

Kapitel 10

Quantenoptik

Für mehrere Jahrhunderte haben Naturwissenschaftler versucht, die Natur des Lichts zu ergründen. Dabei ging es sehr häufig darum, durch Experimente und theoretische Überlegungen zu entscheiden, ob Licht eine Welle oder ein Teilchenstrom ist. Sowohl **Descartes** als auch **Newton** glaubten an die Korpuskulartheorie des Lichtes, mit der sie Phänomene wie die Reflexion des Lichts erklären konnten. Die Beugungs- und Interferenzexperimente von **Huyghens** und **Fresnel** schienen dann aber eindeutig die Wellennatur des Lichts zu belegen. Die Entdeckung der elektromagnetischen Wellen durch **Heinrich Hertz** (1887/88) schien dann endgültig die Richtigkeit dieser Wellenhypothese zu bestätigen. Die Entdeckung des Photoeffekts durch **Hallwachs**, das **Planck**'sche Strahlungsgesetz, der **Compton**-Effekt und die **Einstein**'sche Erklärung dieser Phänomene zeigten dann aber wiederum, dass gewisse Experimente nur in einem Teilchenbild des Lichts verstanden werden können. Diese zwiespältige Natur des Lichts war durch keine klassische Theorie zu beschreiben. Der Widerspruch zwischen Wellen- und Teilchenbild konnte erst durch die Quantenelektrodynamik (**Dirac, Heisenberg, Pauli**, 1928/29) gelöst werden.

Wir haben bereits in Abschnitt 9.1 erläutert, dass mikroskopische Objekte sowohl Wellen- als auch Teilcheneigenschaften besitzen. In diesem Kapitel wollen wir nun eingehender zeigen, dass elektromagnetische Strahlung, die wir in den vorangegangenen Kapiteln immer als klassische Wellen beschrieben haben, in einigen Experimenten Eigenschaften aufweist, die wir von Teilchen kennen, deren Ruhemasse von Null verschieden ist. Wir nennen diese Lichtteilchen *Photonen*. Wir wollen ihre Masse, ihre Energie, ihren Impuls und ihren Drehimpuls diskutieren. Wir haben bereits erwähnt, dass der Teilchencharakter der elektromagnetischen Strahlung um so mehr in Erscheinung tritt, je kürzer ihre Wellenlänge ist. Das heißt, der Teilchencharakter tritt besonders deutlich für Wellenlängen im atomaren oder sub-atomaren Bereich zu Tage, er ist aber auch schon im sichtbaren Spektralbereich zu beobachten.

Wir betrachten also in diesem Kapitel den Welle-Teilchen-Dualismus von Licht (das wir bisher immer als klassische Welle beschrieben haben), während wir in unserem einführenden Kapitel 9 hauptsächlich den Welle-Teilchen Dualismus von Elektronen (die wir bisher als klassische Teilchen beschrieben haben) diskutiert haben. Wir werden uns jetzt hauptsächlich mit dem Teilchencharakter von Licht beschäftigen, also mit Lichtteilchen oder Lichtquanten, weshalb wir auch von Quantenoptik sprechen.

10.1 Der Photoeffekt

Bescheint man ein Metall mit Licht, so kann es zur Auslösung von Ladungsträgern kommen. Diese als *äußerer photoelektrischer Effekt* bezeichnete Erscheinung wurde von **Hertz** und **Hallwachs** Ende des letzten Jahrhunderts (1887) entdeckt. Wir wissen heute, dass es sich bei den ausgelösten Teilchen um Elektronen handelt (so genannte Photoelektronen). Historisch musste dies von **Lennard** erst nachgewiesen werden. Das Atombild und die gesamte moderne Atomphysik waren ja gerade erst im Entstehen. Dazu untersuchte Lennard den photoelektrischen Effekt in einer Vakuumröhre, um den störenden Einfluss des Gases auf die Ladungsträger auszuschalten. Aus der Ablenkung der Ladungsträger im Magnetfeld ergab sich, dass es sich um Teilchen mit einem Verhältnis von Ladung zu Masse von

$$\frac{e}{m_e} = 1.759 \times 10^{11} \text{ C/kg} \quad (10.1.1)$$

handelte, also um Elektronen.

10.1.1 Experimentelle Fakten zum Photoeffekt

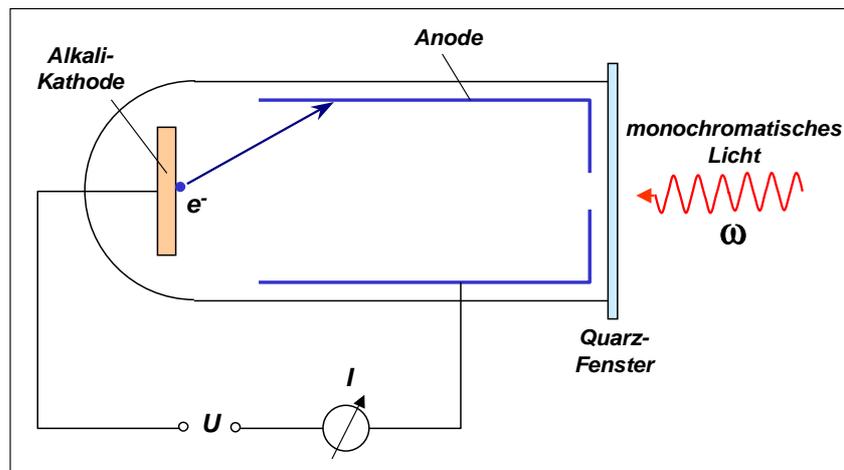


Abbildung 10.1: Messaufbau mit Vakuumröhre zur Untersuchung des Photoeffekts (nach R. A. Millikan).

Der experimentelle Aufbau zur Untersuchung des photoelektrischen Effekts ist in Abb. 10.1 dargestellt. Wir stellen folgendes fest:

1. Der Photostrom setzt erst bei einer bestimmten Schwellenfrequenz ω_0 des einfallenden Lichts ein, und zwar unabhängig davon, wie stark die Intensität (also die im Lichtfeld gespeicherte Energiedichte) ist. Die Schwellenfrequenz ist materialabhängig.
2. Durch Anlegen einer Gegenspannung U_0 kann der Photostrom verringert und letztendlich ganz unterdrückt werden (siehe Abb. 10.2). Die Gegenspannung kann bei isolierter Kathode auch durch den Photoeffekt selbst aufgebaut werden. Der Elektronenverlust führt zu einer positiven Aufladung der Kathode. Übersteigt das dadurch für das Elektron erzeugte Potential U einen Schwellwert U_H , so werden keine weiteren Elektronen mehr ausgelöst. Man spricht deshalb vom *Haltepotential*

U_H . Da Elektronen nur dann zum Photostrom beitragen können, wenn ihre kinetische Energie zum Überwinden der Potentialdifferenz eU ausreicht, d.h. wenn

$$\frac{m_e v^2}{2} > eU \quad (10.1.2)$$

gilt, können wir aus der Existenz des Haltepotentials schließen,

- dass zumindest einige Elektronen eine nicht verschwindende kinetische Energie besitzen,
- dass diese aber unter keinen Umständen den Wert eU_H übersteigt. Das heißt, es gibt eine maximale kinetische Energie $E_{\text{kin,max}} = m_e v_{\text{max}}^2 / 2 \equiv eU_H$ oder eine maximale Elektronengeschwindigkeit

$$v_{\text{max}} = \sqrt{2 \frac{e}{m_e} U_H} . \quad (10.1.3)$$

Das Haltepotential kann auch bei beliebiger Steigerung der Lichtintensität nicht überwunden werden. Misst man die Geschwindigkeitsverteilung der freigesetzten Elektronen direkt, so stellt man fest, dass diese nicht von der Lichtintensität, sondern nur von der Frequenz des eingestrahlt Lichts abhängt. Es ist sinnvoll, die Energien in eV anzugeben. Ein eV ist die Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen einer Potenzialdifferenz von einem Volt gewinnt:

$$1\text{eV} = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ Joule} . \quad (10.1.4)$$

3. Verringert man das Potential U_0 , so steigt der gemessene Photostrom an. Wird $-U_0$ größer als eine materialspezifische Spannung W_A/e , so stellt man keine weitere Zunahme des Photostroms fest (Sättigungsstromstärke I_G) (siehe Abb. 10.2).
4. Die Sättigungsstromstärke I_G steigt über viele Größenordnungen linear mit der Lichtintensität an. Erst bei den sehr hohen Intensitäten, die uns in der nicht linearen Optik begegnet sind, kommt es zu Abweichungen vom linearen Verhalten.¹
5. Der Photostrom setzt instantan ein. Die Messgenauigkeit beträgt etwa 10^{-10} Sekunden.

In unseren bisherigen klassischen Betrachtungen gingen wir davon aus, dass das einfallende Licht im Dielektrikum oder Metall Dipole zum schwingen anregt. Danach sollten größere Lichtstärken zu größeren Schwingungsamplituden führen. Bei Überschreiten einer gewissen Schwelle wäre dann denkbar, dass das Elektron das Material verlässt. Dieses Bild ist offensichtlich mit obigen experimentellen Beobachtungen in jeder Hinsicht unvereinbar. Wir können folgendes feststellen:

¹Bei sehr hohen Intensitäten werden alle Materialien transparent (ausgebleicht). Da man diese Transparenz auch in sehr beschränkten Spektralbereichen erreichen kann, spricht man vom spektralen Lochbrennen. Dabei handelt es sich um ein sehr interessantes Gebiet der modernen Optik. Nach kurzem Brennvorgang kann z.B. das Wiederauffüllen des Lochs studiert werden, was weitreichende Rückschlüsse auf das Elektronensystem und dessen Wechselwirkung mit dem Atomgitter zulässt. Das Lochbrennen kann aber auch von einer photochemischen Reaktion begleitet werden. In diesem Fall ist der Vorgang irreversibel und kann z.B. der Informationsspeicherung dienen.

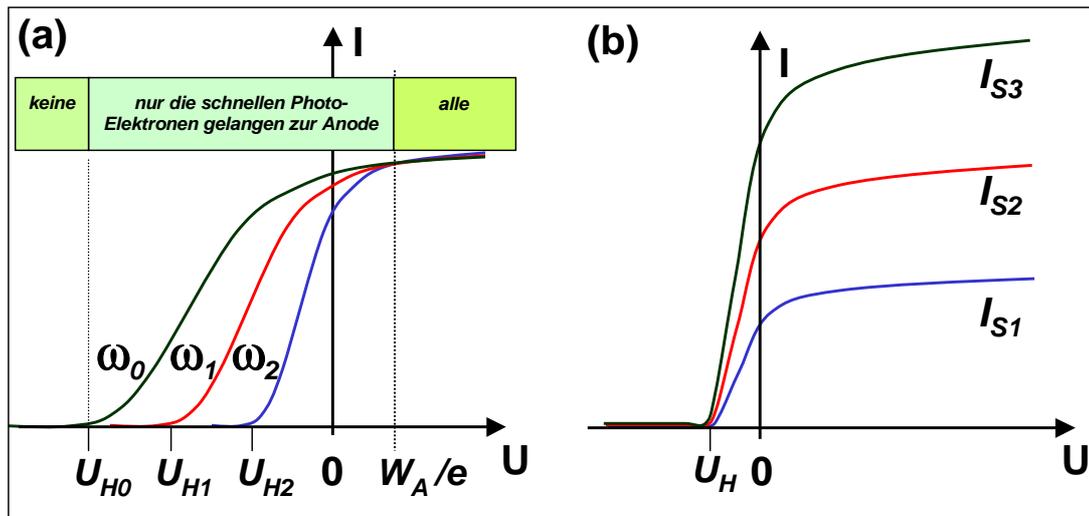


Abbildung 10.2: Photostrom als Funktion der Anodenspannung für verschiedene Frequenzen (a) und für verschiedene Lichtintensitäten (b).

1. Die Auslenkungen der Elektronen sollten umso stärker ausfallen, je größer die Feldstärke der einfallenden Strahlung ist. Die Geschwindigkeitsverteilung der ausgelösten Elektronen sollte daher stark von der Intensität abhängen. Insbesondere sollte keine intensitätsunabhängige Grenzfrequenz ω_0 auftreten.
2. Die Dipole sollten sich nach und nach aufschaukeln. Man würde also mit Trägheit und verzögertem Auslösen rechnen.
3. Man würde erwarten, dass langwelliges Licht auf Grund der Trägheit gut absorbiert werden sollte.
4. Ein indirekter Mechanismus über das Wärmebad ist auszuschließen. Die beim photoelektrischen Effekt deponierte thermische Leistung ist so gering, dass die zum Auslösen notwendige Energie erst nach Stunden aufgebracht würde.

All dies steht im Widerspruch zum Experiment. Die experimentellen Tatsachen erfordern, dass die Energie des Strahlungsfelds in bestimmten Portionen mit der Materie ausgetauscht wird. In anderen Worten: Es treten nur wenige Wechselwirkungsprozesse auf, diese aber mit wesentlichem Energieübertrag.

10.1.2 Einsteins Korpuskulartheorie

Wir folgen bei der Interpretation des Photoeffekts **Einstein** (Erklärung: 1905, Nobelpreis: 1907), indem wir postulieren, dass bei der Wechselwirkung von Licht mit Materie Licht in Portionen absorbiert wird. Wir nennen diese Portionen Lichtquanten oder Photonen. Dabei wird die Energie $\hbar\omega$ vom Lichtfeld auf das absorbierende Teilchen (Photoelektron) übertragen. Durch die auf das Photoelektron übertragene Energie kann dieses die Austrittsarbeit W_A erbringen und aus dem Material austreten. Der verbleibende Anteil der Energie resultiert in der kinetischen Energie $m_e v_e^2/2$ des Elektrons.

