

Lehrstuhl E23 für Technische Physik
Walther-Meißner-Institut für Tieftemperaturforschung
der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Ferromagnetische Einzelladungs-Transistoren

Jürgen Schuler

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Naturwissenschaften

genehmigten Dissertation.

Vorsitzender
Prüfer der Dissertation

Univ.-Prof. Dr. M. Kleber

1. Univ.-Prof. Dr. R. Gross
2. Univ.-Prof. J. J. Finley, Ph.D.

Die Dissertation wurde am 23. 3.2005 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Physik am 22. 7.2005 angenommen.



Inhaltsverzeichnis

- 1 Einleitung** **1**

- 2 Einzelladungseffekte** **7**
 - 2.1 Tunnelkontakte 8
 - 2.2 Metallische Tunnelkontakte 8
 - 2.2.1 Der Tunnelwiderstand 9
 - 2.2.2 Die Tunnelkapazität 11
 - 2.3 Einführung in Einzelladungseffekte 14
 - 2.3.1 Single Electron Box 14
 - 2.3.2 Einzelladungs-Transistor 18
 - 2.4 Orthodoxe Theorie 24
 - 2.4.1 Tunnelkontakt 25
 - 2.4.2 Doppeltunnelkontakt und Single Electron Transistor 33
 - 2.4.3 Implementierung 41
 - 2.5 Jenseits der Orthodoxen Theorie 42
 - 2.5.1 Quantenphysikalische Effekte 42
 - 2.5.2 inelastisches Cotunneln 43
 - 2.5.3 elastisches Cotunneln 47

2.5.4	Weitere Prozesse höherer Ordnung	48
2.6	Experimentelle Einflüsse	54
2.6.1	Hochfrequenz-Einstrahlung	54
2.6.2	Niederfrequente Spannungsfuktuationen	59
2.6.3	Weitere umweltspezifische Effekte	64
2.7	Supraleitende und Ferromagnetische Effekte	67
2.7.1	Supraleitende Effekte	67
2.7.2	Ferromagnetische Effekte	77
3	Probenpräparation	95
3.1	Einführung	95
3.1.1	Aluminium und Aluminiumoxid	96
3.1.2	Substrate	99
3.2	Überblick über die Probenpräparation	99
3.2.1	Schattenbedampfung	100
3.2.2	Alternative Verfahren	103
3.3	Probenvorbereitung	107
3.4	Elektronenstrahlolithographie	108
3.4.1	Probenhalter	111
3.4.2	Elektronenstrahlresiste	120
3.4.3	Entwicklung	123
3.4.4	Proximity Effekt und Unterschnitt	125
3.4.5	TMAH-Prozess	132
3.5	Herstellung der Metallschichten	134
3.5.1	Der Elektronenstrahlverdampfer	134
3.5.2	Thermische Belastung	142

3.5.3	Auswirkungen thermischer Überlastung	145
3.5.4	Oxidation	148
3.5.5	Schichtqualität der Aluminium-Filme	150
3.5.6	SET-Struktur	150
3.5.7	Lift-off	154
3.6	Nachbearbeitung	154
3.7	Grobstrukturen	155
3.7.1	Mechanische Masken	155
3.7.2	Photolithographische Herstellung der Grobstrukturen	156
3.7.3	Präparation der Zuleitungen durch Elektronenstrahlolithographie	170
4	Messaufbau	173
4.1	Mischkühler und Probenkontaktierung	173
4.1.1	Mischkühler und Probenaufnahme	173
4.1.2	Chipcarrier	175
4.2	Messtechnik	177
4.2.1	Einleitung	177
4.2.2	4-Punkt- und 2-Punkt-Messmethode	178
4.2.3	Abschirmung und Erdung	179
4.2.4	Überblick über den Messaufbau	186
4.2.5	Messverstärker	187
4.2.6	Spannungsquellen	195
4.2.7	Filterbox	197
4.3	Auflösungsgrenze und Leistungsfähigkeit des Messaufbaus	204
4.4	Erzeugung und Ansteuerung der Magnetfelder	208
5	Das normalleitende Regime	211

5.1	Einleitung	211
5.1.1	Bestimmung der Parameter	212
5.1.2	Beschreibung der Asymmetrie	213
5.1.3	Bestimmung der Bauelement-spezifischen Parameter	215
5.2	Erster Überblick über die Eigenschaften der Bauelemente	217
5.3	Analyse der Periodizität der Coulomb-Oszillationen des Stroms	220
5.4	Vergleich numerischer Simulationen mit Messdaten	236
5.5	Analyse der Tieftemperatur-Leitfähigkeit	267
5.6	Analyse der Hochtemperatur-Leitfähigkeit	275
5.7	Analyse der Excess-Spannung	285
5.8	Analyse der Offset-Spannung	288
5.9	Zusammenfassung der Ergebnisse	293
6	Das supraleitende und ferromagnetische Regime	299
6.1	Messungen bei verschwindendem Magnetfeld	299
6.1.1	Strom-Spannungs-Kennlinien	299
6.1.2	I - V_G -Kennlinien	303
6.2	Messungen mit variierendem Magnetfeld	311
6.2.1	Messung des magnetischen Moments	311
6.2.2	Messung des Stroms als Funktion des Magnetfeldes	312
7	Zusammenfassung und Ausblick	319
	Literaturverzeichnis	325
	Teilpublikationen	349
	Danksagung	351

Kapitel 1

Einleitung

Fast die gesamte moderne Technik basiert mittelbar oder unmittelbar auf dem Transport von Elektronen. Elektronen werden ebenso zum Transport von elektrischer Energie, wie auch zur Durchführung von Berechnungen in Prozessoren, beim Datentransfer, bei der Datenspeicherung, bei der Signalverarbeitung und bei der Signalübertragung verwendet. Die hierbei wesentlichen Eigenschaften der Elektronen sind ihre Ladung und ihr Spin, mit dem ein magnetisches Moment verbunden ist, wobei die meisten Anwendungen auch heute noch auf der Ladung als wichtigstem Charakteristikum basieren. Der Spin gewinnt jedoch zunehmend an Bedeutung.

Mit der voranschreitenden Miniaturisierung elektronischer Komponenten sinkt auch die Zahl der in diesen Komponenten agierenden Elektronen, bis schließlich bei sehr kleinen Strukturen nur noch einzelne Elektronen oder, allgemeiner gesprochen, Ladungsträger das Verhalten der Bauelemente maßgeblich beeinflussen. Da die hierbei wesentliche Eigenschaft der Teilchen ihre elektrische Ladung ist, werden diese Bauelemente schließlich auch als *Einzelladungseffekt-Bauelemente* bezeichnet. Ihr vielleicht wichtigster Vertreter ist der *Einzelelektronen-Transistor*¹, der durch Anlegen einer Spannung an eine Steuer-Elektrode kontrolliert werden kann. Er reagiert hierbei bereits auf Steuer-Spannungen, die Änderungen seiner Ladung im Bereich eines Bruchteils einer Elementarladung entsprechen. Das Verhalten normalleitender SET ist sehr gut verstanden, so dass sie und die mit ihnen eng verwandten Bauelemente im Bereich der Grundlagenforschung sowohl zur Messung kleinster elektrischer Felder, wie auch zum gezielten Transport einzelner Ladungsträger eingesetzt werden.

In den letzten Jahren rückte zudem die Untersuchung einzelner Elektronenspins in den Mittelpunkt des wissenschaftlichen Interesses, da diese Systeme in natürlicher Weise ideale Quantensysteme mit zwei Zuständen darstellen und somit eine Möglichkeit zur Realisierung der Basiskomponenten zur Quanteninformationsverarbeitung bieten können. Darüberhinaus besteht auf der Anwendungsseite die Hoffnung, durch Einbeziehung des Spins als zusätzlichem Freiheitsgrad des Systems, Bauelemente mit einem neuen oder einem erweiterten Einsatz- und Anwendungsspektrum entwickeln zu können. Einzelladungs-Bauelemente bieten so einen Zugang zur Welt einzelner Spins mit ihrem hohen Anwendungspotenzial, ohne dabei die Vorteile Festkörper-basierter Systeme aufgeben zu müssen, zu denen neben der Möglichkeit einer Skalierung auch eine hohe Flexibilität gehört. Sie bieten so einen direkten und in hohem Maße kontrollierbaren Zugang zur Welt der Physik quantisierter Größen und zur Quantenphysik und ermöglichen darüberhinaus die Untersuchung von Nicht-Gleichgewichtszuständen. Gerade metallische Systeme bieten des

¹engl.: Single Electron Transistor (SET)

Weiteren die Option, auf vergleichsweise einfache Art und Weise durch den Einsatz von supraleitenden Materialien für die Elektroden thermische Anregungen, die das System tendenziell stören können, zu reduzieren.

Die Untersuchung der Spinzustände sollte hierbei allerdings über den Umweg der elektrischen Ladung erfolgen, da eine direkte Messung des sehr geringen magnetischen Moments eines einzelnen Elektrons in einem Festkörper ungleich schwieriger wäre. Im Bereich halbleitender Bauelemente konnte bereits an einem System bestehend aus einem Quantenpunkt und einem Quantenpunktkontakt der Spinzustand eines einzelnen Elektrons im Rahmen eines einzelnen Messereignisses bestimmt werden [Elz04, Elz03]. Hierbei konnten Relaxationszeiten eines einzelnen Spins im Bereich mehrerer Hundert Mikrosekunden realisiert werden. Auch wenn sich der Bereich metallischer vom Bereich halbleitender Systeme zum Teil recht deutlich in Bezug auf die zugrundeliegenden physikalischen Effekte und die relevanten Energieskalen unterscheidet, bieten auch diese Systeme prinzipiell einen Zugang zur Untersuchung einzelner Spins. Im Unterschied zu halbleitenden Bauelementen liegt es allerdings hier nahe, den Spin der Ladungsträger unter Ausnutzung von tunneltmagnetoresistiven Effekten zu beeinflussen und auch zu bestimmen. Um dies zu ermöglichen, müssen die Bauelemente über eine hybride Materialzusammensetzung mit ferromagnetischen Elektroden verfügen. Selbst über den Umweg der Messung einer Ladungsänderung in Form eines Stroms sind die Herausforderungen auf dem Weg zur experimentellen Realisierung eines ferromagnetischen Einzelladungs-Transistors enorm, bieten jedoch einen Zugang zum reichhaltigen Wechselspiel, das Einzelladungseffekte und Supraleitung im Zusammenhang mit tunneltmagnetoresistiven Effekten entfalten können.

Entwicklung metallischer Einzelladungseffekt-Bauelemente

Die vielleicht ersten Beobachtungen von Einzelladungseffekten an metallischen Systemen gehen in die 60er Jahre des letzten Jahrhunderts zurück. So zeigten Messungen des Widerstandes an ultradünnen Metallfilmen im Bereich einiger weniger Nanometer Dicke, die aus einem Verbund kleiner metallischer Inseln bestanden, im Vergleich zu nur geringfügig dickeren, durchgängigen Filmen eine erheblich reduzierte Leitfähigkeit, die mit steigender Temperatur zunahm. C. A. Neugebauer und M. B. Webb führten dies auf die Coulomb-Energie zurück, die ein zusätzliches Elektron auf einer metallischen Insel hervorruft [Neu62]. Fast zeitgleich betrachtete R. Landauer die Dynamik und Fluktuationen im Zusammenhang mit Tunnel-Dioden, die sich im Fall sehr kleiner Kapazitäten aus der Quantisierung der elektrischen Ladung ergeben [Lan62].

Ende der 60er Jahre konnten H. R. Zeller und I. Giaever Einzelladungseffekte an Zinn-Clustern beobachten, die zwischen zwei Aluminium-Elektroden in eine isolierende Matrix aus Aluminiumoxid eingebettet waren [Gia68, Zel69]. Sie entwickelten zur Erklärung ihrer Messergebnisse ein Modell, dessen wesentliche Grundgedanken eine einfache Beschreibung von Einzelladungseffekten ermöglichen und darüberhinaus einen Zugang zum Verständnis der späteren Einzelelektronen-Transistoren bieten [Sch98a].

Die Untersuchung von Einzelladungseffekten an einzelnen, gezielt strukturierten Tunnelkontakten, Einzelladungseffekt-Transistoren und komplexeren Bauelementen war jedoch erst nach der Entwicklung der Schattenbedampfung [Nie74, Dol77] und der stetigen Weiterentwicklung von lithographischen und anderen Strukturierungsverfahren möglich. Mitte der 80er Jahre wuchs so das Interesse an Einzelladungseffekten deutlich an [Ave85, Lik88], so dass diese auch experimentell an entsprechend präparierten Bauelementen untersucht wurden [Ful87, Del89]. Dies führte auf theoretischer Seite zur Entwicklung der Orthodoxen Theorie, die eine störungstheoretische Beschreibung erster Ordnung von Einzelladungseffekten unter Berücksichtigung der elektroma-

gnetischen Umgebung der Probe ermöglicht und beispielsweise in [Ing92] dargestellt ist. Aber auch Prozesse höherer Ordnung, die insbesondere dann das Verhalten der Bauelemente dominieren können, wenn Prozesse erster Ordnung energetisch verboten sind, wurden theoretisch, zum Beispiel in [Ave92], und experimentell untersucht [Gee90c, Han92].

Im Laufe der 90er Jahre wurden die theoretischen Modelle weiter verfeinert und das Regime höherer Tunnelleitfähigkeiten rückte dabei zunehmend ins Blickfeld von Theorie und Experiment², da einerseits bei einer konstanten Transportspannung höhere Ströme fließen, was die Messung vereinfacht, und da andererseits neue quantenmechanische Effekte hinzutreten. In diesem Regime kommt es so aufgrund des zunehmenden Überlapps der Zustände in den Elektroden der Tunnelkontakte zu quantenmechanisch bedingten Fluktuationen der Teilchenzahlen, die die Beobachtung von Einzelladungseffekten tendenziell erschweren. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Phase der beteiligten Zustände und die Teilchenzahlen quantenmechanisch konjugierte Größen mit einer nicht verschwindenden Kommutatorrelation darstellen.

Aber auch die Anwendungsseite gewann an Bedeutung. So stieg die erzielte Genauigkeit von komplexeren Einzelladungseffekt-Bauelementen, wie der Einzelelektronenpumpe, die als Stromnormal eingesetzt werden kann, beispielsweise durch die Einführung dissipativer Elemente und der Erhöhung der Zahl der Tunnelkontakte erheblich [Kel98, Lot00, Lot01]. Darüberhinaus können Einzelladungseffekt-Bauelemente auch zur Einführung eines Kapazitätsstandards [Kel99] und zur Messung der Temperatur [Dev04], was auch als *Coulomb-Blockade-Thermometrie* bezeichnet wird, eingesetzt werden. So sind heute bereits kommerzielle Coulomb-Blockade-Thermometrie-Systeme erhältlich [Nan01].

Die Entwicklung von supraleitenden Einzelladungseffekt-Bauelementen verlief hierbei im Wesentlichen bis zur Mitte bzw. dem Ende der 90er Jahre parallel zur Entwicklung der normalleitenden Bauelemente. Dies liegt daran, dass die meisten metallischen Systeme auf Aluminium basieren, dessen Supraleitung durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes bei Untersuchungen im normalleitenden Regime ohnehin unterdrückt werden muss. Allerdings lag der Schwerpunkt der Forschungsarbeiten eindeutig auf dem normalleitenden Regime. Mit dem stark gewachsenen Interesse an möglichen Systemen zur Quanteninformationsverarbeitung wurden die Forschungsaktivitäten im Bereich der Einzelladungseffekt-Bauelemente im supraleitenden Regime massiv verstärkt. So konnte beispielsweise bereits im Jahr 1999 an einem entsprechenden supraleitenden Bauelement die Zeitentwicklung eines quantenmechanischen Zustands beobachtet werden [Nak99]. In den folgenden Jahren wurden darüberhinaus auch komplexere Systeme entwickelt und untersucht [Vio02, Cot02].

Seit der Mitte der 90er Jahre wurden auch ferromagnetische Einzelladungseffekt-Bauelemente, allen voran der Einzelladungs-Transistor, theoretisch und teilweise auch experimentell untersucht [Shi98, Bar98a, Bar98b, Maj98, Ono97, Tak98, Kor99a, Ima99, Mar02, Bra99, Tak99, Ima02, Kim00, So03]. Jedoch gerade zur Untersuchung von tunnelmagnetoresistiven Effekten an ferromagnetischen Einzelelektronen-Transistoren mit supraleitenden Inseln sind experimentelle Daten kaum verfügbar [Che02].

²Aufgrund der Vielzahl der relevanten Publikationen ist es schwierig, ein repräsentatives Beispiel herauszusuchen. Die verschiedenen Modelle sind zusammen mit ihren Referenzen in Abschnitt 2.5 dargestellt.

Umfang und Zielsetzung der vorliegenden Arbeit

Um zunächst überhaupt Zugang zu Einzelladungseffekten erhalten zu können, muss die mit diesen Effekten zusammenhängende Energie, die aufgrund der Ladung des Elektrons durch die Coulomb-Energie

$$E_C = \frac{e^2}{2C} \quad (1.1)$$

gegeben ist, wobei e die Elementarladung eines Elektrons³ und C die charakteristische Kapazität des Bauelements ist, alle anderen Energieskalen dominieren, also insbesondere auch die thermische Energie $k_B T$, wobei k_B die Boltzmann-Konstante⁴ und T die Temperatur ist. Die typische Kapazität eines solchen Einzelladungseffekt-Bauelements darf daher eine bestimmte Größe nicht überschreiten, da sonst bereits aufgrund von thermischen Anregungen eine Beobachtung von Einzelladungseffekten unmöglich wird.

Diese Bedingung führt im Fall metallischer Bauelemente dazu, dass die physischen Abmessungen dieser Systeme im mesoskopischen Regime mit einer typischen Längenskala im Bereich um etwa 100 nm liegen müssen. In diesem Fall kann durch den Einsatz von ³He/⁴He-Mischkühlern eine Temperatur T erreicht werden, bei der die Bedingung

$$E_C \gg k_B T \quad (1.2)$$

erfüllt ist. Ohne den Einsatz einer modernen Präparationstechnik im Bereich der Nanostrukturierung können die im Rahmen dieser Arbeit anvisierten Bauelemente daher nicht präpariert und untersucht werden. Darüberhinaus ergibt sich aus der Tatsache, dass das Verhalten der Bauelemente durch den Transport einzelner Ladungen bestimmt wird, sowie aus der geringen Ladung eines Elektrons die Notwendigkeit einer hoch empfindlichen Messtechnik, ohne die die Beobachtung von Einzelladungseffekten und damit auch eine Untersuchung der Eigenschaften ferromagnetischer Einzelladungseffekt-Bauelemente ebenfalls unmöglich ist.

Die vorliegende Arbeit umfasst das Projekt von der Vorbereitung der Präparation bis hin zur Auswertung der Messergebnisse. So wurden im Rahmen dieser Arbeit wesentliche Teile der zur Präparation der Bauelemente notwendigen Geräte aufgebaut und weiterentwickelt, um eine möglichst optimale Anpassung an die Erfordernisse ihrer Herstellung zu gewährleisten. Dies umfasst die zur Beschichtung und Oxidation verwendeten Anlagen, wie auch die im Rahmen der optischen und Elektronenstrahl-Lithographie verwendeten Systeme. Mit Hilfe dieser Anlagen muss ein ein- oder mehrstufiger Lithographie- und Strukturierungsprozess entwickelt und umgesetzt werden, der eine schnelle, effiziente, stabile und zuverlässige Präparation von ferromagnetischen Einzelladungseffekt-Bauelementen ermöglicht. Hierbei muss insbesondere darauf geachtet werden, dass Fluktuationen einzelner Prozessparameter eine möglichst geringe Auswirkung auf die Qualität der Bauelemente haben, da eine vollständige Kontrolle aller Prozessparameter häufig nicht oder nur unter erheblichem finanziellem Aufwand zu erreichen ist.

Zur Charakterisierung der fertigen Bauelemente muss des Weiteren die notwendige messtechnische Infrastruktur geschaffen werden, die insbesondere eine zuverlässige Messung kleinster Ströme im Bereich weniger Picoampere und darunter ermöglicht. Aber auch die Erzeugung von zeitlich stabilen Spannungen muss gewährleistet werden. Die so geschaffene Messtechnik muss dann mit ihren Hard- und Softwarekomponenten in die vorhandene Infrastruktur im Bereich der Tieftemperatur- und Magnetfeld-Erzeugung integriert werden. Darüberhinaus muss

³ $e = 1.602176462(63) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ [NIST, Moh00]

⁴ $k_B = 1.3806503(24) \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ [NIST, Moh00]

selbstverständlich auch der zuverlässige und zerstörungsfreie Einbau und die Kontaktierung der Bauelemente sichergestellt werden.

Die im Rahmen der Charakterisierung der Bauelemente gewonnenen Ergebnisse müssen mit den verfügbaren theoretischen Ansätzen verglichen werden. Um hierbei auch die Bestimmung der Bauelement-spezifischen Parameter und eine Abschätzung des Einflusses von Umwelt-spezifischen Effekten und ihren charakteristischen Parametern zu ermöglichen, muss der zur Beschreibung von Einzelladungseffekten häufig verwendete Ansatz der so genannten Orthodoxen Theorie numerisch umgesetzt und um den Einfluss relevanter Umwelt-bedingter Effekte erweitert werden. Mit Hilfe eines entsprechenden Algorithmus können dann die Ergebnisse der Charakterisierung der Bauelemente im normalleitenden Regime mit den Ergebnissen von Simulationsrechnungen verglichen werden.

Es stellt sich so die Frage, ob mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Prozess, tatsächlich stabil und effizient ferromagnetische Einzelladungseffekt-Transistoren hergestellt werden können und ob die Parameter dieser Bauelemente unter der anvisierten Stabilität des Prozesses gegenüber nicht oder nur schwer kontrollierbaren Parametern leiden. Dies trifft insbesondere auf die Größe der charakteristischen Kapazitäten der Transistoren zu, die nicht so stark anwachsen dürfen, dass die Beobachtung von Einzelladungseffekten signifikant eingeschränkt wird. Darüberhinaus ist unter anderem auch die konzeptionelle Frage zu klären, ob ein mehrstufiger Lithographie-Prozess einem einstufigen aufgrund einer höheren Spezialisierung auf einzelne Teilaspekte überlegen ist, oder ob es präparationsspezifische Probleme gibt, die einen einstufigen Prozess erfolversprechender erscheinen lassen.

Im Bereich der Messtechnik muss sich letztendlich zeigen, ob die hier entwickelten Komponenten im Zusammenhang mit dem gesamten Messaufbau tatsächlich die geforderte Auflösung liefern können, und ob die im Rahmen der Experimente auftretende Auflösungsgrenze durch die Komponenten selbst oder durch andere Faktoren im Bereich des Messaufbaus oder der Proben bestimmt wird.

Nur wenn sowohl die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Prozesstechnik wie auch die Messtechnik beide die geforderten Eigenschaften aufweisen, kann die Charakterisierung der Bauelemente erfolgreich durchgeführt werden. Nur in diesem Fall kann überhaupt ein Vergleich mit theoretischen Vorhersagen vorgenommen werden und eine Bestimmung der Bauelement-spezifischen Parameter und die Abschätzung der Umwelt-spezifischen Parameter erfolgen.

Nicht zuletzt stellt sich die Frage, ob die im Rahmen der vorliegenden Arbeit herzustellen und zu charakterisierenden Bauelemente im supraleitenden und ferromagnetischen Regime über bloße Einzelladungseffekte hinausgehende Effekte zeigen, in denen sich die supraleitenden und die ferromagnetischen Eigenschaften ihrer verschiedenen Komponenten äußern und die auf ihr komplexes Zusammenspiel zurückzuführen sind. Hierbei bleibt insbesondere abzuwarten, ob diese Effekte neue Anwendungsmöglichkeiten eröffnen oder ob sie eher die Leistungsfähigkeit der Bauelemente behindern, indem sie in Form von Störungen auftreten.

Gliederung der vorliegenden Arbeit

Die Gliederung der vorliegenden Arbeit ergibt sich im Wesentlichen aus der chronologischen Abfolge der einzelnen Projektabschnitte. So werden, nachdem in Kapitel 2 die notwendigen theoretischen Hintergründe und Modelle zum Verständnis und zur Beschreibung der Bauelemente eingeführt und erläutert wurden, in Kapitel 3 die Präparation der ferromagnetischen

Einzelektronen-Transistoren, die hierzu notwendigen Anlagen, soweit sie im Rahmen dieser Arbeit aufgebaut oder verändert wurden, die Prozesstechnik und die sich ergebenden Problemstellungen näher betrachtet. Kapitel 4 enthält die Beschreibung und eine Analyse der entwickelten Messtechnik. In Kapitel 5 werden die Messungen an den im Rahmen der vorliegenden Arbeit intensiv untersuchten ferromagnetischen Einzelektronen-Transistoren im normalleitenden Regime beschrieben und diskutiert, während Kapitel 6 die Messungen an den Bauelementen und die Diskussion der Ergebnisse im supraleitenden und ferromagnetischen Regime enthält. Im abschließenden Kapitel 7 wird die Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf weiterführende Arbeiten gegeben.

Einzelladungseffekte

Das Ziel dieses Kapitels ist es, die zum Verständnis und zur Interpretation des Verhaltens von Einzelladungs-Bauelementen notwendigen theoretischen Konzepte und Grundlagen einzuführen. Hierbei werden zunächst nur normalleitende Systeme betrachtet. Erst im weiteren Verlauf dieses Kapitels wird in Abschnitt 2.7 die Diskussion auf supraleitende und ferromagnetische Bauelemente erweitert.

