heraus und steht quer zur Wand, genauso wie der Accent auf dem é quer zum e steht.

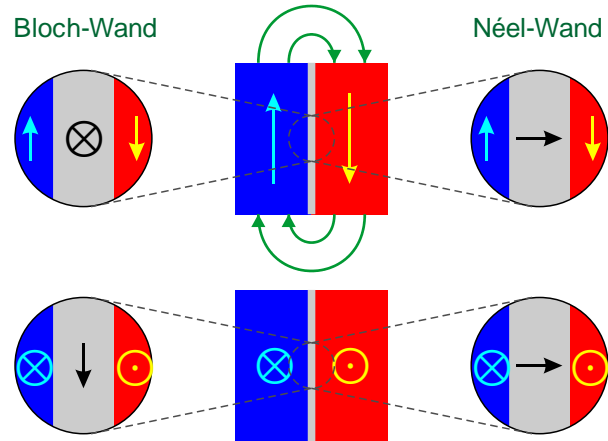


Bild 8.5: Bloch- und Néel-Wände

Auf welcher Längenskala spielt sich diese Rotation ab? Betrachten wir als Beispiel die Bloch-Wand. In einem Ferromagneten kostet es Energie, zwei Spins gegeneinander um einen Winkel  $\theta$  zu verdrehen:

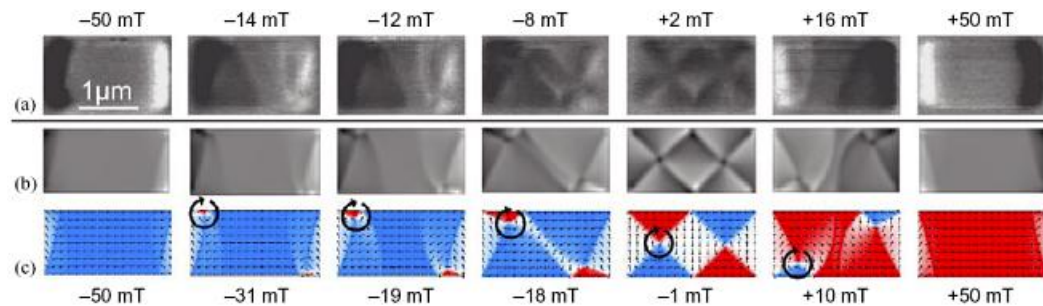
$$-2J\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 = -2JS^2 \cos \theta. \tag{8.28}$$

Für  $\theta = 0$  haben wir die Energie der beiden Spins  $-2JS^2$ . Nähern wir nun die Cosinusfunktion durch den Ausdruck  $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$  für  $\theta \ll 1$  an, erhält man  $JS^2\theta^2$  als Energiekosten für eine Rotation um  $\theta$ . In einer Bloch-Wand wird die Magnetisierung insgesamt um  $\pi$  gedreht. Dies geschieht über  $N$  Gitterplätze, also  $\theta = \pi/N$ . Damit hat man die Gesamtenergiekosten  $JS^2\pi^2/N$  (ein  $N$  entfällt). Man sieht sofort, dass sich die geringste Energie für große  $N$  ergibt. Eine Domänenwand würde sich also am liebsten über die gesamte Probe erstrecken, wenn sie nicht daran gehindert würde. Doch wovon? Durch magnetische Anisotropie, siehe Abschnitt 8.1.5. Da die Domänen entlang der leichten Achse magnetisiert sind, muss die Magnetisierung innerhalb einer Domänenwand in Richtung einer schweren Achse weisen, was zusätzliche Energie kostet. Hier möchte die Magnetisierung schneller drehen. Das resultiert in endlichen Breiten der Domänengrenzen. Für Eisen beträgt die Dicke einer Bloch-Wand typischerweise 40 nm bzw.  $N \approx 300$ .

<sup>1</sup> Ein solch kleines Feld würde etwa einen Paramagneten mit Suszeptibilität  $\chi = 10^{-3}$  nur auf  $10^{-9} \text{ T}$  magnetisieren.



Nun möchte man sich die umgekehrte Frage stellen: Warum bilden sich überhaupt Domänen, wo doch die Errichtung der Domänengrenzen Energie kostet? Man spart natürlich an einer anderen Stelle. Dies ist die Energie, die zu magnetischen Dipolfeldern gehört. Wenn die Magnetisierung an der Proben­grenze „aufhört“, so divergiert das Magnetfeld, was ein *Streufeld* erzeugt, das den Raum füllt. Die Energie pro Raumvolumen ist proportional zu  $B^2$ . Diese Energie wird gespart, wenn Domänen gebildet werden. Die in Bild 8.4 gezeigten Konfigurationen haben unterschiedliche Energiebilanzen zwischen Domänengrenzbildung und Dipolfeld, Konfiguration (c) ist energetisch am günstigsten.



**Bild 8.6:** Vergleich zwischen Magnetkraftmikroskopie-(MFM-)Messung und Simulation für eine  $1 \times 2 \mu\text{m}^2$  große Struktur aus Permalloy ( $\text{Ni}_{83}\text{Fe}_{17}$ ) mit einer Dicke von 70 nm in externen Magnetfeldern zwischen  $-50$  und  $+50$  mT, aus Ref. [2].

(a) MFM-Signal: Die Grauskala gibt die Werte der zweiten Ableitung des magnetischen Streufeldes senkrecht zur Zeichenebene an.

(b) Simulation des MFM-Signals

(c) Zugrundeliegende Magnetisierung: Um den Magnetisierungszustand zu illustrieren, wird eine winkelabhängige Farbgebung benutzt. Einer der Flusswirbel, die vom externen Feld durch die Magnetisierungskonfiguration der Probe „getrieben“ werden, ist durch kreisförmige Pfeile gekennzeichnet.

Die Domänenstruktur einer Probe kann mittels *Magnetkraftmikroskopie* (*magnetic force microscopy*, *MFM*) abgebildet werden. Betrachten wir dazu eine dünne Schicht aus Permalloy (hier:  $\text{Ni}_{83}\text{Fe}_{17}$ , eigentlich  $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$ ) mit den Abmessungen  $1 \mu\text{m} \times 2 \mu\text{m} \times 70 \text{nm}$  (Bild 8.6).<sup>2</sup> Das externe Feld wird in der Zeichenebene von links nach rechts (für positives Feld!) angelegt. Die Magnetisierung der einzelnen Domänen liegt in der Zeichenebene. An den Domänengrenzen (es bilden sich nur Néel-Wände) tritt magnetischer Fluss aus der Probenoberfläche aus. Dieses Streufeld, besser gesagt seine zweite Ableitung, wird über die Kraftwirkung auf eine magnetische Spitze gemessen, die über die Probe bewegt wird (Bild 8.6(a)). Zur Verdeutlichung der Messwerte dienen Simulationen des MFM-Signals (Bild 8.6(b)). In Bild 8.6(c) sind die Magnetisierungen der einzelnen Domänen farbcodiert dargestellt. Dabei sind Domänen mit einer Magnetisierung nach „links“ in blau, nach „rechts“ in rot und nach „oben“ oder „unten“ in weiß eingefärbt. Bei  $-50$  mT weist die Probe nur eine Domäne auf (blau). Vergrößert man das Feld auf  $-31$  mT, so dringt links oben ein magnetischer *Flusswirbel* (*vortex*) in die Probe ein (gekennzeichnet durch einen kreisförmigen Pfeil). Dort bildet sich beim weiteren Erhöhen des Feldes eine Domäne mit umgekehrter Magnetisierung (rot). Ein gleicher Prozess passiert rechts unten. Diese roten Domänen wachsen auf Kosten der blauen, bis bei  $2$  mT, also nahe dem Nullfeld, eine vieldomänige Konfiguration auftritt mit einem geschlossenen magnetischen Fluss innerhalb der dünnen Schicht und einer Gesamtmagnetisierung von Null. Beim weiteren Erhöhen des Feldes wachsen die roten Domänen weiter und verdrängen schließlich die blauen und weißen, bis die Probe bei  $50$  mT wieder eindomänig ist.