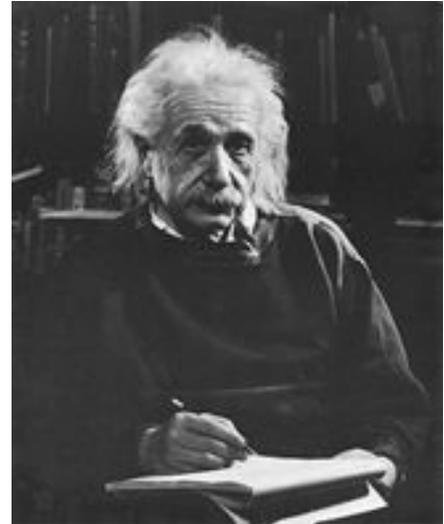
Die kinetische Energie der Elektronen kann man bestimmen, indem man sie gegen das Potenzial U der Anode anlaufen lässt, wodurch ihre kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt wird. Es ergibt sich somit insgesamt folgende Energiebilanz:

$$\hbar\omega = W_A + \frac{m_e v_e^2}{2} + eU . \quad (10.1.5)$$

Albert Einstein (1879 - 1955) – Nobelpreis für Physik 1921:

Albert Einstein wurde am 14. März 1879 als erstes Kind der jüdischen Eheleute Hermann und Pauline Einstein in Ulm geboren.

Da Einstein erst mit drei Jahren sprechen lernte erhielt er ab 1884 Privatunterricht. Ab 1885 besuchte er die öffentliche Volksschule in München und wechselte 1888 ins dortige Luitpold-Gymnasium. Mit zwölf Jahren lernte er autodidaktisch die euklidische Geometrie. Einstein hasste die dumpfe Reglementierung und den phantasielosen Geist der Münchner Schule. Als die Familie wegen wiederholter geschäftlicher Misserfolge von Deutschland nach Mailand (Italien) umsiedelte, nutzte Einstein die Möglichkeit, die Schule zu verlassen. Bei der Aufnahmeprüfung an der Eidgenössischen Polytechnischen Schule, der späteren ETH, in Zürich waren einige seiner Prüfungsleistungen nicht ausreichend. So ging an die Kantonsschule in Aarau, um seine Wissenslücken zu schließen. Anfang Oktober 1896 erhielt er dort das Abitur und immatrikulierte sich kurze Zeit später am Polytechnikum. Einstein begnügte sich damit, ein mittelmäßiger Student zu sein, und beendete im Juli 1900 erfolgreich sein Studium mit der Diplomprüfung.



Nachdem Einstein 1896 die deutsche Staatsangehörigkeit aufgegeben hatte, bewarb er sich um die Schweizer Staatsbürgerschaft. Am 21. Februar 1901 wurde er Schweizer Bürger.

Ab Mai 1901 bis Januar 1902 war er als Lehrer in Winterthur und Schaffhausen tätig, danach gab er in Bern Privatstunden in Mathematik und Physik. 1901 erhielt er vorerst zur Probe eine Stelle als Prüfer am Berner Patentamt. Im April 1905 reichte Einstein seine Dissertation "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen" an der Universität in Zürich ein, die im Juli 1905 akzeptiert wurde. Im gleichen Jahr veröffentlichte er in der Fachzeitschrift "Annalen der Physik", den Artikel "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt" und behauptete, dass elektromagnetische Strahlung aus Lichtquanten bzw. Photonen bestehen muss. Mit dieser Arbeit wurde die Grundlage einer Quantentheorie der Strahlung gelegt, für welche Einstein 1921 den Nobelpreis erhielt. Anfang 1908 habilitierte er an der Berner Universität. Er kündigte im Oktober 1909 seine Stelle am Patentamt und nahm eine Tätigkeit als außerordentlicher Professor für Theoretische Physik an der Universität Zürich auf. 1911 wurde Einstein als ordentlicher Professor an die Deutsche Universität Prag berufen, folgte aber 1912 einen Ruf an die ETH Zürich. 1914 erhielt er eine Professur ohne Lehrverpflichtung am Kaiser-Wilhelm-Institut in Berlin und wurde Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften.

Von 1909 bis 1916 arbeitete Einstein an einer Verallgemeinerung der speziellen Relativitätstheorie, die er in dem Artikel "Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie" zusammenfasste. Im Januar 1915 beginnt Einstein gemeinsam mit Wander Johannes de Haas experimentelle Untersuchungen zum gyromagnetischen Effekt (Einstein - de Haas - Effekt). Ab 1920 beschäftigte sich Einstein mit der Suche nach einer einheitlichen Feldtheorie, die neben der Gravitation auch die Elektrodynamik mit einschließen sollte.

Als Hitler an die Macht kam, beschloss Einstein, von Lehrveranstaltungen in den USA nicht mehr nach Deutschland zurückzukehren. Im März 1933 erklärte Einstein seinen Austritt aus der Preußischen Akademie der Wissenschaften und brach alle Kontakte zu deutschen Institutionen ab, mit denen er jemals zu tun hatte. Er arbeitete vom November 1933 an am Institute for Advanced Study in Princeton, New Jersey. Am 1. Oktober 1940 wurde Einstein als amerikanischer Staatsbürger vereidigt, behielt jedoch die Schweizer Staatsbürgerschaft.

Am 18. April 1955 starb Albert Einstein in Princeton.

Das Haltepotenzial ist dasjenige Potenzial, bei dem die schnellsten Elektronen bei einer bestimmten Frequenz des einfallenden Lichts nicht mehr an die Anode gelangen. In diesem Fall wird also für die schnellsten Photoelektronen die gesamte kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt. Es gilt

$$\frac{m_e v_{\max}^2}{2} = eU_H, \quad (10.1.6)$$

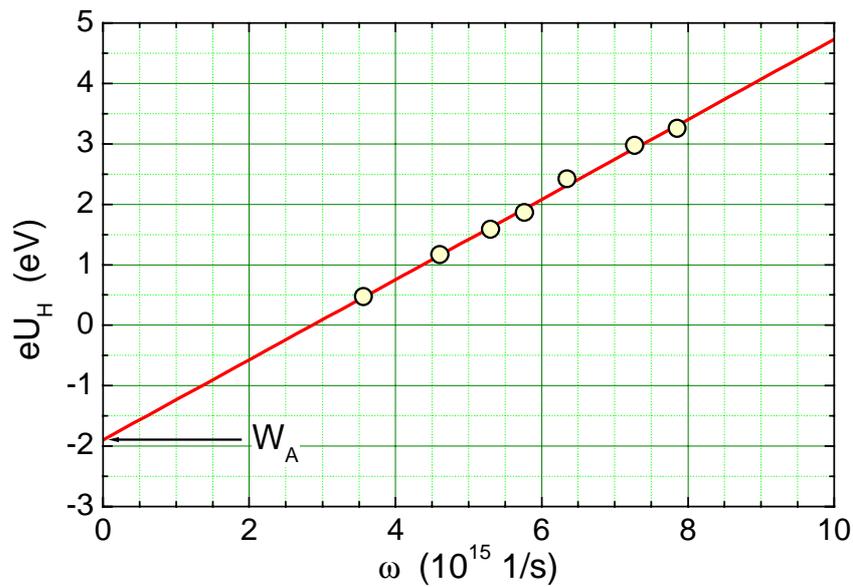


Abbildung 10.3: Haltepotenzial eU_H als Funktion der Frequenz des einfallenden Lichts. Durch Extrapolation auf $\omega = 0$ erhält man die Austrittsarbeit des Kathodenmaterials.

wobei v_{\max} die maximale Geschwindigkeit beim Austritt aus der Kathode ist.

Für den Zusammenhang zwischen der maximalen kinetischen Energie der Photoelektronen und der Frequenz ω der Photonen erhält man dann die *Einstein-Gleichung*

$$E_{\text{kin,max}} = \frac{m_e v_{\max}^2}{2} = \hbar\omega - W_A \quad (10.1.7)$$

Bei Ankunft an der Anode ist die Geschwindigkeit der Elektronen gleich Null. Damit erhalten wir für (10.1.5)

$$\hbar\omega = eU_H + W_A \quad (10.1.8)$$

Da in dieser Gleichung außer \hbar nur bekannte oder messbare Größen auftreten, lässt sich \hbar für jedes ω experimentell bestimmen. Es ist aber zweckmäßiger, (10.1.8) nach dem Haltepotenzial aufzulösen. Man erhält dann

$$eU_H = \hbar\omega - W_A \quad (10.1.9)$$

Jetzt kann \hbar aus der Steigung von $eU_H(\omega)$ direkt abgelesen werden (siehe Abb. 10.3). Dabei haben wir das Kontaktpotenzial W_{diff} , welches bei diesen Energien ansonsten nicht vernachlässigbar ist, der Einfachheit halber gleich Null gesetzt. Man erhält daraus die Größe des Planck'schen Wirkungsquantums zu $2\pi\hbar = h = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ Js}$ bzw. $h = 4.1357 \times 10^{-15} \text{ eVs}$. Wie in Abschnitt 9.2.3 bereits diskutiert wurde, hatte Planck die Quantenhypothese im Zusammenhang mit den statistischen Eigenschaften des Lichtfelds eingeführt.

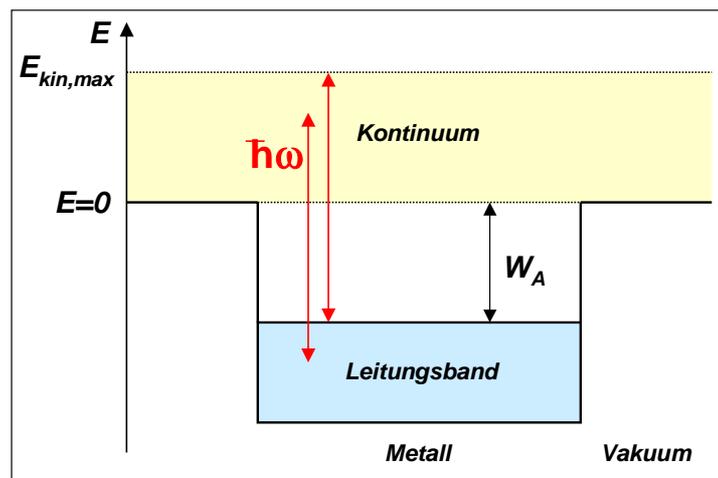


Abbildung 10.4: Schematische Darstellung der Energieverhältnisse beim Photoeffekt.

Die Quantenhypothese erklärt die gesamte Phänomenologie des Photoeffekts. So wird z.B. unmittelbar klar, warum es zu langwelligeren Abschneideeffekten kommt. Nur wenn die Frequenz des einfallenden Lichts genügend groß ist, sind die Elektronen, nach Aufnahme eines Lichtquants, in der Lage die Austrittsarbeit aufzubringen.² Eine schematische Interpretation ist in Abb. 10.4 gezeigt. Die Leitungselektronen des Metalls, aus dem die Photokathode hergestellt ist, sind im Leitungsband gebunden, aber innerhalb des Metalls frei beweglich. Ihre Energieverteilung entspricht der Breite des Leitungsbandes. Freie Elektronen haben per Definition eine positive kinetische Energie. Der Abstand von der Oberkante des Leitungsbandes bis zur Kontinuumsgrenze bei $E_{\text{kin}} = 0$ ist gleich der Austrittsarbeit W_A . Die Energie $\hbar\omega$ muss mindestens gleich groß wie die Austrittsarbeit sein, um ein Photoelektron auszulösen. Ist $\hbar\omega > W_A$, so erscheint der Energieüberschuss als kinetische Energie der Photoelektronen. Die maximal mögliche kinetische Energie eines Photoelektrons entspricht dem Fall, dass ein Elektron von der Oberkante des Leitungsbandes ins Kontinuum angehoben wird.

Element	Austrittsarbeit W_A (eV)	Grenzwellenlänge λ_0 (nm)
Li	2.46	504
Na	2.28	543
K	2.25	551
Rb	2.13	582
Cs	1.94	639
C	4.36	284
Si	3.59	345
Pb	4.04	307
Se	4.87	254
Fe	4.63	268

Tabelle 10.1: Austrittsarbeit und Grenzwellenlänge einiger Elemente.

Aus der in Abb. 10.3 gezeigten Messung lässt sich aus dem y-Achsenabschnitt die Austrittsarbeit W_A des verwendeten Kathodenmaterials bestimmen. Einige Werte für W_A sind in Tabelle 10.1 zusammengestellt. Wie man sieht, sind die Elektronen am leichtesten, d.h. sogar mit sichtbarem Licht, aus Alkalimetallen

²Dies sagt allerdings noch nichts aus über die Effizienz der Wechselwirkung von Licht mit Materie aus. Dazu bedarf es einer adäquaten theoretischen Beschreibung im Rahmen der Quantenelektrodynamik.

auszulösen.³ Für die meisten anderen Metalle bedarf es hingegen ultravioletter Strahlung. Die Ionisierung der Materie durch den Photoeffekt ist für die gesundheitsschädigende Wirkung von Strahlung verantwortlich. Insbesondere hochenergetische Ionen können das Körpergewebe zerstören.⁴

³Dies ist mit der aus der Chemie bekannten Tatsache im Einklang, dass Alkalimetalle die kleinste Elektronegativität aufweisen, also gerne Elektronen an Partner abgeben, um zu einer geschlossenen Elektronenschale zu gelangen.

⁴Diese treten z.B. bei Bestrahlung mit Röntgen- oder γ -Strahlung auf.

10.2 Anwendungen des Photoeffekts

10.2.1 Messung der Lichtstärke

Der Photoeffekt findet praktische Anwendung bei Photozellen, die man zum Messen der Lichtstärke verwendet. Die Empfindlichkeit der Kathode auf das eingestrahelte Licht ist durch das Verhältnis von Photostrom I_{ph} zur Strahlungsleistung P_S gegeben und wird normalerweise mit photoelektrischer Empfindlichkeit γ bezeichnet. Es gilt

$$\gamma = \frac{I_{\text{ph}}}{P_S}. \quad (10.2.1)$$

Auf Grund der in Festkörper ablaufenden Prozesse wird nicht jedes mit einem Photon wechselwirkende Elektron zum Photostrom beitragen. Insbesondere dann nicht, wenn das Elektron auf Grund der endlichen Eindringtiefe des Lichts relativ tief im Festkörper erzeugt wird. Es hat dann Schwierigkeiten, diesen nach zahlreichen Streuprozessen zu verlassen, da es bei den Streuprozessen Energie an die Streupartner (Gitteratome, Elektronen, Phononen) abgeben kann, man spricht von inelastischer Streuung. Dies gilt selbst dann, wenn die Frequenz des Lichts größer als die Grenzfrequenz ω_0 ist. Das Verhältnis von freigesetzten Elektronen n_e zur Anzahl der einfallenden Photonen n_ω wird als *Quantenausbeute*

$$\eta = \frac{n_e}{n_\omega} \quad (10.2.2)$$

bezeichnet.