Nach einem einfachen Modell zur Einführung der Einzelladungseffekte, das rein auf energetischen Betrachtungen beruht und einen guten Überblick über die wichtigsten auftretenden Effekte gibt, wird die Orthodoxe Theorie vorgestellt, die zur genaueren Beschreibung der Bauelemente notwendig ist. Zum einen ermöglicht sie es, das Verhalten der Bauelemente unter bestimmten Bedingungen numerisch zu simulieren. Hierdurch sollte es möglich sein, Kenntnisse über nicht direkt messbare Größen der Bauelemente durch einen Vergleich der Simulationen und der Messdaten zu erlangen. Zum anderen erlaubt die Orthodoxe Theorie einen wichtigen Einblick in die Konsequenzen, die die elektromagnetische Umgebung auf die Probe ausübt. Über die Orthodoxe Theorie hinaus treten weitere Effekte auf, die zum Teil zur Erklärung der Messergebnisse notwendig sind. Hierzu gehören neben quantenphysikalischen Effekten höherer Ordnung vor allem auch experimentelle Einflüsse in Form hochfrequenter Photoneneinstrahlung und niederfrequenter Spannungsfluktuationen.

Da in der vorliegenden Arbeit ferromagnetische Einzelladungseffekt-Transistoren im Zentrum des Interesses stehen, die im Bereich kleiner bis mittlerer Magnetfelder betrieben werden sollen, in denen das als Basismaterial dienende Aluminium supraleitend ist, ist ein zusätzliches, reichhaltiges Wechselspiel zwischen Einzelladungseffekten und Effekten aufgrund der ferromagnetischen und supraleitenden Eigenschaften der einzelnen Komponenten zu erwarten. Um die Vielzahl von Effekten besser einordnen zu können, werden zuerst die Phänomene betrachtet, die sich durch den Austausch einzelner oder auch mehrerer normalleitender gegen entsprechende supraleitende Komponenten ergeben. Anschließend werden analog hierzu die Effekte diskutiert, die sich durch einen Tausch der paramagnetischen Komponenten im normalleitenden Regime durch ihre ferromagnetischen Pendanten ergeben, bevor schließlich das Zusammenspiel aller drei Effekte anhand eines Einzelladungseffekt-Transistors aufgezeigt wird, dessen Insel supraleitend und dessen Zuleitung aus ferromagnetischen Metallen aufgebaut sind.

Da alle im Rahmen dieser Arbeit präparierten und untersuchten Bauelemente als zentrale Komponenten Tunnelkontakte besitzen, werden diese als Einstieg für die weitere Betrachtung verwendet.

2.1 Tunnelkontakte

In vielen Bereichen der Physik und der Technik spielen Tunnelkontakte eine entscheidende Rolle. Ihre Wirkungsweise basiert auf dem quantenmechanischen Tunneleffekt. In ihnen tunneln Ladungsträger von einer Elektrode durch eine Barriere hindurch in eine zweite Elektrode. Die Elektroden, wie auch die verwendeten Barrieren unterscheiden sich hierbei zum Teil erheblich.

Im Falle eines Raster-Tunnel-Mikroskops etwa bildet die zu untersuchende Probe die eine Elektrode. In einem Abstand von wenigen Ångström wird eine metallische Nadel, bei der – im Idealfall – die Spitze durch ein einzelnes Atom gebildet wird und über das somit der Stromtransport erfolgt, über die Oberfläche der Probe geführt [Kit96]. Die Nadel stellt somit die zweite Elektrode dar. Die Barriere ist hier das Vakuum. Wird nun eine Spannung zwischen der Nadel und der Probe angelegt, fließt ein Strom über die Probe, der sehr empfindlich vom Abstand der Nadel zur Probe abhängt. Durch das Nachführen dieses Abstands während der Bewegung über der Oberfläche der Probe kann der Strom konstant gehalten und eine räumliche Darstellung der Oberfläche der Probe mit atomarer Auflösung gewonnen werden.

Ein weiteres Beispiel, das auch wegen seiner technischen Applikationen sehr wichtig ist, ist der supraleitende Tunnelkontakt, bei dem, neben einem resistiver Strom, auch ein Suprastrom über die Barriere fließen kann. Dieses charakteristische Phänomen eines supraleitenden Tunnelkontaktes wurde bereits vor seiner experimentellen Entdeckung theoretisch von B. D. Josephson [Jos62, Jos65] vorhergesagt, weshalb diese Tunnelkontakte auch *Josephson-Kontakte* genannt werden. Bei ihm bestehen die beiden Elektroden aus supraleitenden Materialien. Im Gegensatz zu dem vorherigen Beispiel kann über einen Josephson-Kontakt auch ein (Supra-)Strom fließen, wenn an ihm keine Spannung abfällt, was eine direkte Folge der supraleitenden Eigenschaften der Elektroden ist [Tin96]. Werden nun zwei solche Josephson-Kontakte in einer Ringstruktur parallel geschaltet, entsteht die technisch relevante SQUID-Struktur¹, deren elektrische Transporteigenschaften von einem externen magnetischen Fluss sehr empfindlich abhängt [Orl91]. SQUIDS werden daher unter anderem als Sensoren für Magnetfelder in der zerstörungsfreien Werkstoffanalyse eingesetzt.

Als Barrieren kommen bei Tunnelkontakten eine Vielzahl von Varianten zum Einsatz. In einigen Materialien, wie dem Hochtemperatursupraleiter $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, reicht schon eine Störung des kristallinen Wachstums an einer Korngrenze aus, um die supraleitenden Eigenschaften der Probe in diesem Bereich so stark zu stören bzw. vollständig zu unterdrücken, dass ein Josephson-Kontakt entstehen kann [Gro94]. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, isolierende Schichten als Barrieren einzubringen, was sich in metallischen Systemen aufgrund der Neigung vieler Metalle, von Natur aus isolierende Oxidschichten zu bilden, als Standardtechnik durchgesetzt hat.

2.2 Metallische Tunnelkontakte

In metallischen Systemen hat sich insbesondere Aluminiumoxid (Al_2O_3 bzw. AlO_x) als Barrierenmaterial sehr bewährt, da es zum einen durch geeignete Beschichtungsverfahren direkt als eigenständiges Material aufgebracht, zum anderen aber auch durch Oxidation aus bereits verdampftem Aluminium gewonnen werden kann. Gerade die zweite Methode erlaubt eine vergleichsweise einfache und sichere Herstellung von Tunnelbarrieren, da die natürliche Oxidschicht des Aluminiums sehr dicht ist, und somit nicht zu Kurzschlüssen neigt. Sie kann hierbei leicht

¹engl.: Superconducting QUantum Interference Device

durch Variation des Sauerstoffpartialdrucks und der Oxidationszeit in einem für Tunnelkontakte nahezu idealen Dickenbereich eingestellt werden [Mar93a]. Aus diesem Grund nimmt das System Al/AlO_x eine besondere Stellung ein.

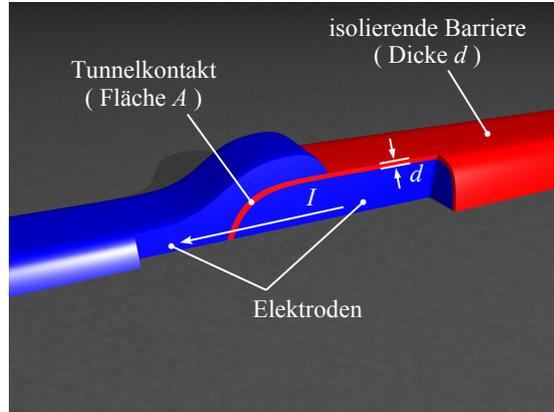


Abbildung 2.1: Schematische Aufriss-Darstellung eines $\text{Al}/\text{AlO}_x/\text{Al}$ -Tunnelkontaktes, der in Schattenbedampfungstechnik hergestellt werden kann. Auf der rechten Al -Elektrode hat sich durch Oxidation eine AlO_x -Schicht der Dicke d gebildet. Den eigentlichen Tunnelkontakt stellt der Überlapp der Fläche A der beiden Elektroden dar.

Abbildung 2.1 zeigt schematisch einen Querschnitt durch einen $\text{Al}/\text{AlO}_x/\text{Al}$ -Tunnelkontakt, wie er mittels Schattenbedampfung und Oxidation hergestellt werden kann. Zuerst wird die rechte Al -Elektrode aufgedampft und oxidiert, so dass sich auf ihr eine Oxidschicht der Dicke d bildet. In einem weiteren Schritt wird dann die linke Al -Elektrode aufgebracht. Den eigentlichen Tunnelkontakt bildet der überlappende Bereich der Fläche A . Selbstverständlich kann der Prozess dahingehend erweitert werden, dass die zweite, in Abbildung 2.1 linke Elektrode auch aus anderen Materialien bestehen kann. Eine genaue Beschreibung der Präparation und der Eigenschaften des Systems Al/AlO_x enthält das Kapitel 3.

2.2.1 Der Tunnelwiderstand

Der elektrische Transport durch einen metallischen Tunnelkontakt kann gut mittels zeitabhängiger Störungstheorie erster Ordnung beschrieben werden [Gro04, Bar61, Sch98a, Ing92]. Der zu Grunde liegende Tunnel-Hamilton-Operator lautet

$$H_T = \sum_{kq\sigma} T_{kq\sigma} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \text{H.c.} \quad (2.1)$$

Die Operatoren $c_{k\sigma}$ und $c_{q\sigma}^\dagger$ vernichten ein Quasiteilchen mit Spin σ im Zustand k bzw. erzeugen ein Quasiteilchen mit Spin σ im Zustand q . Der Index k bezieht sich hier immer auf die erste, der Index q immer auf die zweite Elektrode. Da in der Barriere keine magnetischen Streuzentren enthalten sein sollen, bleibt der Spin σ beim Tunneln erhalten. Auch die Tunnelmatrixelemente $T_{kq\sigma}$ und die Energie-Eigenwerte $\varepsilon_{k\sigma}$ und $\varepsilon_{q\sigma}$ sollen für beide Spinausrichtungen identisch sein, so dass $T_{kq\sigma} = T_{kq}$, $\varepsilon_{k\sigma} = \varepsilon_k$ und $\varepsilon_{q\sigma} = \varepsilon_q$ gilt. Der erste Term in (2.1) beschreibt also das Tunneln eines Quasiteilchens von der ersten in die zweite Elektrode, während der hermitesch konjugierte², zweite Summand den umgekehrten Prozess beschreibt.

Zur Bestimmung der Tunnelraten kann nun *Fermis Goldene Regel* [CT77, Bay78] angewendet

²engl.: Hermitian conjugate (Abkürzung: H.c.)

werden. Für die Tunnelrate $\Gamma_{i \rightarrow f}$, die den Übergang von Zustand $|i\rangle$ in den Zustand $|f\rangle$ beschreibt, gilt so

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f|H_T|i\rangle|^2 \cdot \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i) \quad , \quad (2.2)$$

wobei \hbar das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum³, ε_f und ε_i die Energien des End- und Anfangszustandes sind. Die Gesamthintunnelrate $\vec{\Gamma}$ für den Übergang von Elektrode 1 zu Elektrode 2 erhält man durch Summation bzw. Integration der Einzeltunnelraten über alle möglichen Anfangszustände $|i\rangle = |k\sigma\rangle$ in Elektrode 1 und alle Endzustände $|f\rangle = |q\sigma\rangle$ in Elektrode 2, die sich unter Berücksichtigung des Pauli-Verbots ergeben, als

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma} &= \sum_{|i\rangle|f\rangle} \Gamma_{i \rightarrow f} \\ &= 2 \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \iint d\varepsilon_i d\varepsilon_f \cdot f_\beta(\varepsilon_k) \cdot (1 - f_\beta(\varepsilon_q)) \cdot |\langle f|H_T|i\rangle|^2 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i) \quad . \end{aligned} \quad (2.3)$$

Hierbei sind

$$f_\beta(\varepsilon) = \frac{1}{1 + e^{\beta\varepsilon}} \quad (2.4)$$

die Fermi-Funktion bei der inversen Temperatur $\beta = 1/k_B T$, k_B die Boltzmann-Konstante⁴, T die Temperatur, sowie n_1 und n_2 die Zustandsdichten der Elektroden 1 und 2. Liegen zum Zeitpunkt des Tunnelns eines Quasiteilchens die Elektroden nicht im thermischen Gleichgewicht vor, so müssen die Fermi-Funktionen, die die Besetzungswahrscheinlichkeit der Zustände für Elektronen in den Elektroden beschreiben, in (2.3) durch die entsprechenden Besetzungswahrscheinlichkeiten ausgetauscht werden. Häufig wird in den Tunnelraten eine auf das Volumen oder die Kontaktfläche normierte Zustandsdichte verwendet, so dass in Gleichung (2.3) zwei zusätzliche, geometrieabhängige Faktoren, wie beispielsweise das Probenvolumen oder die Tunnelkontaktfläche, auftauchen würden. Der zusätzliche Faktor 2 vor dem Integral in Gleichung (2.3) rührt von den beiden möglichen Spinrichtungen der Quasiteilchen her.

Legt man nun an Elektrode 1 eine positive Spannung V an, so verschiebt sich die Fermi-Energie der Elektrode 1 gegenüber der Fermi-Energie der Elektrode 2. Da die Energieeigenwerte der Zustände von der Fermi-Energie aus gemessen werden, gilt somit

$$\varepsilon_i = \varepsilon_k \quad (2.5)$$

und

$$\varepsilon_f = \varepsilon_q - eV \quad , \quad (2.6)$$

wobei e die Elementarladung⁵ ist. Unter Berücksichtigung der Randbedingungen (2.5) und (2.6) für die Energie folgt für die Hintunnelrate

$$\vec{\Gamma} = \frac{4\pi}{\hbar} \cdot \iint d\varepsilon_k d\varepsilon_q \cdot f_\beta(\varepsilon_k) \cdot (1 - f_\beta(\varepsilon_q)) \cdot |T_{kq}|^2 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot \delta(\varepsilon_q - eV - \varepsilon_k) \quad , \quad (2.7)$$

wobei das Matrixtunnelement $\langle f|H_T|i\rangle = \langle q\sigma|H_T|k\sigma\rangle = T_{kq}$ verwendet wurde. Die Integration über ε_q liefert aufgrund der δ -Funktion für die Hintunnelrate bei einer Spannung V

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{4\pi}{\hbar} \cdot \int d\varepsilon \cdot f_\beta(\varepsilon) \cdot (1 - f_\beta(\varepsilon + eV)) \cdot |T_{kq}|^2 \cdot n_1 \cdot n_2 \quad . \quad (2.8)$$

In Gleichung (2.8) ist außerdem die Integrationsvariable ε_k in ε umbenannt worden.

³ $\hbar = h/2\pi = 1.054571596(82) \cdot 10^{-34}$ Js [NIST, Moh00]

⁴ $k_B = 1.3806503(24) \cdot 10^{-23}$ J/K [NIST, Moh00]

⁵ $e = 1.602176462(63) \cdot 10^{-19}$ C [NIST, Moh00]

Da in metallischen Tunnelkontakten nur die Quasiteilchen in der unmittelbaren Umgebung der Fermi-Energie merklich zum Tunnelstrom beitragen, kann als gute Näherung angenommen werden, dass die Tunnelmatrixelemente T_{kq} konstant sind, und dass die Zustandsdichten n_1 und n_2 im entsprechenden Energieintervall kaum bzw. überhaupt nicht von der Energie abhängen und daher durch ihre Werte an den jeweiligen Fermi-Energien n_1^0 und n_2^0 ersetzt werden dürfen. Zieht man alle konstanten Terme aus (2.8) vor das Integral und führt die Integration über die Fermi-Funktionen aus, erhält man schließlich die Gesamttunnelrate von Elektrode 1 nach Elektrode 2

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{4\pi}{\hbar} n_1^0 n_2^0 |T_{kq}|^2 \cdot \frac{eV}{1 - e^{-\beta eV}} \quad . \quad (2.9)$$

Da auch Quasiteilchen von Elektrode 2 nach Elektrode 1 tunneln können, muss noch die entsprechende Rücktunnelrate $\overleftarrow{\Gamma}(V)$ bestimmt werden. Dies ist jedoch aufgrund der Symmetrie des Problems schnell erledigt, da die Rücktunnelrate bei der Spannung V gerade der Hintunnelrate bei der Spannung $(-V)$ entsprechen muss. Es gilt folglich die Symmetriebeziehung

$$\overleftarrow{\Gamma}(V) = \vec{\Gamma}(-V) \quad . \quad (2.10)$$

Somit ergibt sich schließlich der über den Tunnelkontakt fließende Strom

$$I(V) = e \cdot \left(\vec{\Gamma}(V) - \overleftarrow{\Gamma}(V) \right) = \frac{V}{R_T} \quad (2.11)$$

mit dem Tunnelwiderstand

$$R_T = \frac{\hbar}{4\pi e^2 n_1^0 n_2^0 |T_{kq}|^2} \quad . \quad (2.12)$$

Der Strom über einen Tunnelkontakt gehorcht also einer linearen Strom-Spannungs-Kennlinie, die durch einen Tunnelwiderstand R_T beschrieben werden kann und in Abbildung 2.2 als schwarze Linie dargestellt ist. Der Tunnelwiderstand R_T ist hierbei invers proportional zu den beiden Zustandsdichten an der Fermi-Energie der beiden Elektroden n_1^0 und n_2^0 sowie zu $|T_{kq}|^2$.

2.2.2 Die Tunnelkapazität

Da ein metallischer Tunnelkontakt aus zwei Elektroden besteht, die von einem Dielektrikum, nämlich der isolierenden Barriere, getrennt sind, hat ein Tunnelkontakt auch eine Kapazität C_J , die sehr gut der eines Plattenkondensators entspricht [Sch98a]. Es gilt also [Ger93]

$$C_J = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad , \quad (2.13)$$

wobei ε_r die relative Dielektrizitätskonstante der isolierenden Oxidschicht, ε_0 die absolute Dielektrizitätskonstante⁶, A die Überlappfläche des Tunnelkontaktes und d der Abstand der beiden Elektroden, also die Dicke der Oxidschicht ist. Ein mittels Elektronenstrahlithographie hergestellter Tunnelkontakt hat typischerweise eine Überlappfläche von etwa $A \approx (100 \times 100) \text{ nm}^2$. Für typische Aluminium-Oxidbarrieren, die durch Oxidation von Aluminium erzeugt werden, ergibt sich so mit einer Dicke $d \approx 1 \text{ nm}$ und einer relativen Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_r \approx 10$ eine Tunnelkapazität von etwa $C_J \sim 1 \cdot 10^{-15} \text{ F}$.

Mit der Tunnelkapazität C_J ist die Ladungsenergie

$$E_{ch}(Q) = \frac{Q^2}{2C_J} \quad (2.14)$$

⁶ $\varepsilon_0 = 8.854187817 \dots \text{ F/m}$ [NIST, Moh00]

verbunden, wobei Q die Ladung auf dem Tunnelkontakt darstellt, die jeden beliebigen Wert annehmen kann, da sie sich durch eine Verschiebung der zur elektrischen Leitung beitragenden Elektronen zum positiv geladenen Hintergrund der Atomrümpfe ergibt. Im Gegensatz zur Ladung Q auf dem Tunnelkontakt, kann natürlich nur ein ganzes Elektron bzw. Quasiteilchen durch den Tunnelkontakt hindurch tunneln.

Die mit der Tunnelkapazität C_J verknüpfte Energieskala ergibt sich gerade für $Q = e$ und wird als Coulomb-Energie

$$E_C = \frac{e^2}{2C_J} \quad (2.15)$$

bezeichnet. Die zugehörige Coulomb-Temperatur T_C wird entsprechend als

$$T_C = \frac{E_C}{k_B} \quad (2.16)$$

definiert. Einer Tunnelkapazität von etwa $C_J \sim 1 \cdot 10^{-15}$ F entspricht so eine Coulomb-Energie von etwa $E_C \sim 100 \mu\text{eV}$ und eine Coulomb-Temperatur von etwa $T_C \sim 1$ K.

Ein Tunnelprozess wird bei der Temperatur $T = 0$ nur dann erfolgen, wenn das System hierbei Energie gewinnen kann, wenn also

$$\Delta E = E_{ch}(Q) - E_{ch}(Q - e) = \frac{e(Q - e/2)}{C_J} > 0 \quad (2.17)$$

gilt. Dies ist nur für Ladungen $Q > e/2$ möglich, die einer Spannung

$$V_J > \frac{e}{2C_J} = \frac{E_C}{e} \quad (2.18)$$

am Tunnelkontakt entsprechen. Ist also zu einem Zeitpunkt die Ladung $Q < e/2$ und wird ein Strom I dem Tunnelkontakt aufgeprägt, so steigt die Ladung am Tunnelkontakt mindestens so lange linear als Funktion der Zeit an, bis die Schwellenladung $e/2$ erreicht wird. Erst wenn sie erreicht wird, kann ein Quasiteilchen den Tunnelkontakt passieren, so dass sich Q um e vermindert und der Zyklus von neuem beginnen kann. Die Spannung am Tunnelkontakt V_J zeigt so eine Sägezahnsschwingung mit der Einzelladungs-Tunnel-Frequenz $f = I/e$. Da das Tunneln eines Quasiteilchens ein statistischer Prozess ist, wird das Tunnelereignis nicht immer exakt beim Erreichen der Schwellenladung eintreten, sondern bei leicht höheren Ladungen Q .

Wird ein Widerstand R , der kleiner sein soll als der Tunnelwiderstand R_T , zu dem Tunnelkontakt in Serie geschaltet, so fällt die Spannung V der Spannungsquelle fast vollständig am Tunnelkontakt ab, und es gilt $V \approx V_J$. Tunnelt ein Quasiteilchen durch den Tunnelkontakt, so ändert sich auch die Ladungsverteilung auf dem Tunnelkontakt. Dies bedeutet, dass sich der Tunnelkontakt nicht mehr im elektrostatischen Gleichgewicht mit dem restlichen Schaltkreis befindet. Ist der Widerstand R klein, so kann die Spannungsquelle sofort das elektrostatische Ungleichgewicht korrigieren. Ist jedoch R hinreichend groß⁷ kann die Spannungsquelle den Tunnelkontakt nicht sofort umladen. In diesem Fall kann erst dann ein Strom über den Tunnelkontakt fließen, wenn die Spannung $V \approx V_J > e/2C_J$ ist. Da also aufgrund der elektrostatischen Energieverhältnisse für Spannungen $V \approx V_J < e/2C_J$ am Tunnelkontakt ein Stromtransport verboten ist, wird dies auch *Coulomb-Blockade* genannt. Es ergibt sich so die in Abbildung 2.2 dargestellte, um $e/2C_J$ verschobene lineare Strom-Spannungs-Charakteristik mit der Steigung $1/R_T$

$$I(V) = \frac{1}{R_T} \left(|V| - \frac{e}{2C_J} \right) \cdot \Theta \left(|V| - \frac{e}{2C_J} \right) \cdot \text{sgn}(V) \quad , \quad (2.19)$$

⁷Eine genauere Erklärung und eine bessere Abschätzung enthält Abschnitt 2.4.1.

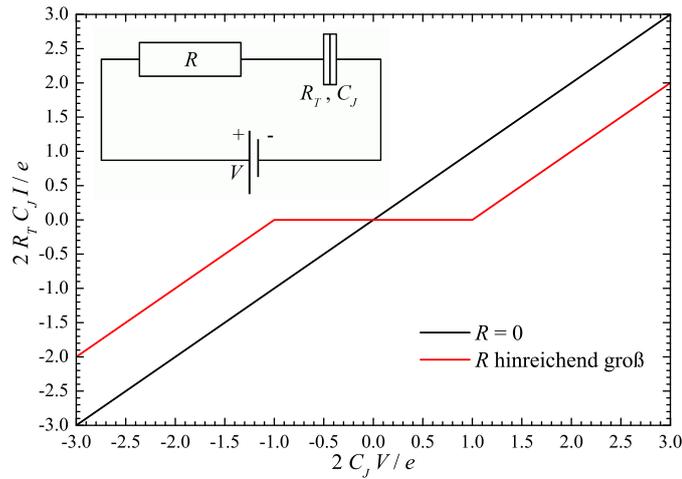


Abbildung 2.2: Vergleich der beiden Strom-Spannungs-Kennlinien (2.11) (schwarze Linie) und (2.19) (rote Linie), die sich je nach Widerstand R einstellt, der dem Tunnelkontakt in Serie geschaltet ist, wie die kleine Teilabbildung zeigt.

wobei $\Theta(x)$ die Stufenfunktion mit

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 & \text{für } x > 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

und $\text{sgn}(x)$ die Vorzeichenfunktion mit

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } x < 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ +1 & \text{für } x > 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

sind.

Dieser scheinbare Widerspruch zwischen der linearen Strom-Spannungs-Charakteristik auf der einen und der Coulomb-Blockade auf der anderen Seite, erklärt sich durch das Fehlen bzw. Vorhandensein zusätzlicher Impedanzen in der Verschaltung des Tunnelkontaktes. Da bei der Argumentation, die zum Auffinden einer Coulomb-Blockade mit der zugehörigen Strom-Spannungs-Charakteristik (2.19) geführt hat, nur die auf den energetischen Verhältnissen des Tunnelkontaktes beruhende Bedingung (2.17) berücksichtigt wurde, also nur die elektrostatischen Verhältnisse des Tunnelkontaktes selbst betrachtet wurden, wird diese Beschreibung häufig auch als *lokale Beschreibung* bezeichnet. Da im Gegensatz hierzu der vollständige Schaltkreis mit Spannungsquelle und der verschwindenden Umgebungsimpedanz zu einer linearen Strom-Spannungs-Charakteristik geführt haben, wird diese auch als *globale Beschreibung* bezeichnet. Da zur Diskussion einiger Ergebnisse dieser Arbeit eine genauere Betrachtung des Einfluss der Umgebungsimpedanz notwendig ist, wird in Abschnitt 2.4.1 das Verhalten eines Tunnelkontaktes bei verschiedenen Impedanzen analysiert. Diese Diskussion wird auch klären, welche Betrachtungsweise in welchem Zusammenhang die richtige ist.