<sup>2</sup> C. Pels *et al.*, „Thickness and magnetic-field dependence of domain switching in isolated and interacting permalloy contacts“, *J. Magn. Magn. Mater.* **293**, 885 (2005)

Im Nullfeld besitzen die meisten Ferromagneten wegen der Domänenbildung keine Nettomagnetisierung. Je kleiner jedoch die Probe wird, desto wichtiger werden Oberflächenenergien im Verhältnis zu Volumenenergien. Die Ausbildung von Domänen reduziert die Volumenstreufelder, kostet aber Oberflächen, also Domänenwandenergien. Damit ist klar, dass es eine kritische Größe geben muss, ab der die Bildung von Domänen nicht mehr energetisch günstig ist, also ein eindomäniger Zustand bevorzugt wird. D.h. man erhält einen kleinen Permanentmagneten. Typische kritische Radien sind im Bereich von 100 nm bis 1  $\mu\text{m}$ . Dieser Wert sollte natürlich größer sein als die Breite einer Domänenwand.

### 8.1.6 Die ferromagnetische Hystereseschleife

Misst man die Probenmagnetisierung als Funktion des angelegten Magnetfelds  $\mathbf{H}$ , so erhält man die bekannte ferromagnetische **Hystereseschleife** (Bild 8.7). Wichtige Begriffe sind die *Sättigungsmagnetisierung*  $M_S$  (eine Materialeigenschaft, schon behandelt), die *remanente Magnetisierung*  $M_R$  und das *Koerzitivfeld*  $H_c$ , bei dem sich die Probenmagnetisierung „umdreht“. Bei  $H_c$  haben wir gerade  $M = 0$ . Bei der Magnetisierung eines Materials mit magnetischen Domänen bewegen sich die Domänengrenzen. Diejenigen Domänen wachsen, die günstig zum Magnetfeld stehen; die anderen schrumpfen (1). Später treten sprunghafte Domänenrotationen auf in Richtung von leichten magnetischen Achsen des Kristalls, die günstig zum Magnetfeld stehen (2). Dies äußert sich im *Barkhausen-Effekt*, in Diskontinuitäten in der Magnetisierung und in abgeleiteten anderen Größen. Danach werden die Spins parallel zum Magnetfeld gedreht, unabhängig von leichten und schweren Achsen (3). Domänengrenzen spüren in ihrer Bewegung Kristallfehler bzw. die Grenzen bilden sich meistens an Kristallfehlern. Solche Fehler pinnen die Grenzen, erhöhen also das Koerzitivfeld  $H_c$ .

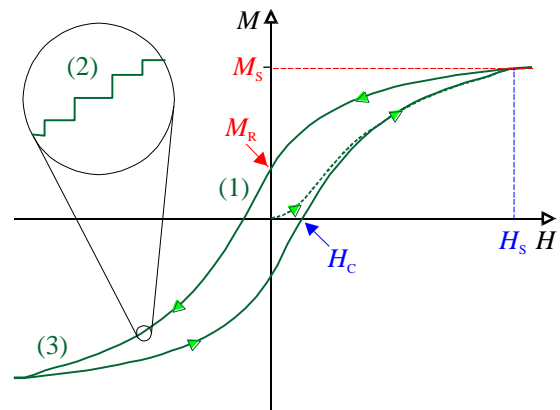


Bild 8.7: Ferromagnetische Hystereseschleife

Die Wärmedissipation eines Ferromagneten im Verlauf der Hysterese entspricht der eingeschlossenen Fläche. Bei kleiner Fläche spricht man von magnetisch *weichen* Materialien, bei großen Flächen von magnetisch *harten* Materialien. Wie wir wissen, hängt dies von der leichten bzw. schweren Bewegung der Domänengrenzen ab. Weichmagnete sind wichtig bei der Herstellung von Transformatoren und Motoren. Hier muss das Magnetfeld oft hin- und hergefahren werden, ohne dass man viel Energie verbrauchen möchte. Bei Weichmagneten liegen breite Domänenwände vor, die sich leicht bewegen lassen. Das bekannteste Beispiel ist *Permalloy*, eine NiFe-Mischung (etwa im Verhältnis 80:20) mit  $\mu_0 H_c \approx 2 \cdot 10^{-7}$  T. Hartmagnetische Materialien benutzt man dagegen als Permanentmagnete. Sie haben dünne Domänenwände, die sich leicht pinnen lassen, wie z.B. in  $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$  mit  $T_C = 585$  K und  $\mu_0 H_c \approx 1,2$  T.

### 8.1.7 Magnetische Anisotropie und Magnetostriktion

Die Austauschwechselwirkung an sich ist isotrop. Was legt dann aber die Richtung von  $\mathbf{M}$  fest? Diese Frage führt uns zum Begriff der *magnetischen Anisotropie*. Auf Grund verschiedener Effekte gibt es bestimmte Vorzugsrichtungen für die Magnetisierung. In diese Richtungen lässt sich ein Material leicht magnetisieren, deswegen heißen sie *leichte Achsen* (engl. „easy axes“). In andere Richtungen kann man ein Material dagegen vielleicht nur schwer magnetisieren, dann spricht man von *schweren Achsen* („hard axes“). Wo schwere und leichte Achsen bei einer gegebenen Probe liegen, hängt von

verschiedenen Faktoren ab, wie der Probenform oder der Kristallstruktur. Letztlich ist es eine Frage, in welcher Richtung des Magnetisierungsvektors  $\mathbf{M}$  die freie Energie minimal wird.

Aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung ist es für das Gitter energetisch günstiger, wenn sich die Magnetisierung in bevorzugte Richtungen ausrichtet. Dieser Effekt äußert sich in einer zusätzlichen **magneto-kristallinen Anisotropieenergie**, die von einem kristallinen Anisotropiefeld  $\mathbf{B}_{\text{anis}}$  erzeugt wird und durch den Zusatzterm

$$\hat{H}_{\text{anis}} = -g\mu_B \sum_i \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{B}_{\text{anis}}, \quad (8.29)$$

im Hamilton-Operator beschrieben werden kann. Wir fassen Gl. (8.29) als Störung zum ungestörten System auf, die versucht, die Spins in Richtung von  $\mathbf{B}_{\text{anis}}$  auszurichten. Die Anisotropieenergie ist im Allgemeinen klein ( $10^{-3} J$ ), entscheidet aber trotzdem über die Richtung der Magnetisierung.