Für Anwendungen sollte die Quantenausbeute möglichst hoch sein. Sie liegt für sichtbares Licht im Bereich von 10^{-4} bis 10^{-2} und ist stark frequenzabhängig. Dabei steigt η im Normalfall mit der Frequenz an, was dadurch erklärt werden kann, dass hochenergetische Elektronen eine höhere Wahrscheinlichkeit besitzen, das Metall zu verlassen. Es gibt aber auch eine selektive Photoempfindlichkeit. Diese spiegelt wieder, dass wir es beim metallischen Festkörper mit einem komplexen System zu tun haben. Wie wir später in der Festkörperphysik lernen werden, erlaubt es das Studium des Photoeffekts, ganz detaillierte Information über die Elektronenstruktur nicht nur in Metallen zu gewinnen (Photoelektronen-Spektroskopie).

Um hohe Quantenausbeuten zu erzielen, verwendet man in Photozellen speziell beschichtete Kathoden, wobei durch die Beschichtung eine besonders große Quantenausbeute erreicht wird. So besitzt z.B. die Verbindung $\text{Na}_2\text{KSb}(\text{Cs})$ ein $\eta_{\text{max}} \simeq 0.2$ bei $\lambda = 390 \text{ nm}$. Die entsprechende Photokathode wird mit S20 bezeichnet. Alternativ zur Quantenausbeute wird zur Charakterisierung von Photozellen auch die photoelektrische Empfindlichkeit verwendet, die sich aus dem Verhältnis des erzeugten Photostroms und der einfallenden Lichtleistung ergibt. Typische Werte liegen bei 10 bis 100 mA/W. Der spektrale Verlauf der photoelektrischen Empfindlichkeit entspricht in etwa derjenigen der Quantenausbeute (siehe Abb. 10.5b).

Um Röntgen oder Gamma-Strahlung zu detektieren, benutzt man feste oder flüssige Szintillatoren, die die einfallende hochenergetische Strahlung in Szintillationslicht der geeigneten Wellenlänge (bei der die Photozelle die größte Quantenausbeute besitzt) wandeln.

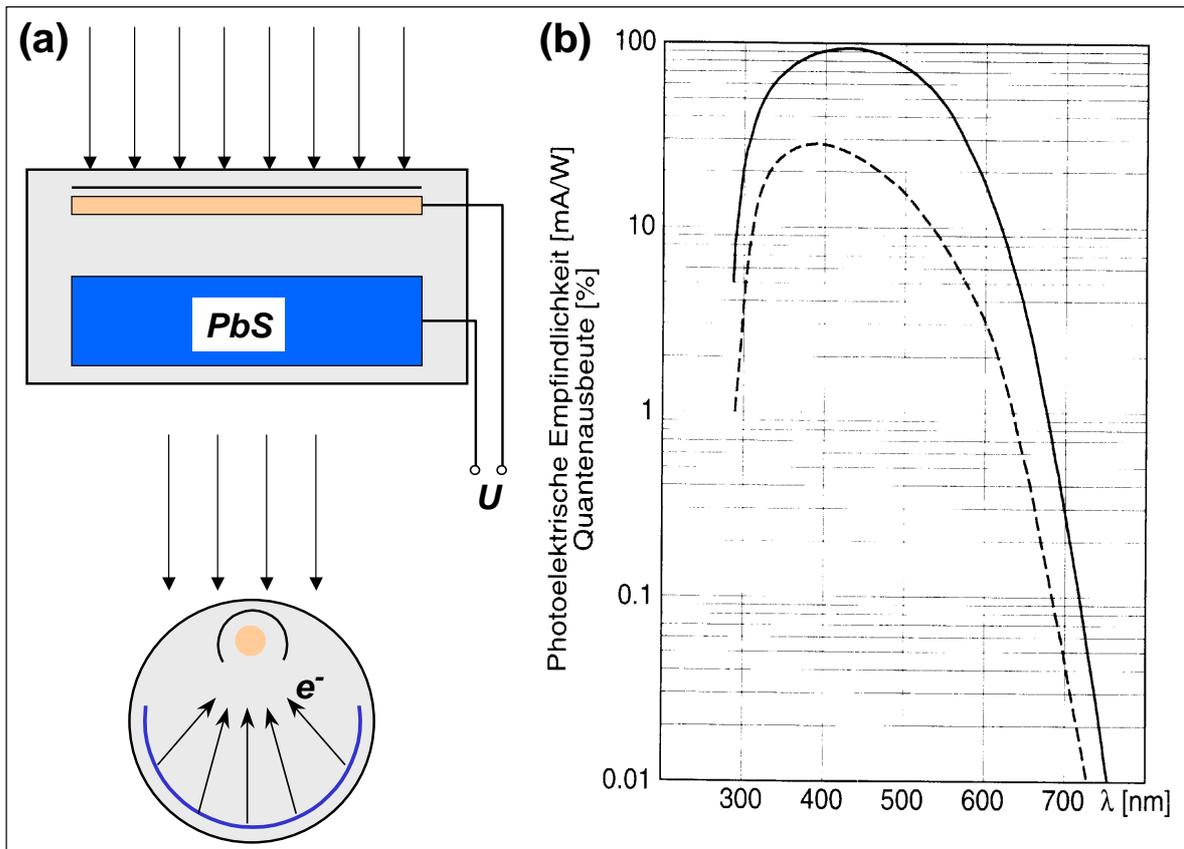


Abbildung 10.5: (a) Schematische Darstellung einer Photozelle. Als Kathode wurde Bleisulfid gewählt. Die Anode ist vor direktem Lichteinfall zu schützen. Bei offenen Kontakten wird sich die Haltespannung U_H einstellen. (b) Wellenlängenabhängigkeit der photoelektrischen Empfindlichkeit und der Quantenausbeute einer Bialkali-Photokathode (SbKCs).

Neben der Empfindlichkeit ist der Dunkelstrom eine entscheidende Größe für die Leistungsfähigkeit eines Photodetektors. Der Dunkelstrom ist derjenige Strom, den man ohne Lichteinfall misst. Er kommt z.B. durch das thermische Austreten von Elektronen oder durch Feldemission zustande. Der Dunkelstrom definiert die Nachweisgrenze des Photodetektors. Es ist leicht einzusehen, dass er umso größer sein wird, je kleiner die Austrittsarbeit W_A und damit die Grenzfrequenz ω_0 ist. Für die oben zitierte Photokathode S20 liegt der Dunkelstrom bei etwa 10^{-16} A/cm².

Der einfachste Photodetektor ist die Photozelle (siehe Abb. 10.5a), welche wir ja schon im Zusammenhang mit dem photoelektrischen Effekt diskutiert haben. Die angelegte Spannung ist bei der Photozelle so zu wählen, dass alle Photoelektronen, die ausgelöst werden, auch zur Anode gelangen. Das heißt, die Photozelle muss im Bereich des Sättigungsstroms I_S betrieben werden. Nur in diesem Fall ist der Photostrom proportional zur einfallenden Lichtintensität.

Um eine erhöhte Empfindlichkeit zu erreichen benutzt man den Sekundärelektronenvervielfacher oder Photomultiplier. Wie in Abb. 10.6 gezeigt ist, werden die aus der Kathode austretenden Elektronen beschleunigt, um ihrerseits wieder aus den zwischengeschalteten *Dynoden* Sekundärelektronen herauszuschlagen. Die Effizienz, mit der dies geschieht, hängt stark von der Energie der Elektronen und dem Dynodenmaterial ab. Für GaP(Cs) kann ein Elektron mit einer Energie zwischen 400 und 500 eV bis zu 45 Sekundärelektronen freisetzen. Damit lässt sich eine Verstärkung des Photoeffekts um bis zu 10^8 erreichen. Dies ist natürlich nur dort interessant, wo wir es mit extrem lichtschwachen Signalen zu tun haben. Die Dynoden haben gleichzeitig die Aufgabe die Elektronen so zu leiten, dass die gesamte Kas-

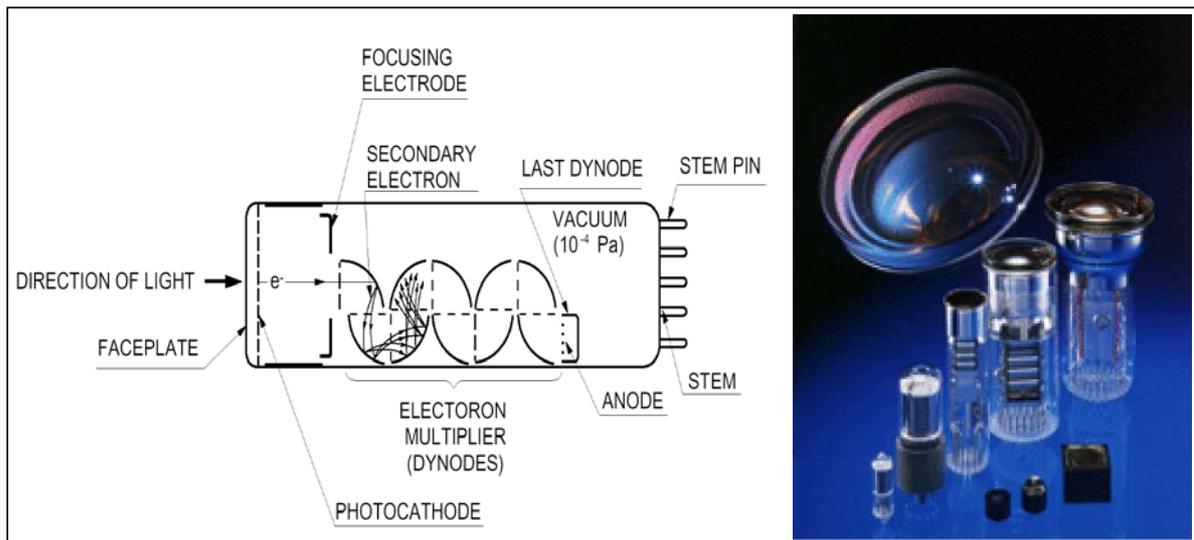


Abbildung 10.6: Links: Schematische Darstellung des Photomultipliers. Rechts: Kommerziell erhältliche Photomultiplier (Hamamatsu).

kade durchlaufen wird. Sie agieren also als auch elektrische Linsen.⁵

Beim *inneren Photoeffekt* werden die Elektronen nicht aus dem Material ausgelöst, sondern tragen nur zur Erhöhung der Leitfähigkeit bei. Dies ist vor allem bei Halbleitern von Interesse, wo Veränderungen in der Leitfähigkeit von bis zu 10^9 erreicht werden können. Die Messung der Bestrahlungsstärke reduziert sich damit auf eine Widerstandsmessung.

10.2.2 Solarzellen

Das Sonnenlicht ergibt auf der Erde eine Leistungsdichte von etwa 1400 W/m^2 . Mit Hilfe des photoelektrischen Effekts kann diese Strahlungsleistung in elektrische Energie umgewandelt werden und somit nutzbar gemacht werden. Solarzellen basieren im erweiterten Sinne auch auf einem photoelektrischen Effekt. In diesen Elementen werden zwar keine Elektronen aus dem Halbleitermaterial ins Vakuum ausgelöst, wo sie dann an der Anode gesammelt werden könnten, die Elektronen werden vielmehr vom Valenzband des Halbleiters in dessen Leitungsband gehoben und können dann mit Hilfe eines pn-Übergangs eingesammelt werden.

Das Prinzip der Solarzelle ist in Abb. 10.7a dargestellt. Das tiefere Verständnis der Solarzelle ist ohne Kenntnis der Halbleiterphysik nicht möglich. Wir wollen deshalb hier nur das zugrunde liegende Funktionsprinzip diskutieren. Die Solarzelle besteht aus zwei Halbleiterschichten (meist Silizium), von denen die eine n-dotiert (Elektronenüberschuss) und die andere p-dotiert (Elektronenmangel bzw. Locherüberschuss) ist. Elektronen und Löcher diffundieren solange zu der gegenüberliegenden Schicht, bis der aus der dadurch aufgebauten Raumladung resultierende Driftstrom den Diffusionsstrom kompensiert. Wird jetzt ein Lichtquant an der pn-Grenzschicht absorbiert, so kommt es zur Anregung eines

⁵Sehr empfindliche Photomultiplier werden z.B. bei dem Detektorsystem des Superkamiokande verwendet. Dort werden 11 200 Photomultiplier benutzt, um über das Cherenkov-Licht in 32 000 Tonnen reinstem Wasser die Existenz von Neutrino-Oszillationen nachzuweisen (Muon-Neutrino zu τ -Neutrino). Das Cherenkov-Leuchten wird von Teilchen erzeugt, die sich in dem entsprechenden Medium schneller als Licht bewegen. Die Frage nach der Existenz von Neutrino-Oszillationen ist von essentieller Bedeutung sowohl für die Elementarteilchenphysik als auch für die Astronomie. Oszillationen sind nur für Neutrinos mit nicht verschwindender Ruhemasse möglich. Die bisher gefundenen Ereignisse deuten tatsächlich auf Oszillationen hin. Um mögliche Fehler auszuschließen, wird der Detektor derzeit mit in 250 km Entfernung produzierten "künstlichen" Neutrinos geeicht. Mehr Information ist im Internet unter <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp> zu finden.