Unabhängig hiervon gibt es für hinreichend kleine, mesoskopische Tunnelkontakte zwei entscheidende Größen, die ihr Verhalten beschreiben: den Tunnelwiderstand R_T und die Tunnelkapazität C_J . Aus diesem Grund erinnert das Schaltsymbol des Tunnelkontaktes, das in Abbildung 2.3(c) wiedergegeben ist, sowohl an das Symbol eines Widerstandes, wie auch an das einer Kapazität,

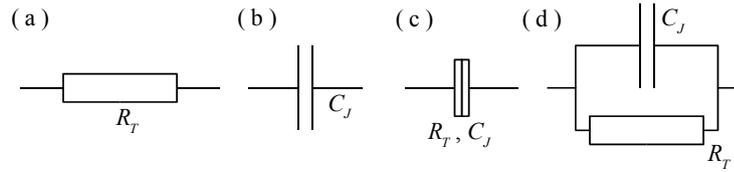


Abbildung 2.3: (a) Schaltsymbol des Widerstandes R_T , (b) der Kapazität C_J und (c) eines Tunnelkontaktes mit dem Tunnelwiderstand R_T und der Tunnelkapazität C_J . (d) Häufig verhält sich ein Tunnelkontakt wie eine Parallelschaltung von C_J und R_T .

wie sie in den Teilabbildungen 2.3(a) und (b) abgebildet sind. Häufig verhält sich ein Tunnelkontakt in einer konkreten Schaltung wie eine Parallelschaltung des Tunnelwiderstands R_T und der Tunnelkapazität C_J , wie dies in Abbildung 2.3(d) dargestellt ist.

2.3 Einführung in Einzelladungseffekte

Da, wie im letzten Abschnitt bereits angedeutet wurde, die Beschreibung von Einzelladungseffekten an einzelnen Tunnelkontakten unter anderem sehr empfindlich von der Umgebungsimpedanz abhängt, bietet es sich an, mit einem einfacher zu beschreibenden System zu beginnen, durch das kein Strom fließen kann, und das trotzdem Einzelladungseffekte zeigt. Ein solches System stellt die Einzelelektronen-Schachtel dar, für die sich die englische Bezeichnung *Single Electron Box* durchgesetzt hat.

2.3.1 Single Electron Box

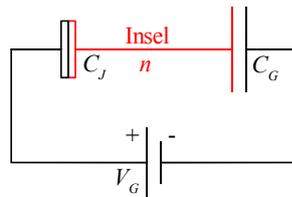


Abbildung 2.4: Single Electron Box. Der rote Bereich zwischen dem Tunnelkontakt und der Kapazität wird Insel genannt.

Werden eine Kapazität C_G und ein Tunnelkontakt mit der Tunnelkapazität C_J in Reihe geschaltet, wie Abbildung 2.4 dies zeigt, so entsteht die *Single Electron Box*. Der Bereich zwischen dem Tunnelkontakt und der Kapazität ist nur schwach an den Rest des Systems angekoppelt und wird daher *Insel* genannt. Da Ladungsträger nur über den Tunnelkontakt auf die Insel tunneln können, ist die Zahl n der positiven Überschussladungsträger auf der Insel diskret. Aber auch hier gilt wiederum, dass die Ladungen der beiden Kapazitäten, also die Ladung des Tunnelkontaktes Q_1 und die Ladung Q_2 der zusätzlich in Reihe geschalteten Kapazität⁸ C_G grundsätzlich beliebige Werte annehmen können. Da jedoch von beiden Kapazitäten jeweils eine Seite zur Insel gehört, auf der die Anzahl der Überschussladungsträger n diskret ist, sind die beiden Ladungen

⁸ Um eine irreführende Bezeichnung im Vergleich zu anderen Veröffentlichungen (z.B. [Sch98a]) zu vermeiden, wird die Ladung der Kapazität C_G **nicht** als Q_G eingeführt, da häufig Q_G hiervon abweichend als $Q_G = C_G V_G$ definiert wird.

Q_1 und Q_2 nicht unabhängig von einander, und es gilt

$$Q_2 - Q_1 = ne \quad . \quad (2.22)$$

Da durch Anlegen einer Spannung V_G an die Kapazität C_G der Ladungszustand der Insel beeinflusst werden kann, wird diese Kapazität auch Steuer- oder *Gate-Kapazität* genannt. Abbildung 2.5 zeigt schematisch eine Single Electron Box, wie sie beispielsweise in Al/AlO_x-Technik hergestellt werden kann.

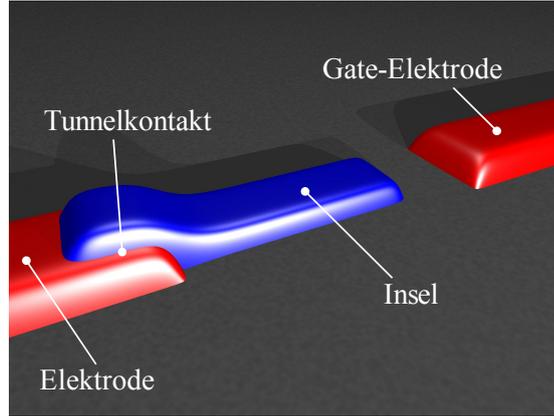


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung einer möglichen Realisierung einer Single Electron Box.

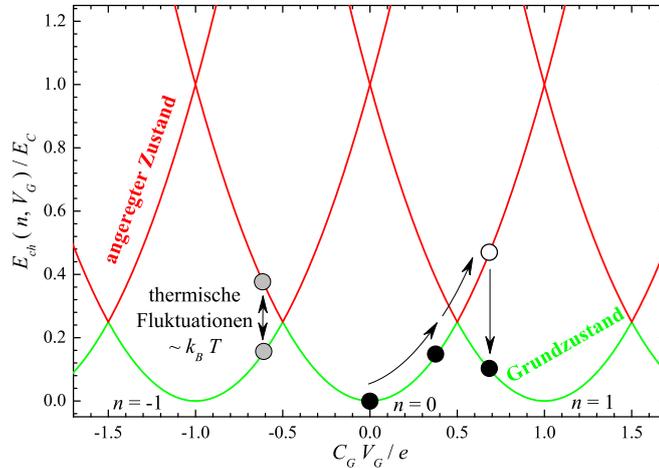


Abbildung 2.6: Der Verlauf von $E_{ch}(n, V_G)$ nach (2.23) für verschiedene Ladungszustände der Insel n .

Das System wird durch seine freie Energie

$$E_{ch}(n, V_G) = \frac{(ne - C_G V_G)^2}{2C_\Sigma} \quad (2.23)$$

beschrieben. Sie ergibt sich aus der Summe der Ladungsenergien der beiden Kapazitäten $Q_1^2/2C_J$ und $Q_2^2/2C_G$, sowie der Spannung $V_G = Q_1/C_J + Q_2/C_G$ unter Berücksichtigung der durch die Spannungsquelle verrichteten Arbeit ($-Q_2 V_G$). Hierbei wird im Allgemeinen der eigentlich zusätzlich auftretende Energiebeitrag ($-C_G V_G^2/2$) vernachlässigt, da er nicht vom Ladungszustand n der Insel abhängt und somit für die Beschreibung der Single Electron Box unerheblich

ist [Sch98a, Laf91]. Die Gesamtkapazität der Single Electron Box

$$C_{\Sigma} = C_G + C_J \quad (2.24)$$

definiert hierbei die Coulomb-Energie E_C als Energieskala des Systems, die in der gleichen Größenordnung der Coulomb-Energie eines einzelnen Tunnelkontaktes liegt. Für sie gilt analog zu (2.15)

$$E_C = \frac{e^2}{2C_{\Sigma}} \quad (2.25)$$

Die zugehörige Coulomb-Temperatur T_C wird analog zu (2.16) definiert. Abbildung 2.6 zeigt den auf E_C normierten Verlauf der freien Energie des Systems nach Gleichung (2.23) als Funktion der angelegten Spannung V_G für verschiedene Ladungszustände n .

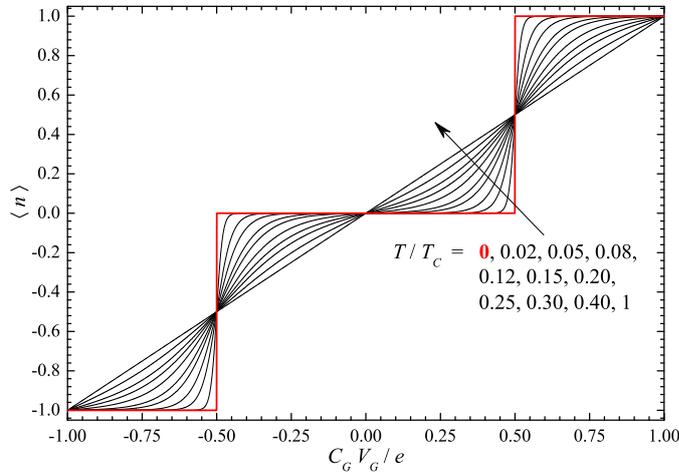


Abbildung 2.7: Die mittlere Ladungszahl $\langle n \rangle$ als Funktion von V_G für verschiedene Temperaturen T .

Die Energie einer Single Electron Box bei $T = 0$, die sich zu Beginn im Zustand $n = 0$ und $V_G = 0$ befindet, bewegt sich entlang der $E_{ch}(n = 0, V_G)$ -Parabel, wie dies in Abbildung 2.6 gezeigt ist, wenn die Spannung V_G langsam erhöht wird. Überschreitet die Spannung V_G die Grenzspannung $e/2C_G$, bei der die beiden Zustände mit $n = 0$ und $n = 1$ energetisch entartet sind, ist es für das System von Vorteil, wenn ein negativ geladenes Quasiteilchen die Insel verlässt, und sich so der Ladungszustand n um 1 erhöht. Das System befindet sich jetzt also im neuen Grundzustand $n = 1$, da alle anderen Ladungszustände energetisch über diesem liegen und damit angeregte Zustände darstellen. Analog erhöht das System seinen Ladungszustand weiter bei Erreichen der Grenzspannungen $3e/2C_G$, $5e/2C_G$, $7e/2C_G$, ... jeweils um 1, so dass sich der Ladungszustand n der Insel in Stufen erhöht, wie dies die in Abbildung 2.7 hervorgehoben eingezeichnete Kurve zeigt.

Um das Verhalten der Single Electron Box auch bei endlichen Temperaturen ($T > 0$) beschreiben zu können, ist eine klassische, statistische Mittelung über die verschiedenen Ladungszustände der Insel erforderlich. Für die mittlere Ladungsträgeranzahl $\langle n \rangle$ erhält man so

$$\langle n \rangle = \frac{\sum_{n=-\infty}^{\infty} n e^{-E_{ch}(n, V_G)/k_B T}}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-E_{ch}(n, V_G)/k_B T}} \quad (2.26)$$

wobei $E_{ch}(n, V_G)$ durch (2.23) gegeben ist⁹. Abbildung 2.7 zeigt den Verlauf der mittleren Ladungsträgeranzahl $\langle n \rangle$ in Abhängigkeit von V_G für einige Temperaturen zwischen $T = 0$ und $T = T_C$. Da gerade in der Umgebung der Entartungsspannungen $\pm e/2C_G, \pm 3e/2C_G, \pm 5e/2C_G, \dots$ der Abstand zwischen dem Grundzustand und dem niedrigsten angeregten Zustand sehr klein ist, können hier thermische Fluktuationen einen Übergang des Systems in den angeregten Zustand ermöglichen. Mit steigender Temperatur ist so deutlich eine Verschmierung der Ladungszustände zu beobachten, die sich von den Entartungsspannungen ausgehend in Richtung der Mitte der Plateaus auszubreiten beginnen, bis schließlich bei $T = T_C$ kaum noch Abweichungen von der klassisch zu erwartenden Abhängigkeit

$$\langle n \rangle_{klass} = \frac{C_G V_G}{e} \quad (2.27)$$

für die Ladungsträgeranzahl auf der Kapazität C_G zu beobachten sind. Dies wird auch in der Darstellung der Abweichungen

$$\Delta \langle n \rangle = \langle n \rangle - \langle n \rangle_{klass} = \langle n \rangle - \frac{C_G V_G}{e} \quad (2.28)$$

deutlich, wie sie in Abbildung 2.8 dargestellt ist. Hier ist die Abweichung $\Delta \langle n \rangle$ in Abhängigkeit der Spannung V_G für die Temperaturen dargestellt, die auch schon in Abbildung 2.7 gezeigt wurden. Entsprechende Messungen an einer Single Electron Box sind unter anderem in [Laf91] beschrieben.

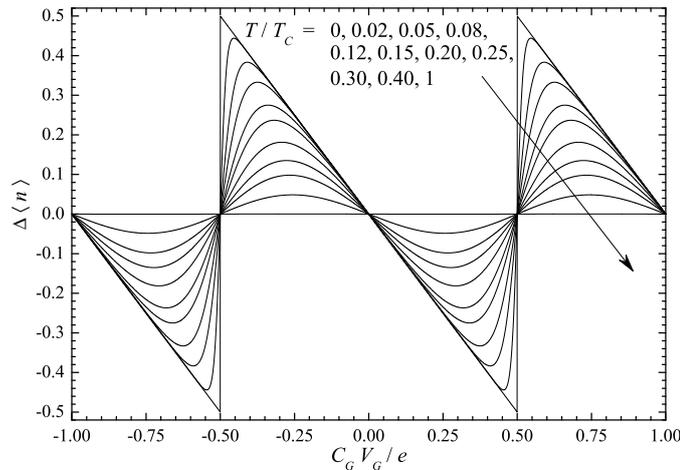


Abbildung 2.8: Abweichung der Ladungsträgeranzahl der Insel vom klassischen Grenzwert nach (2.28) für verschiedene Temperaturen T .

Um den Einfluss der Temperatur auf die Einzelladungseffekte genauer zu beleuchten, zeigt Abbildung 2.9 die maximale Abweichung¹⁰

$$\Delta n_{max} = \sup |\Delta \langle n \rangle| \quad (2.29)$$

als Funktion der Temperatur T . Schon bei einer Temperatur $T/T_C = 0.4$ ist Δn_{max} auf unter 0.05, bei $T = T_C$ bereits auf unter $5 \cdot 10^{-4}$ zurückgegangen. Im Inset von Abbildung 2.9 ist

⁹Der von n unabhängige Energiebeitrag $(-C_G V_G^2/2)$ kann sowohl im Zähler, wie auch im Nenner vor die Summation gezogen werden, und fällt somit heraus.

¹⁰Im Fall $T = 0$ kann beispielsweise die Obergrenze $\Delta n_{max} = 1/2$ nicht angenommen werden, da sie nur bei den Entartungsspannungen gelten würde, wo aber gerade aufgrund der Entartung $\langle n \rangle = \langle n \rangle_{klass}$ gelten muss. Da somit Δn_{max} diesen Wert zwar nicht annehmen, ihm jedoch beliebig nahe kommen kann, muss statt des Maximums mathematisch korrekt das Supremum in (2.29) verwendet werden.

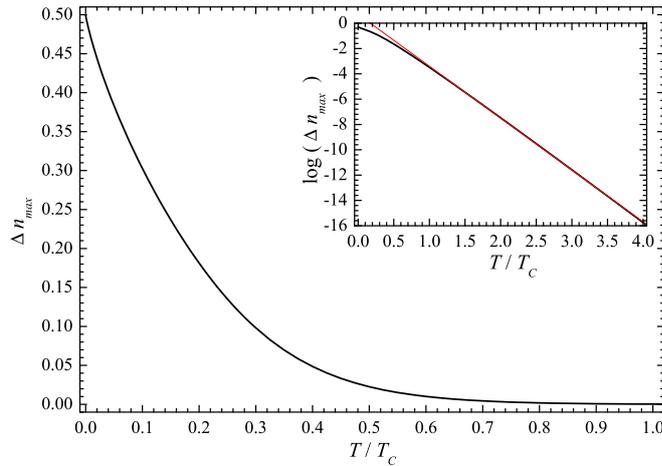


Abbildung 2.9: Die maximale Abweichung der Ladungsträgeranzahl der Insel vom klassischen Grenzwert Δn_{max} als Funktion der Temperatur T . Das Inset zeigt $\log(\Delta n_{max})$ als Funktion von T sowie einen linearen Fit von $\log(\Delta n_{max})(T)$ für $T > T_C$.

neben dem dekadischen Logarithmus von Δn_{max} als Funktion der Temperatur T auch in rot eine Gerade eingezeichnet, die im Temperaturbereich $T > T_C$ den Logarithmus der maximalen Abweichung $\log(\Delta n_{max})$ sehr gut beschreibt. Die maximale Abweichung der mittleren Ladungsträgeranzahl $\langle n \rangle$ vom klassischen Grenzwert, die auf Einzelladungseffekte zurückzuführen ist, geht daher mit steigender Temperatur exponentiell zurück. Für Temperaturen deutlich über der Coulomb-Temperatur kann der Einfluss der Tunnelkapazität also völlig vernachlässigt werden.

Eine solch dramatische Temperaturabhängigkeit ist allerdings nicht immer gegeben. In Kapitel 5 wird ein Beispiel diskutiert, bei dem auch bei Temperaturen deutlich oberhalb der Coulomb-Temperatur Einzelladungseffekte noch eine wichtige Rolle spielen.

2.3.2 Einzelladungs-Transistor

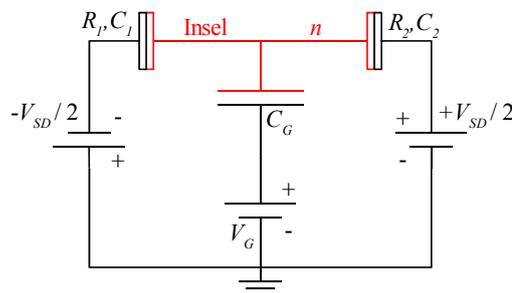


Abbildung 2.10: Single Electron Transistor. Der rote Bereich zwischen den Tunnelkontakten und der Gate-Kapazität wird Insel genannt.

Wird an die Insel einer Single Electron Box ein weiterer Tunnelkontakt angeschlossen, so wird ein Stromtransport über die Insel möglich, und man erhält den Einzelladungs-Transistor oder auch *Single Electron Transistor* (SET)¹¹, wie er als Schaltbild in Abbildung 2.10 abgebildet ist. Bei den

¹¹Häufig bezeichnet die Abkürzung SET auch das Einzelladungstunneln (engl.: **S**ingle **E**lectron **T**unneling). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die Abkürzung SET jedoch ausschließlich für den Einzelladungs-Transistor

Bezeichnungen der Tunnelkapazitäten wird im weiteren Verlauf der Index J und bei den Tunnelwiderständen der Index T der Einfachheit halber gegen die Nummer des Tunnelkontaktes 1 oder 2 getauscht. Die Insel ist, wie schon bei der Single Electron Box, kapazitiv über die Steuer- oder auch Gate-Kapazität C_G an eine Steuer- oder Gate-Spannungsquelle V_G angeschlossen. An die beiden Tunnelkontakte werden die Spannungen $\pm V_{SD}/2$ angelegt, so dass insgesamt, symmetrisch zur Insel die Transportspannung V_{SD} anliegt, die in Anlehnung an Halbleiter-Transistoren auch als *Source-Drain-Spannung* bezeichnet wird. Abbildung 2.11 zeigt schematische eine mögliche Realisierung, wie sie mittels Al/AIO_x-Technologie hergestellt werden kann.

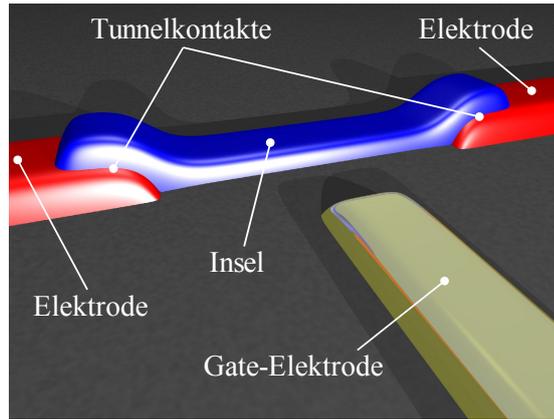


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung eines Single Electron Transistors wie er in Al/AIO_x-Technologie hergestellt werden kann.

Um das Verhalten¹² des SET beschreiben zu können, muss wiederum die freie Energie des Systems betrachtet werden, für die sich analog zur Single Electron Box

$$E_{ch}(n, V_G) = \frac{(ne + C_G V_G + Q_a)^2}{2C_\Sigma} \quad (2.30)$$

ergibt. Die Gesamtkapazität C_Σ des SET ist hierbei

$$C_\Sigma = C_1 + C_2 + C_G \quad , \quad (2.31)$$

die wiederum durch die Gleichungen (2.25) und (2.16) die Coulomb-Energie als Energieskala und die Coulomb-Temperatur als Temperaturskala definiert, die beide in der gleichen Größenordnung wie im Falle eines einzelnen Tunnelkontaktes liegen. Die im Vergleich zu der Single Electron Box (2.23) hinzu getretenen Asymmetrieladung

$$Q_a = (C_1 - C_2) \frac{V_{SD}}{2} \quad (2.32)$$

in (2.30), trägt der Verschiebung der Energieniveaus der Insel durch das Anlegen der Transportspannung V_{SD} im Falle eines asymmetrischen SET mit $C_1 \neq C_2$ Rechnung. Im Falle eines symmetrischen SET verschwindet Q_a , was eine direkte Folge der gewählten symmetrischen Aufteilung von V_{SD} auf beide Tunnelkontakte ist.

Da sich beim Tunneln eines Quasiteilchens auf die Insel die Ladung der Insel um eins ändert, ist nicht so sehr die Ladungsenergie $E_{ch}(n, V_G)$ beim Stromtransport relevant, sondern vielmehr die

verwendet.

¹²Die wesentlichen Grundgedanken, die zu dem im Rahmen dieses Abschnitts geschilderten, einfachen Modell des Stromtransports durch den SET führen, sind schon 1968 bzw. 1969 von H. R. Zeller und I. Giaever zur Beschreibung von Messergebnissen an Zinn-Clustern angewendet worden, die sich in einer AlO_x-Matrix zwischen zwei Aluminium-Elektroden befunden haben [Gia68, Zel69].

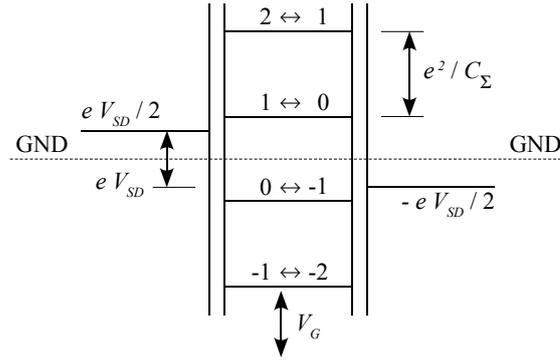


Abbildung 2.12: Darstellung der Änderung der Ladungsenergie nach (2.33). Die chemischen Potentiale der Elektroden und das Erdniveau (GND) sind eingezeichnet.

Änderung der Ladungsenergie

$$\Delta_n = E_{ch}(n+1, V_G) - E_{ch}(n, V_G) = \left(n + \frac{1}{2} + \frac{C_G V_G + Q_a}{e} \right) \frac{e^2}{C_\Sigma} \quad . \quad (2.33)$$

Da die *Änderung* der Ladungsenergie von n bis auf einige additive Beiträge linear in n ist, ergibt sich aufgrund der Diskretheit von n eine Leiterstruktur, die in Abbildung 2.12 dargestellt ist. Dabei entspricht die Position einer Sprosse dem Zuwachs der Ladungsenergie der Insel bei Erhöhung der Ladungszahl von n auf $n+1$. Der Abstand zweier Sprossen ist gerade

$$\tilde{\Delta} = \Delta_n - \Delta_{n-1} = \frac{e^2}{C_\Sigma} = 2E_C \quad . \quad (2.34)$$

Die Sprossen können als Ganzes vertikal durch Anlegen der Spannung V_G an die Gate-Kapazität C_G bzw. im Fall eines asymmetrischen SET durch Anlegen der Transportspannung V_{SD} verschoben werden, da in diesem Fall nach (2.32) die Asymmetrieladung Q_a sich mit V_{SD} linear ändert. Um die Diskussion des SET möglichst einfach zu halten, werden im Rest dieses Abschnitts nur symmetrische SET betrachtet, so dass Q_a identisch verschwindet und keinen Einfluss auf die Position der Sprossen der Leiter hat. Neben der Energieleiter sind außerdem in Abbildung 2.12 die chemischen Potentiale der Elektroden und das Erdpotential (GND) eingezeichnet.

Wird nun eine positive Transportspannung V_{SD} an den SET angelegt, kann bei sehr kleinen Temperaturen $T \ll T_C$ nur dann eine positive Ladung auf die Insel tunneln, wenn die Arbeit der betreffenden Spannungsquelle $eV_{SD}/2$ größer ist als der Zuwachs der Ladungsenergie der Insel, wenn also

$$\frac{eV_{SD}}{2} \geq E_{ch}(n+1, V_G) - E_{ch}(n, V_G) \quad (2.35)$$

gilt. Analog gilt für den zweiten Tunnelkontakt

$$E_{ch}(n+1, V_G) - E_{ch}(n, V_G) \geq -\frac{eV_{SD}}{2} \quad . \quad (2.36)$$

Ein Stromtransport ist nur möglich, wenn beide Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind, wenn also ein Quasiteilchen sowohl auf die Insel tunneln, wie auch diese anschließend wieder verlassen kann. Im Rahmen der Abbildung 2.12 bedeutet dies, dass ein Stromtransport nur dann möglich ist, wenn eine oder mehrere Sprossen der Leiter zwischen den chemischen Potentiale der Elektroden liegen. Die Sprossen stellen also *Transportkanäle* durch den SET hindurch dar.