Gibt es nur ein Anisotropiefeld, spricht man von einer *uniaxialen* Anisotropie. Phänomenologisch können wir die Situation mit Hilfe der Magnetisierung  $\mathbf{M}$  und einer uniaxialen Anisotropieachse  $\mathbf{U}$  beschreiben, indem wir mit Hilfe der Störungsrechnung die freie Energie  $F$  minimieren. Dazu betrachten wir die Einheitsvektoren  $\mathbf{u} = \mathbf{U}/U$  der Anisotropie und  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$  der Magnetisierung. Man nennt die Komponenten von  $\mathbf{m}$  auch die *Richtungscosinusse* der Magnetisierung  $\mathbf{M}$ , denn es gilt

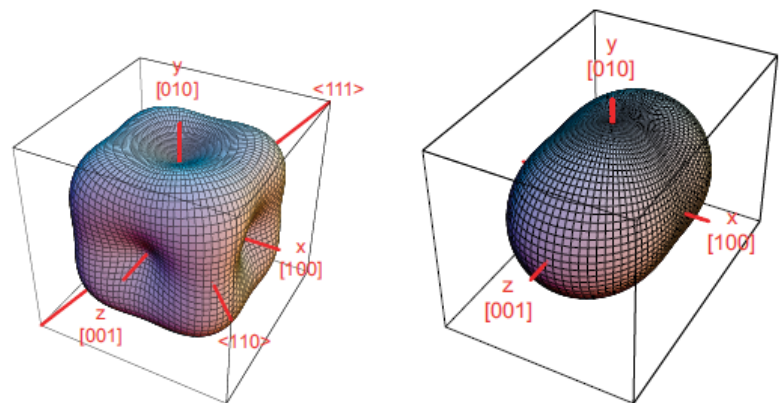
$m_x = \mathbf{m} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \cos \varphi(\mathbf{m}, x)$ . Die freie Energie  $F$  erfährt dann durch die magnetische Anisotropie einen Zusatzbeitrag

$$F_{\text{anis,u}} = K_{u1} V (\mathbf{m} \cdot \mathbf{u})^2 + K_{u2} V (\mathbf{m} \cdot \mathbf{u})^4 + \dots \quad (8.30)$$

mit den uniaxialen Anisotropiekonstanten  $K_u$ .  $V$  ist das Probenvolumen. Die darin vorkommenden geraden Potenzen tragen der Tatsache Rechnung, dass  $\mathbf{U}$  keine Anisotropie-Richtung beschreibt, sondern nur eine Anisotropie-Achse, dass also die Zusatzenergie vom Vorzeichen der Magnetisierung  $\mathbf{M}$  unabhängig ist und  $\mathbf{M}$  parallel  $\mathbf{U}$  sowie  $\mathbf{M}$  antiparallel  $\mathbf{U}$  denselben energetischen Zusatzbeitrag liefern (Bild 8.8, rechts). Für die beiden führenden Ordnungen folgt

$$F_{\text{anis,u}} = K_{u1} V \cos^2 \vartheta + K_{u2} V \cos^4 \vartheta, \quad (8.31)$$

wobei  $\vartheta$  der Winkel zwischen der Magnetisierung und der uniaxialen Anisotropieachse ist. Magnetisch leichte und schwere Achsen sind oft durch die Kristallstruktur vorgegeben. In einem hexagonalen Kristall mit dichtester Kugelpackung ist meist die  $c$ -Achse die leichte Achse. Innerhalb der  $ab$ -Ebene herrscht dagegen Symmetrie (leichte Ebene). Ein Beispiel dafür ist Cobalt (hcp). Bei Zimmertemperatur findet man  $K_{u1} = 410 \text{ kJ/m}^3$  und  $K_{u2} = 150 \text{ kJ/m}^3$ .<sup>3</sup>



**Bild 8.8:** Flächen konstanter freier Energie  $F$ . (links) Kubische Anisotropie mit drei leichten Richtungen entlang  $x$ ,  $y$  und  $z$ . (rechts) Uniaxiale Anisotropie mit einer schweren Richtung entlang  $z$ .

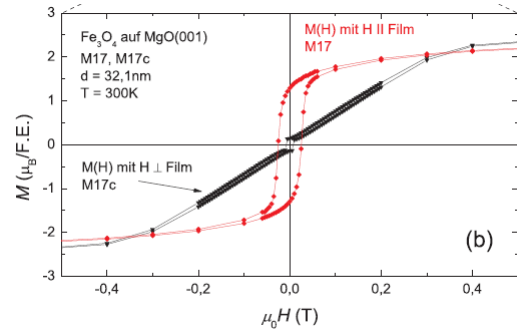
<sup>3</sup> B.D. Cullity & C.D. Graham, „Introduction to Magnetic Materials“ (Wiley, 2005).

$\mathbf{B}_{\text{anis}}$  kann aber auch eine Tensorgröße sein, so dass die Anisotropieenergie nach Gl. (8.29) in verschiedene Richtungen minimiert wird. Häufig ergeben sich Energieextrema entlang der drei Raumrichtungen, dann spricht man von einer *kubischen* Anisotropie (Bild 8.8, links). Der Zusatzbeitrag der freien Energie kann dann beschrieben werden durch

$$F_{\text{anis,k}} = K_{k1}V(m_x^2m_y^2 + m_y^2m_z^2 + m_z^2m_x^2) + K_{k2}V(m_x^2m_y^2m_z^2) + \dots \tag{8.32}$$

mit den kubischen Anisotropiekonstanten  $K_{k1}$  und  $K_{k2}$ . Ein Beispiel dafür ist Eisen bei 300 K mit den Werten  $K_{k1} = 42 \text{ kJ/m}^3$  und  $K_{k2} = 15 \text{ kJ/m}^3$ .

Eine weitere Anisotropie, welche die Richtung der Magnetisierung festlegt, ist die **Formanisotropie**. Grund ist die Minimierung des Streufeldes in Folge der Dipol- bzw. der magnetostatischen Selbstenergie  $-1/2 \int \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} d^3r$ , wobei die Integration über den gesamten Ferromagneten läuft. Für eine Kugel ist die Formanisotropie Null. In dünnen Filmen dagegen führt sie dazu, dass sich die Magnetisierung bevorzugt in die Ebene des dünnen Films legt (Bild 8.9).

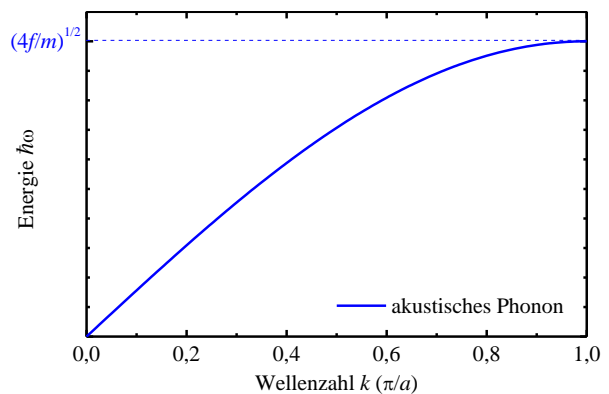


**Bild 8.9:** Magnetische Hysteresekurve für eine 32 nm dünne Schicht aus  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ .

Beim Übergang in den ferromagnetischen Bereich ändert sich das Volumen einer Probe (**Magnetostriktion**). Dies bedeutet, dass magnetische und strukturelle Freiheitsgrade aneinander gekoppelt sind (magnetoelastische Kopplung). Grund ist der Gewinn an anisotroper Energie. Hier sorgt der Kristall selbst wieder für die Aufhebung der Entartung der möglichen Magnetisierungsrichtungen. Warum machen sich so kleine Energieterme, wie die Anisotropie, überhaupt bemerkbar, sie beeinflussen ja nicht einmal  $T_C$ ? Dies hängt mit der Reichweite zusammen. Die Austauschenergie ist stark, aber kurzreichweitig. Sie bestimmt die Ausrichtung benachbarter Spins. Entsprechende Integrale laufen über die *Einheitszelle*, d.h. die sehr hohen Energiedichten entsprechen nicht unbedingt einer sehr großen Gesamtenergie, denn diese zählt ja nur! Im langreichweitigen Bereich versagt die Austauschwechselwirkung. Die Anisotropieenergie dagegen ist langreichweitig, sie fällt nur mit  $1/r$ . Entsprechende Integrale laufen über den *gesamten Kristall*, so dass die resultierende Gesamtenergie groß wird. Dies klärt jetzt endgültig das Rätsel auf, wieso ein Ferromagnet mit sehr kleinen Feldern komplett magnetisiert werden kann, obwohl doch die Austauschenergien um ein Vielfaches größer sind. Diese muss eben gar nicht überwunden werden, sondern nur die kleinen langreichweitigen Energien.