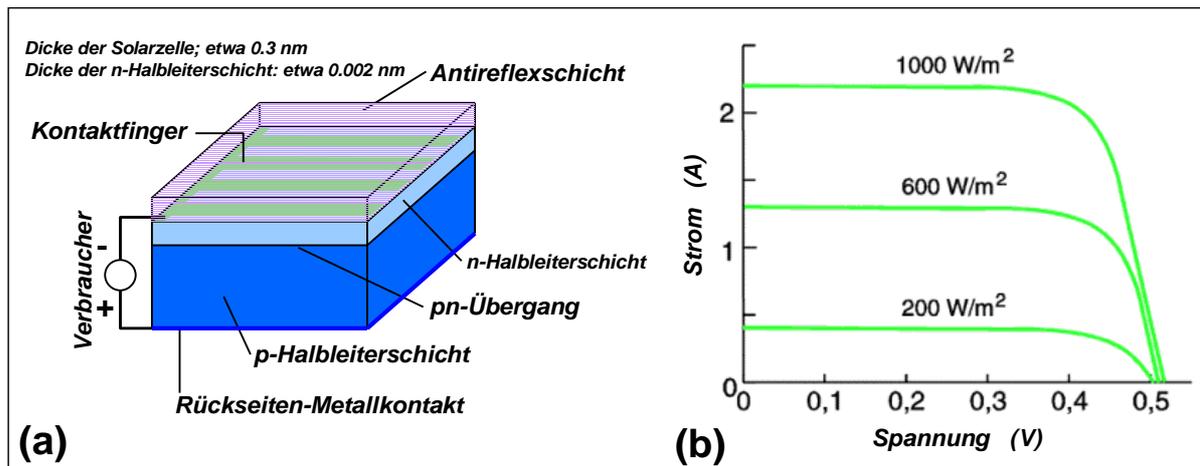


Abbildung 10.7: (a) Aufbau einer Solarzelle. Zwischen p-dotiertem und n-dotiertem Halbleiter entsteht ein elektrisches Feld. Dieses beträgt im Falle von Silizium etwa 0.5 V. Ein durch Lichtabsorption entstehendes Elektron-Loch-Paar wird in diesem Feld getrennt. (b) Strom-Spannungs-Kennlinien für eine kristalline Siliziumsolarzelle von etwa $10 \times 10 \text{ cm}^2$ Fläche. Der Wirkungsgrad beträgt etwa 10%.

Elektrons vom Valenzband ins Leitungsband (Erzeugung eines Elektrons im Leitungsband, Erzeugung eines Lochs im Valenzband). Das Elektron wird auf Grund des Raumladungsfeldes in die n-Schicht gezogen, das Loch in die p-Schicht. Es kommt somit zu einer räumlichen Trennung von Elektron und Loch. Bei Anlegen eines Verbrauchers über äußere Kontakte können beide wieder zusammengeführt (rekombiniert) werden. Die dabei frei werdende Energie steht dem Verbraucher zur Verfügung. Typische Stromspannungskennlinien sind in Abb. 10.7b gezeigt.

Wichtig ist, dass die Funktionsweise einer Solarzelle nur im Teilchen- oder Photonenbild verständlich ist. Im Wellenbild wäre z.B. nicht verständlich, wieso es eine Schwellenfrequenz gibt, ab der eine Solarzelle arbeitet. Man würde erwarten, dass man nur die Intensität des Lichtes genügend erhöhen muss. Im Photonenbild ist sofort plausibel, dass die Energie eines einfallenden Photons mindestens so groß sein muss, dass die Anregung eines Valenzbandelektrons ins Leitungsband möglich ist.

10.2.3 Inverser Photoeffekt – Erzeugung von Bremsstrahlung und charakteristischer Röntgenstrahlung

Beim Photoeffekt werden Masseteilchen (Elektronen) mit Hilfe von Licht aus dem Atomverbund herausgelöst. Die Energie geht also vom Lichtfeld auf die Materie über. Wir wollen uns nun mit dem inversen Phänomen beschäftigen, d.h. der Erzeugung von Lichtquanten über die Wechselwirkung von Elektronen mit Materie. Dazu erzeugen wir in einem Beschleunigungsfeld Elektronen einer hohen aber wohl definierten kinetischen Energie $m_e v_e^2/2 = eU$. Treffen diese Elektronen auf ein Metall, so werden sie abgebremst. Nach der klassischen Theorie muss ein beschleunigtes geladenes Teilchen elektromagnetische Wellen aussenden. Nach dem Quantenbild kann dies nur in wohldefinierten Energieportionen geschehen. Dabei wird die maximale Energie dann erreicht, falls nur ein Quant erzeugt wird. Kleinere Energien sind natürlich auch möglich, da der Abbremsvorgang über mehrere Stufen stattfinden kann.

Abb. 10.8 zeigt typische Bremsstrahlungsspektren. Werden Elektronen auf eine Energie $E_{\text{kin}} = eU$ beschleunigt und dann in einer Metallanode auf die Energie E'_{kin} abgebremst, so wird dabei ein Bremsstrahlquant der Energie

$$\hbar\omega = E_{\text{kin}} - E'_{\text{kin}} \quad (10.2.3)$$

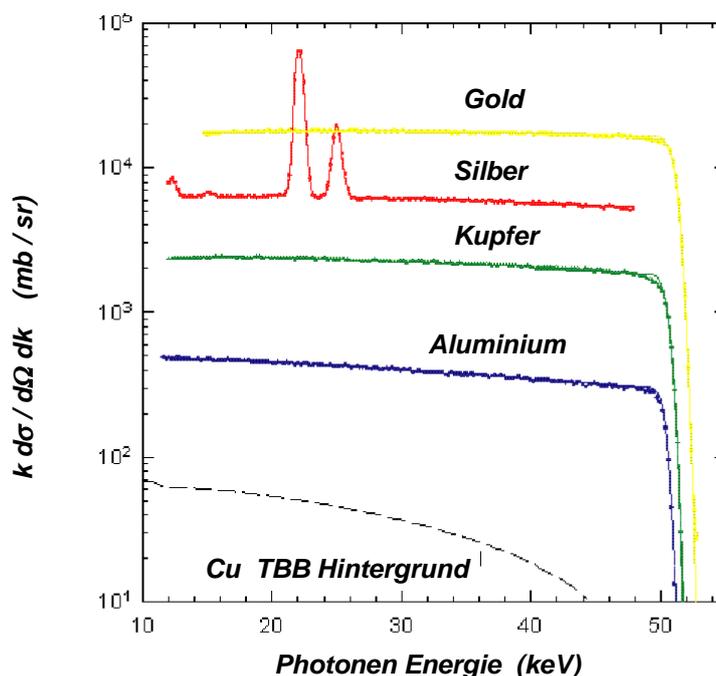


Abbildung 10.8: Anzahl der bei Beschuss der angegebenen Materialien mit 50 keV Elektronen erzeugten Photonen pro Raumwinkel, Energie, Targetatom und cm^2 . Die zusätzlichen Strukturen beim Silber sind nicht auf Bremsstrahlung zurückzuführen.

emittiert. Wenn Elektronen in einer dicken Metallanode abgebremst werden, so werden die Elektronen in einer Vielzahl von Stößen vollständig abgebremst. Das resultierende Bremsstrahlspektrum ist kontinuierlich. Es existiert allerdings eine obere Frequenzgrenze, die durch die Energieerhaltung vorgegeben ist. Die maximale Photonenenergie kann die maximale kinetische Energie der Elektronen nicht übersteigen, d.h. es gilt

$$\hbar\omega_{\max} = E_{\text{kin}} = eU \quad (10.2.4)$$

$$\text{oder} \quad \lambda_{\min} U = h \frac{c}{e} = \text{const.} \quad (10.2.5)$$

Dies ist das bekannte *Duane-Huntsche Verschiebungsgesetz* (1916). Die kurzwellige Abschnittkante ist in Abb. 10.8 deutlich sichtbar. Trägt man λ_{\min} über $1/U$ auf, so lässt sich h bestimmen und zwar besser als mit sichtbarem Licht wegen der beim normalen Photoeffekt doch sehr großen Fehler.

Das mit dem inversen Photoeffekt erzeugte Licht kann wieder benutzt werden, um über den Photoeffekt Elektronen frei zu setzen und zwar bis zu einer Energie, die der ursprünglichen Beschleunigungsspannung entspricht. Diese im Einstein'schen Korpuskularbild einleuchtende Tatsache wäre im klassischen Bild sich räumlich verdünnender Strahlungsenergie nur schwer verständlich.

Bei dem Abbremsprozess der Elektronen entsteht außerdem die so genannte *charakteristische Röntgenstrahlung*, wenn tief gebundene Hüllenelektronen der Atome der Metallanode ins Kontinuum angehoben werden. Das resultierende Loch in der Elektronenhülle wird dann durch Übergänge der weiter außen liegende Elektronen aufgefüllt. Dabei machen die Elektronen Übergänge zwischen den charakteristischen Energieniveaus der Metallatome, was zu einer Strahlung mit einer charakteristischen Frequenz führt.

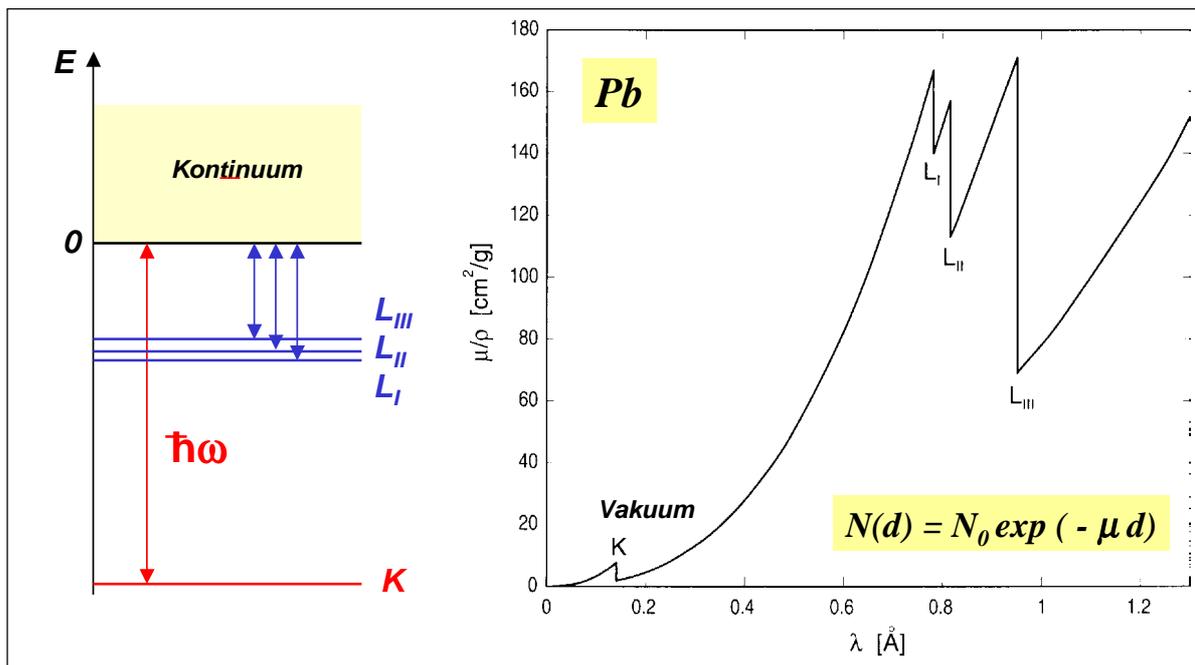


Abbildung 10.9: Energieniveaustruktur von Blei (es sind nur die innersten Schalen gezeigt) und Absorptionskoeffizient als Funktion der Wellenlänge.

Im Bereich der Röntgenenergien (einige 10 eV bis einige 10 keV) ist der inverse Photoeffekt an inneren, stark gebundenen Elektronen der Absorberatome der dominante Prozess bei der Absorption von Photonen. Dabei treten entsprechende Schwellen immer dann auf, wenn die Energie der Strahlung ausreicht, ein entsprechend stark gebundenes Elektron ins Kontinuum zu befördern. In Abb. 10.9 ist dies beispielhaft anhand des Absorptionskoeffizienten μ von Pb im Bereich der Röntgenenergien gezeigt. Der Absorptionskoeffizient μ ist dabei folgendermaßen definiert: Misst man die Zahl N der Röntgenquanten, die eine Metallschicht der Dicke d durchdringt, so stellt man fest, dass diese Zahl exponentiell mit der Dicke abnimmt. Das heißt, es gilt

$$N(d) = N_0 \exp(-\mu d)$$

oder

$$\mu = \frac{\ln N_0 - \ln N}{d}, \quad (10.2.6)$$

wobei N_0 die Zahl der Photonen ist, die auf die Metallschicht fällt. Die am stärksten gebundenen Elektronen haben eine Bindungsenergie von 88 005 eV entsprechend einer Wellenlänge $\lambda = 0.1409 \text{\AA}$. Die entsprechende Absorptionskante wird mit K bezeichnet. Die nächst stark gebundenen Elektronen kommen aus der L -Schale, die noch eine Feinstruktur aufweist. Die genaue Erklärung dieser Struktur ist Thema der Atomphysik.

10.3 Die Eigenschaften von Photonen

Mit Hilfe des photoelektrischen Effekts haben wir plausibel gemacht, dass die Absorption und Emission von Licht quantenhaften Charakter hat, also durch den Austausch von Energieportionen stattfindet. Wir haben diese Portionen als Photonen bezeichnet. Wir wenden uns nun der Frage zu, ob diese Photonen weitergehende korpuskuläre Eigenschaften aufweisen. Dazu müssen wir die Wechselwirkung von Licht mit Materie noch etwas genauer betrachten. Es muss uns dabei klar sein, dass die Physik nur Aussagen über Wechselwirkungen machen kann. Dies liegt daran, dass eine experimentelle Beobachtung ohne Wechselwirkung nicht möglich ist. Anders ausgedrückt, die Physik beschreibt Prozessabläufe, und der Charakter der daran teilnehmenden Partner kommt in den Wechselwirkungen zum Ausdruck. Was dazwischen passiert ist dem Physiker nicht zugänglich. Auf den Fall des Photons übertragen impliziert dies, dass die Frage nach der Existenz, dem Wesen oder der Substanz eines Photons außerhalb von Wechselwirkungsprozessen rein philosophischer Natur ist. Wenn wir also von Teilchen oder Wellen sprechen, dann bezieht sich dies immer auf das Verhalten in einem konkreten physikalischen Prozess. Beide Eigenschaften müssen sich daher auch nicht ausschließen. Wir haben bereits mehrfach darauf hingewiesen, dass dieser Dualismus für den klassisch "erzogenen" Physiker des beginnenden 20. Jahrhunderts konzeptionell schwierig zu verarbeiten war. Wir wollen uns diese historische Bürde zu Beginn des 21. Jahrhunderts allerdings nicht mehr aufladen.