Liegt bei $V_G = 0$ eine positive Transportspannung $V_{SD} < e/C_\Sigma$ an, wie Abbildung 2.13(a) zeigt, so ist kein Stromtransport durch den SET möglich. Der Zustand $n = 0$ ist stabil. Da der

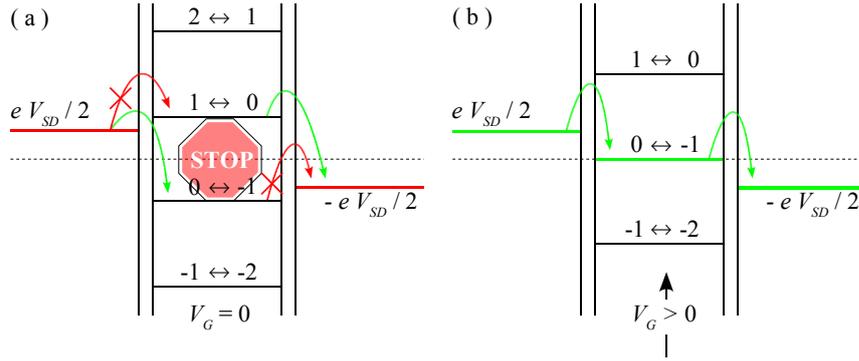


Abbildung 2.13: (a) Bei der angelegten Transportspannung $V_{SD} < e/C_{\Sigma}$ liegt bei $V_G = 0$ kein Transportkanal im Fenster zwischen den chemischen Potentialen der Elektroden. Es liegt Coulomb-Blockade am SET vor. (b) Bei der gleichen Transportspannung, aber $V_G = e/2C_G$ liegt der Transportkanal in dem V_{SD} -Fenster, so dass Strom fließen kann. Die Coulomb-Blockade ist unterdrückt.

Transportkanal ($1 \leftrightarrow 0$) oberhalb des chemischen Potentials der linken Elektrode liegt, können Ladungen nicht in ihn hinein gelangen, was durch einen roten, durchgestrichenen Pfeil in Abbildung 2.13(a) angedeutet ist. Läge die Insel im Zustand $n = 1$ vor, so könnte die überschüssige positive Ladung die Insel verlassen, was durch einen grünen Pfeil angedeutet ist. Analog verhält es sich mit dem Transportkanal ($0 \leftrightarrow (-1)$), nur dass in diesem Fall die Ladung die Insel nicht mehr verlassen könnte. Liegt also die Insel im Zustand $n = 1$ vor, so verlässt eine positive Ladung über die rechte Elektrode in Abbildung 2.13 die Insel, während im Fall $n = -1$ über die linke Elektrode eine positive Ladung auf die Insel gelangen würde. In beiden Fällen liegt das System anschließend im stabilen Zustand $n = 0$ vor. Der Stromtransport ist unterbunden. Das System befindet sich im Zustand der Coulomb-Blockade.

Werden durch Anlegen einer Gatespannung V_G die Transportkanäle energetisch soweit angehoben, dass ein Transportkanal zwischen den beiden chemischen Potentialen der Elektroden zu liegen kommt, sind die beiden Bedingungen (2.35) und (2.36) erfüllt, und ein Stromtransport durch den SET ist möglich. Der SET hat den Zustand der Coulomb-Blockade verlassen. Abbildung 2.13(b) zeigt diesen Fall. Das Tunneln einzelner Ladungen ist sowohl in den Transportkanal hinein, wie auch aus ihm heraus möglich, was durch die grünen Pfeile angedeutet wird.

Der Transport durch den SET kann so sehr empfindlich durch Anlegen einer Gatespannung V_G beeinflusst werden. Die Leiterstruktur mit äquidistanten Leitungskanälen spiegelt sich in der Periodizität des Stroms I in Abhängigkeit von V_G wieder. Die zugehörige Periode beträgt

$$\Delta V_G = \frac{e}{C_G} \quad . \quad (2.37)$$

Wird nämlich V_G gerade um (e/C_G) erhöht, kann dies in (2.33) durch den Übergang von n zu $(n - 1)$ kompensiert werden. Durch Anlegen einer Gatespannung $V_G = e/C_G$ kommt so der Transportkanal ($n \leftrightarrow (n - 1)$) energetisch genau dort zu liegen, wo bei $V_G = 0$ der Transportkanal ($(n + 1) \leftrightarrow n$) liegt. Dies führt zu einer Periodizität der Transporteigenschaften durch den SET hindurch und damit zu einer Oszillation des Stroms I als Funktion der Gate-Spannung V_G , die *Coulomb-Oszillation* genannt wird.

Eine solche energetische Verschiebung der Transportkanäle kann jedoch nicht nur durch das Anlegen einer Gatespannung an die Gate-Kapazität hervorgerufen werden. Einen ebenso großen Effekt kann das elektrische Feld einer Ladung haben, die sich in der unmittelbaren Umgebung des SET befindet. Solche Ladungen können sich so beispielsweise an Defekten in dem Substrat, auf dem ein SET präpariert wurde, oder aber auch in Fehlstellen in den isolierenden Barrieren

der Tunnelkontakte befinden. Aufgrund der Periodizität seiner Transporteigenschaften mit der Periode $\Delta V_G = e/C_G$, die ja gerade der Änderung der Inselladung um eine Elementarladung e entspricht, können mit Hilfe eines SET Änderungen der elektrischen Felder in seiner Umgebung detektiert werden, die einem Bruchteil einer Elementarladung e entsprechen. Der SET bietet somit die Möglichkeit kleinste elektrische Felder nachzuweisen.

Eine Anwendung dieser hohen Empfindlichkeit bezüglich einer Gatespannung und damit statischen oder quasi-statischen elektrischen Feldern gegenüber ist die Verwendung des SET als Elektrometer. Die Messungen zur diskreten Ladung einer Single Electron Box aus [Laf91] sind so beispielsweise mit Hilfe eines SET durchgeführt worden, wobei die Insel der Single Electron Box kapazitiv an die Insel des SET angekoppelt wurde. Im Rahmen dieser Messungen wurde allerdings eine Transportspannung V_{SD} leicht oberhalb von (e/C_Σ) verwendet.

Wird die Transportspannung V_{SD} über (e/C_Σ) hinaus erhöht, so befindet sich unabhängig von V_G immer mindestens ein Transportkanal zwischen den beiden chemischen Potenzialen der Elektroden, so dass ein Stromtransport immer stattfinden kann. Allerdings kann auch hier wieder durch Variation der Gatespannung die Zahl der Transportkanäle im V_{SD} -Fenster verändert werden, und damit der Strom durch den SET beeinflusst werden.

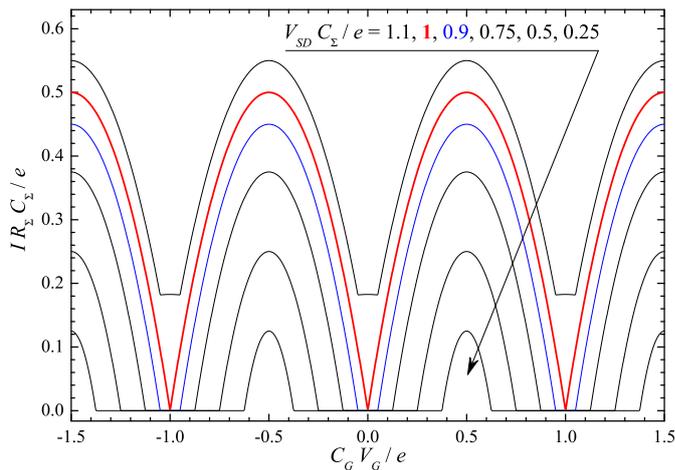


Abbildung 2.14: Coulomb-Oszillationen eines symmetrischen SET ($R_1 = R_2$ und $C_1 = C_2$) bei $T/T_C = 0.01$ bei verschiedenen Transportspannungen V_{SD} . Bei einer Transportspannung $V_{SD} = e/C_\Sigma$ verschwindet der Gate-Strombereich, in dem kein Strom fließen kann (rote Kurve). Die blaue Kurve zeigt den Fall $V_{SD} = 0.9 \cdot e/C_\Sigma$.

Abbildung 2.14 zeigt die numerisch berechnete Abhängigkeit des Stroms I von der Gate-Spannung V_G bei verschiedenen Transportspannungen V_{SD} bei einer Temperatur $T/T_C = 0.01$. Mit steigender Transportspannung schrumpft der Gate-Spannungsbereich, in dem kein Strom durch den SET fließen kann, bis er bei der Spannung $V_{SD} = e/C_\Sigma$ vollständig verschwindet. In diesem Fall entspricht die Breite des V_{SD} -Fensters gerade dem Abstand zweier Leitungskanäle. Liegt die Transportspannung über diesem Wert, so liegt, wie bereits erwähnt, immer mindestens ein Transportkanal im V_{SD} -Fenster, so dass immer ein nicht-verschwindender Strom fließt. Ist die Transportspannung kleiner als e/C_Σ , so müssen erst die Transportkanäle durch Anlegen einer Gate-Spannung so weit verschoben werden, dass ein Transportkanal im V_{SD} -Fenster zu liegen kommt, bevor ein Strom fließen kann. Beträgt beispielsweise die Transportspannung 90% von e/C_Σ (blaue Kurve in Abbildung 2.14), so müssen die Transportkanäle erst 10% einer halben Gate-Spannungsperiode, also $0.05 \cdot e/C_G$, bewegt werden, bevor ein Transportkanal im V_{SD} -Fenster liegt, und damit ein Strom fließen kann. Sind 90% der zweiten halben Gate-

Spannungsperiode durchschritten, verlässt der Transportkanal das Transportspannungsfenster wieder, und der Stromfluss kommt zum Erliegen. Die blaue Kurve in Abbildung 2.14 zeigt diesen Fall.

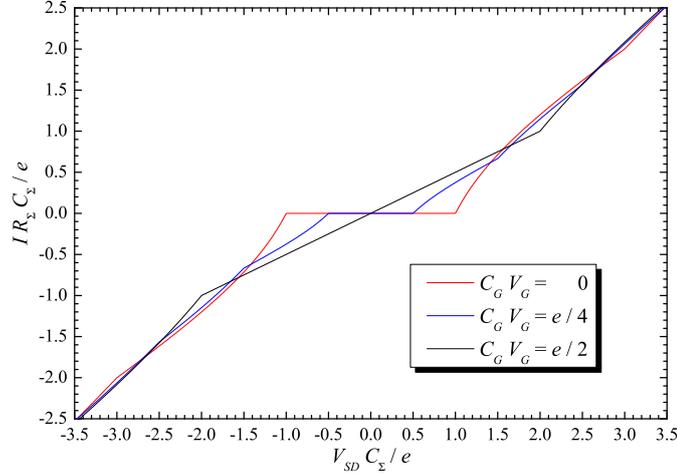


Abbildung 2.15: Strom-Spannungs-Kennlinien eines symmetrischen SET ($R_1 = R_2$ und $C_1 = C_2$) bei $T/T_C = 0.01$ bei verschiedenen Gate-Spannungen V_G .

Abbildung 2.15 zeigt die ebenfalls numerisch berechneten Strom-Spannungs-Kennlinien eines symmetrischen SET bei einer Temperatur $T/T_C = 0.01$ für die drei Gate-Spannungen $V_G = 0$, $e/4C_G$ und $e/2C_G$. Die beiden Strom-Spannungs-Kennlinien für $V_G = 0$ (rote Kurve) und $V_G = e/2C_G$ (schwarze Kurve) entsprechen in Bezug auf die Lage der Transportkanäle den Situationen in den Abbildungen 2.13(a) und (b). So zeigt die Strom-Spannungs-Kennlinie für $V_G = 0$ deutlich eine Coulomb-Blockade bis zum Erreichen der Transportspannung $V_{SD} = e/C_\Sigma$. Wird die Spannung über diesen Wert weiter erhöht, liegen zwei Transportkanäle im V_{SD} -Fenster, so dass ein Stromtransport durch den SET hindurch einsetzt. Der Anstieg des Stroms ist im Spannungsbereich $e/C_\Sigma < V_{SD} < 2e/C_\Sigma$ deutlich größer als im Fall der Strom-Spannungs-Kennlinie mit $V_G = e/2C_G$. Dies liegt daran, dass im Fall $V_G = e/2C_G$ im Transportspannungsbereich bis $2e/C_\Sigma$ nur ein Transportkanal im V_{SD} -Fenster liegt. Erst beim Überschreiten dieser Spannung treten zwei zusätzliche Transportkanäle in das Transportspannungsfenster ein und bewirken somit einen Anstieg des Leitwertes, was die zugehörige, schwarze Strom-Spannungs-Kennlinie in Abbildung 2.15 deutlich zeigt. Grundsätzlich führen alle neu in das Transportspannungsfenster tretenden Leitungskanäle zu einer Erhöhung des Leitwertes. Mit steigender Transportspannung nimmt ihre Bedeutung für den Leitwert jedoch schnell ab, da sie nicht unabhängig voneinander sind, sondern vielmehr mit der Änderung des Ladungszustands der Insel zusammenhängen. Das Hinzutreten weiterer Transportkanäle ermöglicht es so der Insel lediglich neue Ladungszustände für den Stromtransport anzunehmen, wobei die Bedeutung der schon vorher am Stromtransport beteiligten Ladungszustände bei hohen Spannungen insgesamt etwa genauso stark zurückgeht. Im Bereich höherer Spannungen wird so die Änderung des Stroms I als Funktion der Transportspannung V_{SD} im Wesentlichen nur noch durch den Gesamtwiderstand des SET

$$R_\Sigma = R_1 + R_2 \quad (2.38)$$

bestimmt, wobei R_1 und R_2 die Tunnelwiderstände der beiden Tunnelkontakte des SET sind.

Neben dem Strom I ist eine weitere wichtige Größe des SET der lineare Leitwert

$$G_0 = \left. \frac{\partial I}{\partial V_{SD}} \right|_{V_{SD}=0}, \quad (2.39)$$

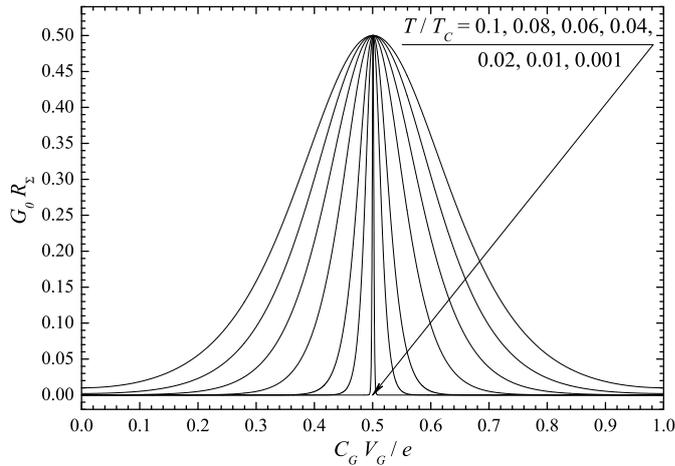


Abbildung 2.16: Coulomb-Oszillationen des linearen Leitwertes G_0 als Funktion der Gate-Spannung V_G für einige Temperaturen $T/T_C = 0.001$ bis 0.1 .

der, wie der Strom I ebenfalls Coulomb-Oszillationen als Funktion der Gate-Spannung V_G vollführt. Abbildung 2.16 zeigt für einen symmetrischen SET im Bereich tiefer Temperaturen von $T/T_C = 0.001$ bis $T/T_C = 0.1$ numerisch berechnete $G_0(V_G)$ -Verläufe.

In diesem Temperaturbereich weist G_0 eine starke Abhängigkeit von V_G mit schmalen Maxima bei $C_G V_G = e \cdot (1/2 + m)$ auf, also gerade dann, wenn ein Leitungskanal auf Höhe der chemischen Potenziale der beiden Elektroden liegt, wobei m eine ganze Zahl ist. Der maximale Leitwert eines symmetrischen SET

$$G_0^{max} = G_0 \left(C_G V_G = e \left(\frac{1}{2} + m \right) \right) \quad (2.40)$$

ist in diesem Temperaturbereich nahezu unabhängig von der Temperatur und liegt im Grenzfall sehr tiefer Temperaturen bei

$$G_0^{max} = \frac{1}{2R_\Sigma} \quad (2.41)$$

[Gla89]. Die Halbwertsbreite¹³ der Maxima wächst hierbei proportional zur Temperatur T , wie die in Abbildung 2.17 eingezeichnete Gerade zeigt. Im Bereich $T/T_C > 0.1$ verlangsamt sich das Wachstum der Breite der Leitwertmaxima und der minimale Leitwert bei $C_G V_G = m \cdot e$ steigt deutlich an, wie sich dies in Abbildung 2.16 schon an der Kurve für $T = 0.1T_C$ zeigt, wobei m wiederum eine ganze Zahl ist. Der maximale Leitwert G_0^{max} steigt zumindest bis zu einer Temperatur $T/T_C = 0.25$ nur um wenige Prozent an.

2.4 Orthodoxe Theorie

Um quantitative Aussagen über das Verhalten eines SET zu machen, also um beispielsweise die Strom-Spannungs-Charakteristik oder auch die Abhängigkeit des Stromes I von der Gatespannung V_G (I - V_G -Kennlinie) zu berechnen, reichen die bisher erläuterten Modelle jedoch nicht aus. Es müssen vielmehr, analog zum Vorgehen in Abschnitt 2.2.1, die Tunnelraten betrachtet werden. Um jedoch den Einfluss der Umgebungsimpedanz besser abschätzen zu können, ist es hilfreich,

¹³FWHM = (engl.) Full Width at Half Maximum

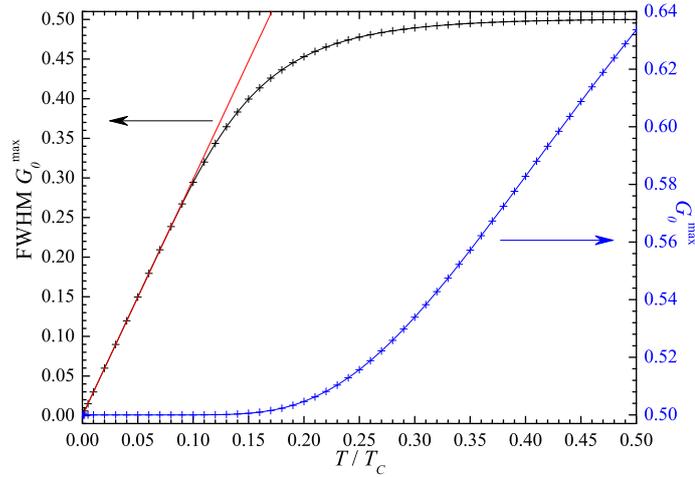


Abbildung 2.17: Halbwertsbreite (FWHM) der Maxima der Coulomb-Oszillationen von $G(V_{SD})$ und maximaler Leitwert G_0^{max} als Funktion der Temperatur T/T_C . Im Bereich tiefer Temperaturen wächst diese linear mit der Temperatur an, wie die rote Gerade zeigt.

mit dem einfacheren System eines einzelnen Tunnelkontaktes mit einer in Serie geschalteten Impedanz zu beginnen.

2.4.1 Tunnelkontakt

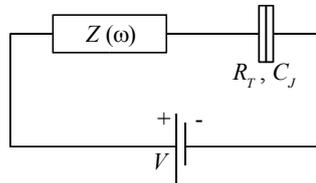


Abbildung 2.18: Ein Tunnelkontakt ist mit einer beliebigen Impedanz $Z(\omega)$, die die Umgebung repräsentiert, und einer Spannungsquelle V in Serie geschaltet.

Abbildung 2.18 zeigt das System eines Tunnelkontaktes mit einer in Serie geschalteten Impedanz $Z(\omega)$, die die Umgebung repräsentiert, und einer in Serie geschalteten Spannungsquelle V . Die Tunnelkapazität des Tunnelkontaktes ist C_J , der Tunnelwiderstand R_T . Zur quantenmechanischen Beschreibung des Systems müssen drei Beiträge berücksichtigt werden, nämlich der Beitrag der Quasiteilchen in den Elektroden des Tunnelkontaktes, das Tunneln selbst und der Einfluss der Umgebungsimpedanz $Z(\omega)$ [Ing92], die durch entsprechende Hamilton-Operatoren beschrieben werden müssen.

Die Quasiteilchen in den Elektroden können durch den Hamiltonoperator

$$H_{qp} = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \sum_{q\sigma} \varepsilon_q c_{q\sigma}^\dagger c_{q\sigma} \quad (2.42)$$

beschrieben werden, wobei wieder c^\dagger und c der Erzeugungs- und der Vernichtungsoperator, σ der Spin der Quasiteilchen, k ein Zustand der ersten Elektrode und q ein Zustand der zweiten Elektrode sind. Magnetische Wechselwirkungen werden hier nicht weiter berücksichtigt, so

dass die Eigenenergien ε_k der Quasiteilchen der ersten und ε_q der der zweiten Elektrode als spinunabhängig angesehen werden können.

Der Tunnel-Hamiltonoperator lautet

$$H_T = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} e^{-i\varphi} + \text{H.c.} \quad , \quad (2.43)$$

der sich von dem Tunnel-Hamiltonoperator (2.1) nur durch das Auftreten des Phasenfaktors $e^{-i\varphi}$ unterscheidet, der die Kopplung zwischen den tunnelnden Quasiteilchen und der Umgebung ermöglicht. Auch hier soll die Spinausrichtung σ keinen Einfluss auf das tunnelnde Quasiteilchen haben, so dass die Tunnelmatrixelemente T_{kq} wiederum als spinunabhängig angenommen werden können. Die Phase φ wird als Funktion der Zeit t durch

$$\varphi(t) = \frac{e}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' V_J(t') \quad (2.44)$$

definiert¹⁴, wobei V_J die am Tunnelkontakt anliegende Spannung ist. Um die Kopplung der tunnelnden Quasiteilchen mit der Umgebung zu verdeutlichen, müssen die Phase φ und die Ladung Q des Tunnelkontaktes etwas näher betrachtet werden. Da beide Größen quantenmechanisch konjugiert sind und für beide die Kommutatorbeziehung

$$[\varphi, Q] = ie \quad (2.45)$$

gilt, folgt, dass der Operator

$$e^{i\varphi} Q e^{-i\varphi} = Q - e \quad (2.46)$$

die Ladung auf dem Tunnelkontakt um ein Elektron ändert. Diese Änderung der Ladung kann nun von der Umgebungsimpedanz „bemerkt“ werden.

Die quantenmechanische Beschreibung der Umgebungsimpedanz kann hierbei durch ein System harmonischer Oszillatoren erfolgen [Ing92]. Es bietet sich die Verwendung von LC -Gliedern an, die an die Phase des Tunnelkontaktes ankoppeln. Zur einfacheren Beschreibung der Umgebungsimpedanz werden die Phase φ und die Ladung Q des Tunnelkontaktes durch ihre Fluktuationen um die von der Spannungsquelle vorgegebenen Mittelwerte ersetzt. Mit

$$\tilde{\varphi}(t) = \varphi(t) - \frac{e}{\hbar} V t \quad (2.47)$$

und

$$\tilde{Q} = Q - C_J V \quad (2.48)$$

kann der Hamilton-Operator der Umgebungsimpedanz phänomenologisch als

$$H_{env} = \frac{\tilde{Q}^2}{2C_J} + \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{q_j^2}{2C_j} + \left(\frac{\hbar}{e} \right)^2 \frac{1}{2L_j} (\tilde{\varphi} - \varphi_j)^2 \right\} \quad (2.49)$$

geschrieben werden, wobei C_j die Kapazität, L_j die Induktivität, q_j die Ladung und φ_j die Phase des j -ten LC -Gliedes sind. Die Oszillator-Frequenz dieses LC -Gliedes ist $\omega_j = 1/\sqrt{L_j C_j}$. Die Zahl der harmonischen Oszillatoren N muss im Allgemeinen sehr groß sein. Durch geschickte Wahl der L_j und C_j und gegebenenfalls durch Übergang von der Summation in (2.49) zu einer

¹⁴Diese Definition der Phase stimmt mit der zweiten Josephson Gleichung überein, wenn die Ladung e in (2.44) durch die Ladung eines Cooper-Paares ($2e$) ausgetauscht wird [Ing92, Or191, Tin96].

Integration, können beliebige Umgebungsimpedanzen durch diesen Hamilton-Operator beschrieben werden [Ing92], also beispielsweise auch konstante, Ohmsche Widerstände.

Durch die Einführung der neuen Phasen- und Ladungsvariablen $\tilde{\varphi}$ und \tilde{Q} müssen auch die beiden Hamiltonoperatoren H_{qp} und H_T durch unitäre Transformationen verändert werden. Mit dem Operator

$$U = \prod_{k\sigma} \exp\left(i\frac{e}{\hbar}Vtc_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma}\right) \quad (2.50)$$

erhält man den neuen Quasiteilchen-Operator

$$\tilde{H}_{qp} = U^\dagger H_{qp} U - i\hbar U^\dagger \frac{\partial}{\partial t} U = \sum_{k\sigma} (\varepsilon_k + eV) c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \sum_{q\sigma} \varepsilon_q c_{q\sigma}^\dagger c_{q\sigma} \quad (2.51)$$

und den neuen Tunneloperator

$$\tilde{H}_T = U^\dagger H_T U = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} e^{-i\tilde{\varphi}} + \text{H.c.} \quad (2.52)$$

Durch die Berücksichtigung der Phase und durch Ausführung der unitären Transformationen werden die Energien der Quasiteilchen in der ersten Elektrode um eV angehoben, was in Abschnitt 2.2.1 nur durch die Randbedingungen (2.5) und (2.6) berücksichtigt werden konnte.

Fehlt die externe Impedanz, gilt also $V_J \equiv V$, so folgt aus den Definitionen der Phasen (2.44) und (2.47), dass $\tilde{\varphi}$ identisch verschwindet, so dass der Tunnel-Hamiltonoperator (2.52) in die Form (2.1) aus Abschnitt 2.2.1 übergeht.