### 8.1.8 Ferromagnetische Magnonen

Bei  $T = 0$  ist der Festkörper geordnet. Die Situation ist allerdings aufgrund von quantenmechanischen Nullpunktsschwankungen nicht statisch. Bei endlichen Temperaturen kommen nun thermische Anregungen hinzu. In einem Kristall sind dies thermisch angeregte Gitterschwingungen, die in *Phononen* quantisiert sind. Das Verhalten der Phononen wird durch eine *Dispersionsrelation* beschrieben. Diese beschreibt den Zusammenhang der Kreisfrequenz  $\omega$  und der Wellenzahl  $\mathbf{k}$  der fortschreitenden Welle. Oder anders: Sie beschreibt die Beziehung zwischen der Energie  $\hbar\omega$  und dem Impuls  $\hbar\mathbf{k}$  der Welle. Wir erinnern uns an die einato-



**Bild 8.10:** Dispersionsrelation eines akustischen Phonons einer einatomigen Kette nach (8.33)

mige Kette. Dort lautet die *Dispersionsrelation* (Bild 8.10)

$$\omega = \sqrt{\frac{4f}{m}} \left| \sin \frac{ka}{2} \right|. \quad (8.33)$$

$f$  ist die „Federkonstante“ zwischen den Atomen,  $m$  ihre Masse und  $a$  ihr Gleichgewichtsabstand. Man bezeichnet solche Phononen als akustisch. Das wesentliche Merkmal ist, dass  $\omega = 0$  bei  $\mathbf{k} = 0$  gilt. Dies bedeutet, dass es einer verschwindend geringen Energie bedarf, um ein langwelliges Phonon mit  $\lambda = 2\pi/q$  zu erzeugen. Bei Temperaturen  $T > 0$  kann also immer ein thermisch angeregtes akustisches Phonon entstehen: Es existiert keine Lücke im Anregungsspektrum wie dies bei optischen Phononen der Fall ist. Im Festkörper führt dies zum Debyeschen  $T^3$ -Gesetz der spezifischen Wärme. Für  $\omega = 0$  und  $\mathbf{k} = 0$  ist auch die Energie  $\hbar\omega$  gleich Null bei Impuls  $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} = 0$ . Ein relativistisches Teilchen hat die Energie  $E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4$ , also gilt  $E \propto m$ . Deswegen ist das Phonon masselos.

Im Ferromagneten entsprechen den Gitterschwingungen die *Spinwellen*, ihre quantisierten Einheiten sind **Magnonen**. Aus dem Vergleich mit Phononen und den Eigenschaften von Systemen mit gebrochener Symmetrie wissen wir schon Wesentliches über diese Magnonen und ihre Dispersionsrelation. Wir leiten nun die Dispersionsrelation für Spinwellen im Grenzfall  $T \rightarrow 0$  semiklassisch her. Wir gehen aus vom Heisenberg-Modell einer eindimensionalen Kette und berücksichtigen zunächst kein Anisotropiefeld.

$$\hat{H} = -2J \sum_i \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{S}}_{i+1} \quad (8.34)$$

Wir erinnern daran, dass die Zeitabhängigkeit des Erwartungswerts eines Operators  $\hat{\mathbf{A}}$  durch

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{A}} \rangle = \frac{1}{i\hbar} \langle [\hat{\mathbf{A}}, \hat{H}] \rangle \quad (8.35)$$

gegeben ist. Also erhalten wir für die Zeitabhängigkeit des Erwartungswerts des Operators des  $j$ -ten Spins

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{S}}_j \rangle = \frac{1}{i\hbar} \left\langle \left[ \hat{\mathbf{S}}_j, -2J \sum_i \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{S}}_{i+1} \right] \right\rangle. \quad (8.36)$$

Wegen  $[\hat{\mathbf{S}}_i, \hat{\mathbf{S}}_j] = 0$  für  $i \neq j$  müssen wir nur die Summanden mit  $i = j$  berücksichtigen.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{S}}_j \rangle &= -\frac{2J}{i\hbar} \left\langle \left[ \hat{\mathbf{S}}_j, \dots + \hat{\mathbf{S}}_{j-1} \cdot \hat{\mathbf{S}}_j + \hat{\mathbf{S}}_j \cdot \hat{\mathbf{S}}_{j+1} + \dots \right] \right\rangle = \\ &= -\frac{2J}{i\hbar} \left\langle \left[ \hat{\mathbf{S}}_j, \hat{\mathbf{S}}_{j-1} \cdot \hat{\mathbf{S}}_j \right] + \left[ \hat{\mathbf{S}}_j, \hat{\mathbf{S}}_j \cdot \hat{\mathbf{S}}_{j+1} \right] \right\rangle \end{aligned}$$

Mit  $[\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{S}}] = i\hat{\mathbf{S}} \times \hat{\mathbf{A}}$ , worin wiederum die Spinvertauschungsrelationen  $[\hat{S}^x, \hat{S}^y] = i\hat{S}^z$  stecken, erhalten wir

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{S}}_j \rangle = \frac{2J}{\hbar} \langle \hat{\mathbf{S}}_j \times (\hat{\mathbf{S}}_{j-1} + \hat{\mathbf{S}}_{j+1}) \rangle. \quad (8.37)$$

Wir fassen nun die Spinoperatoren bzw. ihre Erwartungswerte als klassische Vektoren auf. Im Grundzustand seien alle Spins ausgerichtet, sagen wir entlang der  $z$ -Achse, also  $S_j^z = S$  und  $S_j^x = S_j^y = 0$ . Nun betrachten wir einen Zustand, der ein bisschen vom Grundzustand abweicht, also  $S_j^z \approx S$  und  $S_j^x, S_j^y \ll S$ . Produkte  $S_j^x S_j^y$  können wir dann vernachlässigen.

Wir erhalten

$$\frac{d}{dt} \mathbf{S}_j = \frac{2JS}{\hbar} \begin{pmatrix} 2S_j^y - S_{j-1}^y - S_{j+1}^y \\ -2S_j^x + S_{j-1}^x + S_{j+1}^x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8.38)$$

Um dieses Gleichungssystem zu lösen, machen wir einen Ansatz der Form

$$\mathbf{S}_j \equiv \begin{pmatrix} A \\ B \\ S \end{pmatrix} e^{i(j\mathbf{k}\cdot\mathbf{a} - \omega t)} \quad (8.39)$$

mit Koeffizienten  $A, B \ll 1$ . Eingesetzt in (8.35) erhalten wir zwei wichtige Ergebnisse:

- (i) Für  $A, B$  ergibt sich  $A = iB$ , also dass die  $x$ - und  $y$ -Bewegung um  $\pi/2$  außer Phase sind. Dies beschreibt eine *zirkuläre Präzession* der einzelnen Spins um die  $z$ -Richtung (Bild 8.11). Dabei tritt von Gitteratom zu Gitteratom die Phasenverschiebung  $\mathbf{k}\cdot\mathbf{a}$  auf. Außerdem reduziert jedes Magnon die Gesamtmagnetisierung um  $\hbar$ , also um  $S = 1$ . Denn ein Magnon ist nichts anderes als ein einziger umgeklappter Spin, der allerdings auf die gesamte Kette verteilt ist.