10.3.1 Die Masse des Photons

Wir wollen als erstes die Masse des Photons diskutieren, da es sich dabei um eine fundamentale Teilcheneigenschaft handelt. Im Prinzip haben wir es in der Physik mit zwei Massebegriffen zu tun. Die *träge Masse* hängt mit der Tatsache zusammen, dass Teilchen einer Beschleunigung Widerstand entgegensetzen.⁶ Die *schwere Masse* eines Teilchens kommt in der Wechselwirkung mit anderen Masseteilchen zum Ausdruck. Nach dem *Äquivalenzprinzip der allgemeinen Relativitätstheorie* kann man jedoch keine Unterscheidung zwischen schwerer und träger Masse treffen.⁷ Ausgehend von der speziellen Relativitätstheorie besitzt ein Teilchen der Energie E die Masse mc^2 . Für einen Lichtquant bedeutet dies somit

$$m_v = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2}, \quad (10.3.1)$$

wobei die Ruhemasse m_0 für ein sich mit Lichtgeschwindigkeit c bewegendes Teilchen natürlich auf Grund von

$$m_0 = m\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0 \quad (10.3.2)$$

sein muss.

Ein Photon, das das Gravitationsfeld einer homogenen Kugel (z.B. der Sonne) mit Masse M und Radius R verlassen will, muss dazu aufgrund seiner endlichen Masse die potentielle Energie

⁶Dies ist beim Photon, das sich immer mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, nicht zu überprüfen.

⁷Auch experimentell wurde noch kein derartiger Unterschied gefunden. Allerdings werden heute immer noch Präzisionsexperimente zu dieser Thematik durchgeführt, z.B. am Bremer Fallturm.

$$U_G = G \frac{m_\nu M}{R} \quad (10.3.3)$$

aufbringen. Hierbei ist G die Gravitationskonstante. Da das Photon die quantisierte Energie $h\nu$ besitzt, kann der Energieverlust nur über eine Abnahme der Frequenz kompensiert werden. Es kommt daher zu einer Rotverschiebung der elektromagnetischen Strahlung:

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{G \frac{m_\nu M}{R}}{m_\nu c^2} = G \frac{M}{Rc^2} \quad (10.3.4)$$

Ähnlich muss Licht von Masseobjekten abgelenkt werden. Um den Ablenkwinkel zu berechnen, bedarf es der allgemeinen Relativitätstheorie. Die experimentellen Ergebnisse bestätigen die Existenz einer endlichen Photonenmasse.⁸ Falls

$$\begin{aligned} G \frac{Mm_\nu}{R} &= G \frac{Mh\nu}{Rc^2} > h\nu \\ \text{d.h. falls} \quad G \frac{M}{Rc^2} &> 1, \end{aligned} \quad (10.3.5)$$

kann das Licht, unabhängig von seiner Frequenz, das Gravitationsfeld nicht mehr verlassen. Wir haben es dann mit einem schwarzen Loch zu tun. Der Abstand R , für den (10.3.5) gilt, wird mit Horizont bezeichnet.

10.3.2 Der Impuls des Photons

Wir erinnern uns jetzt an den in der relativistischen Mechanik diskutierten Zusammenhang zwischen der Gesamtenergie E , der Ruhemasse m_0c^2 und dem Impuls \mathbf{p} eines Teilchens, der mit dem *relativistischen Energiesatz* ausgedrückt werden kann:

$$E^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + (m_0 c^2)^2. \quad (10.3.6)$$

Weiterhin gilt der von **Einstein** formulierte Zusammenhang zwischen der Gesamtenergie E und der relativistischen Masse m :

$$E = mc^2. \quad (10.3.7)$$

⁸Die experimentelle Beobachtung der Lichtablenkung durch Gravitationsfelder und deren korrekte Vorhersage, hat erst die Akzeptanz für die allgemeine Relativitätstheorie geschaffen.

Photonen breiten sich im Vakuum mit der Lichtgeschwindigkeit c aus und haben daher nach den Regeln der relativistischen Mechanik die Ruhemasse Null. Demzufolge sollten sie einen Impuls mit dem Betrag

$$p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (10.3.8)$$

haben.

Für monochromatisches Licht wissen wir, dass der Impuls des Lichts proportional zum Wellenvektor \mathbf{k} ist. Bei der Wechselwirkung mit Materie ist das klassische Feld durch den Photonenstrom zu ersetzen. Deshalb muss die Richtung von \mathbf{p}_ν mit derjenigen von \mathbf{k} zusammenfallen. Das heißt, wir können schreiben

$$\mathbf{p}_\nu = \frac{h}{\lambda} \hat{\mathbf{k}} = \hbar \mathbf{k} . \quad (10.3.9)$$

Hierbei ist $\hat{\mathbf{k}}$ der Einheitsvektor in k -Richtung. Der Impuls des Photons kann direkt über die Ablenkung von Masseteilchen bestätigt werden. Das bedeutet, dass sich Licht auch im Falle der Kollision wie ein mit Impuls behaftetes Teilchen verhält.

Trifft z.B. ein intensiver Lichtpuls auf einen an einem Faden aufgehängten Spiegel, so wird der Lichtpuls von dem Spiegel reflektiert, wobei der Spiegel den Gesamtimpuls $|\mathbf{p}| = 2|\mathbf{p}_\nu| = 2E/c$ aufnehmen muss. Bei einer Pulsenergie von 1 Ws, einer Spiegelmasse von 0.01 g und einer Fadenlänge von 10 cm erhält man eine Auslenkung des Spiegels um etwa 10 Bogensekunden, was einer Verschiebung des Spiegels um etwa 0.05 mm entspricht. Diese Verschiebung lässt sich bequem messen. Man kann diese Methode sogar benutzen, um die Energie intensiver Lichtpulse absolut zu messen.

Vertiefungsthema: Der Compton-Effekt

Als Beispiel für ein Experiment, mit dem man den Impuls eines Photons messen kann, beschreiben wir hier den *Compton-Effekt*, der bereits im Jahr 1922 entdeckt wurde. Unter dem Compton-Effekt verstehen wir die Streuung eines Photons der Energie E_ν und des Impulses \mathbf{p}_ν an einem Elektron. Dieses Problem können wir (aufgrund der Teilcheneigenschaft der Photonen) wie einen Streuprozess in der Mechanik analysieren. Die Wellenlänge der Photonen soll dabei wesentlich kleiner sein als atomare Dimensionen, was Energien im Bereich oberhalb von etwa 100 keV entspricht. Wir können dann von der Streuung eines Photons an einem Elektron sprechen.

Abb. 10.10 zeigt das Impulsdiagramm des Streuprozesses. Als Ergebnis des Streuprozesses ergibt sich ein unter dem Winkel ϑ zur Einfallsrichtung gestreutes Photon der Energie E'_ν und dem Impuls \mathbf{p}'_ν , und ein Rückstreuелеktron mit Impuls \mathbf{p}'_e . Im folgenden wollen wir die Compton-Streuung an einem ruhenden Elektron quantitativ beschreiben.⁹

Um die Energie- oder Wellenlängenverschiebung des Photons zu berechnen, benutzen wir den Energie- und Impulssatz in seiner relativistischen Form:

⁹Die Elektronen eines Atoms befinden sich natürlich nicht in Ruhe. Wir wollen aber annehmen, dass die beim Streuprozess auf das Elektron übertragene Energie so groß ist, dass wir die Bindungsenergie und die kinetische Energie des Elektrons im Atom vernachlässigen können.

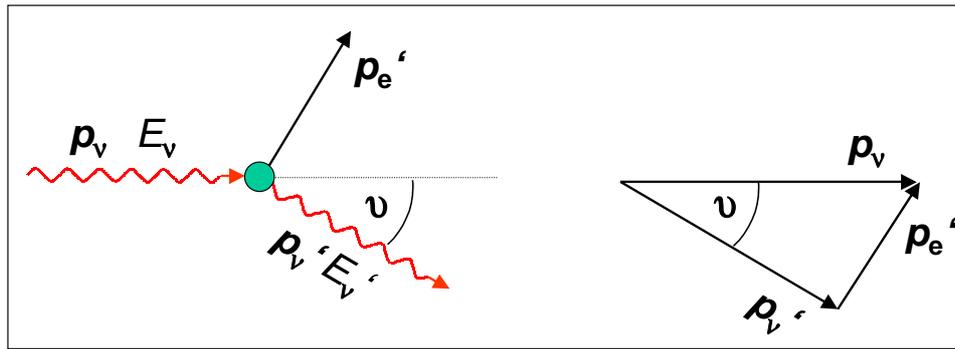


Abbildung 10.10: Impulsdigramm der Comptonstreuung.

$$\mathbf{p}_{e'} = \mathbf{p}_\nu - \mathbf{p}'_\nu \quad (10.3.10)$$

$$E_\nu + m_0 c^2 = E'_\nu + \sqrt{\mathbf{p}_{e'}^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} . \quad (10.3.11)$$

Durch Umformen erhalten wir

$$(E_\nu - E'_\nu + m_0 c^2)^2 = (\mathbf{p}_\nu - \mathbf{p}'_\nu)^2 c^2 + (m_0 c^2)^2 \quad (10.3.12)$$

und daraus

$$\begin{aligned} E_\nu^2 + E_\nu'^2 + (m_0 c^2)^2 - 2E_\nu E'_\nu + 2E_\nu m_0 c^2 - 2E'_\nu m_0 c^2 \\ = E_\nu^2 + E_\nu'^2 - 2E_\nu E'_\nu \cos \vartheta + (m_0 c^2)^2 . \end{aligned} \quad (10.3.13)$$

Durch Zusammenfassen der verschiedenen Terme erhalten wir dann

$$\begin{aligned} E_\nu E'_\nu (1 - \cos \vartheta) &= m_0 c^2 (E_\nu - E'_\nu) \\ (h\nu)(h\nu')(1 - \cos \vartheta) &= m_0 c^2 h(\nu - \nu') \\ \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \vartheta) &= c \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = \lambda' - \lambda . \end{aligned} \quad (10.3.14)$$

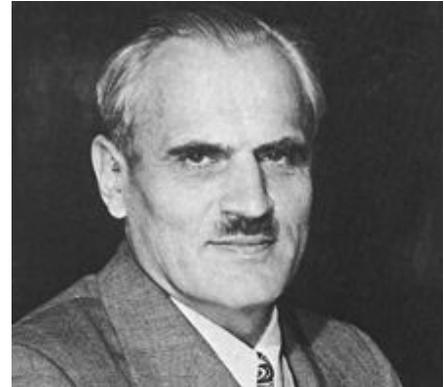
Damit erhalten wir schließlich die Beziehungen

$$\begin{aligned} \lambda' - \lambda &= \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \vartheta) \\ E'_\nu &= h\nu' = \frac{E_\nu m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_\nu (1 - \cos \vartheta)} . \end{aligned} \quad (10.3.15)$$

Die Größe

Sir Arthur Holly Compton (1892 - 1962) – Nobelpreis für Physik 1927:

Arthur Holly Compton wurde am 10. September 1892 in Wooster, Ohio geboren. Sein Vater Elias Compton war Professor der Philosophie an der dortigen Universität. Hier studierte auch Arthur Compton und graduierte 1913. Anschließend ging er an die Universität von Princeton und erhielt 1916 den Dokortitel. Das nächste Jahr war er als Professor an der University of Minnesota und dann als Entwicklungsingenieur im Forschungslabor bei der Westinghouse Lamp Company tätig. 1920 folgte er einem Ruf an die Washington-University in St. Louis. 1922 entdeckte er den nach ihm benannten Compton-Effekt, für den er 1927 den Nobelpreis erhielt. Er teilte ihn sich mit Charles Thomson Rees Wilson (1869-1959), Großbritannien. Von 1923 bis 1945 war er Professor an der University of Chicago. Er war Präsident der American Physical Society (1934), der American Association of Scientific Workers (1939-40) und der American Association for the Advancement of Science (1942). 1945 kehrte er als Kanzler zurück nach St. Louis und war bis zu seiner Emeritierung 1961 an der dortigen Washington-University tätig. Während des zweiten Weltkrieges war er Direktor des Metallurgical Atomic Projekt und leitete von 1942 bis 1945 beim Manhattan-Projekt zum Bau der Atombombe die mengenmäßige Herstellung von Plutonium. Er hat unter der Leitung von Fermi bei der erstmaligen Verwirklichung einer sich selbst aufrechterhaltenen Kettenreaktion mitgewirkt. Sein Hauptarbeitsgebiet war die Untersuchung der kosmischen Strahlen, sowie die Reflexion, Polarisation und Spektren der Röntgenstrahlung. Er verstarb am 15. März 1962 in Berkley, Kalifornien.



$$\frac{h}{m_0 c} = 2.42631 \times 10^{-12} \text{ m} \quad \text{Compton Wellenlänge} \quad (10.3.16)$$

wird dabei als *Compton-Wellenlänge* des Elektrons bezeichnet.

Wir wollen abschließend noch zwei Spezialfälle diskutieren:

1. Vorwärtsstreuung: ($\vartheta = 0$, $\lambda = \lambda'$)

Die Energie des Photons bleibt bei der Vorwärtsstreuung unverändert. Ganz allgemein gilt: Wenn die Bindungsenergie der Elektronen im Atom größer ist als der Energieübertrag beim Compton-Stoß, dann hat das Streulicht die gleiche Wellenlänge wie die einfallende Strahlung. Der Energieübertrag auf das gesamte Atom kann dabei wegen dessen großer Masse vernachlässigt werden. Der Prozess wird als *Rayleigh-Streuung* (vergleiche hierzu Abschnitt 2.5) bezeichnet. Er tritt vor allem bei kleinen Photonenenergien auf und ist ein kohärenter Streuprozess an allen Elektronen eines Atoms. Um die gesamte gestreute Intensität zu ermitteln, muss man daher zunächst über die Streuamplituden der Einzelstreuprozesse aufsummieren und dann deren Summe quadrieren. Somit skaliert die Wahrscheinlichkeit für die Rayleigh-Streuung mit Z^2 , wobei Z die Ordnungszahl des Elements bzw. die Zahl der Elektronen im neutralen Atom ist. Im Gegensatz dazu skaliert die Wahrscheinlichkeit für die Compton-Streuung mit Z .