Da, wie (2.12) zeigt, der üblicherweise große Tunnelwiderstand R_T invers proportional zum Quadrat der Matrixelemente $|T_{kq}|$ des Tunnel-Hamiltonoperators ist, also $R_T \propto 1/|T_{kq}|^2$ gilt, ist die Wechselwirkung der Zustände der beiden Elektroden klein. Die Eigenzustände des Hamiltonoperators H_{qp} der beiden Elektroden beschreiben daher auch das Gesamtsystem gut. Unter der Annahme, dass die Zeit zwischen zwei Tunnelereignissen groß im Vergleich zu der elektrostatischen und der thermischen Relaxationszeit des Systems ist, können für die störungstheoretische Behandlung des Systems die Zustände im elektrostatischen und thermischen Gleichgewicht verwendet werden. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten sind dann wiederum durch die Fermiverteilungen (2.4) gegeben.

Zur Bestimmung der Tunnelraten

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f | \tilde{H}_T | i \rangle \right|^2 \cdot \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i) \quad (2.53)$$

wird wiederum Fermis Goldene Regel angewendet, wobei das Matrixelement $\langle f | \tilde{H}_T | i \rangle$ mit Hilfe des Tunneloperators (2.52) gebildet werden muss. Die beiden Zustände $|i\rangle = |E\rangle|R\rangle$ bzw. $|f\rangle = |E'\rangle|R'\rangle$ setzen sich nun aus einem elektronischen Quasiteilchenzustand $|E\rangle$ bzw. $|E'\rangle$ und einem Reservoirzustand der Umgebung $|R\rangle$ bzw. $|R'\rangle$ zusammen. Mit dem nur im Quasiteilchenraum operierenden Anteil des Tunneloperators

$$H_T^e = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} \quad (2.54)$$

folgt für das Tunnelmatrixelement

$$\langle f | \tilde{H}_T | i \rangle = \langle E' | H_T^e | E \rangle \langle R' | e^{-i\tilde{\varphi}} | R \rangle + \langle E' | H_T^{e\dagger} | E \rangle \langle R' | e^{i\tilde{\varphi}} | R \rangle \quad (2.55)$$

Um wiederum die Gesamttunnelrate $\vec{\Gamma}$ für das Tunneln der Quasiteilchen von Elektrode 1 nach Elektrode 2 zu erhalten, muss unter Berücksichtigung der Besetzungswahrscheinlichkeit der einzelnen Zustände über alle möglichen Anfangs- und Endzustände integriert bzw. summiert werden. Als mögliche Quasiteilchenanteile der Anfangs- und Endzustände kommen unter Berücksichtigung der Tunnelrichtung von Elektrode 1 nach Elektrode 2 nur solche Zustände in Frage, deren Matrixelemente nicht verschwinden, also nur solche, bei denen – der Konvention aus Abschnitt 2.2.1 gehorchend – ein Quasiteilchen im Zustand k mit Spin σ in Elektrode 1 ($|E\rangle = |k\sigma\rangle$) vernichtet wird. Analog kommen als Quasiteilchenanteile der Endzustände nur solche in Frage, in denen ein Quasiteilchen im Zustand q mit Spin σ in Elektrode 2 ($|E'\rangle = |q\sigma\rangle$) erzeugt werden kann. Somit ergibt sich mit $|\langle E'|H_T^e|E\rangle|^2 = |\langle q\sigma|H_T^e|k\sigma\rangle|^2 = |T_{kq}|^2$ die Hintunnelrate

$$\vec{\Gamma}(V) = \iint d\varepsilon_i d\varepsilon_f \sum_{kq\sigma} |T_{kq}|^2 \cdot f_\beta(\varepsilon_k) \cdot (1 - f_\beta(\varepsilon_q)) \cdot \sum_{R,R'} |\langle R'|e^{-i\tilde{\varphi}}|R\rangle|^2 \cdot P_\beta(R) \cdot \delta(\varepsilon_k + eV + E_R - \varepsilon_q - E_{R'}) \quad (2.56)$$

analog zu (2.3). Im Vergleich zu (2.3) sind jedoch die Beiträge der Umgebungsimpedanz neu, wobei $P_\beta(R)$ die Wahrscheinlichkeit ist, die Umgebung vor dem Eintreten eines Tunnelereignisses bei der reduzierten Temperatur $\beta = 1/k_B T$ im Zustand $|R\rangle$ anzutreffen.

Folgt man erneut der Argumentation für metallische Tunnelkontakte aus Abschnitt 2.2.1, nach der nur die Quasiteilchen in der unmittelbarer Umgebung der Fermi-Energie zum Tunnelstrom beitragen, so kann wieder in sehr guter Näherung angenommen werden, dass die Zustandsdichten der beiden Elektroden im entsprechenden Energieintervall konstant sind und durch die entsprechenden Werte an der Fermi-Energie ersetzt werden können. Weiterhin können die Tunnelmatrixelemente als konstant angenommen werden. Ersetzt man so die Summation über die Quasiteilchen-Zustände analog durch eine Integration und zieht alle konstanten Faktoren wieder vor die Integration, so ergibt sich mit Hilfe des Tunnelwiderstands R_T aus (2.12) die Hintunnelrate

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{1}{e^2 R_T} \iint d\varepsilon d\varepsilon' f_\beta(\varepsilon) \cdot (1 - f_\beta(\varepsilon' + eV)) \cdot P(\varepsilon - \varepsilon') \quad , \quad (2.57)$$

wobei die Integrationsvariablen in ε und ε' umbenannt worden sind. Die Funktion $P(E)$ enthält den vollständigen Einfluss der Umgebungsimpedanz und kann als Fourier-Transformierte der Phasen-Phasen-Korrelationsfunktion gewonnen werden [Ing92]. Die Hintunnelrate (2.57) kann noch durch Ausführung einer Integration über die auftretenden Fermi-Funktionen zu

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{1}{e^2 R_T} \int d\varepsilon \frac{\varepsilon}{1 - e^{-\beta\varepsilon}} P(eV - \varepsilon) \quad (2.58)$$

vereinfacht werden.

Um die Bedeutung der Funktion $P(E)$ besser einschätzen zu können, wird (2.58) mit dem Ergebnis aus Abschnitt 2.2.1 verglichen, in dem der spannungsgetriebene Tunnelkontakt ohne die Berücksichtigung einer Umgebungsimpedanz behandelt wurde. Zu diesem Zweck wird, ausgehend von (2.7), das Vorgehen im Vergleich zu Abschnitt 2.2.1 allerdings leicht geändert. Die Integration über die aus der Goldenen Regel stammende δ -Funktion wird nicht ausgeführt, sondern es werden zuerst die aufgrund des metallischen Charakters des Tunnelkontaktes konstanten Terme vor dem Integral im Tunnelwiderstand R_T gesammelt. Anschließend wird nach einem Differentialtausch die Integration über die Fermi-Funktionen ausgeführt. Man erhält so

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{1}{e^2 R_T} \int d\varepsilon \frac{\varepsilon}{1 - e^{-\beta\varepsilon}} \delta(eV - \varepsilon) \quad . \quad (2.59)$$

Der Vergleich der beiden Raten (2.58) und (2.59) zeigt, dass die Funktion $P(E)$ die aus der Goldenen Regel stammende δ -Funktion ersetzt hat, die die Energieerhaltung des Systems beim Übergang vom Zustand $|i\rangle$ zum Zustand $|f\rangle$ sicher stellt. Die Funktion $P(E)$, die ihren Ursprung in der Umgebungsimpedanz hat, beschreibt also den Energieaustausch der tunnelnden Quasiteilchen mit der Umgebung. Da außerdem $P(E)$ der Normierung

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dE P(E) = 1 \quad (2.60)$$

gehört [Ing92], stellt $P(E)$ somit die Wahrscheinlichkeit für ein Quasiteilchen dar, die Energie E beim Tunnelprozess an die Umgebung zu emittieren ($E > 0$) bzw. von dieser die Energie E zu absorbieren ($E < 0$).

Neben der Normierung (2.60) erfüllt $P(E)$ eine weitere Summenregel, die jedoch nicht im Fall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz gilt [Ing92]. Im Fall einer nicht verschwindenden Umgebungsimpedanz gilt dann

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dE E P(E) = E_C \quad , \quad (2.61)$$

wobei E_C die Coulomb-Energie des Tunnelkontaktes darstellt.

Für die Hintunnelrate (2.58) gilt analog die Symmetriebeziehung (2.10). Da außerdem $P(E)$ die Beziehung [Ing92]

$$P(-E) = e^{-\beta E} P(E) \quad (2.62)$$

erfüllt, gilt für den durch den Tunnelkontakt fließenden Strom I bei der Spannung V immer unabhängig vom genauen Aussehen von $P(E)$

$$I(V) = e \left(\overrightarrow{\Gamma}(V) - \overleftarrow{\Gamma}(V) \right) = -I(-V) \quad . \quad (2.63)$$

Prinzipiell ist es möglich, durch Fourier-Transformation der Phasen-Phasen-Korrelationsfunktion $P(E)$ zu berechnen. Es gilt [Ing92]

$$P(E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp \left(J(t) + \frac{i}{\hbar} Et \right) \quad , \quad (2.64)$$

wobei $J(t)$ durch

$$\exp(J(t)) = \left\langle e^{i\tilde{\varphi}(t)} e^{-i\tilde{\varphi}(0)} \right\rangle = \sum_R \left\langle R \left| e^{i\tilde{\varphi}(t)} e^{-i\tilde{\varphi}(0)} \right| R \right\rangle P_\beta(R) \quad (2.65)$$

definiert ist. Unter Verwendung des Hamilton-Operators (2.49) kann $J(t)$ durch

$$J(t) = 2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \frac{\text{Re} Z_t(\omega)}{R_K} \cdot \left(\coth\left(\frac{1}{2}\beta\hbar\omega\right) (\cos(\omega t) - 1) - i \cdot \sin(\omega t) \right) \quad (2.66)$$

beschrieben werden, wobei $R_K = h/e^2$ der Quanten-Widerstand¹⁵ und

$$Z_t(\omega) = \frac{1}{i\omega C_J + Z^{-1}(\omega)} \quad (2.67)$$

¹⁵ $R_K = 25812.8092(41) \Omega$ [NIST, Moh00]

die *effektive Impedanz* der Schaltung vom Tunnelkontakt aus betrachtet ist, also die Impedanz einer Parallelschaltung der Tunnelkapazität C_J und der Umgebungsimpedanz $Z(\omega)$. Mit Hilfe von (2.66) ist es im Allgemeinen jedoch nicht möglich, $P(E)$ in geschlossener Form analytisch zu berechnen.

Da im Spezialfall $T = 0$ tunnelnde Quasiteilchen keine Energie aus der Umgebung aufnehmen können, gilt $P(E) = 0$ für $E < 0$. Hierdurch ist es möglich, $P(E)$ unter Berücksichtigung der Normierung (2.60) durch Lösung der Integralgleichung

$$EP(E) = 2 \int_0^E dE' \frac{\operatorname{Re} Z_t(\frac{E-E'}{\hbar})}{R_K} P(E) \quad (2.68)$$

numerisch zu bestimmen. Diese Gleichung kann allerdings nicht im Fall endlicher Temperaturen eingesetzt werden.

verschwindende Umgebungsimpedanz

Im Fall einer beliebigen Temperatur und einer verschwindenden Umgebungsimpedanz, wenn also in guter Näherung $Z(\omega) = 0$ angenommen werden kann, verschwinden aufgrund der Definition (2.67) und Gleichung (2.66) sowohl $Z_t(\omega)$ wie auch $J(t)$, so dass

$$P(E) = \delta(E) \quad (2.69)$$

folgt. Die Hintunnelrate (2.58) geht in diesem Fall in die Form (2.59) über, so dass sich die Hintunnelrate

$$\vec{\Gamma}(V) = \frac{1}{e^2 R_T} \cdot \frac{eV}{1 - e^{-\beta eV}} \quad (2.70)$$

aus Abschnitt 2.2.1 ergibt, die wiederum zu der linearen Strom-Spannungs-Kennlinie (2.11) führt. Diese Näherung kann im Allgemeinen dann eingesetzt werden, wenn die Umgebungsimpedanz deutlich kleiner als R_K ist, und die Transportspannung V nicht zu stark anwächst, wie die folgenden Diskussionen zeigen werden.

Der Grund für das Auftreten der linearen Strom-Spannungs-Kennlinie ist das Fehlen von Umgebungsmoden, mit denen das tunnelnde Quasiteilchen Energie austauschen könnte. Die externe Spannungsquelle hält die Spannung am Tunnelkontakt fest, so dass das elektrostatische Nicht-Gleichgewicht, das nach dem Tunneln eines Quasiteilchens entsteht, sofort wieder ausgeglichen wird. Die einzige Energieskala, die in diesem Fall eine Rolle in der Tunnelrate (2.70) spielen kann, ist folglich die Energie der Spannungsquelle eV .

unendliche Umgebungsimpedanz

Ist die Umgebungsimpedanz sehr viel größer als der Quanten-Widerstand R_K , kann das tunnelnde Quasiteilchen sehr leicht Umgebungsmoden anregen. Die Anregungswahrscheinlichkeit $P(E)$ der Umgebung ist in diesem Fall durch eine Gauß-Verteilung [Ing92]

$$P(E) = \frac{1}{\sqrt{4\pi E_C k_B T}} \exp\left(-\frac{(E - E_C)^2}{4E_C k_B T}\right) \quad (2.71)$$

gegeben, wobei E_C die Coulomb-Energie des Tunnelkontaktes (2.15) ist. Im Fall sehr kleiner Temperaturen geht $P(E)$ wieder in eine δ -Funktion über, die jedoch bei E_C ihr Maximum hat. Es gilt also

$$P(E) = \delta(E - E_C) \quad , \quad (2.72)$$

so dass jedes tunnelnde Quasiteilchen an die Umgebung die Energie E_C überträgt. Für Spannungen $V < E_C/e$ ist in diesem Fall ein Stromtransport nicht möglich, so dass sich die um (E_C/e) verschobene Strom-Spannungs-Charakteristik (2.19) aus Abschnitt 2.2.2 ergibt, die in Abbildung 2.20 fett dargestellt ist.

Ohmsche Umgebungsimpedanzen

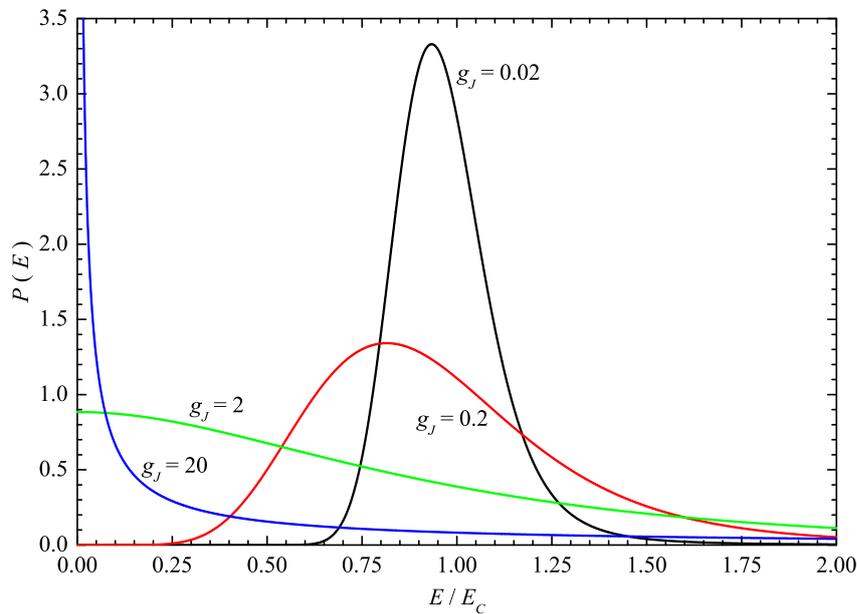


Abbildung 2.19: Die Anregungswahrscheinlichkeit $P(E)$ für verschiedene g_J bei $T = 0$ numerisch berechnet mittels (2.68)

Auch im Fall einer ohmschen Umgebungsimpedanz ist die Bestimmung von $P(E)$ in geschlossener, analytischer Form nicht möglich. Im Fall $T = 0$ kann $P(E)$ jedoch durch das numerische Lösen der Integralgleichung (2.68) bestimmt werden. Ist die Umgebungsimpedanz $Z(\omega) = R$, so gilt

$$\frac{\text{Re}Z_t(\omega)}{R_K} = \frac{1}{g_J} \cdot \frac{1}{1 + (\omega/\omega_R)^2} \quad (2.73)$$

mit dem dimensionslosen Leitwert

$$g_J = \frac{R_K}{R} \quad (2.74)$$

und $\omega_R = 1/RC_J$. Die Umgebungsimpedanz begrenzt so den Frequenzbereich, der zu $P(E)$ beiträgt.

Abbildung 2.19 zeigt den Übergang von einer niederohmigen Umgebungsimpedanz mit $g_J = 20$ bzw. $R/R_K = 0.05$ zum Fall einer hochohmigen Umgebungsimpedanz mit $g_J = 0.02$ bzw. $R/R_K = 50$. Das spektrale Gewicht von $P(E)$ verschiebt sich hierbei von $E = 0$ im Fall der niederohmigen Impedanz zu $E = E_C$ im Fall der hochohmigen Impedanz. Dieses Verhalten ist

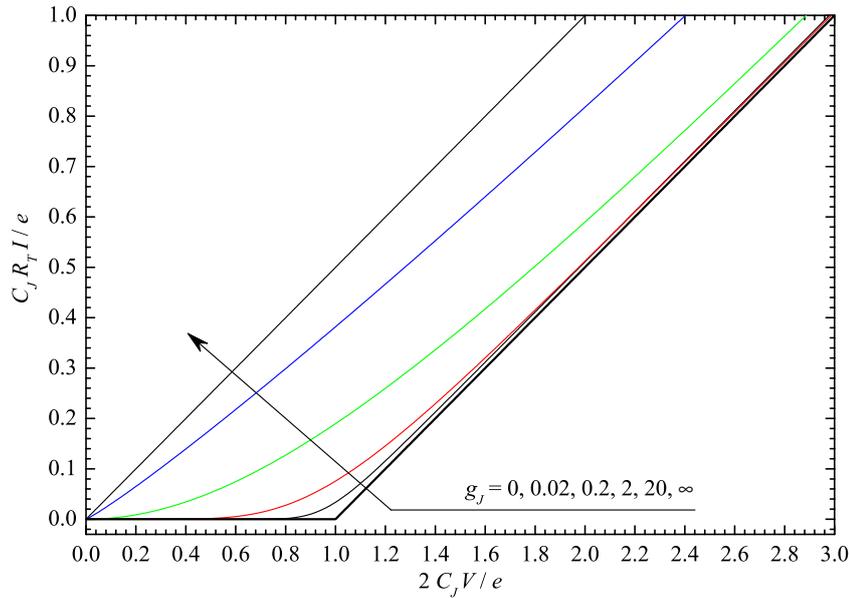


Abbildung 2.20: Numerisch berechnete Strom-Spannungs-Kennlinien für verschiedene g_J bei $T = 0$. Für $g_J = \infty$ erhält man die in Abschnitt 2.2.1 abgeleitete lineare Strom-Spannungs-Kennlinie nach (2.11) und für $g_J = 0$ die in Abschnitt 2.2.2 abgeleitete Strom-Spannungs-Kennlinie (2.19).

mit den bereits vorher betrachteten Grenzfällen für die vollständig verschwindende Umgebungsimpedanz (2.69) und für die unendliche Umgebungsimpedanz (2.72) im Einklang.

Den zu einer Spannung V gehörenden Strom I erhält man aus (2.63), (2.58) und den zugehörigen Symmetriebeziehungen. Man erhält so

$$I(V) = \frac{1}{eR_T} (1 - e^{-\beta eV}) \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{E}{1 - e^{-\beta E}} P(eV - E) \quad . \quad (2.75)$$

Im Fall $T = 0$ vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$I(V) = \frac{1}{eR_T} \int_0^{eV} dE (eV - E) P(E) \quad . \quad (2.76)$$

Abbildung 2.20 zeigt neben den zu Abbildung 2.19 gehörenden Strom-Spannungs-Charakteristiken auch die beiden Grenzfälle (2.11) und (2.19). Mit steigender Umgebungsimpedanz bildet sich im Bereich kleiner Ströme die Coulomb-Blockade aus.

Besonders auffällig und wichtig ist hier, dass sich alle bis auf die zur verschwindenden Umgebungsimpedanz gehörende Strom-Spannungs-Kennlinien asymptotisch für sehr große Spannungen V der Strom-Spannungs-Charakteristik für eine unendliche Umgebungsimpedanz (2.19) nähern. Im Fall einer ohmschen Impedanz bei $T = 0$ schmiegen sie sich dieser proportional $1/V$ gemäß

$$I(V) = \frac{1}{R_T} \left(V - \frac{e}{2C} + \frac{g_J e^2}{4\pi^2 C_J^2} \cdot \frac{1}{V} \right) \quad (2.77)$$

an. Dieses Verhalten tritt jedoch nicht nur im Fall $T = 0$ für ohmsche Umgebungsimpedanzen auf. Außer für eine verschwindende Umgebungsimpedanz $Z(\omega) = 0$ gilt als direkte Folge der

Summenregel (2.61) für alle Strom-Spannungs-Charakteristiken

$$I(V) \xrightarrow{V \rightarrow \infty} \frac{1}{R_T} \left(V - \frac{e}{2C} \right) \quad (2.78)$$

für $eV \gg k_B T$ [Ing92]. Einzig im Fall einer vollständig verschwindenden Umgebungsimpedanz tritt die einfache, lineare Strom-Spannungs-Kennlinie (2.11) auf.

Die globale Beschreibung, die zu einer linearen Strom-Spannungs-Charakteristik führt, kann also im Fall einer im Vergleich zu R_K hinreichend kleinen Umgebungsimpedanz bei nicht zu großen Transportspannungen angewendet werden, wohingegen die lokale Beschreibung nur im Fall sehr großer Umgebungsimpedanzen für sehr kleine Temperaturen verwendet werden darf.

2.4.2 Doppeltunnelkontakt und Single Electron Transistor

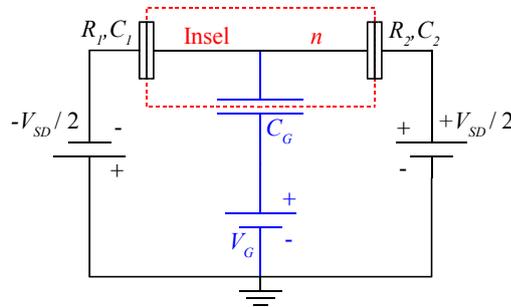


Abbildung 2.21: Der Doppeltunnelkontakt unterscheidet sich vom Single Electron Transistor durch das Fehlen der Gate-Kapazität C_G und der zugehörigen Gate-Spannungsquelle V_G .

Der SET und der Doppeltunnelkontakt unterscheiden sich vom Aufbau her nur geringfügig. Im Gegensatz zu dem bereits in Abbildung 2.10 eingeführten SET fehlt dem Doppeltunnelkontakt eine an die Insel des Bauelements angeschlossene Gate-Kapazität C_G und die zugehörige Spannungsquelle V_G . In Abbildung 2.21, die beide Bauelemente einander gegenüber stellt, sind die dem Doppeltunnelkontakt im Vergleich zum SET fehlenden Komponenten blau dargestellt. Gerade aufgrund dieser zusätzlichen Komponenten ermöglicht der SET eine kontrollierte Einflussnahme auf den Stromtransport durch das Bauelement.

Allerdings ist eine vollständige Beschreibung des SET sehr aufwändig und nur im Fall hoher Umgebungsimpedanzen notwendig [Ing91]. Es bietet sich hier vielmehr an, den SET als Doppeltunnelkontakt zu beschreiben. Dies ist grundsätzlich auf zwei Arten möglich.

Ist die Gate-Kapazität C_G sehr viel kleiner als die Kapazitäten der beiden Tunnelkontakte C_1 und C_2 und keine weitere Impedanz in der Gate-Zuleitung vorhanden, kann C_G in guter Näherung vernachlässigt werden. Das heißt, es wird der Grenzübergang $C_G \rightarrow 0$ gebildet, wobei das Produkt $C_G V_G$ konstant gehalten und in die *Inselladung* des SET

$$q = ne + C_G V_G \quad (2.79)$$

aufgenommen wird. Hierdurch ist es möglich, unter Beibehaltung der Steuermöglichkeit durch Anlegen einer Spannung V_G an die Kapazität C_G den SET als Doppeltunnelkontakt zu beschreiben. Im Gegensatz zum SET ist die Inselladung des Doppeltunnelkontaktes als

$$q = ne \quad (2.80)$$

gegeben.