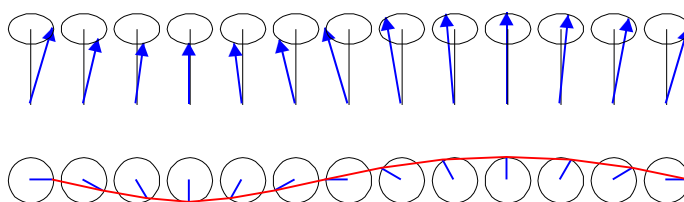


Bild 8.11: Spinwelle in einer einatomigen Kette

- (ii) Außerdem erhalten wir folgende Beziehung zwischen Energie und Impuls

$$\hbar\omega = 4JS (1 - \cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{a})). \quad (8.40)$$

Wegen  $\omega = 0$  für  $\mathbf{k} = 0$  liegen also Goldstone-Moden vor. Im Unterschied zu akustischen Phononen, bei denen nahe Null ein linearer Zusammenhang von Kreisfrequenz und Wellenzahl vorliegt, gilt hier  $\hbar\omega \approx 2JzSk^2a^2$ . Im allgemeinen dreidimensionalen Fall müssen wir die Anzahl  $z$  nächster Nachbaratome (Koordinationszahl) berücksichtigen. Als **Dispersionsrelation** für ferromagnetische Paramagnonen erhalten wir (Bild 8.12)

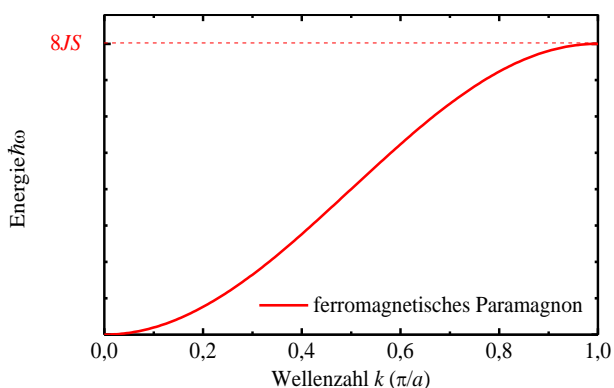


Bild 8.12: Dispersionsrelation eines ferromagnetischen Paramagnons einer einatomigen Kette nach Gl. (8.40)

$$\hbar\omega = 2JS \left( z - \sum_{i=1}^z \cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{a}_i) \right), \quad (8.41)$$

wobei  $\mathbf{a}_i$  die Vektoren bezeichnet, die das Zentralatom mit seinen nächsten Nachbarn verbindet.

### 8.1.9 Das Blochsche $T^{3/2}$ -Gesetz

Analog zum freien Elektronengas aus Kapitel 5 wollen wir uns nun die Zustandsdichte für Magnonen überlegen. Wenn man sich die magnonischen Zustände als Punkte im  $\mathbf{k}$ -Raum vorstellt, haben diese den Abstand  $2\pi/L$ , wobei  $V = L^3$  das Probenvolumen ist. Flächen konstanter Energie im  $\mathbf{k}$ -Raum sind Kugeloberflächen. Eine infinitesimal dünne Kugeloberfläche mit Radius  $k$  besitzt das Volumen  $4\pi k^2 dk$ . Um die Anzahl der magnonischen Zustände zu berechnen, müssen wir durch das  $\mathbf{k}$ -Raum-

volumen teilen, das ein Magnon einnimmt. Dieses beträgt gerade  $(2\pi/L)^3$ . Wir können daher für die Anzahl  $N$  magnonischer Zustände bis zum Maximalimpuls  $k$  schreiben

$$N = \frac{\frac{4\pi}{3} k^3}{(2\pi/L)^3} = \frac{Vk^3}{6\pi^2}. \quad (8.42)$$

Erhöht man nun  $k$  um  $dk$ , so ändert sich die Anzahl Zustände um  $dN$ , und es gilt in erster Näherung

$$dN = \frac{Vk^2}{2\pi^2} dk \equiv g(\omega) d\omega. \quad (8.43)$$

An dieser Stelle wurde die Zustandsdichte  $g(\omega)$  eingeführt. Sie bezeichnet die Anzahl Zustände pro Frequenzintervall  $d\omega$ . Mit der Dispersionsrelation (8.41) kann man  $dk$  durch  $d\omega$  ersetzen. Wir tun das für tiefe Temperaturen, wo nur wenige Magnonen angeregt sind, nähern die Cosinusfunktion durch eine Parabel, und erhalten

$$\hbar d\omega = 4JzSa^2 k dk. \quad (8.44)$$

In Gl. (8.43) eingesetzt ergibt sich

$$g(\omega) = \frac{V}{2\pi^2} \frac{\hbar}{4JzSa^2} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2JzSa^2}}. \quad (8.45)$$

Damit folgt für die **Magnonen-Zustandsdichte** bei tiefen Temperaturen

$$g(\omega) = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{\hbar}{2JzSa^2} \right)^{3/2} \sqrt{\omega} \propto \sqrt{\omega}. \quad (8.46)$$

Wir wollen noch kurz die Magnetisierung eines Ferromagneten bei Temperaturen  $T$  nahe Null abschätzen. Die Anzahl  $N_{\text{mag}}$  der angeregten Magnonen, erhält man durch Integration der Zustandsdichte über alle Frequenzen, wobei mit der Bose-Verteilung gewichtet wird.

$$N_{\text{mag}} = \int_0^{\infty} \frac{g(\omega)}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1} d\omega = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{\hbar}{2JzSa^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\omega}}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1} d\omega. \quad (8.47)$$

Die Bose-Verteilung muss angewendet werden, da wir es ja mit Bosonen zu tun haben. Mit der Substitution  $x \equiv \hbar\omega/kT$  führt dies auf

$$N_{\text{mag}} = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{kT}{2JzSa^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1} dx = \frac{V}{4\pi^2} \left( \frac{kT}{2JzSa^2} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \zeta\left(\frac{3}{2}\right), \quad (8.48)$$

wobei  $\zeta$  die Riemannsche Zetafunktion ist. Entscheidend ist, dass  $n \propto T^{3/2}$  gilt. Wie schon oben erwähnt, reduziert jedes Magnon die Gesamtmagnetisierung um  $\hbar$ , also um  $S$ . Damit gilt, wenn  $N$  die Gesamtanzahl Spins bezeichnet, für die Magnetisierung  $M$  bei tiefen Temperaturen

$$\frac{M(0) - M(T)}{M(0)} = \frac{N_{\text{mag}}}{NS} \propto T^{3/2}. \quad (8.49)$$

Dies bezeichnet man als das **Blochsche  $T^{3/2}$ -Gesetz**. Dieses Gesetz beschreibt experimentelle Daten recht gut für tiefe Temperaturen.

Die Energie  $E$  der Magnonen lässt sich ebenfalls relativ einfach ausdrücken durch

$$E = \int_0^{\infty} \frac{\hbar\omega g(\omega)}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1} d\omega \propto T^{5/2}. \quad (8.50)$$

Damit folgt für den Beitrag der Magnonen zur **spezifischen Wärme**

$$C_{\text{mag}} = \frac{\partial E}{\partial T} \propto T^{3/2}. \quad (8.51)$$

Zum Schluss sei bemerkt, dass die Magnonen nicht nur zur spezifischen Wärme eines Materials beitragen können, sondern auch zum **Wärmetransport**. Insbesondere in antiferromagnetischen, isolierenden Materialien wie  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  wird zurzeit ausführlich diskutiert, ob der beobachtete Wärmetransport nicht *hauptsächlich* durch Magnonen vermittelt wird.<sup>4</sup>

Zu guter Letzt stören Magnonen (wie Phononen) natürlich auch den **elektrischen Transport**. Dieser Effekt wird in der Vorlesung „Spinelektronik“ ausführlich behandelt. Hier wollen wir lediglich als Ergebnis festhalten, dass der spezifische, elektrische Widerstand aufgrund von Streuung an Magnonen bei tiefen Temperaturen proportional zu  $T^2$  ist.