2. Rückstreuung: ($\vartheta = \pi$)

Für die Rückstreuung ist der Energieverlust für das Photon maximal. Er beträgt

$$E_v - E'_v = \frac{2E_v^2}{m_0 c^2 + 2E_v} \quad (10.3.17)$$

Der Compton-Effekt wird in vielen Anwendungen ausgenutzt:

- **Compton-Teleskop COMTEL**

Beim Weltraumteleskop COMTEL, das auf dem Satelliten GRO (Gamma Ray Observatory) die Erde umkreist, wird die Tatsache ausgenutzt, dass die gestreute Strahlung bei immer höheren Energien immer weiter nach vorne gerichtet ist. Dies kann man dazu benutzen, die Richtungen zu bestimmen, aus denen hochenergetische Gamma-Strahlung aus dem Weltraum auf das Teleskop trifft. Man benutzt dazu zwei Detektoren. Der Detektor 1 misst $E_\nu - E'_\nu$ durch Messung der Energie des Compton-Elektrons, der Detektor 2 in einem Abstand d bestimmt die Restenergie E'_ν des gestreuten Photons. Beide Detektoren zusammen ermitteln somit die Gesamtenergie E_ν des einfallenden Quants und die Energie des gestreuten Quants. Man kann dann mit Hilfe von (10.3.15) den Streuwinkel ϑ bestimmen. Da die Richtung des Rückstreuuelektrons in Detektor 1 nicht gemessen wird, erhält man dann einen Richtungskegel mit Öffnungswinkel ϑ , aus dem das Photon gekommen ist. Viele Ereignisse ergeben viele solche Kegel und deren gemeinsamer Schnittpunkt gibt die Richtung an, aus der die Strahlung kommt.

- **Laser-Kühlung**

Für die Lichtkühlung von Materieteilchen wurde 1997 der Nobelpreis verliehen. Bei der Laserkühlung werden Atome in einem Feld von vier sich kreuzenden schmalbandigen Lasern gehalten. Die Frequenz des Laserlichts ist so abgestimmt, dass sie leicht unterhalb einer Resonanz des atomaren Elektronensystems liegt. Bewegt sich das Teilchen auf die Laser zu, so erscheint das Laserlicht violettverschoben. Das Photon kann somit absorbiert werden. Dabei muss das Atom den Impuls aufnehmen und wird so verzögert. Beim Stillstand, d.h. sehr tiefer Temperatur kommt es nicht mehr zur Absorption, so dass eine Beschleunigung (Aufheizung) durch das Laserlicht ausgeschlossen ist. Natürlich wird das Elektronensystem die Photonenenergie wieder abgeben. Dies geschieht aber in eine beliebige Richtung und führt daher im Mittel nicht zu einer Nettobewegung. Mit Hilfe der Laserkühlung können extrem tiefe Temperaturen im Bereich von μK erreicht werden.

- **Trennung von Isotopen**

Bei der Trennung von Isotopen mit Hilfe des Compton-Effekts nutzt man die Tatsache aus, dass verschiedene Isotope Licht leicht unterschiedlicher Frequenz resonant absorbieren. Strahlt man deshalb schmalbandiges Laserlicht ein, so wird nur eine Isotopensorte abgelenkt.

- **Strahlungsdruck**

Es wurde bereits in Kapitel 2 gezeigt, dass Licht einen Strahlungsdruck $P(t)$ (Veränderung des Impulses mit der Zeit pro Flächeneinheit) erzeugt, der durch $P(t) = |S|/c$ gegeben ist. Hierbei ist $|S|$ der Betrag des Poynting-Vektors. Ein intensiver Laserstrahl mit einer Leistung von 3×10^9 Watt erzeugt z.B. eine Kraft von 10 Newton auf die absorbierende Fläche. Man kann dadurch mit Hochleistungslasern Materie levitieren.

10.3.3 Der Drehimpuls des Photons

Wir wollen in diesem Abschnitt zeigen, dass Photonen einen Eigendrehimpuls oder Spin von $\pm\hbar$ für rechts- bzw. linkspolarisiertes Licht besitzen. In der Elementarteilchenphysik definiert man die *Helizität eines Teilchens* mit der Beziehung

$$H = \frac{\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}}{|\mathbf{p}| |\boldsymbol{\sigma}|} = \pm 1 \quad . \quad (10.3.18)$$

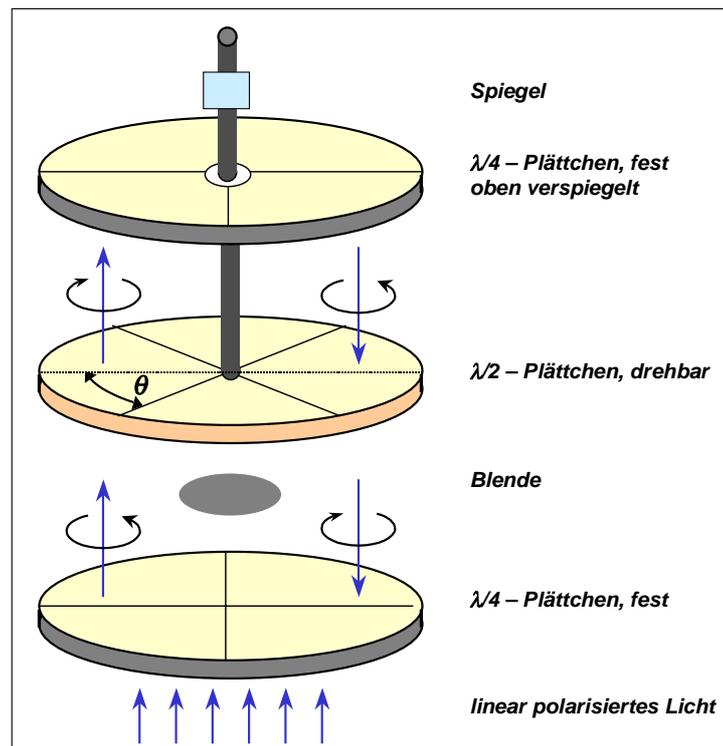


Abbildung 10.11: Schematischer Versuchsaufbau zur Messung des Spins von Photonen (nach R. A. Beth, *Physical Review* **50**, 115 (1936)).

Hierbei ist \mathbf{p} der Impuls und σ der Eigendrehimpuls des Quants. Ein rechtshändiges Teilchen hat demnach die Helizität $H = +1$; dabei sind Impuls und Drehimpulsvektor parallel. Dies gilt auch für Photonen. Leider ist diese Definition genau entgegengesetzt zu der Konvention, die in der Optik verwendet wird: In der Optik wird elektromagnetische Strahlung als rechts-zirkular polarisiert bezeichnet, wenn der E -Vektor der auf den Beobachter zukommenden Strahlung im Uhrzeigersinn dreht. Wir können hier diese Diskrepanz nicht lösen (zur Definition von rechts- und linkszirkular polarisiertem Licht siehe Abschnitt 3.1.2).

Wir haben bereits gesehen, dass Licht auch in Form einer ebenen Welle nicht eindeutig durch die Frequenz bestimmt ist, da das elektrische Feld senkrecht zum \mathbf{k} -Vektor beliebig polarisiert sein kann. Das Photon muss daher einen zusätzlichen Freiheitsgrad aufweisen. Dieser Freiheitsgrad ist der Drehimpuls der Photonen. Es gibt eine Reihe von indirekten Hinweisen auf den Drehimpuls der Photonen. Alle basieren auf der Drehimpulserhaltung bei der Emission und Absorption von Photonen. Erzeugt man z.B. freie Elektronen mittels des Photoeffekts und benutzt dabei rechts- bzw. links-zirkular polarisiertes Licht, so sind die erzeugten Elektronen entsprechend polarisiert. Dieses Verfahren wird z.B. an modernen Elektronenbeschleunigern angewendet, um polarisierte Elektronenstrahlen zu erzeugen.

Eine direkte Messung des Spins von Photonen geht auf **R. A. Beth** zurück. Das Experiment ist in Abb. 10.11 skizziert. Lässt man rechts-zirkular polarisiertes Licht auf ein $\lambda/2$ -Plättchen aus Quarz fallen, so wird es zu links-zirkular polarisiertem Licht. Dabei wird auf das Plättchen eine messbare Drehimpulsänderung $d\mathbf{I}/dt = 2\hbar$ pro Photon übertragen und damit ein Drehmoment $|\mathbf{m}| = 2\hbar$ auf das Quarzplättchen übertragen. Nach Reflexion an dem oben verspiegelten, fest montierten $\lambda/4$ -Plättchen durchdringen die Photonen das $\lambda/2$ -Plättchen ein zweites mal, wodurch der Effekt verdoppelt wird.

Auf der Basis der experimentellen Tatsachen ist es daher naheliegend, dem Photon einen Eigendrehimpuls s zuzuschreiben, der für rechts-zirkular polarisiertes Licht den Wert $+\hbar$ und für links-zirkular polarisiertes Licht den Wert $-\hbar$ annimmt. Das heißt, es gilt

Photon			Elektron		
Größe	Wert	Einheit	Größe	Wert	Einheit
λ	590	nm	$\lambda = h/p_e$	0.733	nm
ν	509	THz	—	—	—
$E = h\nu$	3.37×10^{-19}	J	$E_{\text{kin}} = m_e v_e^2/2$	4.05×10^{-19}	J
	2.11	eV		2.5	eV
m_0	0	kg	m_0	9.109×10^{-31}	kg
m_ν	3.75×10^{-36}	kg	m_e	9.109×10^{-31}	kg
p_ν	1.12×10^{-27}	kg m/s	$p_e = m_e v_e$	9.1×10^{-25}	kg m/s
$s_\nu = \hbar$	1.054×10^{-34}	Js	$s_e = \hbar/2$	0.5027×10^{-34}	Js

Tabelle 10.2: Zahlenwerte für einige Größen von Photonen gelben Lichts mit $\lambda = 590$ nm verglichen mit denen von Elektronen mit einer Geschwindigkeit $v_e = 10^6$ m/s.

$$|\mathbf{s}| = \pm \hbar . \quad (10.3.19)$$

Dies wird durch die Quantenelektrodynamik bestätigt. Die Tatsache, dass es keine Photonen mit Eigen Drehimpuls 0 gibt, hängt mit der Tatsache zusammen, dass das elektromagnetische Feld rein transversal ist. An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass die Eigenschaften des Photons nicht mit denen des Strahlungsfeldes verwechselt werden dürfen. Ein linear polarisiertes Strahlungsfeld besitzt einen Gesamtdrehimpuls Null. Dies impliziert, dass genauso viele links- wie rechtsdrehende Photonen anwesend und paarweise korreliert sind. Darauf kommen wir später bei der theoretischen Behandlung der Quantenmechanik noch zu sprechen.

10.3.4 Photon-Photon-Streuung – die Größe des Photons

Da Photonen viele Eigenschaften eines klassischen Teilchens besitzen, ist es naheliegend, nach der Größe des Photons zu fragen. Wenn das Photon eine endliche Ausdehnung hat, so müsste es möglich sein, Photonen an Photonen zu streuen. Tatsächlich sollte diese Streuung möglich sein, allerdings mit einem sehr kleinen Wirkungsquerschnitt. Überlegungen der Quantenelektrodynamik ergeben einen Streuquerschnitt von

$$\sigma_{\text{pp}} = 10^{-76} \text{ m}^2 , \quad (10.3.20)$$

der jenseits der heutigen experimentelle Möglichkeiten liegt.

10.3.5 Zahlenbeispiel

Um ein Gefühl für die Größenordnung der in den vorangegangenen Abschnitten diskutierten Größen zu bekommen, haben wir diese in Tabelle 10.2 für gelbes Licht der Wellenlänge 590 nm explizit berechnet und mit den entsprechenden Größen verglichen, die man für schnelle Elektronen erhält. Zum Vergleich: das Elektron besitzt eine Ruhemasse von $m_0 = 9.10 \times 10^{-31}$ kg was einer Ruheenergie von 510 keV

entspricht. Bei einer Geschwindigkeit von $v_e = 10^6$ m/s des Elektrons ist $m_e \simeq m_0$, da $v^2/c^2 = 1.1 \times 10^{-5}$. Die kinetische Energie des Elektrons ist bei einer Geschwindigkeit von $v_e = 10^6$ m/s gegeben durch $E_{\text{kin}} = 4.05 \times 10^{-19}$ J oder 2.5 eV. Der Impuls des Elektrons bei dieser Geschwindigkeit ist $p_e = 9.1 \times 10^{-25}$ kg m/s. Dies entspricht einer de Broglie Wellenlänge von 0.733 nm. Um eine Lichtleistung von einigen Watt zu erhalten, bedarf es etwa 10^{20} gelber Photonen pro Sekunde.

Es sei hier darauf hingewiesen, dass die Definition unserer SI-Einheiten unseren Alltagswelt angepasst ist, die weit weg ist von der Quantenwelt mikroskopischer Teilchen wie Elektronen oder Photonen. Deshalb sind die charakteristischen Zahlenwerte für mikroskopische Objekte in diesen Einheiten teilweise aberwitzig klein. Deshalb wurden für die mikroskopische Quantenwelt von Physikern häufig neue, dieser Welt angepasste Einheiten eingeführt (z.B. Ångström, atomare Masseneinheit, Elektronenvolt, etc.).

Ein wichtiger Unterschied zwischen Photon und Elektron besteht auch hinsichtlich des Drehimpulses. Während das Photon den Drehimpuls $\pm\hbar$ haben, beträgt derjenige von Elektronen $\pm\hbar/2$. Man spricht dann von ganz- oder halbzahligen Spin. Dieser Unterschied ist sehr bedeutend, da Quantenobjekte mit ganz- und halbzahligen einer völlig anderen Statistik, nämlich der Bose-Einstein und der Fermi-Dirac Statistik gehorchen. Man spricht von Bosonen und Fermionen. Auf diesen Unterschied wird im Detail im Rahmen von Physik IV eingegangen.