Die zweite Methode erlaubt es im Grenzfall verschwindender Umgebungsimpedanzen den SET auch mit endlichen Gate-Kapazitäten als Doppeltunnelkontakt zu beschreiben. Hierzu werden die beiden Kapazitäten des Doppeltunnelkontaktes C_1 und C_2 durch

$$C_1 \longrightarrow C_1 + \frac{C_G}{2} \quad \text{und} \quad C_2 \longrightarrow C_2 + \frac{C_G}{2} \quad (2.81)$$

ersetzt und wiederum die Inselladung des SET (2.79) verwendet. Dies ist aufgrund der in Abbildung 2.21 gezeigten symmetrischen Aufteilung der Transportspannung V_{SD} möglich. Durch diese Substitutionen wird der SET energetisch richtig als Doppeltunnelkontakt beschrieben, so dass wiederum Fermis Goldene Regel zur Beschreibung der Tunnelraten eingesetzt werden kann. Dies wird klar, wenn die Änderung der Ladungsenergie des SET betrachtet wird. Hierzu ist es allerdings notwendig, zuerst die elektrostatische Ladungsverteilung der drei Kapazitäten des SET zu bestimmen. Mit Hilfe der Kirchhoffschen Regeln erhält man für die Ladungen der beiden Tunnelkontakte Q_1 und Q_2 , sowie für die Ladung der Gate-Kapazität¹⁶ Q_3 mit

$$ne = Q_1 - Q_2 - Q_3 \quad (2.82)$$

und mit der Gesamtkapazität (2.31)

$$Q_1 = \frac{C_1}{C_\Sigma} \left(\left(C_2 + \frac{C_G}{2} \right) V_{SD} + C_G V_G + ne \right) , \quad (2.83)$$

$$Q_2 = -\frac{C_2}{C_\Sigma} \left(-\left(C_1 + \frac{C_G}{2} \right) V_{SD} + C_G V_G + ne \right) \quad \text{und} \quad (2.84)$$

$$Q_3 = -\frac{C_G}{C_\Sigma} \left(\frac{1}{2} (C_2 - C_1) V_{SD} - (C_2 + C_1) V_G + ne \right) . \quad (2.85)$$

Wird ein zusätzliches Elektron auf die Insel gebracht, verteilt sich seine Ladung auf die drei Kapazitäten und erzeugt dort die zusätzlichen Ladungsbeiträge

$$\delta Q_1 = -\frac{C_1}{C_\Sigma} e , \quad (2.86)$$

$$\delta Q_2 = \frac{C_2}{C_\Sigma} e \quad \text{und} \quad (2.87)$$

$$\delta Q_3 = \frac{C_G}{C_\Sigma} e , \quad (2.88)$$

so dass aus (2.82) $\delta Q_1 - \delta Q_2 - \delta Q_3 = -e$ folgt. Mit der von n implizit über (2.83) bis (2.85) abhängenden elektrostatischen Ladungsenergie

$$E_{ch}^{el.st.}(n) = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} + \frac{Q_3^2}{2C_G} \quad (2.89)$$

ergibt sich so unter Berücksichtigung der durch die Spannungsquellen verrichtete Arbeit die Änderung der Energie der Insel, wenn ein Elektron beispielsweise durch Tunnelkontakt 1 auf die Insel tunnelt als

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{ch}^{el.st.}(n) - E_{ch}^{el.st.}(n-1) + \frac{V_{SD}}{2} \left(e - \frac{C_1}{C_\Sigma} e \right) + \frac{V_{SD}}{2} \frac{C_2}{C_\Sigma} e + \frac{V_G C_G}{C_\Sigma} e \\ &= \frac{e}{C_\Sigma} \left(\left(C_2 + \frac{C_G}{2} \right) V_{SD} + C_G V_G + ne - \frac{e}{2} \right) . \end{aligned} \quad (2.90)$$

¹⁶Wie bereits in Fußnote 8 auf Seite 14 angesprochen wurde, wird auch hier die Ladung der Gate-Kapazität C_G nicht als Q_G eingeführt, um Verwechslungen zu vermeiden. In diesem Fall ist eine Definition jedoch unumgänglich.

Analog ergibt sich im Fall des Doppeltunnelkontaktes durch Vernachlässigung aller Beiträge, die von der Gate-Kapazität C_G und der Gatespannung V_G herrühren,

$$E_1 = \frac{e}{C_\Sigma} \left(C_2 V_{SD} + q - \frac{e}{2} \right) \quad (2.91)$$

mit der Inselladung (2.80) und der Gesamtkapazität $C_\Sigma = C_1 + C_2$. Die Substitutionen (2.81) und der Austausch der Inselladung q gegen den Ausdruck (2.79) führen (2.91) wieder in (2.90) über, was zeigt, dass der SET auch mit einer endlichen Gate-Kapazität durch einen Doppeltunnelkontakt beschrieben werden kann, solange nur die Änderungen der Ladungsenergie im Rahmen Fermis Goldener Regel das Verhalten des SET beeinflussen, wie dies im Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanzen der Fall ist.

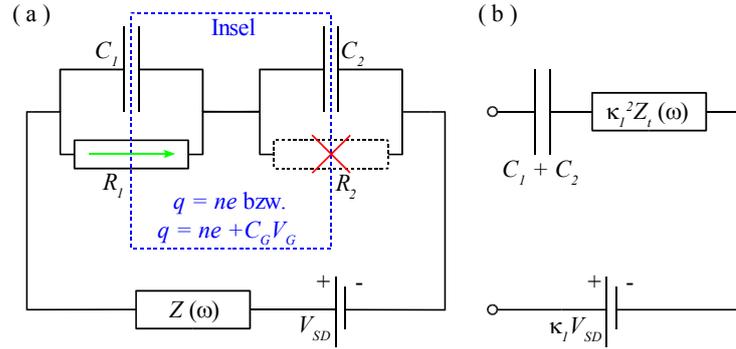


Abbildung 2.22: (a) Ersatzschaltbild des Doppeltunnelkontaktes. Während eines Tunnelprozesses durch Kontakt 1 (grüner Pfeil) ist zeitgleich ein weiterer Tunnelprozess durch Kontakt 2 verboten (rotes Kreuz). (b) Effektives Schaltbild für das Tunneln durch Kontakt 1.

Fermis Goldene Regel kann grundsätzlich nur dann eingesetzt werden, wenn die Tunnelprozesse vollständig unabhängig voneinander sind und zeitlich nacheinander erfolgen. Werden also die Tunnelkontakte durch Parallelschaltungen ihrer Tunnelkapazitäten und ihrer Tunnelwiderstände ersetzt, wie dies Abbildung 2.22(a) zeigt, so darf, wie im dargestellten Fall eines Tunnelprozesses durch Kontakt 1, aufgrund dieses sequentiellen Tunnelns zeitgleich kein Quasiteilchen durch Kontakt 2 tunneln. Der Tunnelwiderstand R_2 im Ersatzschaltbild des Tunnelkontaktes darf hier also nicht berücksichtigt werden. Neben dem Doppeltunnelkontakt enthält Abbildung 2.22(a) zusätzlich eine zum Doppeltunnelkontakt in Serie geschalteten Impedanz $Z(\omega)$ zur Berücksichtigung der Umgebung.

Prozesse höherer Ordnungen, bei denen die Tunnelereignisse an den Kontakten nicht unabhängig oder zeitgleich stattfinden, können im Rahmen der Orthodoxen Theorie, die auf Fermis Goldener Regel beruht, nicht beschrieben werden. Solche Prozesse werden im Allgemeinen als *Cotunnelprozesse* bezeichnet und werden besonders dann wichtig, wenn der Stromtransport im Rahmen der Orthodoxen Theorie durch sequentielles Tunneln unterdrückt oder sogar verboten ist.

Mit Hilfe der Technik der Netzwerkanalyse (z.B. [AAC, Ing92]) ist es möglich, aus der Sicht eines Tunnelkontaktes den restlichen Schaltkreis durch eine effektive Schaltung zu ersetzen. Das Resultat einer solchen Netzwerkanalyse ist für Tunnelkontakt 1 in Abbildung 2.22(b) dargestellt. Elektronen, die über Tunnelkontakt 1 auf die Insel oder von dieser herunter tunneln, müssen diese effektive Schaltung passieren, die aus der Serienschaltung der Gesamtkapazität $C_\Sigma = (C_1 + C_2)$ des Doppeltunnelkontaktes, der effektiven Umgebungsimpedanz $(\kappa_1^2 Z_t(\omega))$ und der effektiven Spannungsquelle $(\kappa_1 V_{SD})$ besteht. Der auftretende Faktor

$$\kappa_i = \frac{C_{ser}}{C_i} \quad (i = 1, 2) \quad (2.92)$$

reduziert zum einen die ursprüngliche Transportspannung V_{SD} , da die Serienkapazität des Doppeltunnelkontaktes

$$C_{ser} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (2.93)$$

immer kleiner als die beiden Tunnelkapazitäten ist. Zum anderen reduziert sie die Umgebungsimpedanz, die analog zu (2.67) als

$$Z_t(\omega) = \frac{1}{i\omega C_{ser} + Z^{-1}(\omega)} \quad (2.94)$$

definiert ist, wobei jedoch hier die Serienkapazität C_{ser} anstelle der Tunnelkapazität in (2.67) eingeht.

Die zusätzlich auftretenden Reduktionsfaktoren κ_i sorgen für eine Abschwächung des Einflusses der Umgebung auf die tunnelnden Quasiteilchen, da die Kapazität des zweiten Tunnelkontaktes den jeweils anderen Tunnelkontakt von der Umgebung entkoppelt. Als Folge ist der Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanz, der im weiteren Verlauf betrachtet wird, im Fall des SET bzw. des Doppeltunnelkontaktes leichter zu realisieren als im Vergleich zu einem einfachen Tunnelkontakt. Unabhängig hiervon gilt auch im Falle des SET bzw. des Doppeltunnelkontaktes, dass nur bei einer verschwindenden Umgebungsimpedanz $Z(\omega)$ kein Übergangverhalten vom Grenzfall einer niedrigen zum Grenzfall einer unendlichen Umgebungsimpedanz bei Erhöhung der Transportspannung V_{SD} auftritt. Die Spannung, bei der dieser Übergang eintritt, ist jedoch aufgrund der reduzierten Spannung $\kappa_i V_{SD}$ der effektiven Spannungsquelle auch erst bei Werten, die etwa um einen Faktor $1/\kappa_i$ höher liegen, zu erwarten.

Die Hamiltonoperatoren, die das Tunneln am Doppeltunnelkontakt beschreiben, sind (2.43) sehr ähnlich. So lautet der Tunneloperator für Kontakt 1

$$H_{T,1} = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^\dagger c_{k\sigma} e^{-i\varphi_1} + \text{H.c.} \quad , \quad (2.95)$$

wobei sich wiederum q und k auf Zustände links und rechts des Tunnelkontaktes beziehen. Im Gegensatz zum einfachen Tunnelkontakt treten hier nun für beide Tunnelkontakte die Phasen φ_i und die Ladungen Q_i auf, für die analog zu (2.45) die Kommutatorbeziehungen

$$[\varphi_i, Q_j] = \delta_{ij} ie \quad (2.96)$$

gelten. Mit den beiden Phasen

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad \text{und} \quad \psi = \kappa_2 \varphi_1 - \kappa_1 \varphi_2 \quad , \quad (2.97)$$

sowie der Inselladung q und der Gesamtladung des Doppeltunnelkontaktes $Q = C_{ser} \cdot V_{DTK}$, wobei V_{DTK} die am Doppeltunnelkontakt abfallende Spannung ist, erhält man die beiden Kommutatorbeziehungen

$$[\varphi, Q] = ie \quad \text{und} \quad [\psi, q] = ie \quad . \quad (2.98)$$

Da weiterhin für den in (2.95) erscheinenden Phasenfaktor

$$\exp(-i\varphi_1) = \exp(-i\kappa_1 \varphi - i\psi) \quad (2.99)$$

gilt, führt analog zu (2.46) jedes auf die Insel tunnelnde Elektron zu einer Änderung der Ladung der Insel um $(-e)$, was aus dem zweiten Term auf der rechten Seite von (2.99) folgt. Außerdem koppeln durch den ersten Term auf der rechten Seite von (2.99) die tunnelnden Quasiteilchen an die Umgebung, wobei diese Kopplung aufgrund des auftretenden Faktors κ_1 um κ_1^2 reduziert ist, was im Einklang zur Interpretation von $\kappa_1^2 Z_t(\omega)$ als effektive Umgebungsimpedanz steht.

Diese um κ_i^2 reduzierte Kopplung an die Umgebungsimpedanz schlägt sich auch in der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Energieaustauschs mit der Umgebung nieder, die nun zusätzlich auch von κ_i abhängig ist. Für sie gilt analog zu (2.64)

$$P(\kappa_i, E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \exp\left(\kappa_i^2 J(t) + \frac{i}{\hbar} Et\right) \quad , \quad (2.100)$$

wobei sie sich nur durch den Faktor κ_i^2 von (2.64) unterscheidet. Für die Phasen-Phasen-Korrelationsfunktion $J(t)$ gilt (2.66), wobei zu berücksichtigen ist, dass für $Z_t(\omega)$ der Ausdruck (2.94) verwendet werden muss, so dass die in $J(t)$ implizit auftretenden Tunnelkapazitäten der einzelnen Tunnelkontakte durch C_{ser} aus (2.93) ersetzt werden müssen.

Die Änderung der Ladungsenergie der Insel, die mit dem Tunneln eines Elektrons über Kontakt i verbunden ist, kann als

$$E_i = \kappa_i e V_{SD} + \frac{e\left(q - \frac{e}{2}\right)}{C_1 + C_2} \quad (2.101)$$

geschrieben werden, was mit (2.91) bzw. (2.90) übereinstimmt. Mit Hilfe Fermis Goldener Regel erhält man somit analog zu (2.58) die Hintunnelrate

$$\vec{\Gamma}_1(V, q) = \frac{1}{e^2 R_1} \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{E}{1 - e^{-\beta E}} P(\kappa_1, E_1(V, q) - E) \quad . \quad (2.102)$$

Beim Übergang zu Tunnelkontakt 2 muss neben der Vertauschung der Indizes auch die Inselladung gemäß

$$q \longrightarrow (-q) \quad (2.103)$$

invertiert werden. Auf diese Weise erhält man

$$\vec{\Gamma}_2(V, q) = \frac{1}{e^2 R_2} \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{E}{1 - e^{-\beta E}} P(\kappa_2, E_2(V, -q) - E) \quad (2.104)$$

als Hintunnelrate für Kontakt 2. Für die jeweiligen Rücktunnelraten gilt analog zu (2.10) mit $i = 1, 2$

$$\overleftarrow{\Gamma}_i(V, q) = \vec{\Gamma}_1(-V, -q) \quad . \quad (2.105)$$

verschwindende Umgebungsimpedanz

Der Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanz ist wohl der wichtigste Grenzfall. Dies liegt zum einen daran, dass die Zuleitungen zu SET in Experimenten üblicherweise niederohmig sind. Zum anderen führt die Präsenz des jeweils anderen Tunnelkontaktes des Bauelements zu einer reduzierten Kopplung des tunnelnden Quasiteilchens an die Umgebungsimpedanz, was sich beispielsweise in (2.100) im zusätzlich auftretenden Reduktionsfaktor κ_i^2 niederschlägt.

Da auch hier im Fall der verschwindenden Umgebungsimpedanz keine Moden zur Verfügung stehen, mit denen ein tunnelndes Quasiteilchen Energie austauschen kann, geht die Anregungswahrscheinlichkeit $P(E)$ in den Ausdruck für die Energieerhaltung über und es gilt

$$P(\kappa_i, E) = \delta(E) \quad . \quad (2.106)$$

Aus (2.102) erhält man somit die Hintunnelrate für Tunnelkontakt 1

$$\vec{\Gamma}_1(V, q) = \frac{1}{e^2 R_1} \cdot \frac{E_1(V, q)}{1 - e^{-\beta E_1(V, q)}} \quad (2.107)$$

und mit der Transformationsregel (2.103) die Hintunnelrate für Tunnelkontakt 2

$$\vec{\Gamma}_2(V, q) = \frac{1}{e^2 R_2} \cdot \frac{E_2(V, -q)}{1 - e^{-\beta E_2(V, -q)}} \quad (2.108)$$

Im Fall $T = 0$ vereinfachen sich (2.107) und (2.108) zu

$$\vec{\Gamma}_1(V, q) = \frac{1}{e^2 R_1} E_1(V, q) \cdot \Theta(E_1(V, q)) \quad (2.109)$$

und

$$\vec{\Gamma}_2(V, q) = \frac{1}{e^2 R_2} E_2(V, -q) \cdot \Theta(E_2(V, -q)) \quad (2.110)$$

wobei $\Theta(x)$ die Stufenfunktion (2.20) ist.

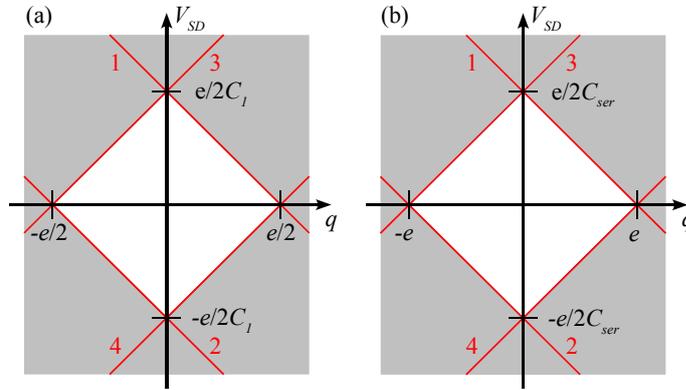


Abbildung 2.23: Das Stabilitätsgebiet (weiß) für einen symmetrischen Doppeltunnelkontakt mit $C_1 = C_2$ (a) im Grenzfall verschwindender Umgebungsimpedanz und (b) im Grenzfall unendlicher Umgebungsimpedanz. Die roten Geraden stellen die Grenzen der Bedingungen (2.111) bis (2.114) bzw. (2.119) bis (2.122) dar.

Das einfache Modell des SET in Abschnitt 2.3.2 hat bereits gezeigt, dass dieser im Gegensatz zum einfachen Tunnelkontakt schon im Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanz Coulomb-Blockade zeigen kann. Um die Bedingungen zu klären, unter denen dies geschehen kann, werden die vier Tunnelraten, die zum Stromtransport bei $T = 0$ beitragen analysiert. Sie sind von Null verschieden, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

$$V_{SD} + \frac{q - \frac{e}{2}}{C_2} > 0 \quad \text{aus } \vec{\Gamma}_1(V, q); \text{ 1 in Abbildung 2.23(a)} \quad (2.111)$$

$$V_{SD} + \frac{q + \frac{e}{2}}{C_2} < 0 \quad \text{aus } \overleftarrow{\Gamma}_1(V, q); \text{ 2 in Abbildung 2.23(a)} \quad (2.112)$$

$$V_{SD} - \frac{q + \frac{e}{2}}{C_1} > 0 \quad \text{aus } \vec{\Gamma}_2(V, q); \text{ 3 in Abbildung 2.23(a)} \quad (2.113)$$

$$V_{SD} - \frac{q - \frac{e}{2}}{C_1} < 0 \quad \text{aus } \overleftarrow{\Gamma}_2(V, q); \text{ 4 in Abbildung 2.23(a)} \quad (2.114)$$

Abbildung 2.23(a) zeigt die Grenzen der Bedingungen (2.111) (Gerade 1) bis (2.114) (Gerade 4) als rote Linien. Die Bereiche, in denen wenigstens eine Bedingung erfüllt ist, sind grau unterlegt. Es bildet sich also um $q = 0$ und $V_{SD} = 0$ herum ein rautenförmiges Gebiet, in dem alle

Tunnelraten verschwinden. Dort kann daher kein Strom fließen, und der SET bzw. der Doppeltunnelkontakt befindet sich im Zustand der Coulomb-Blockade. Hier ist der Ladungszustand n der Insel stabil. Ist im Fall des SET $V_G = 0$, so handelt es sich hierbei genau wie im Fall des Doppeltunnelkontaktes um den Zustand $n = 0$. Liegt das System zu Beginn in einem anderen Zustand als $n = 0$ vor, so kehrt das System zu $n = 0$ zurück, solange q und V_{SD} in diesem rautenförmigen Bereich liegen.

Im Fall des SET existieren jedoch noch weitere stabile Zustände. Dies liegt an der Definition der Inselladung q in (2.79). Wird die Gate-Spannung um (e/C_G) erhöht, so entspricht dies gerade einer Erhöhung der Inselladung um e , die jedoch in n absorbiert werden kann. Somit entspricht beispielsweise der Ladungszustand n der Insel bei einer Gate-Spannung $V_G = -n \cdot e/C_G$ dem Zustand $n = 0$ bei $V_G = 0$ bei jeweils verschwindender Transportspannung V_{SD} . Allgemein versucht das System bei kleinen oder verschwindenden Transportspannungen V_{SD} , die Ladungszahl n der Insel immer so einzustellen, dass q betragsmäßig möglichst klein ist. Es wiederholen sich somit die rautenförmigen Stabilitätsgebiete der Abbildung 2.23(a) als Funktion der Gate-Spannung V_G periodisch mit der Periode (e/C_G) .

Durch Variationen der Gate-Spannung V_G , die kleiner als (e/C_G) sind, kann aufgrund der damit verbundenen Änderung der Inselladung q auch der V_{SD} -Spannungsbereich, in dem aufgrund der Coulomb-Blockade der Stromtransport unterbunden ist, geändert werden. Da bei einer Inselladung $q = \pm e/2$ die Coulomb-Blockade vollständig unterdrückt wird, geschieht dies aufgrund der V_G -Periodizität des SET bei den Gate-Spannungen

$$V_G^{min.CB} = \frac{e}{C_G} \cdot \left(\frac{1}{2} + m \right) \quad , \quad (2.115)$$

wobei m eine ganze Zahl ist. Bei diesen Gate-Spannungswerten reicht bereits eine beliebig kleine Transportspannung V_{SD} , um zwei der Bedingungen (2.111) bis (2.114) zu erfüllen, so dass ein Strom fließen kann.

unendliche Umgebungsimpedanz

Die Behandlung des Grenzfalles unendlicher Umgebungsimpedanz ist für den SET durch Anwendung der Transformationen (2.81) nicht mehr möglich, da C_G einen signifikanten Einfluss auf die effektive Umgebungsimpedanz des effektiven Schaltbildes hat. Sie kann nicht mehr mit Hilfe von (2.92) und (2.94) als $\kappa_i^2 Z_t(\omega)$ geschrieben werden, sondern muss mit Hilfe eines deutlich komplexeren Ausdrucks erfasst werden [Ing91]. Der SET kann nur im Grenzfall einer verschwindenden Gate-Kapazität C_G im Hochimpedanz-Grenzfall durch die Verwendung der Inselladung (2.79) als Doppeltunnelkontakt beschrieben werden.

Die Anregungswahrscheinlichkeit $P(E)$ für einen Doppeltunnelkontakt unterscheidet sich kaum von der für einen einzelnen Tunnelkontakt. Im Falle des Doppeltunnelkontaktes gilt

$$P(\kappa_i, E) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\kappa_i E_C k_B T}} \exp\left(-\frac{(E - \kappa_i^2 E_C)^2}{4\kappa_i^2 E_C k_B T}\right) \quad , \quad (2.116)$$

die sich von (2.71) nur durch das zweimalige Auftauchen des schon bekannten Reduktionsfaktors κ_i^2 unterscheidet. Auch hier kommt es wieder zu einer Reduzierung der Kopplung der tunnelnden Elektronen an die Umgebung.

Im Fall $T = 0$ geht $P(E)$ analog zu (2.72) in

$$P(\kappa_i, E) = \delta(E - \kappa_i^2 E_C) \quad (2.117)$$

über, wobei E_C wieder durch (2.25) definiert ist. Die Hintunnelrate für Kontakt 1 ergibt sich somit aus (2.102) zu

$$\vec{\Gamma}_1(V, q) = \frac{1}{e^2 R_1} (E_1(V, q) - \kappa_1^2 E_C) \cdot \Theta(E_1(V, q) - \kappa_1^2 E_C) \quad , \quad (2.118)$$

wobei $\Theta(x)$ wieder die Stufenfunktion (2.20) ist. Die Hintunnelrate für Kontakt 2 ergibt sich analog zu (2.107) aus (2.118) und der Transformationsregel (2.103) der Hintunnelrate für Kontakt 1. Analog zum Fall der verschwindenden Umgebungsimpedanz ergibt sich auch hier wieder ein rautenförmiges Stabilitätsgebiet, das durch Auswertung der entsprechenden vier Tunnelraten gewonnen werden kann. Die Tunnelraten sind bei $T = 0$ nur dann von Null verschieden, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

$$V_{SD} + \frac{q}{C_2} - \frac{e}{2C_{ser}} > 0 \quad \text{aus } \vec{\Gamma}_1(V, q); 1 \text{ in Abbildung 2.23(b)} \quad (2.119)$$

$$V_{SD} + \frac{q}{C_2} + \frac{e}{2C_{ser}} < 0 \quad \text{aus } \overleftarrow{\Gamma}_1(V, q); 2 \text{ in Abbildung 2.23(b)} \quad (2.120)$$

$$V_{SD} - \frac{q}{C_1} - \frac{e}{2C_{ser}} > 0 \quad \text{aus } \vec{\Gamma}_2(V, q); 3 \text{ in Abbildung 2.23(b)} \quad (2.121)$$

$$V_{SD} - \frac{q}{C_1} + \frac{e}{2C_{ser}} < 0 \quad \text{aus } \overleftarrow{\Gamma}_2(V, q); 4 \text{ in Abbildung 2.23(b)} \quad (2.122)$$

Das Verhalten des Doppeltunnelkontaktes bzw. des SET unterscheidet sich im Fall der unendlichen Umgebungsimpedanz qualitativ nur wenig vom Verhalten bei verschwindender Umgebungsimpedanz. Auch hier definieren die Bedingungen (2.119) bis (2.122) ein rautenförmiges Stabilitätsgebiet, in dem ein Stromtransport durch das Bauelement nicht möglich ist, und das in Abbildung 2.23(b) dargestellt ist. Dieses Gebiet ist jedoch größer als im Falle der verschwindenden Umgebungsimpedanz, da $C_1, C_2 > C_{ser}$ ist. Dies hat zur Folge, dass sowohl der Transportspannungsbereich wie auch der Inselladungsbereich, in dem Coulomb-Blockade auftritt, größer ist. So ist im Fall des SET auch bei den Gate-Spannungen $V_G^{min.CB}$ aus (2.115) die Coulomb-Blockade nicht vollständig unterdrückt. Da auch hier das System bestrebt ist, bei kleinen oder verschwindenden Transportspannungen V_{SD} die Inselladung q durch Veränderung des Ladungszustands n der Insel betraglich möglichst klein zu halten, ergibt sich auch wieder ein periodisches Auftreten des Stabilitätsgebietes mit der Gate-Spannungsperiode (e/C_G). Hierdurch kommt es so zu einer teilweisen Überlappung von Stabilitätsgebieten, die zu unterschiedlichen Ladungszuständen n gehören, so dass es von der Vorgeschichte abhängen kann, welcher stabile Zustand sich einstellt, wenn V_{SD} und q sich innerhalb des rautenförmigen Stabilitätsgebietes befinden.

Strom

Bei einem einzelnen Tunnelkontakt trägt jedes Tunnelereignis sofort zum Strom bei. Dies ist bei Doppeltunnelkontakten und SET nicht der Fall, da jedes Tunnelereignis hier primär zu einer Änderung der Ladung der Insel führt. Der Strom, der tatsächlich durch das Bauelement fließt, hängt also von der Vorgeschichte des Bauelements ab.