## 8.2 Antiferromagnetismus

Wenn die Austauschkonstante  $J_{ij}$  negativ ist, dann sorgt das Molekularfeld für eine antiparallele Ausrichtung der Spins zwischen nächsten Nachbarn. Diesen **Antiferromagnetismus** wollen wir nun im Modell betrachten.

### 8.2.1 Das Weiss-Modell eines Antiferromagneten

Wie schon in Kapitel 7 angedeutet, kann man sich einen Antiferromagneten aus zwei ineinander geschachtelten, antiparallelen ferromagnetischen Untergittern aufgebaut denken. Jedes Untergitter hat seine eigene Magnetisierung  $\mathbf{M}_{A,B}$ , wobei im Nullfeld

$$\mathbf{M}_A = -\mathbf{M}_B \quad (8.52)$$

gilt. Im Folgenden wollen wir wieder annehmen, dass die Magnetisierungen wie auch das äußere Feld  $\mathbf{B}$  parallel zu  $z$  stehen, und schreiben skalare Größen anstelle von Vektoren. Jedes Untergitter erzeugt sein eigenes Molekularfeld  $\lambda\mu_0\mathbf{M}_A$  bzw.  $\lambda\mu_0\mathbf{M}_B$  und ordnet ferromagnetisch, so dass für jedes Untergitter für sich genommen die Ergebnisse aus 8.1.1 übernommen werden können. Betrachtet man jedoch den gesamten Antiferromagneten, so bildet das Untergitter B ein weiteres Molekularfeld  $\lambda'\mu_0\mathbf{M}_B$ , welches auf die Spins des Untergitters A einwirkt, und umgekehrt (Bild 8.13). Damit ist die resultierende effektive Flussdichte an den Gitterplätzen des antiferromagnetischen Gitters gegeben durch

$$\begin{aligned} B_A^{\text{eff}} &= B - \lambda\mu_0 M_A - \lambda'\mu_0 M_B \\ B_B^{\text{eff}} &= B - \lambda'\mu_0 M_A - \lambda\mu_0 M_B. \end{aligned} \quad (8.53)$$

Im Gegensatz zum ferromagnetischen Fall (8.6) stehen hier Minus- statt Pluszeichen, weil die Austauschkonstante  $J_{ij}$  negativ ist. Die Parameter  $\lambda$  und  $\lambda'$  sind positiv, wobei wegen der größeren Nähe der Spins des jeweils anderen Untergitters  $\lambda' > \lambda$  gilt.

<sup>4</sup> C. Hess *et al.*, „Magnon heat transport in doped  $\text{La}_2\text{CuO}_4$ “, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 197002 (2003)

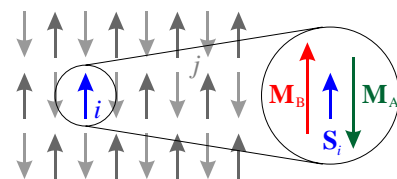


Mit (8.52) folgt

$$\begin{aligned} B_A^{\text{eff}} &= B + (\lambda' - \lambda) \mu_0 M_A \\ B_B^{\text{eff}} &= B + (\lambda - \lambda') \mu_0 M_A. \end{aligned} \tag{8.54}$$

Die Gleichungen (8.54) sind formal identisch zu (8.6) mit dem kleinen Unterschied, dass  $\lambda$  durch  $\lambda' - \lambda$  ersetzt ist. Somit können wir die für das Weiss-Modell des Ferromagneten erhaltenen Ergebnisse weitgehend übernehmen. Da die beiden Untergitter bis auf ihre magnetische Ausrichtung äquivalent sind, genügt es insbesondere, nur eines der beiden zu betrachten. Dabei muss aber berücksichtigt werden, dass ein Untergitter nur halb so dicht ist, also nur halb so viele Atome pro Volumen besitzt wie das gesamte Gitter. Mit diesen Überlegungen erhalten wir sofort die kritische Temperatur, unterhalb derer Antiferromagnetismus auftritt. Sie heißt **Néel-Temperatur** und ist gegeben durch

$$T_N = \frac{1}{2} (\lambda' - \lambda) C. \tag{8.55}$$



**Bild 8.13:** Das antiferromagnetische Gitter ist aus zwei ferromagnetischen Gittern A und B mit entgegengesetzter Spinrichtung und Magnetisierung zusammengesetzt. Beide erzeugen Molekularfelder, die auf den Spin  $S_i$  einwirken.

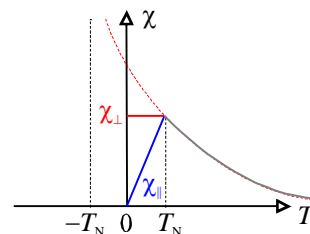
Ohne äußeres Feld bleibt die Gesamtmagnetisierung immer Null, während die Magnetisierungen der Untergitter mit abnehmender Temperatur ansteigen.

Oberhalb von  $T_N$  kann der Einfluss eines schwachen Magnetfelds wieder wie im Fall des Ferromagneten berechnet werden. Dazu muss wieder die Brillouin-Funktion in ihrer linearen Näherung verwendet werden. Man erhält als **magnetische Suszeptibilität eines Antiferromagneten**

$$\chi^{\text{AF}} \propto \frac{1}{T + T_N}, \tag{8.56}$$

also wieder ein Curie-Weiss-Gesetz der Form  $\chi \propto (T - \Theta)^{-1}$ , wobei im Vergleich zum Fall des Ferromagneten  $\Theta = T_C$  durch  $\Theta = -T_N$  ersetzt wurde. Damit kann man die Suszeptibilität im paramagnetischen Bereich charakterisieren. Wäre  $\Theta > 0$ , so hätten wir einen Ferromagneten. Wenn dagegen  $\Theta < 0$ , dann charakterisiert das Curie-Weiss-Gesetz einen Antiferromagneten. Man trägt zur Klassifizierung eines unbekanntes Materials im paramagnetischen Zustand entweder  $\chi(T)$  auf, häufiger  $\chi^{-1}(T)$  (siehe Bild in Kapitel 2), aber auch  $\chi T$  (ist konstant für  $\Theta = 0$ , stetig ansteigend für ferromagnetische Instabilität und stetig abnehmend für antiferromagnetische Instabilität). Legt man im Falle des Antiferromagneten ein Feld an, so wird es komplizierter als beim Ferromagneten, da nun ja die Richtung des Magnetfelds entscheidend wird. Richtet sich eine Untergittermagnetisierung parallel zum Magnetfeld aus, um Energie zu gewinnen, so wird dies durch den Energieverlust des anderen Untergitters kompensiert.