10.4 Zum Welle-Teilchen-Dualismus der Photonen

Mit den Ausführungen von Abschnitt 10.3 haben wir den Teilchencharakter der Lichtquanten etabliert. Auf der anderen Seite sind aber auch die Welleneigenschaften des Lichts, die insbesondere durch die Interferenzeffekte zu Tage tritt, unumstößliche experimentelle Fakten. In der klassischen Theorie stellen Teilchen und Welle miteinander unvereinbare Konzepte dar. Es stellt sich deshalb die Frage: Was ist nun ein Photon, Welle oder Teilchen? Falls ein Photon ein Teilchen ist, besitzt es dann eine Substruktur? Die Antwort auf diese Fragen ist komplex, wir können aber folgende Tatbestände festhalten:

1. Nach allem, was wir heute wissen, sind Photonen die *Quanten der elektromagnetischen Wechselwirkung* und elementare Bausteine unserer Welt. Sie besitzen keine Substruktur.
2. Photonen haben keine Ruhemasse und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit. Sie wechselwirken wie Teilchen, pflanzen sich aber wie Wellen fort. Die Teilcheneigenschaften zeigen sich in der quantisierten Energie $E_\nu = h\nu$, dem Impuls $p_\nu = E_\nu/c$, dem Eigendrehimpuls \hbar und dem Einfluss von Gravitationsfeldern auf Photonen. Die Welleneigenschaften werden bei Beugungs- und Interferenzphänomenen evident.

Zur Frage, was nun Licht wirklich ist, Welle oder Teilchen, hat **Niels Bohr** im Jahr 1927 das *Komplementaritätsprinzip* formuliert (vergleiche Abschnitt 9.1.1). Es besagt, dass man niemals in einem Experiment beide Eigenschaften des Lichts gleichzeitig beobachten kann, sondern immer nur die eine oder die andere. Teilchen und Welle schließen sich gegenseitig aus, sie sind zueinander *komplementär*.

10.4.1 Die Quantenelektrodynamik

Die Tatsache, dass Licht sowohl Teilchen als auch Wellencharakter zeigt, macht deutlich, dass eine klassische Beschreibung des Lichts nicht möglich ist. Streng genommen bedeutet dies, dass weder das Teilchen noch das Wellenbild richtig sein können. Das gleiche Problem tritt später wieder bei der Diskussion der Welleneigenschaften von Materie auf. Einen Ausweg hat die Quantenmechanik geliefert, die eine widerspruchsfreie Theorie zur Beschreibung der experimentellen Tatbestände liefert. **Heisenberg** und **Schrödinger** entwickelten zwei mathematische Formalismen, der eine entspricht dem korpuskularen Bild, der andere dem Wellenbild. Diese beiden quantenmechanischen Theorien sind mathematisch und physikalisch identisch. Das heißt, die quantenmechanische Korpuskulartheorie ist in eine quantenmechanische Wellentheorie überführbar und umgekehrt.

Die Quantenmechanik wurde ursprünglich für die Atomphysik formuliert, sie lässt sich aber auf das elektromagnetische Strahlungsfeld übertragen und wird dann *Quantenelektrodynamik* genannt. Sie ist sehr weit entwickelt worden (**Bethe, Schwinger, Feynman, Dyson**) und durch zahlreiche Experimente bestätigt worden. Die Quantenelektrodynamik ist in der Lage, alle experimentellen Ergebnisse der Optik, also sowohl die Wellen- als auch die Teilcheneigenschaften des Lichts quantitativ zu beschreiben. *Es ist daher nicht richtig, von einem Teilchen-Welle-Dualismus zu sprechen, denn das Licht ist weder das eine noch das andere, sondern etwas drittes, das durch die Quantenelektrodynamik beschrieben wird.*

Da der mathematische Aufwand beträchtlich ist, werden häufig nur zwei Grenzfälle der Quantenelektrodynamik betrachtet. Diese beiden Grenzfälle sind das Teilchen- und das Wellenbild. Beide haben den Vorteil, dass sie einer anschaulichen klassischen Deutung zugänglich sind und damit unserer Intuition entgegenkommen. Wir dürfen aber nicht vergessen, dass es sich nur um Grenzfälle handelt. Immer dann, wenn ein Widerspruch zwischen den beiden Bildern auftritt, wurde ihr Gültigkeitsbereich überschritten.

10.4.2 Interferenz von Photonen

Wir wollen an dieser Stelle wieder zu dem im Abschnitt 9.1.1 diskutierten Doppelspaltexperiment zurückkommen. Die von einem Detektor in der Beobachtungsebene detektierte Intensität ist proportional zum Quadrat des elektrischen Feldvektors am Ort des Detektors. Falls Licht auf mehreren Wegen von der Quelle zum Detektor gelangen kann und wir experimentell nicht feststellen können, welchen Weg das Licht genommen hat, dann müssen wir die elektrischen Feldvektoren für die einzelnen Wege erst addieren und die resultierende Summe quadrieren, um die Intensität am Detektor zu ermitteln. Wir wissen bereits, dass in diesem Fall Interferenzterme entstehen, die zu charakteristischen Beugungs- und Interferenzphänomenen Anlass geben.

Wir können nun den Fall diskutieren, dass die Intensität der Quelle so gering ist, dass sich immer nur ein Photon gleichzeitig auf dem Weg von der Quelle zum Detektor befindet. Experimente, die von **G. I. Taylor** bereits 1909 durchgeführt wurden, zeigten, dass es möglich ist, auch unter diesen Bedingungen Interferenzmuster aufzunehmen. Falls wir in einem solchen Experiment einen genügend empfindlichen Detektor haben, können wir die Ankunft jedes einzelnen Photons nachweisen. Wir zählen also Photonen, d.h. Teilchen, jedes einzelne an einem wohldefinierten Ort. Das Interferenzmuster entsteht erst, wenn wir genügend viele einzelne Photonen gezählt haben und dann aussagen können, wie die Wahrscheinlichkeit für ihre räumliche Verteilung aussieht. Dies ist in Abb. 10.12 gezeigt. Würden wir das gleiche Experiment mit Elektronen durchführen, würden wir übrigens das gleiche Ergebnis erhalten. Die Wahrscheinlichkeit, Photonen nachzuweisen ist proportional zum Quadrat der Amplitude des elektrischen Feldes. Diese Aussage verknüpft das Teilchen- und das Wellenbild. Wir werden später sehen, dass für Teilchen mit endlicher Ruhemasse die gleichen Prinzipien gelten. Dabei müssen wir für diese Teilchen eine dem elektrischen Feld äquivalente, komplexe Wellenfunktion $\Psi(\mathbf{r}, t)$ einführen. Das Absolutquadrat dieser Wellenfunktion ist dann wiederum proportional zur Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung ein Teilchen zur Zeit t am Ort \mathbf{r} zu finden.

Betrachten wir das obige Doppelspaltexperiment naiv, so könnten wir erwarten, dass zwei Photonen gleichzeitig durch die Doppelspaltanordnung laufen müssen, jedes auf einem der beiden möglichen Wege, um dann am Beobachtungspunkt interferieren zu können. Aufgrund des Experiments ist es aber offensichtlich, dass bereits ein Photon ausreicht. Tatsächlich ist das Photon kein lokalisiertes Teilchen und jeder Versuch, den Weg festzustellen, den das Photon nimmt, zerstört das Interferenzmuster (vergleiche hierzu die Diskussion in Abschnitt 9.1.1). Diese paradoxe Situation hat viele Auswirkungen in der grundlegenden Quantentheorie und wurde oft diskutiert, ohne dass eine allgemein anerkannte Lösungstheorie dabei herauskam.

Im Allgemeinen ergibt die Theorie der elektromagnetischen Wellen, die wir ausführlich verwendet haben, die korrekte gemittelte Lichtintensität, wenn die Zahl der Photonen genügend groß ist. Wird die Photonenzahl klein, so ist der gemittelte Erwartungswert immer noch richtig, aber das Ergebnis eines speziellen Experiments wird durch die Statistik der Ankunft einzelner Photonen modifiziert. Diese Statistik kann *Poisson-Form* besitzen, falls die einzelnen Photonen völlig unkorreliert sind.¹⁰ Insgesamt scheint es so zu sein, als ob das klassische elektromagnetische Feld die einzelnen Photonen leitet, auf die gleiche Weise, wie die *Schrödinger-Gleichung* die Wahrscheinlichkeitsdichte für Materieteilchen angibt, ohne dass sie uns sagt, was mit jedem einzelnen Teilchen geschieht.¹¹ Dies zeigt wiederum, dass Photonen sowohl Teilchen als auch Welle sind.

¹⁰Bei einer Poisson-Verteilung beträgt die Standardabweichung von der mittleren gemessenen Photonenzahl \bar{N} gerade $\sigma = \sqrt{\bar{N}}$. Das heißt, die Schwankung der Photonendichte $\Delta N/N = 1/\sqrt{\bar{N}}$ wird mit wachsender Photonenzahl immer kleiner. Dies zeigt, dass die klassische Beschreibung von Licht als elektromagnetischer Welle den Grenzfall großer Photonenzahlen darstellt.

¹¹Die Schrödinger-Gleichung wird erst später eingeführt.

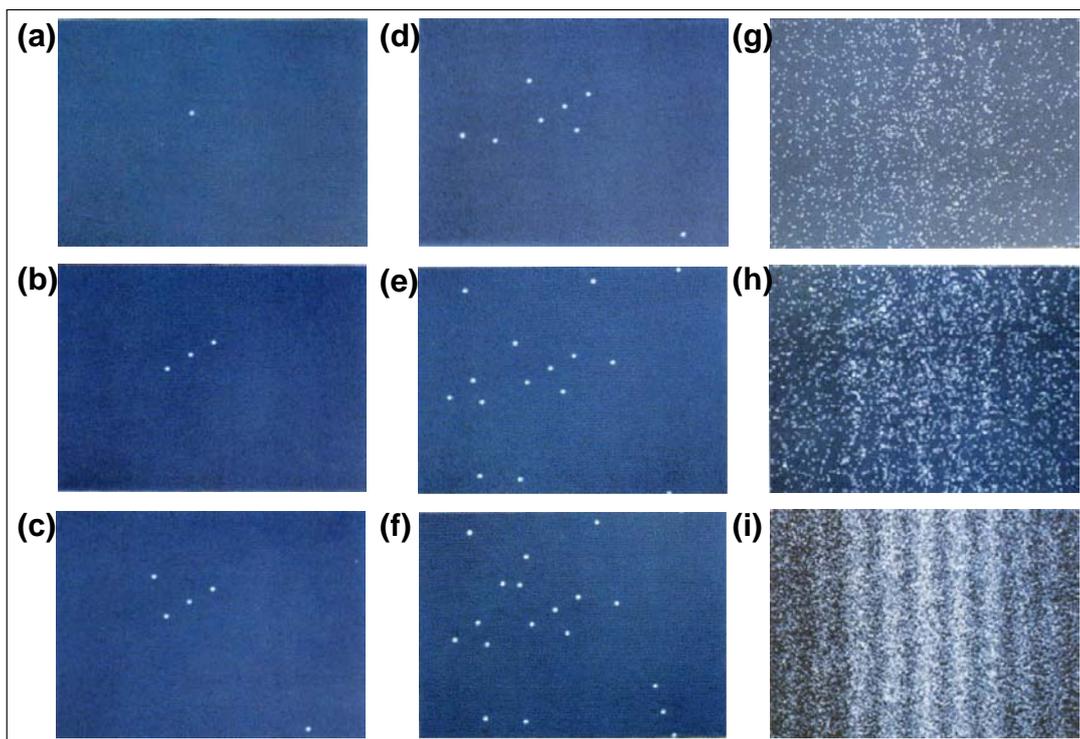


Abbildung 10.12: Doppelspaltexperiment mit Photonen nach verschiedenen Belichtungszeiten. Die Belichtungszeit nimmt von (a) nach (i) zu. Der Quantencharakter der Lichtabsorption ist deutlich sichtbar. Das Interferenzmuster bildet sich nur langsam heraus.

10.4.3 Die Unschärferelation

Aus der quantenmechanischen Theorie folgen Unschärferelationen, die erstmals von **Heisenberg** aufgestellt wurden. Die Unschärferelationen besagen, dass die gleichzeitige, scharfe Messung von zwei einander zugeordneten physikalischen Größen prinzipiell nicht möglich ist. An einigen Beispielen sollen die Unschärferelationen für das Licht demonstriert werden.

Wir haben uns in Kapitel 5 eingehend mit der Beugung von Licht auseinandergesetzt. Wir wollen diese Problem hier nochmals aufgreifen. Ganz allgemein kann man eine Blende als ein räumliches Filter auffassen, d.h. er erlaubt die Beobachtung der Lichtausbreitung oder die Lokalisierung der Photonen. Wie kann man Beugungseffekte im Rahmen des Teilchenbildes diskutieren? Um diese Frage zu beantworten, wollen wir einen eindimensionalen Spalt der Breite b betrachten. Der Spalt soll sich entlang der z -Achse erstrecken und das Licht parallel zur y -Achse auf den Spalt fallen, d.h. wir bescheinen den Spalt mit parallelem Licht. In der Sprache der Photonen bedeutet dies, dass diese senkrecht zur Blende einfallen. Die Hauptintensität des gebeugten Lichts, d.h. der Großteil der Photonen, geht in das zentrale Beugungsmaximum. Dessen Breite ist nach Gleichung (5.4.16) mit der Spaltbreite b durch $2 \sin \theta_x = 2\lambda/b$ verknüpft, wobei θ_x der Beugungswinkel ist. Die Photonen haben also bei der Wechselwirkung mit dem Spalt eine Veränderung ihrer Richtung, d.h. ihres Impulses erfahren. Die Änderung in x -Richtung, d.h. senkrecht zum Spalt ist $\Delta \mathbf{p} = \Delta p_x = \pm |\mathbf{p}| \sin \theta_x = \pm |\mathbf{p}| \lambda/b$. Da der Spalt zu einer räumlichen Lokalisierung der Photonen in x -Richtung auf $\Delta x = \pm b/2$ bewirkt, erhält man unter Benutzung von $|\mathbf{p}| = h/\lambda$ insgesamt

$$\Delta p_x \Delta x = \frac{h}{\lambda} \frac{\lambda}{b} \cdot \frac{b}{2} = \frac{h}{2}. \quad (10.4.1)$$

Das heißt, wir erhalten bis auf einen Faktor 2 die Heisenberg'sche Unschärferelation (9.1.8). Dieses Ergebnis ist von fundamentaler Bedeutung für unser Verständnis der Quanteneigenschaften von Licht. Je kleiner wir den Spalt, also Δx , machen, umso größer wird die Unsicherheit Δp_x im Impuls nach der Wechselwirkung mit dem Spalt.