Unter der Voraussetzung, dass die einzelnen Tunnelereignisse zeitlich so weit auseinander liegen, dass das thermische und elektrostatische Gleichgewicht in den Zuleitungen und der Insel jeweils mit der Umgebung wieder erreicht wird, kann der Zustand der Insel durch die Ladungszahl n charakterisiert werden. Sind die einzelnen Tunnelereignisse unkorreliert, so wird die Besetzungswahrscheinlichkeit der Insel durch die Ratengleichung

$$\frac{dp_n}{dt} = \Gamma_{(n+1) \rightarrow n} \cdot p_{n+1} + \Gamma_{(n-1) \rightarrow n} \cdot p_{n-1} - (\Gamma_{n \rightarrow (n+1)} + \Gamma_{n \rightarrow (n-1)}) p_n \quad (2.123)$$

beschrieben, wobei p_n die Wahrscheinlichkeit darstellt, die Insel im Zustand n anzutreffen, und $\Gamma_{k \rightarrow l}$ die Ladungstransferrate ist, die die Änderung des Ladungszustands der Insel vom Zustand k zum Zustand l beschreibt. Für sie gilt

$$\Gamma_{n \rightarrow (n+1)} = \overleftarrow{\Gamma}_1(n) + \overrightarrow{\Gamma}_2(n) \quad (2.124)$$

und

$$\Gamma_{n \rightarrow (n-1)} = \overrightarrow{\Gamma}_1(n) + \overleftarrow{\Gamma}_2(n) \quad . \quad (2.125)$$

Hierbei ist zu beachten, dass bei der Bestimmung der Tunnelraten das Tunneln von Elektronen betrachtet wurde und dass bei der Definitionen der Inselladung in (2.79) und (2.80) die Elementarladung e positiv ist.

Da im weiteren Verlauf nur Gleichstrom-Effekte untersucht werden sollen, werden nur stationäre Lösungen von (2.123) mit $\dot{p}_n = 0$ benötigt. Die stationären Lösungen von (2.123) erfüllen die Bedingung [Gra91, Ing92]

$$\Gamma_{(n+1) \rightarrow n} \cdot p_{n+1} = \Gamma_{n \rightarrow (n+1)} \cdot p_n \quad . \quad (2.126)$$

Diese Beziehung ermöglicht es, die Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n iterativ zu bestimmen. Hierzu werden, relativ zu p_0 , die übrigen Besetzungswahrscheinlichkeiten gemäß

$$\frac{p_{|n|}}{p_0} = \prod_{m=0}^{|n|-1} \frac{\Gamma_{m \rightarrow (m+1)}}{\Gamma_{(m+1) \rightarrow m}} \quad (2.127)$$

und

$$\frac{p_{-|n|}}{p_0} = \prod_{m=-|n|+1}^0 \frac{\Gamma_{m \rightarrow (m-1)}}{\Gamma_{m \rightarrow (m-1)}} \quad (2.128)$$

berechnet. Aus der Normierung der Besetzungswahrscheinlichkeit

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n = 1 \quad (2.129)$$

erhält man schließlich p_0 . Aufgrund der Ladungserhaltung muss bei der Bestimmung des Stroms I nur ein Tunnelkontakt betrachtet werden und es ergibt sich so der Strom I durch das Bauelement gemäß

$$I = e \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n \left(\overrightarrow{\Gamma}_1(n) - \overleftarrow{\Gamma}_1(n) \right) = e \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n \left(\overrightarrow{\Gamma}_2(n) - \overleftarrow{\Gamma}_2(n) \right) \quad . \quad (2.130)$$

Die am Ende von Abschnitt 2.3.2 erwähnte Abnahme der Bedeutung neu hinzutretender Transportkanäle für den Leitwert bei hohen Transportspannungen V_{SD} liegt formal an (2.129). Aufgrund der Normierung der Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n verlieren in diesem Fall die schon vor einer Erhöhung von V_{SD} am Stromtransport beteiligten Transportkanäle insgesamt etwa die Bedeutung, die der neu hinzutretende gewinnt.

2.4.3 Implementierung

Zur Auswertung der Messungen ist im Rahmen dieser Arbeit ein Algorithmus auf Basis der Orthodoxen Theorie in C++ implementiert worden. Die im experimentellen Aufbau verwendeten Zuleitungswiderstände zu den Bauelementen sind deutlich kleiner als der Quantenwiderstand

R_K , so dass zum Vergleich zwischen Messung und Simulation bei nicht zu großen Transportspannungen V_{SD} die Näherung der verschwindenden Umgebungsimpedanz die geeignete Wahl darstellt. Hierdurch ist es möglich, auch nicht verschwindende Gate-Kapazitäten C_G durch (2.81) zu berücksichtigen. Beispiele, die mit der Simulationssoftware berechnet wurden, sind in den Abbildungen 2.14 und 2.15 zu sehen.

2.5 Jenseits der Orthodoxen Theorie

So erfolgreich die Orthodoxe Theorie auch zur Vorhersage von Einzelladungseffekten und zu ihrer quantitativen Beschreibung im Falle von einzelnen Tunnelkontakten, SET und anderen komplexeren Einzelladungs-Bauelementen in beliebigen Umgebungsimpedanzen eingesetzt werden kann, basiert sie jedoch auf zwei Voraussetzungen, die die Genauigkeit ihrer Vorhersagen zum Teil deutlich einschränken können. Zum einen stellt sie nur eine störungstheoretische Behandlung der Einzelladungseffekte in der untersten, nicht verschwindenden Ordnung mit Hilfe Fermis Goldener Regel dar, und lässt so Prozesse höherer Ordnungen unberücksichtigt, die unter bestimmten Voraussetzungen das Verhalten der Bauelemente entscheidend beeinflussen können. Zum anderen basiert sie darauf, dass die Systeme durch ihre Ladungszustände quantenmechanisch gut beschrieben werden können, dass also im Falle eines SET beispielsweise der Ladungszustand n der Insel eine gute Quantenzahl darstellt, was zu einer Begrenzung der möglichen Tunnelwiderstände führt.

Neben diesen *quantenphysikalischen Effekten* beeinflussen aber auch *experimentelle Einflüsse* die Messungen an Einzelladungs-Bauelementen, die in Abschnitt 2.6 näher betrachtet werden. Neben thermischen Anregungen, deren wesentlicher Einfluss bereits in der Orthodoxen Theorie enthalten ist, treten hier besonders Hochfrequenz-Einstrahlungen und niederfrequente Spannungsfluktuationen als messtechnische Probleme auf, die in den Abschnitten 2.6.1 und 2.6.2 im Rahmen mehrerer Modelle diskutiert und deren Implementierung in den oben beschriebenen Algorithmus erläutert werden.

2.5.1 Quantenphysikalische Effekte

Die Orthodoxe Theorie baut zentral auf der Annahme auf, dass die Ladung auf den Tunnelkontakten bzw. auf den Inseln der Bauelemente eine gute Quantenzahl darstellt und somit keinen bzw. nur sehr kleinen Quantenfluktuationen unterworfen ist. Hierdurch ist es beispielsweise erst möglich, wie im Fall des Doppeltunnelkontaktes bzw. des SET Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n einzuführen und mittels einer Ratengleichung wie (2.126) sinnvoll zu verknüpfen. Dies schränkt gerade den Bereich der Tunnelwiderstände deutlich ein, der durch die Orthodoxe Theorie abgedeckt werden kann, wie die folgende einfache Abschätzung für einen SET zeigt.

Durch den Tunnelwiderstand R_T und die Kapazität C_J eines Tunnelkontaktes ergibt sich die Zeitskala $\tau_{RC} = R_T C_J$, auf der Umladungsprozesse am Tunnelkontakt stattfinden. Mit dieser charakteristischen Zeit ist aufgrund von Quantenfluktuationen eine Energieunschärfe und damit eine Verschmierung der Transportkanäle durch den SET hindurch verbunden, die sich aus Heisenbergs Unschärferelation

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar \quad (2.131)$$

mit $\Delta t = \tau_{RC}$ ergibt. Damit beispielsweise im Falle eines SET der Ladungszustand der Insel n das System überhaupt beschreiben kann, muss diese Energieverschmierung deutlich kleiner

als der Abstand der Leitungskanäle untereinander sein, der nach (2.33) e^2/C_Σ beträgt. Für einen symmetrischen SET mit verschwindender Gate-Kapazität ($C_G \ll C_\Sigma$) ergibt sich so mit $C_\Sigma \approx 2 \cdot C_J$

$$\frac{\hbar}{R_T C_J} = \frac{\hbar}{\Delta t} \sim \Delta E \ll \frac{e^2}{C_\Sigma} = \frac{e^2}{2C_J} \quad . \quad (2.132)$$

Man erhält so mit Hilfe des Quantenwiderstands $R_K = h/e^2$ als grobe Abschätzung für die Bedingung an den Tunnelwiderstand eines Tunnelkontaktes

$$R_T \gg \frac{R_K}{\pi} \quad , \quad (2.133)$$

um die Orthodoxe Theorie anwenden zu können. Die Existenz einer solchen unteren Schranke für den Tunnelwiderstand erklärt sich auch dadurch, dass aufgrund der Forderung nach klar definierten Ladungszuständen die Tunnelkontakte nicht zu schnellen Ladungsfluktuationen neigen dürfen. Dies bedeutet, dass der Überlapp der Zustände auf beiden Seiten des Tunnelkontaktes, und damit die Tunnelmatrixelemente T_{kq} ebenfalls betragsmäßig nicht zu groß werden dürfen. Da, wie (2.12) zeigt, der Tunnelwiderstand $R_T \propto |T_{kq}|^{-2}$ ist, darf dieser folglich eine untere Schranke nicht unterschreiten, ohne die Voraussetzungen der Orthodoxen Theorie zu gefährden.

Liegen die Tunnelwiderstände in der Größenordnung des Quantenwiderstands R_K oder darunter, gilt also für die Leitwerte der Tunnelkontakte

$$G_T = \frac{1}{R_T} \quad (2.134)$$

die Bedingung

$$G_T \gtrsim G_K \quad , \quad (2.135)$$

wobei $G_K = 1/R_K = e^2/h$ ist, kann es aufgrund von Quantenfluktuationen zu deutlichen Abweichungen von den Vorhersagen der Orthodoxen Theorie kommen, bis schließlich im Grenzfall $G_T \gg G_K$ Einzelladungseffekte exponentiell unterdrückt werden.

Aber auch im Fall $R_T \gg R_K$ kann es zu Abweichungen von der Orthodoxen Theorie kommen, wenn beispielsweise der Stromtransport aufgrund der Coulomb-Blockade verboten ist. In diesem Fall können Prozesse höherer Ordnung, die nicht in der Orthodoxen Theorie berücksichtigt werden, auch bei verschwindender Temperatur $T = 0$, also ohne thermische Anregungen, zu einem Stromfluss durch das Bauelement hindurch führen. Dieser Prozess wird als *Cotunneln* bezeichnet.

2.5.2 inelastisches Cotunneln

Liegt beispielsweise ein SET bei einer Temperatur $T \ll T_C$ mit einer endlichen, aber dennoch gegenüber der Schwellenspannung e/C_Σ kleinen Transportspannung im Bereich der Coulomb-Blockade vor, gilt also $0 < V_{SD} < e/C_\Sigma$, so sind die sequentiellen Tunnelprozesse unterdrückt. Trotzdem werden Elektronen den SET passieren, da sie hierbei die Energie eV_{SD} gewinnen können, wie dies Abbildung 2.24 schematisch zeigt.

Dieser Stromtransport findet über virtuelle Zwischenzustände statt, deren Besetzung im Rahmen des sequentiellen Tunnelns und damit im Rahmen der Orthodoxen Theorie verboten ist. Diese virtuellen Zwischenzustände sind solche, bei denen ein zusätzliches Elektron auf die Insel tunnelt, bzw. ein Elektron die Insel verlässt, so dass die Energie dieses Zustands aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung etwa um E_C gegenüber dem Ausgangszustand angehoben ist. Die Lebensdauer dieser virtuellen Zustände ergibt sich aus der Unschärferelation $\Delta t \sim \hbar/\Delta E = \hbar/E_C$. Kann

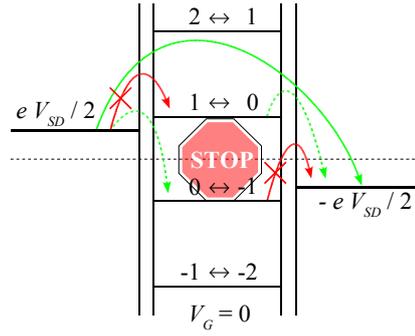


Abbildung 2.24: Schematische Darstellung des Cotunnels. Der Weg über das sequentielle Tunneln ist, wie schon in Abbildung 2.13(a) dargestellt, bei hinreichend tiefen Temperaturen aufgrund der Coulomb-Blockade unterbunden. Trotzdem können Elektronen das Bauelement durch Besetzung virtueller Zwischenzustände als Ganzes überwinden.

nun während der Lebensdauer des virtuellen Zwischenzustands ein weiteres Elektron durch den anderen Kontakt die Insel verlassen, bzw. auf diese tunneln, liegt also die Insel anschließend wieder in dem durch die Orthodoxe Theorie vorgegebenen Ladungszustand vor, ist so ein Elektron durch den SET hindurch transportiert worden. Da dieser Prozess zwei Tunnelereignisse umfasst, wird er häufig als Prozess 2. Ordnung bezeichnet¹⁷. Die beiden Tunnelereignisse können allerdings nicht getrennt werden, da der Zwischenzustand nur virtuell vom System angenommen wird und damit nicht separat nachgewiesen werden kann.

Eine grobe Abschätzung für die Rate $\Gamma^{(2)}$ des Cotunnel-Prozesses ergibt sich aus der Überlegung, dass im ersten Teilschritt ein Elektron durch einen der beiden Tunnelkontakte auf bzw. von der Insel herunter tunneln. Die Rate hierfür liegt in der Größenordnung der Rate des sequentiellen Tunnelns $\Gamma^{(1)}$. Im zweiten Teilschritt muss die vom Anfangszustand der Insel abweichende Ladung innerhalb der Lebensdauer des virtuellen Zustands $\Delta t \sim \hbar/E_C$ durch Tunneln eines Elektrons von der oder auf die Insel ausgeglichen werden. Die Rate hierfür ergibt sich ebenfalls aus der Tunnelrate für das sequentielle Tunneln und kann so zu $\Gamma^{(1)} \sim E_C/e^2 R_T$ abgeschätzt werden, so dass sich schließlich die Rate des Cotunnel-Prozesses

$$\Gamma^{(2)} = \Gamma^{(1)} \cdot \frac{\hbar}{E_C} \cdot \frac{E_C}{e^2 R_T} \sim \Gamma^{(1)} \cdot \frac{R_K}{R_T} \quad (2.136)$$

ergibt.

Zur Bestimmung des Stromes reicht diese Abschätzung allerdings nicht aus. Ähnlich zum Vorgehen beim sequentiellen Tunneln wird auch hier die Tunnelrate störungstheoretisch gewonnen, wobei hier allerdings auf die Störungstheorie 2. Ordnung zurückgegriffen werden muss. Für die Tunnelrate von $|i\rangle$ nach $|f\rangle$ gilt [Ave92, Wal02a, Sch98a]

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{|v\rangle} \left| \frac{\langle i|H_T|v\rangle \langle v|H_T|f\rangle}{\varepsilon_v - \varepsilon_i} \right|^2 \cdot \delta(\varepsilon_i - \varepsilon_f) \quad , \quad (2.137)$$

wobei H_T den entsprechenden Tunnel-Hamilton-Operator und $|v\rangle$ einen virtuellen Zustand bezeichnet. Hierbei ist zu beachten, dass die Tunnelrate (2.137) logarithmisch divergiert, wenn sich die Transportspannung V_{SD} der Schwellenspannung nähert, da in diesem Fall die Energien der virtuellen Zwischenzustände ε_v mit denen des Anfangs- bzw. Endzustandes, also mit ε_i bzw. ε_f , übereinstimmen. Diese Divergenz ist eine Folge der störungstheoretischen Behandlung und tritt im Experiment nicht auf. Sie wird schon durch Berücksichtigung der endlichen Lebenszeitverbreiterung aufgehoben, die im weiteren Verlauf des Abschnitts beschrieben wird.

¹⁷Je nach Zählweise werden diese Prozesse auch als Prozesse 4. Ordnung bezeichnet [Sch98a].

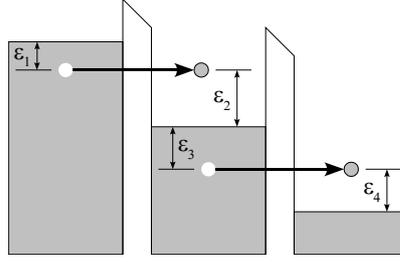


Abbildung 2.25: Schematische Darstellung der Energieniveaus beim inelastischen Cotunneln durch einen Doppeltunnelkontakt bzw. einen SET, wobei der Einfluss der endlichen Ladungsenergie auf die Energieniveaus der Insel nicht dargestellt ist. Die Energien $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_4$ werden jeweils von der Fermi-Energie aus gemessen (obere Kante der grauen Bereiche), so dass die Energien ε_1 und ε_3 negativ, die Energien ε_2 und ε_4 positiv zu zählen sind.

Bei der Bestimmung der Matrixelemente ist noch zu beachten, dass im Falle metallischer Kontakte die Zahl der beteiligten Elektronen sehr groß ist. Folglich ist auch die Wahrscheinlichkeit, dass an beiden Teilschritten der gleiche virtuelle Zwischenzustand beteiligt ist sehr gering. Hieraus ergibt sich, dass die Energie ε_2 des leeren Zustands auf der Insel, in den das Elektron hinein tunnelt, im allgemeinen nicht mit der Energie ε_3 des Zustands übereinstimmt, aus dem das Elektron stammt, das die Insel wieder verlässt. Zusammen mit den Anfangs- und Endenergien der beteiligten Zustände ε_1 und ε_4 ergibt sich somit das in Abbildung 2.25 dargestellte Bild. Da sich im Allgemeinen ε_2 von ε_3 unterscheidet, bleibt nach dem Cotunnel-Prozess eine Elektron-Loch-Anregung auf der Insel zurück, deren Energie dem „getunnelten Elektron“ fehlt. Aus diesem Grund wird dieser Prozess auch inelastisches Cotunneln genannt, obwohl die beiden Tunnelprozessschritte selbst elastisch sind.

Bei der Bestimmung der Tunnelraten muss außerdem noch berücksichtigt werden, dass der Cotunnel-Prozess auf zwei unterschiedliche Weisen geschehen kann. Zum einen kann ein Elektron auf die Insel tunneln, bevor ein zweites diese wieder verlässt. Zum anderen kann aber auch zuerst ein Elektron die Insel verlassen, bevor ein zweites auf diese wieder tunnelt. Beide Reihenfolgen der einzelnen Prozessschritte müssen hierbei getrennt berücksichtigt werden, da die mit ihnen verbundenen Energien im Allgemeinen unterschiedlich sind. Andererseits unterscheiden sich die beiden Prozessverläufe im Ausgang nicht, so dass sie ununterscheidbar sind, und ihre Amplituden daher kohärent aufsummiert werden müssen. Es folgt somit für die Tunnelrate

$$\gamma = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle i|M|f\rangle|^2 \cdot \delta(\varepsilon_i - \varepsilon_f) \quad (2.138)$$

mit

$$\langle i|M|f\rangle = T_{kq}^{(1)} T_{qm}^{(2)} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + E_1} + \frac{1}{\varepsilon_4 - \varepsilon_3 + E_2} \right) , \quad (2.139)$$

wobei $T_{kq}^{(1)}$ und $T_{qm}^{(2)}$ die Tunnelmatrixelemente für die beiden Tunnelkontakte, sowie E_1 und E_2 die analog zu (2.91) definierten Änderungen der Ladungsenergie beim Tunneln eines Teilchens durch Tunnelkontakt 1 und 2 sind. Die Gesamthintunnelrate ergibt sich dann aus der Summation der einzelnen Tunnelraten.

$$\begin{aligned} \vec{\gamma} = & \frac{\hbar}{2\pi e^4 R_1 R_2} \cdot \int d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 d\varepsilon_3 d\varepsilon_4 f(\varepsilon_1)(1-f(\varepsilon_2))f(\varepsilon_3)(1-f(\varepsilon_4)) \cdot \\ & \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + E_1} + \frac{1}{\varepsilon_4 - \varepsilon_3 + E_2} \right)^2 \cdot \delta(eV + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) , \end{aligned} \quad (2.140)$$

wobei analog zu (2.12) die Tunnelwiderstände durch

$$R_i = \frac{\hbar}{4\pi e^2 |T_i|^2 N_i N_0} \quad (2.141)$$

definiert sind. Da durch einen Cotunnel-Prozess der SET von einem Elektron vollständig überwunden wird, trägt jedes Tunnelereignis zum Tunnelstrom bei, und es gilt analog zum einzelnen Tunnelkontakt

$$I = e \cdot (\vec{\gamma}(V_{SD}) - \vec{\gamma}(-V_{SD})) \quad , \quad (2.142)$$

wobei analog zu (2.10) aus Abschnitt 2.2.1 ausgenutzt wurde, dass die Hintunnelrate bei der Transportspannung V_{SD} der Rücktunnelrate bei der Transportspannung $(-V_{SD})$ entspricht.

Für $eV_{SD} \ll E_1, E_2$ gilt außerdem

$$\gamma(-V_{SD}) = e^{-\frac{eV_{SD}}{k_B T}} \gamma(V_{SD}) \quad , \quad (2.143)$$

so dass man schließlich für den inelastischen Cotunnelstrom

$$I(V_{SD}) = \frac{\hbar}{12\pi e^2 R_1 R_2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)^2 \cdot ((eV_{SD})^2 + (2\pi k_B T)^2) \cdot V_{SD} \quad (2.144)$$

erhält. Hieraus ergibt sich weiter der Leitwert des inelastischen Cotunnelstroms

$$G_{ic} = \frac{\partial I}{\partial V_{SD}} = \frac{\hbar}{12\pi e^2 R_1 R_2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)^2 \cdot (3e^2 V_{SD}^2 + (2\pi k_B T)^2) \quad , \quad (2.145)$$

der für verschwindende Temperaturen $T = 0$ und verschwindende Transportspannungen $V_{SD} = 0$ ebenfalls verschwindet. Dies liegt daran, dass in diesem Fall keine Energie mehr für die Erzeugung der Elektron-Loch-Anregung auf der Insel zur Verfügung steht. L. J. Geerligs et al. konnten 1990 [Gee90c] an einem Doppeltunnelkontakt bzw. einem SET einen entsprechenden Strom $I \propto V_{SD}^3$ im Bereich der Coulomb-Blockade nachweisen.

Im Fall einer Serienschaltung von N mesoskopischen Tunnelkontakten kann ebenfalls inelastisches Cotunneln auftreten. Ein vergleichbares Vorgehen zu dem bei Doppeltunnelkontakten bzw. SET zeigt, dass jeder virtuelle Zwischenzustand, und damit jeder weitere Tunnelkontakt einen zusätzlichen Faktor $(R_K/4\pi^2 R_i^{(i)})$ zur Tunnelrate, und damit zum fließenden Strom I beiträgt, wobei R_i der Tunnelwiderstand des entsprechenden Tunnelkontaktes i ist [Est92, Ave92]. Bei verschwindender Temperatur T und im Fall sehr kleiner Transportspannungen $V_{SD} \ll E_i$ tritt ferner für jeden zusätzlichen Tunnelkontakt ein Faktor $(eV_{SD}/E_C)^2$ zur Tunnelrate und zum Strom hinzu. Dieser Faktor trägt dem mit steigender Transportspannung wachsenden Phasenraum Rechnung, der den tunnelnden Elektronen aufgrund der notwendigen Energie zur Erzeugung der Elektron-Loch-Anregungen auf den Inseln des Bauelements zur Verfügung steht. Für die Tunnelrate γ_N ergibt sich so im Fall N identischer Tunnelkontakte mit den Tunnelwiderständen R_T und den Tunnelkapazitäten C_J [Est92]

$$\gamma_N = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{e^2}{2C} \cdot \frac{N^{2N}}{(2N-1)!(N-1)!^2} \left(\frac{R_K}{4\pi^2 R_T} \right)^N \cdot \left(\frac{eV_{SD}}{e^2/2C_J} \right)^{2N-1} \quad . \quad (2.146)$$

Im Fall endlicher Temperaturen T kann der Ausdruck in (2.146) durch Austausch des den Ausdruck abschließenden Faktors $(eV_{SD}/(e^2/2C_J))^{2N-1}$ durch ein Polynom $P(eV_{SD}, k_B T)$ vom Grad $(2N-1)$ verallgemeinert werden. Auch hier stehen im Fall endlicher Temperaturen so zwei Quellen zu Verfügung, aus denen die Energie für die Bildung der Elektron-Loch-Paare entnommen werden kann, nämlich der aus der Transportspannung V_{SD} stammenden potenziellen Energie und der thermischen Energie. Im Fall sehr kleiner Temperaturen ergibt sich jedoch ein Strom I , der im Wesentlichen proportional zu $V_{SD}^{(2N-1)}$ ist. L. J. Geerligs et al. konnten ebenfalls 1990 an einem Bauelement mit 3 Tunnelkontakten einen entsprechenden inelastischen Cotunnelstrom $I \propto V_{SD}^5$ nachweisen, wobei die Autoren die Temperatur mit unter 20 mK angeben [Gee90c].

Bei komplexeren Schaltungen als einer einfachen Serienschaltung von N Tunnelkontakten ist die Situation im Allgemeinen schwieriger zu beschreiben, da häufig nur Teile der Schaltung im Bereich der Coulomb-Blockade vorliegen, in dem Cotunnel-Prozesse als dominierender Transportmechanismus wichtig werden [Est92, Ave92, Gee90a]. Technisch bedeutsam sind Cotunnel-Prozesse in komplexeren Bauelementen, wie der Einzel-Elektronen-Pumpe, die als Strom-Standard oder im Rahmen eines Kapazitäts-Standards eingesetzt werden kann [Kel96, Kel97, Mar94, Kel98, Kel99, Cov00, Jen92].