Zunächst führen wir die Diskussion für den Fall  $T = 0$  durch, so dass wir thermische Fluktuationen ausschließen können. Legen wir das Feld parallel zu einem Untergitter an, also antiparallel zu dem anderen, so wird keine Ausrichtung erfolgen, da das Untergitter ja schon komplett ausgerichtet, also gesättigt ist. Das andere Untergitter ändert sich auch nicht, da es die antiferromagnetische Kopplung nicht überwinden kann. Insgesamt ist also  $\chi_{\parallel} = 0$ . Legen wir nun aber das Magnetfeld senkrecht zur Magnetisierungsrichtung an, dann werden beide Untergitter sich um einen kleinen Winkel verkippen (engl. „canting“), so dass eine Magnetisierungskomponente parallel zu  $\mathbf{B}$  induziert wird, also  $\chi_{\perp} \neq 0$  (Bild 8.14).



**Bild 8.14:** Magnetische Suszeptibilität  $\chi$  eines Antiferromagneten in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$ . Für Details siehe Text.

Bei endlicher Temperatur  $0 < T < T_N$  verkleinern nun thermische Fluktuationen das Molekularfeld.  $\chi_{\perp} \neq 0$  wird sich nicht verändern, da das Magnetfeld beide Untergitter in gleicher Weise in ihrer Magnetisierung reduziert, und das auch noch symmetrisch.  $\chi_{\parallel}$  wird allerdings etwa linear in  $T$  ansteigen, da  $\mathbf{B}$  eine Untergittermagnetisierung verstärkt, die andere unterdrückt.  $\chi(T)$  spaltet also unterhalb von  $T_N$  auf in ein konstantes  $\chi_{\perp} \neq 0$  und ein auf Null fallendes  $\chi_{\parallel}$  (Bild 8.14).

### 8.2.2 Spin-Flop und Spin-Flip

Betrachten wir nun *starke Magnetfelder* und setzen zunächst wieder  $T = 0$ . Das Endergebnis ist klar. Irgendwann wird das Feld so groß sein, dass alle Spins gleichgerichtet sind. Bloß: Der Weg dahin hängt wieder von der Richtung des Magnetfelds ab. Im Falle, dass  $\mathbf{B}$  senkrecht auf der Magnetisierung der Untergitter steht, wird es sukzessive die Magnetisierungen der Untergitter in Richtung des Feldes und damit die Spins in die entgegengesetzte Richtung des Feldes drehen, so dass die Magnetisierungsrichtungen der Untergitter verkanten (engl. „canting“, siehe Bild 8.15(a)). Was passiert im Fall der Magnetfeldrichtung parallel zur Magnetisierung? Bei kleinen Feldern passiert erst mal gar nichts. Dann passiert der **Spin-Flop-Übergang**: Die Spins klappen plötzlich in eine neue Konfiguration, in der sie im selben Winkel zum Feld stehen (Bild 8.15(b)). Erhöht man das Feld weiter, so werden sie allmählich parallel gedreht.

Man kann dies quantitativ leicht ausrechnen. Stehe  $\mathbf{M}_A$  im Winkel  $\phi$  zu  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}_B$  im Winkel  $\theta$ . Im Falle kleiner Felder gilt  $\phi = \pi$  und  $\theta = 0$ . In der Spin-Flop-Phase gilt  $\phi = \theta$ . Wir nehmen an, dass die Gesamtenergie durch die Zeeman-Energien  $-\mathbf{M}_{A,B} \cdot \mathbf{B}$  der beiden Untergitter und der Austauschwechselwirkungsenergie (die vom Winkel der Untergitter zueinander abhängt) gegeben ist. Um die Magnetfeldanisotropie zu modellieren, führt man noch den Term  $-\frac{1}{2} \Delta (\cos^2 \theta + \cos^2 \phi)$  ein. Damit ergibt sich

$$E = \underbrace{-MB \cos \phi}_{\text{Zeeman A}} \underbrace{-MB \cos \theta}_{\text{Zeeman B}} + \underbrace{AM^2 \cos(\theta + \phi)}_{\text{Austausch}} - \frac{1}{2} \Delta (\cos^2 \theta + \cos^2 \phi). \quad (8.57)$$

Im Nullfeld ( $B = 0$ ) reduziert sich (8.57) zu

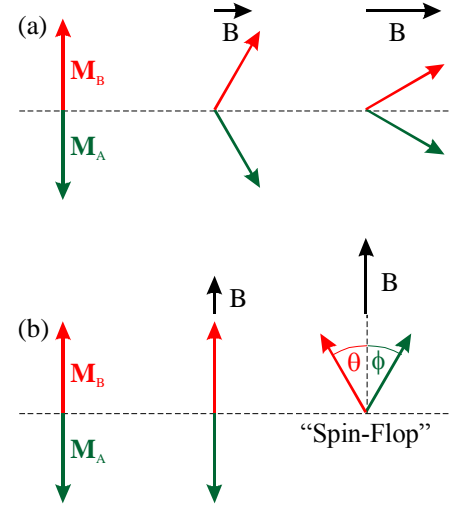
$$E_0 = AM^2 \cos(\theta + \phi) - \frac{1}{2} \Delta (\cos^2 \theta + \cos^2 \phi). \quad (8.58)$$

Wie man nach kurzer Überlegung einsieht, wird diese Energie minimal für  $\phi + \theta = \pi$ . Man erhält also eine antiferromagnetische Ausrichtung. (So wurde Gl. (8.57) ja auch konstruiert.) Als Energie für den Grundzustand ergibt sich

$$E_0^{\min} = -AM^2 - \Delta. \quad (8.59)$$

Interessant wird es nun im Magnetfeld ( $B > 0$ ). Für den Spin-Flop-Fall ( $\phi = \theta$ ) haben wir

$$E_{\text{spin-flop}} = -2MB \cos \theta + AM^2 \cos(2\theta) - \Delta \cos^2 \theta. \quad (8.60)$$



**Bild 8.15:** Die Magnetisierungen  $\mathbf{M}_{A,B}$  der antiferromagnetischen Untergitter A und B im äußeren Magnetfeld  $\mathbf{B}$  senkrecht (a) und parallel zu  $\mathbf{M}$  (b). Für Details siehe Text.

$\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$  führt auf die Minimumbedingung  $\theta = \arccos \frac{MB}{2AM^2 - \Delta}$ . Damit ergibt sich

$$E_{\text{spin-flop}}^{\text{min}} = -AM^2 - \frac{M^2 B^2}{2AM^2 - \Delta}. \tag{8.61}$$

Oberhalb eines kritischen Feldes  $B_{\text{Spin-Flop}}$  fällt diese Energie unter die Schwelle (8.60), wodurch die Spin-Flop-Phase energetisch günstiger wird. Dies führt zur Phasentrennung der antiferromagnetischen und der Spin-Flop-Phase bei  $E = -AM^2 - \Delta$ . Durch Gleichsetzen von (8.60) und (8.61) erhalten wir das kritische Spin-Flop-Feld

$$B_{\text{spin-flop}} = \frac{1}{M} \sqrt{2\Delta AM^2 - \Delta^2}. \tag{8.62}$$

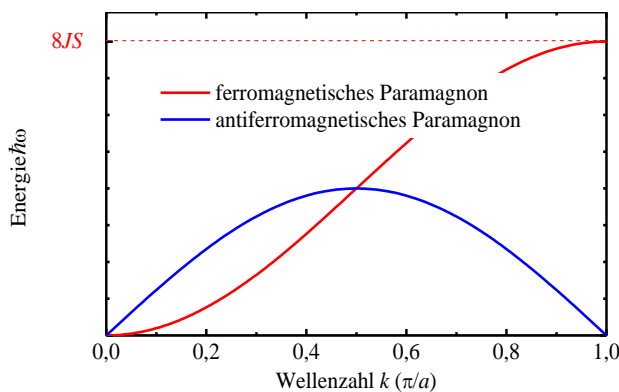
Es gibt auch einen **Spin-Flip-Übergang**, bei dem das eine Untergitter plötzlich *komplett* umklappt. Die Magnetisierung hat dann bei  $T = 0$  nur zwei mögliche Werte: 0 und  $M_A + M_B$ .