Unsere Betrachtung zeigt, dass man die Unschärferelation für Orts- und Impulskomponenten von Teilchen dazu benutzen kann, Beugungseffekte von Wellen abzuleiten. Andererseits können wir aber auch anders herum Beugungseffekte von Wellen dazu benutzen, eine Unschärferelation für die Orts- und Impulskomponenten von Teilchen abzuleiten.

Wir könnten nun argumentieren, dass das Ergebnis (10.4.1) rein zufällig ist und mit der speziell gewählten Strahlbegrenzung zusammenhängt. Dies ist aber nicht so. Wir haben in Kapitel 5 gesehen, dass die Begrenzung, die den Strahl am wenigsten stört, ein Spalt mit Gauß'scher Transmissionsfunktion ist (siehe z.B. Abschnitt 5.4.3 und Abschnitt 7.4.1, Auflösungsverbesserung durch Apodisation). Bei einer Gauß-Verteilung $\exp(-x^2/2\sigma^2)$ ist $\Delta x = \pm\sigma$ und entsprechend Abschnitt 5.4.3 $\Delta u = \Delta(\frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_x) = \pm 1/\sigma$.¹² Es folgt dann

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = \sigma \cdot \Delta(p \sin \theta_x) = \sigma \cdot \Delta(\hbar k \sin \theta_x) = \sigma \cdot \Delta(\hbar \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_x) = \sigma \cdot \hbar \frac{1}{\sigma} = \hbar.$$

Damit ergibt sich die Unschärferelation

$$\Delta p_x \Delta x = \hbar. \quad (10.4.2)$$

Diese Unschärfe kann prinzipiell nicht mehr unterschritten werden. Im Allgemeinen ist aber die Unschärfe größer als nach obiger Gleichung und man schreibt deshalb

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar. \quad (10.4.3)$$

Wir weisen darauf hin, dass sich in (10.4.1) die Unschärfe von $h/2$ bzw. in (10.4.5) die Unschärfe von \hbar anstelle von h dadurch ergibt, da hier x und p_x bzw. t und ω auf einen scharf begrenzten Bereich eingeschränkt sind. Im Gegensatz dazu wurde bei der Ableitung von (10.4.2) eine gaußförmige Begrenzung angenommen (vergleiche hierzu auch Abschnitt 2.3.3). Wir sehen also insgesamt, dass der exakte Zahlenwert der unteren Grenze für das Produkt $\Delta x \Delta p_x$ von der genauen Definition der Unschärfen Δx und Δp_x abhängt.

Ähnliches tritt auf, wenn wir das Photon zeitlich fixieren. Wir können z.B. vor einem Photomultiplier einen Verschluss anbringen, der für die Zeit $\tau = 2\Delta t$ geöffnet ist. Zeigt der Multiplier in dieser Zeit ein Photon an, so kann dessen Ankunftszeit auf $\pm\Delta t$ genau gemessen werden. Im Wellenbild bedeutet diese zeitliche Fixierung, dass der Wellenzug hinter dem Verschluss maximal die Länge $2c\Delta t$ besitzt. Dieser abgehackte Wellenzug hat eine spektrale Breite von $\Delta\omega \simeq 2\pi/\Delta t$ (vergleiche Abschnitt 6.2). Hieraus folgt eine Unschärferelation

$$\Delta\omega \frac{\Delta t}{2\pi} \geq 1 \quad (10.4.4)$$

oder mit $\hbar\omega = E$

¹²Wir wählen hierbei als die volle Breite $2\Delta x$ der Gauß-Verteilung das Intervall zwischen den Punkten, bei denen die Funktion auf $1/\sqrt{e}$ ihres Maximalwertes abgefallen ist. Manchmal wird auch das Intervall zwischen den Punkten gewählt, bei denen die Funktion auf $1/e$ ihres Maximalwertes abgefallen ist. In diesem Fall würde sich $\Delta x \cdot \Delta p_x = 4\sqrt{2}\hbar \simeq 5.7\hbar \simeq h$ ergeben.

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h . \quad (10.4.5)$$

Eine weitere wichtige Unschärferelation besteht zwischen der Zahl N der Photonen und der Phase ϕ der elektromagnetischen Feldstärke. Ist die Zahl der Photonen mit einer Genauigkeit von ΔN bekannt, so entspricht dem eine Energieunschärfe $\Delta E = \Delta N \hbar \omega$, woraus eine Zeitunschärfe $\Delta t = 2\pi / \Delta N \omega$ folgt. Einer Ungenauigkeit in der Zeitmessung entspricht aber eine Ungenauigkeit in der Phasengenauigkeit von $\Delta \phi = \Delta t \omega / 2\pi$. Insgesamt ergibt sich dann

$$\Delta N \cdot \Delta \phi \geq 1 . \quad (10.4.6)$$

Wenn also die Phase eines Strahlungsfeldes sehr genau bekannt sein soll, so muss die Zahl der Photonen mit einer sehr großen Unschärfe behaftet sein. Dies ist natürlich nur dann möglich, wenn viele Photonen zur Verfügung stehen. Diese letzte Unschärferelation zeigt, dass es prinzipiell nicht möglich ist, ein Strahlungsfeld genau auszumessen. Die Unschärfe ΔN entspricht nämlich einer Energieunschärfe. Es können folglich nicht gleichzeitig Energie und Phase scharf gemessen werden.

Die Unschärferelationen verhindern, dass ein Widerspruch zwischen Korpuskular- und Wellenbild der Strahlung auftritt. Diese Unschärfen sind kein Ausdruck der Unvollkommenheit unserer Messgeräte, sondern prinzipieller Art.

10.5 Vertiefungsthema: Weitere Folgerungen aus der Quantentheorie

10.5.1 Energiequantelung und Nullpunktsenergie

Für die folgenden Überlegungen betrachten wir eine stehende Welle zwischen zwei ideal reflektierenden Wänden eines Hohlraumes. Die größte mögliche Wellenlänge ist durch die Kantenlänge L des Hohlraumes gegeben, wobei $\lambda/2 = L$ gilt. Damit ist auch die minimale Frequenz ω_{\min} der Welle zu $\omega_{\min} = \pi c/L$ festgelegt und die elektrische Feldstärke ergibt sich zu

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega t) \sin(\pi x/L) . \quad (10.5.1)$$

Die elektromagnetische Feldenergie E der stehenden Welle hängt vom Volumen des Hohlraumes ab und ist proportional zum Quadrat der Feldstärke

$$E = \epsilon_0 \langle \mathbf{E}^2 \rangle L^3 . \quad (10.5.2)$$

Hierbei deuten die spitzen Klammern an, dass der räumliche und zeitliche Mittelwert zu bilden ist. Klassisch können Energie und Feldstärke beliebige Werte bis herunter zu Null annehmen. Quantenmechanisch ist dagegen die Energie gequantelt, denn das Feld wird durch Photonen der Energie $\hbar\omega$ repräsentiert. D.h. bei der Energiemessung wird immer ein ganzzahliges Vielfaches der Energie $\hbar\omega$ gemessen.

Es tritt aber noch ein zweiter bemerkenswerter Unterschied zum klassischen Feld auf. Die Feldenergie im Innern des Hohlraumes kann nicht den Wert null annehmen, sondern beträgt mindestens

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega_{\min} . \quad (10.5.3)$$

Dieser Wert wird als *Nullpunktsenergie* bezeichnet und ist eine Folge der Unschärferelation. Durch den Hohlraum sind das Strahlungsfeld und damit die Photonen räumlich lokalisiert und zwar mit einer Genauigkeit $\Delta x = \pm L/2$. Aus der Unschärferelation folgt daraus direkt, dass der Impuls nicht null werden darf, sondern eine minimale Unschärfe von $\Delta p = \Delta(\hbar k) = (\hbar/c)\Delta\omega$ besitzen muss. Aus $\Delta p \Delta x = (\hbar/c)\Delta\omega \cdot L = \hbar$ folgt dann sofort ein endliches $\Delta\omega = c/L$. Aus dieser einfachen Abschätzung erhalten wir eine Frequenzunschärfe, die mit dem korrekten Wert $\Delta\omega = \frac{1}{2}\omega_{\min} = \pi c/2L$ bis auf einen Faktor $\pi/2$ übereinstimmt.¹³

Die Energie des Strahlungsfeldes kann somit die folgenden diskreten Energiewerte annehmen:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_{\min} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10.5.4)$$

¹³Die Abweichung resultiert aus dem Ansatz der Unschärferelation, die entsprechend modifiziert werden muss, je nachdem ob man scharfe oder gaußförmige Grenzen bei der Definition der Unschärfen ansetzt (vergleiche hierzu Abschnitt 10.4.3). Auf eine exakte Herleitung wird hier verzichtet.

10.5.2 Maxwell-Gleichungen und Vakuumpolarisation

Die Maxwell'schen Gleichungen in ihrer ursprünglichen Form können nur begrenzt gültig sein, denn sie enthalten nicht die Photonen. Auf die quantenmechanisch korrekte Formulierung der Maxwell-Gleichungen soll hier aber nicht eingegangen werden. Dies ist Aufgabe der Quantenelektrodynamik. Interessant ist es aber, zu diskutieren, wie sich die Abweichungen von den klassischen Gleichungen bemerkbar machen. Hierzu betrachten wird die elektromagnetische Feldenergie im Vakuum, die klassisch durch

$$u_{\text{kl}} = \frac{1}{2}(\epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \mu_0 \mathbf{H}^2) \quad (10.5.5)$$

gegeben ist. Die Quantenelektrodynamik liefert dagegen für die Feldenergie die Näherung

$$u_{\text{QED}} = \frac{1}{2}(\epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \mu_0 \mathbf{H}^2) - \frac{1}{90\alpha\epsilon_0 \mathbf{E}_0^2} [(\epsilon_0 \mathbf{E}^2 - \mu_0 \mathbf{H}^2)^2 + (7\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \mathbf{E}\mathbf{H})^2] + \dots \quad (10.5.6)$$

Es tritt also ein Zusatzterm auf, welcher die Feldstärken in der vierten Potenz enthält. Hierbei ist $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c \simeq 1/137$ die *Sommerfeld'sche Feinstrukturkonstante*, die Feldstärke $|\mathbf{E}_0| = e/\epsilon_0 r_e^2$ entspricht der Feldstärke beim klassischen Elektronenradius $r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2$, also "am Rande des Elektrons".

Die Konstante $|\mathbf{E}_0| = 1.8 \times 10^{16}$ V/m ist sehr groß. Deshalb macht sich der Zusatzterm der Energiedichte erst dann bemerkbar, wenn die Feldstärke des elektrischen Feldes in die gleiche Größenordnung kommt. Derartig hohe Feldstärken sind experimentell nicht zu realisieren, sie treten jedoch in der Nähe von Elektronen und Protonen auf. In der Atomphysik können dann die Effekte der Quantenelektrodynamik beobachtet werden, z.B. in der Feinstruktur der Spektrallinien.

Zusammenfassung

- Durch Beleuchtung eines Metalls mit Licht können Elektronen aus dem Metall ausgelöst werden. Man nennt dieses Phänomen den *Photoeffekt*. Die Abhängigkeit der Zahl der ausgelösten Elektronen von der Frequenz und Intensität des verwendeten Lichts kann nicht im Wellenbild erklärt werden.
- Zur Erklärung des Photoeffekts postulierte Einstein im Jahr 1905, dass bei der Wechselwirkung von Licht mit Materie das Licht in Portionen absorbiert wird. Wir nennen diese Portionen *Lichtquanten* oder *Photonen*.
- Durch Messung der maximalen kinetischen Energie der beim Photoeffekt ausgelösten Elektronen als Funktion der Frequenz des eingestrahlenen Lichts kann die *Austrittsarbeit* eines Metalls bestimmt werden:

$$W_A = \hbar\omega - E_{\text{kin,max}}.$$

- Beim *inversen Photoeffekt* werden durch Bestrahlung eines Metalls mit hochenergetischen Elektronen Lichtquanten erzeugt, deren maximale Energie der kinetischen Energie der Elektronen entspricht.
- Wichtige Anwendungen des Photoeffekts und des inversen Photoeffekts sind
 - die Messung der Lichtstärke (Photozelle),
 - die Solarzelle oder
 - die Erzeugung charakteristischer Röntgenstrahlung.

- Photonen besitzen eine *Masse*

$$m_\nu = \frac{\hbar\omega}{c^2}$$

aber keine Ruhemasse m_0 , einen *Impuls*

$$\mathbf{p}_\nu = \hbar\mathbf{k}$$

und einen *Eigendrehimpuls* oder *Spin*

$$\mathbf{s} = \pm\hbar.$$

- Photonen sind die Quanten der elektromagnetischen Wechselwirkung. Sie besitzen nach unserem jetzigen Kenntnisstand keine Substruktur.
- Photonen haben keine Ruhemasse und bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit.
- Die Wellen- und Teilcheneigenschaften von Photonen werden durch die *Quantenelektrodynamik* richtig beschrieben. Lichtquanten sind weder Teilchen noch Wellen, sondern Objekte, die durch die Quantenelektrodynamik beschrieben wird.
- Aufgrund der Unschärferelation beträgt die minimale Energie des Strahlungsfeldes in einem Hohlraum

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega.$$

Dieser Wert wird als *Nullpunktenergie* bezeichnet.