### 8.2.3 Antiferromagnetische Magnonen

Wie im ferromagnetischen Fall besitzt auch das antiferromagnetische Gitter *Magnonen* als elementare Anregungen. Als Ausgangspunkt einer theoretischen Beschreibung dient derselbe Hamilton-Operator (8.31) wie im Falle ferromagnetischer Magnonen. Lediglich die Austauschkonstante  $J$  ist jetzt negativ zu wählen. Eine sorgfältige Betrachtung in Analogie zu Abschnitt 8.1.8 liefert für die einatomige Kette die Dispersionsrelation

$$\hbar\omega = 4|J|S |\sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a})|. \tag{8.63}$$

Diese ist aber *qualitativ verschieden* vom Fall der ferromagnetischen Magnonen. Insbesondere gilt für kleine  $k$  nicht  $\omega \propto k^2$ , sondern  $\omega \propto k$ .



**Bild 8.16:** Dispersionsrelation eines antiferromagnetischen Paramagnons einer einatomigen Kette nach Gl. (8.63) im Vergleich zum ferromagnetischen Magnon

Im allgemeinen dreidimensionalen Fall müssen wir die Koordinationszahl  $z$  berücksichtigen und erhalten als **Dispersionsrelation** für antiferromagnetische Paramagnonen

$$\hbar\omega = 2JS \sqrt{z^2 - \left( \sum_{i=1}^z \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_i) \right)^2}, \tag{8.64}$$

wobei  $\mathbf{a}_i$  wieder die Vektoren bezeichnet, die das Zentralatom mit seinen nächsten Nachbarn verbindet.

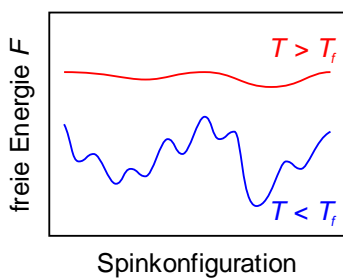
## 8.3 Spingläser

Die Spinglas-Phase ist dadurch charakterisiert, dass zwar lokal eine spontane Magnetisierung auftritt, diese aber global verschwindet. Die Spins der magnetischen Ionen sind in Clustern „eingefroren“, deren Orientierungen *statistisch* verteilt sind (Bild 8.17). Charakteristisch für den Spinglas-Zustand ist, dass es eine riesige Zahl solcher metastabiler Zustände gibt. Dies liegt an den in Kapitel 7 erwähnten konkurrierenden Wechselwirkungen, die zum *Frustrationseffekt* führen. Demnach gibt es



**Bild 8.17:** Verschwindende globale spontane Magnetisierung durch statistische Verteilung von Clustern mit ausgerichteten Spins

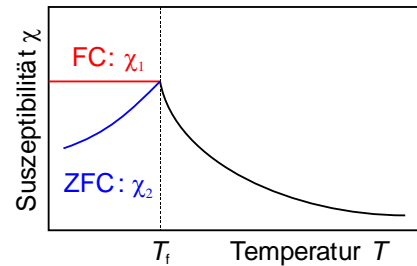
verschiedene Spinkonfigurationen, die denselben Energiewert besitzen.



**Bild 8.18:** Freie Energie eines Spinglases in Abhängigkeit von der Spinkonfiguration (schematisch) für Temperaturen ober- und unterhalb der Spinglas-Temperatur  $T_f$

Aufgrund des Frustrationseffektes weist die freie Energie eines Spinglases in Abhängigkeit von der Spinkonfiguration *vieler verschiedene Minima* auf, die durch mehr oder weniger hohe Energiebarrieren voneinander getrennt sind (Bild 8.18). Bei höheren Temperaturen sind diese Minima stark abgeflacht, außerdem ist ihre Anzahl wesentlich kleiner als bei tiefen Temperaturen.

Die riesige Zahl metastabiler Zustände im Spinglas führt zu interessanten Phänomenen. Bringt man den Körper zunächst in ein Magnetfeld und kühlt ihn erst dann unter die Spinglas-Temperatur  $T_f$  ab („field cooled“, FC), so kann das Spinsystem sogleich in einen Zustand gelangen, in dem die freie Energie ihr absolutes Minimum hat und der somit dem Gleichgewichtszustand entspricht. In diesem Falle beobachtet man eine *temperaturunabhängige* magnetische Suszeptibilität  $\chi_1$ . Wird dagegen das Magnetfeld erst unterhalb  $T_f$  angelegt („zero field cooled“, ZFC), so bleibt das Spinsystem in einem *lokalen Minimum* der freien Energie mit einer magnetischen Suszeptibilität  $\chi_2 < \chi_1$  „hängen“ (Bild 8.19). Wir bemerken, dass gerade der Temperaturverlauf der magnetischen Suszeptibilität zeigt, dass es sich beim Übergang vom paramagnetischen in den Spinglas-Zustand um einen Phasenübergang zweiter Ordnung handelt.



**Bild 8.19:** Magnetische Suszeptibilität eines Spinglases. Für Details siehe Text.

Ursprünglich dachte man, dass die Absenkung der magnetischen Suszeptibilität am Phasenübergangspunkt von einem Antiferromagneten herrührt. In der Tieftemperaturphase eines Antiferromagneten treten auch zwei verschiedene magnetische Suszeptibilitäten  $\chi_{\parallel}$  und  $\chi_{\perp}$  auf, abhängig davon, ob die Vorzugsrichtung des Kristalls parallel oder senkrecht zum äußeren Magnetfeld ausgerichtet ist. Genauere Untersuchungen durch Neutronenstreuexperimente zeigten jedoch keine magnetischen Bragg-Peaks, die bei Anwesenheit einer langreichweitigen Ordnung vorliegen sollten.

Ein weiteres Spinglas-Phänomen ist das der **Alterung**. Hierzu wird die Probe bei Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes unter die Spinglas-Temperatur  $T_f$  abgekühlt. Bei dieser Temperatur  $T < T_f$  bleibt das äußere Magnetfeld während der Wartezeit  $t_w$  eingeschaltet. Anschließend wird das Magnetfeld ausgeschaltet und man beobachtet die Relaxation der remanenten Magnetisierung. Diese Relaxation erfolgt sehr langsam und nicht-exponentiell. Selbst für beliebig lange Zeiten saturiert die remanente Magnetisierung nicht. Das Experiment zeigt, dass sich ein Spinglas nicht in einem echten thermodynamischen Gleichgewichtszustand befindet. Das Spinglas „driftet“ vielmehr mit zunehmender Zeit  $t$  in immer tiefere Minima der Potentiallandschaft, die einer kleineren thermoremanenten Magnetisierung entsprechen. Außerdem sehen wir, dass der Relaxationsprozess von der Alterungszeit  $t_w$  abhängt. Je größer  $t_w$  ist, um so langsamer erfolgt die Relaxation. Dies kann man sich dadurch erklären, dass bei angelegtem Magnetfeld ein größerer Bereich der Potentiallandschaft „erkundet“ und dadurch ein stabileres Potentialminimum gefunden werden kann, aus dem heraus nach dem Ausschalten des Magnetfeldes die Relaxation erfolgt. Bemerkenswert ist dabei, dass die beiden Zeitskalen  $t_w$  und  $t$  makroskopisch sind, d.h. sie können mehrere Stunden oder Tage betragen.