2.5.3 elastisches Cotunneln

Neben inelastischen Cotunnel-Prozessen, bei denen Elektron-Loch Anregungen auf der Insel zurückbleiben, gibt es auch solche, bei denen keine solche Anregungen gebildet werden. Sie werden entsprechend elastisches Cotunneln genannt.

Eine vollständigere störungstheoretische Behandlung als im Rahmen der oben dargestellten Herleitung des inelastischen Cotunnelns liefert neben Beiträgen, bei denen nur das Betragsquadrat des Tunnelmatrixelements in die Rate eingeht, auch solche, bei denen die relativen Phasenfaktoren zwischen den Tunnelmatrixelementen wichtig sind. Während es sich bei ersteren um die inelastischen Cotunnel-Beiträge handelt, zeigen die letzteren Beträge deutlich andere Eigenschaften. Sie führen auf eine Rate

$$\begin{aligned} \vec{\gamma}_{el} = & \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{m,nk,l} T_{km}^{(1)} T_{lm}^{(1)*} T_{nk}^{(2)*} T_{nl}^{(2)} \cdot f(\varepsilon_m)(1 - f(\varepsilon_n)) \cdot \\ & \cdot F(\varepsilon_l, \varepsilon_m, \varepsilon_n) \cdot F(\varepsilon_k, \varepsilon_m, \varepsilon_n) \cdot \delta(\varepsilon_m - \varepsilon_n + eV_{SD}) \end{aligned} \quad (2.147)$$

mit

$$F(\varepsilon, \varepsilon_m, \varepsilon_n) = \frac{1 - f(\varepsilon)}{E_1 + \varepsilon - \varepsilon_m} - \frac{f(\varepsilon)}{E_2 - \varepsilon + \varepsilon_n} \quad , \quad (2.148)$$

wobei $T_{km}^{(i)}$ die Tunnelmatrixelemente für den Transport eines Quasiteilchens durch Tunnelkontakt i sind. Die Rücktunnelrate $\overleftarrow{\gamma}_{el}$ geht aus $\vec{\gamma}_{el}$ durch Anwendung der Transformationen

$$V_{SD} \rightarrow -V_{SD}, E_i \rightarrow E_i + eV_{SD}, \varepsilon_m \leftrightarrow \varepsilon_n \quad (2.149)$$

hervor. Ein Vergleich der die Energieerhaltung beschreibenden δ -Funktionen in (2.147) und (2.140) zeigt, dass hier keine Energie in Elektron-Loch Anregungen auf der Insel abgeführt werden kann, so dass es sich tatsächlich um elastische Cotunnel-Prozesse handelt. Da weiterhin die Phasenlage der Tunnelmatrixelemente zueinander relevant ist, handelt es sich um einen Tunnelprozess, bei dem die Kohärenz der Wellenfunktionen wichtig ist. Dies bedeutet, dass neben den Eigenschaften der Barrieren auch die Transporteigenschaften und die Geometrie der Insel entscheidend sind und einen wichtigen Einfluss auf den elastischen Cotunnelstrom nehmen. Aufgrund dieser Eigenschaften und der Energieerhaltung beim Cotunneln scheint es angebracht zu sein, von *einem* Elektron zu sprechen, das beide Tunnelkontakte durchtunnelt.

Die Bedeutung des elastischen Cotunnelns ist jedoch außer bei sehr tiefen Temperaturen und sehr kleinen anliegenden Transportspannungen gering. Dies liegt zum einen daran, dass seine Rate um mindestens einen Faktor $\Delta E_{\text{Level}}/E_C$ kleiner als die des inelastischen Cotunnelns ist, wobei ΔE_{Level} der Energieabstand der Elektronen-Niveaus in der Insel ist. Zum anderen liegt es daran, dass der elastische Cotunnelstrom linear mit der Transportspannung wächst, während der inelastische Cotunnelstrom am SET im Fall sehr kleiner Temperaturen T in der dritten Potenz mit der Transportspannung steigt, wie auch (2.144) zeigt. Einzig im Fall der Coulomb-Blockade und eines

gleichzeitigen Aufeinandertreffens sehr kleiner Temperaturen und sehr kleiner Transportspannungen, wenn also das sequentielle Tunneln verboten und das inelastische Cotunneln mangels Energie praktisch zum Erliegen kommt, leistet das elastische Cotunneln einen nicht-vernachlässigbaren Beitrag, da hier keine Energie zur Bildung von Elektron-Loch-Paaren zur Verfügung gestellt werden muss. Experimentell konnte elastisches Cotunneln 1992 von A. E. Hanna et al. [Han92] erstmals nachgewiesen werden. Im Rahmen dieser Experimente wurde ein Doppeltunnelkontakt mit Hilfe einer STM-Spitze gebildet, aus der Elektronen in ein isoliertes, kleines Gold-Korn tunnelten, das durch eine isolierende Oxidschicht von einem darunter liegenden Niob-Film elektrische isoliert war. Die Durchmesser der untersuchten Gold-Körner liegen zwischen etwa 0.8 nm und 3 nm, was einen wichtigen Punkt, der zum Gelingen der Experimente beigetragen hat, darstellt, da der energetische Abstand zweier Niveaus ΔE_{Level} invers proportional zum Volumen des Korns ist, das hier die Insel des Doppeltunnelkontaktes darstellt. Die aus dem Fit der Messdaten erhaltenen Abstände der Energieniveaus ΔE_{Level} liegen so zwischen 40 meV und 2 eV, wobei die Coulomb-Energie E_C der beiden untersuchten Proben bei 10 meV und 0.2 meV liegt¹⁸ [Han92].

2.5.4 Weitere Prozesse höherer Ordnung

Neben den Cotunnel-Prozessen existieren weitere Prozesse höherer Ordnung, die das Verhalten der Einzelladungseffekt-Bauelemente signifikant beeinflussen können. Im Gegensatz zu den Cotunnel-Prozessen, die den Stromtransport durch einen SET gerade im Bereich der Coulomb Blockade dominieren können, sind viele weitere Prozesse höherer Ordnung nicht auf den Coulomb-Blockade Bereich beschränkt, sondern treten durchaus im Bereich des sequentiellen Tunnelns in Erscheinung, wie er von der Orthodoxen Theorie beschrieben wird.

Der zentrale Parameter ist hier die Tunnelleitfähigkeit $G_T = 1/R_T$, da sie, wie bereits erwähnt, ein Maß für den Überlapp der Wellenfunktionen auf beiden Seiten des Tunnelkontaktes darstellt. Die Tunnelleitfähigkeit eines einzelnen Tunnelkontaktes, des Tunnelkontaktes einer Single-Electron-Box oder auch der einzelne Tunnelkontakt eines SET wird hierbei im Allgemeinen durch die dimensionslose Leitfähigkeit

$$g_T = \frac{R_K}{R_T} \quad (2.150)$$

[Göp98a, Kön98b, Göp00a, Göp98b] bzw.

$$\alpha_T = \frac{1}{4\pi^2} \cdot g_T = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{R_K}{R_T} \quad (2.151)$$

[Sch94b, Sch98a, Kön95, Gra94, Kön97, Kön98c, Fal95, Göp98b] charakterisiert. Der in der Definition (2.151) von α_T zusätzlich auftretende Faktor $(1/4\pi^2)$ ermöglicht es mit Hilfe des Tunnelwiderstands (2.12), die dimensionslose Leitfähigkeit vereinfacht als

$$\alpha_T = 2 \cdot n_1^0 n_2^0 \cdot |T_{kq}|^2 \quad (2.152)$$

auszudrücken [Poh99, Gra94], wobei der Faktor 2 in (2.152) vom Spin des Elektrons herrührt. Eher seltener wird auch im Zusammenhang mit normalleitenden Bauelementen und Tunnelkontakten die dimensionslose Leitfähigkeit

$$\tilde{g}_T = \frac{R_K}{4R_T} \quad (2.153)$$

¹⁸Die Coulomb-Energie von SET, die mittels Schattenbedampfung hergestellt werden, liegen typischerweise in der Größenordnung von etwa 100 μeV . Das Volumen der Inseln dieser Bauelemente ist üblicherweise so groß, dass eine quasi-kontinuierliche Zustandsdichte in sehr guter Näherung angenommen werden kann.

verwendet [Gol94].

Im Fall des SET dient häufig die dimensionslose Paralleleitfähigkeit

$$g = g_1 + g_2 \quad (2.154)$$

bzw.

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (2.155)$$

als charakteristische Größe bzw. als Entwicklungsparameter, wobei g_1 und g_2 bzw. α_1 und α_2 die dimensionslosen Tunnelleitfähigkeiten der beiden Tunnelkontakte darstellen.

Damit Effekte, die auf Quantenfluktuationen beruhen, überhaupt beobachtbar sind, muss die Tunnelleitfähigkeit mindestens in der Größenordnung des Quantenwiderstands, also mindestens in der Größenordnung von $1/R_K$ liegen¹⁹. Darüberhinaus sagen J. König et al. [Kön97, Kön98c], sowie H. Schöller und G. Schön [Sch94b, Sch98a] auch im Fall sehr niedriger Temperaturen T voraus, dass auf Quantenfluktuationen beruhende Effekte zu beobachten sind, wobei hier $\alpha_0 \ln(T_C/T) \sim 1$ gelten muss²⁰.

Wie bereits oben erwähnt, treten viele auf Quantenfluktuationen basierende Effekte nicht nur im Coulomb-Blockade Bereich auf, sondern sind auch im Bereich des sequentiellen Tunnelns beobachtbar, so beispielsweise im Fall des resonanten Tunnelns. Resonante Tunnelprozesse treten in der Nähe von Entartungspunkten verschiedener Ladungszustände auf, also beispielsweise im Fall der Single-Electron-Box bei einer Gatespannung $V_G \approx e/2C_G$. In diesem Fall können bei hinreichend großen Tunnelleitwerten G_T Elektronen zwischen Insel und Zuleitung beliebig häufig hin- und hertunneln. Da im Falle metallischer Tunnelkontakte die Zahl der am Transport beteiligten möglichen Zustände sehr groß ist, ist ähnlich zu inelastischen Cotunnel-Prozessen die Wahrscheinlichkeit sehr groß, dass bei jedem Teilschritt des Hin- und Hertunnelns verschiedene Zustände beteiligt sind. Dies unterscheidet das resonante Tunneln in diesem Fall signifikant vom gewöhnlichen resonanten Tunneln durch einzelne Tunnelkontakte, bei denen nur ein Zustand der Insel beteiligt ist [Sch94b, Sch98a].

Diese Fluktuationen einzelner Elektronen über den Tunnelkontakt hinweg führen zu Abweichungen der Besetzungszahlen der Inseln von den Vorhersagen der Orthodoxen Theorie [Gol94]. Eine andere Sprechweise hierfür ist, dass die Zustände der Insel und der Zuleitungen aufgrund des höheren Überlapps der Wellenfunktionen hybridisieren [Gra94]. Es kommt so zu einer Verschmierung der mittleren Ladungszahl $\langle n \rangle$ als Funktion der Gatespannung V_G , wie sie in Abbildung 2.26 beispielhaft für zwei Temperaturen $T/T_C = 0.01$ und $T/T_C = 0.1$ ohne Quantenfluktuationen, also im Grenzfall $g_T = R_K/R_T = 0$ und für einen Tunnelwiderstand $R_T = 2R_K$ dargestellt sind. Die Kurven zeigen den Verlauf der ersten nicht verschwindenden Ordnung der Quantenfluktuationen nach [Gra94]. Im Rahmen dieser Theorie gilt für die mittlere Überschussladungsträgerzahl der Insel

$$\langle n \rangle = n_{ex} + \frac{1}{2} \frac{T}{T_C} \cdot \frac{1}{Z} \cdot \frac{\partial Z}{\partial n_{ex}} \quad , \quad (2.156)$$

wobei

$$n_{ex} = C_g V_g / e \quad (2.157)$$

¹⁹In einigen Veröffentlichungen geben J. König et al. [Kön98c, Kön97] als grobe Abschätzung $\alpha_T \sim 1$ und H. Schoeller und G. Schön [Sch94b] $\pi\alpha_T \sim 1$ an. Der gegenüber 1 sehr kleine Vorfaktor $1/4\pi^2$ verfälscht das Bild jedoch massiv. So entspricht der Fall $R_T = R_K$ bereits einem Wert von $\alpha_T = 1/4\pi^2 \approx 0.025$. Andererseits haben J. König et al. gezeigt, dass schon für einen symmetrischen SET mit $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 0.02$ deutliche, auf Quantenfluktuationen beruhende Effekte zu beobachten sind [Kön97, Kön98c, Kön98a].

²⁰Im Verlauf ihrer Veröffentlichung [Sch94b] geben H. Schoeller und G. Schön als Beispiel für die Abschätzung $\alpha_0 \ln(T_C/T) \sim 1$ den Wert 0.1 an.

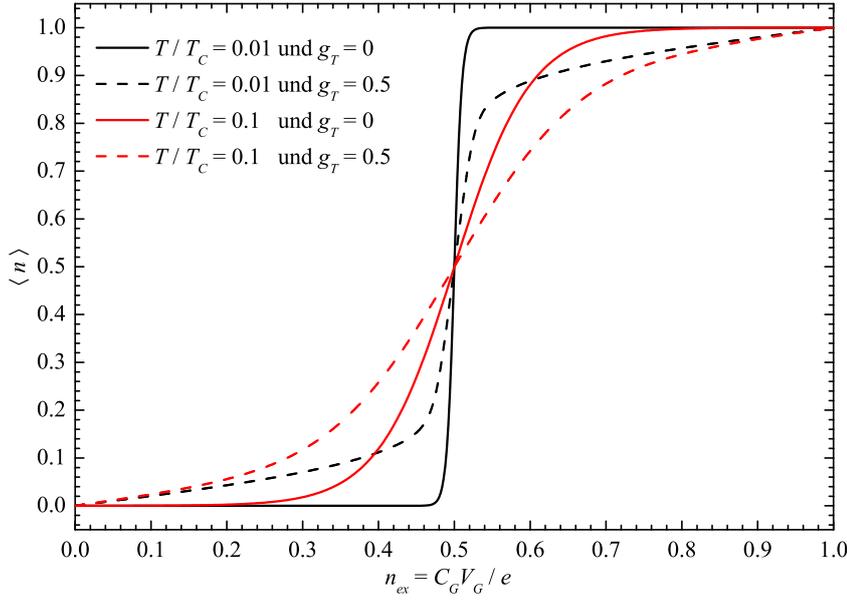


Abbildung 2.26: Darstellung einer Ladungsstufe einer Single Electron Box im Bereich $0 \leq n_{ex} \leq 1$ für Temperaturen $T/T_C = 0.01$ (schwarze Kurven) und $T/T_C = 0.1$ (rote Kurven) und dimensionslose Tunnelleitfähigkeiten $g_T = 0$ (durchgezogene Linien) und $g_T = 0.5$ (gestrichelte Linien) in erster Ordnung Störungstheorie nach (2.156) bis (2.160).

die Zahl der durch die Gate-Spannung aufgebracht, externen Ladungsträgern entspricht. Die Zustandssumme Z ist hierbei durch

$$Z = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{-\beta(E_n + E_{QF})} \quad (2.158)$$

gegeben, wobei E_n die Ladungsenergie der Single Electron Box nach (2.23) und E_{QF} die aufgrund der Quantenfluktuationen entstehende Korrektur zur Ladungsenergie darstellen.

Eine Entwicklung der Korrekturen der Ladungsenergie in α_T ergibt

$$E_{QF} = \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_T)^k \cdot E_C \cdot f_k(n - n_{ex}) \quad , \quad (2.159)$$

wobei E_C die Coulomb-Energie der Single-Electron-Box und $f_k(z)$ eine dimensionslose Funktion der Variable z sind. Der Index k bezeichnet hierbei die Ordnung der Korrektur. Die Korrektur 0. Ordnung verschwindet selbstverständlich. Für die Korrektur 1. Ordnung erhält man

$$f_1(x) = (1 + 2x) \operatorname{Re} \Psi \left(1 + i \frac{T_C}{T 2\pi} \right) - \operatorname{Re} \Psi \left(1 + i \frac{T_C}{T 2\pi} (1 + 2x) \right) + \\ + (1 - 2x) \operatorname{Re} \Psi \left(1 + i \frac{T_C}{T 2\pi} \right) - \operatorname{Re} \Psi \left(1 + i \frac{T_C}{T 2\pi} (1 - 2x) \right) \quad , \quad (2.160)$$

wobei $\Psi(z)$ die komplexe Digamma-Funktion²¹ ist.

Im Grenzfall $T \rightarrow 0$ ergibt sich für $-1/2 \leq n_{ex} < 1/2$ in erster Ordnung [Gra94, Kön95, Gol94, Goe99, Göp98b]

$$\langle n \rangle = \alpha_T \cdot \ln \left(\frac{1 + 2n_{ex}}{1 - 2n_{ex}} \right) \quad . \quad (2.161)$$

²¹Die Berechnungen sind mit Hilfe der GNU Scientific Library durchgeführt worden [GSL].

Hierbei ist zu beachten, dass (2.161) für $n_{ex} \rightarrow 1/2$ logarithmisch divergiert, worin sich das Zusammenbrechen der störungstheoretischen Behandlung für verschwindende Temperaturen ($T \rightarrow 0$) widerspiegelt.

Für die den Daten in Abbildung 2.26 zu Grunde liegenden Parameter ändern die Beiträge zweiter Ordnung das Bild nicht wesentlich [Gra94]. Der Einfluss der Quantenfluktuationen auf die mittlere Ladungsträgerzahl $\langle n \rangle$ ist selbst für Tunnelwiderstände $R_T \gtrsim R_K$ nicht zu vernachlässigen. Ein weiterer wesentlicher Unterschied zwischen auf Quantenfluktuationen basierenden Effekten und thermischen Verrundungen zeigt sich in der Mitte der Ladungsplateaus bei $C_g V_g / e = n_{ex} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Hier weisen unter Berücksichtigung von Quantenfluktuationen berechneten Daten im Vergleich zu den „klassischen“ Daten ohne Quantenfluktuationen eine signifikant größere Steigung auf. Ein Vergleich der Steigungen bei $n_{ex} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ und bei $(n_{ex} - 1/2) = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ der Kurve für $R_T/R_K = 2$ mit den entsprechenden „klassischen“ Kurven für $g_T = 0$ jeweils bei $T/T_C = 0.1$ zeigt darüberhinaus, dass der Einfluss der Quantenfluktuationen häufig nicht durch Einführung einer effektiven Temperatur beschrieben werden können.

Neben der durch Quantenfluktuationen bedingten Änderung der Besetzungszahlen, die auch im Fall eines SET auftreten und die auch im Fall sehr tiefer Temperaturen zu einer Besetzung von Ladungszuständen führen kann, die im Rahmen der Orthodoxen Theorie exponentiell, aufgrund der Korrekturen durch Quantenfluktuationen jedoch nur noch algebraisch unterdrückt sind [Gol97, Kön98c, Gol94, Kön97], führen Prozesse höherer Ordnung zu einer Vielzahl weiterer, eng miteinander verknüpfter Effekte. So kommt es beispielsweise aufgrund von Quantenfluktuationen zu einer Reduzierung der Lebenszeiten der Ladungszustände [Kön95, Sch94b, Sch98a], die wiederum zu ihren Verbreiterungen führen. Weiterhin kommt es aufgrund von Abschirmeffekten [Joy98] durch fluktuierende Ladungen zu einer Renormalisierung der Leitfähigkeit der Tunnelkontakte [Kön98c, Gol94, Kön95, Sch94b, Sch98a, Pan91, Kön97] und zu einer Renormalisierung der Gesamtkapazität C_Σ , die mit wachsender Tunnelleitfähigkeit ansteigt und somit im Bereich kleinerer bis mittlerer Tunnelleitfähigkeiten zu einer linearen bzw. polynomialen Reduzierung der Coulomb-Energie E_C , die in (2.23) definiert wurde, und zu Änderungen der Positionen und der Abstände der Transportkanäle durch den SET hindurch nach (2.33) bzw. (2.34) führen [Wan97b, Hof97, Göp00a, Sch94b, Sch98a, Goe99, Fal95, Göp98b, Kön95, Göp00b, Joy97, Gra94, Gol94, Gol97, Wan97a]. Im Bereich tiefer Temperaturen kommt es so beispielsweise aufgrund von Prozessen höherer Ordnungen zu Abweichungen der in (2.39) definierten linearen Leitfähigkeit G_0 als Funktion der Gatespannung V_G bzw. der in (2.157) definierten externen Ladung n_{ex} . Wie bereits in Abschnitt 2.3.2 erwähnt wurde und wie Abbildung 2.16 dies auch zeigt, weist der Verlauf des linearen Leitwertes G_0 als Funktion von V_G nach Vorhersagen der Orthodoxen Theorie im Temperaturbereich $T/T_C < 0.1$ eine starke Abhängigkeit von V_G in Form schmaler Maxima um die Entartungspunkte der Ladungsenergie bei $V_G = (m + 1/2) \cdot e/C_G$ auf, wobei m eine ganze Zahl ist. Der maximale Wert von G_0 ist in diesem Fall in guter Näherung konstant und liegt bei seinem Tieftemperatur-Grenzwert $G_0^{max} = 1/(2R_\Sigma)$ aus (2.41) [Gla89]. Die Halbwertsbreite des Verlaufs wächst in diesem Fall linear mit der Temperatur T . Aufgrund von Prozessen höherer Ordnung nimmt die Höhe dieses Maximums mit sinkender Temperatur jedoch ab. Für einen symmetrischen SET mit einer dimensionslosen Paralleleitfähigkeit $\alpha = 0.04$, also $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.02$ oder $R_1 = R_2 \approx 32700 \Omega$, sinkt so bei einer Temperatur $T/T_C = 0.05$ der maximale Wert der linearen Leitfähigkeit um circa 20 % auf $R_\Sigma G_0(V_g = e/2C_g) \approx 0.4$, wobei die Halbwertsbreite des Maximums gegenüber dem durch die Orthodoxe Theorie gegebenen Verlauf wächst [Kön97, Kön98c]. Für Temperaturen $T \rightarrow 0$ nimmt der maximale Wert des Maximums logarithmisch ab, und die Halbwertsbreite gegenüber den Vorhersagen der Orthodoxen Theorie logarithmisch zu [Sch94b, Sch98a]. Experimentell ist eine solche Abnahme des Maximums des linearen Leitwertes von P. Joyez et al. [Joy97] und C. Wallisser [Wal02b, Wal02a] an SET mit den

dimensionslosen Paralleleitfähigkeiten $\alpha \approx 0.063$ und $\alpha \approx 0.12$ bei Temperaturen $T/T_C \approx 0.06$ und darunter beobachtet worden. Im Fall höherer Temperaturen T oder höheren Transportspannungen V_{SD} gewinnen zudem Prozesse an Bedeutung, bei denen kohärent mehrere Elektronen durch einen Tunnelkontakt tunneln können, bei denen es also zu einer Änderung der Inselladung eines SET oder einer Single Electron Box von mehr als einer Elementarladung kommt [Kön98c].

Im Falle hoher Tunnelleitfähigkeit $g \gg 1$ spielt die Renormalisierung der Gesamttunnelkapazität C_Σ die wahrscheinlich wichtigste Rolle, da sie den Temperaturbereich in dem Einzelladungseffekte beobachtet werden können, empfindlich nach oben einschränkt [Gol97]. Dies liegt daran, dass mit steigender Tunnelleitfähigkeit der Überlapp der Wellenfunktionen auf beiden Seiten des Tunnelkontaktes wächst, wodurch die Fluktuationen der Phase des Tunnelkontaktes (2.12) reduziert werden. Da jedoch die Phase φ und die Ladung Q des Tunnelkontaktes quantenmechanisch konjugiert sind und die Kommutatorbeziehung (2.45) erfüllen, steigen aufgrund der Unschärferelation, die sich hieraus ergibt, die Fluktuationen der Ladung im gleichen Maße, in dem die Fluktuationen der Phase sinken. Im Grenzfall sehr hoher Tunnelleitfähigkeiten $g \rightarrow \infty$ ist schließlich die Phase φ des Tunnelkontaktes eindeutig bestimmt, und eine Bestimmung der Ladung Q nicht mehr möglich. Mit anderen Worten ist im Grenzfall sehr hoher Tunnelleitfähigkeiten aufgrund der sehr hohen Ladungsfluktuationen eine Beobachtung von Einzelladungseffekten nicht mehr möglich, was sich gerade in einer Renormalisierung der Coulomb-Energie E_C niederschlägt.

Während für kleine bis mittlere Tunnelleitfähigkeiten $g \geq 1$ eine lineare bzw. polynomiale Abnahme der Coulomb-Energie E_C aufgrund von Quantenfluktuationen zu beobachten ist, nimmt E_C im Bereich hoher Tunnelleitfähigkeiten $g \gg 1$ im wesentlichen exponentiell gemäß

$$\frac{C_\Sigma^{\text{eff}}}{C_\Sigma} = f(g) \cdot e^{g/2} \quad (2.162)$$

ab, wobei die vor der Exponentialfunktion auftretende Funktion $f(g)$ stark von der zu Grunde liegenden Theorie und Berechnungsmethode abhängt, sich jedoch immer schwächer als exponentiell ändert [Her99, Wan97b, Kön98b, Hof97, Fal95, Gol92, Gol94, Gol97, Pan91, Wan96, Wan97a]. Experimentell konnten D. Chouvaev et al. [Cho99] an einem SET mit einer dimensionslosen Paralleleitfähigkeit von $g = 8.6$ und einer Coulomb-Temperatur von $T_C \approx 1.1$ K bis zu Temperaturen von 300 mK ausgeprägte Coulomb-Oszillationen in der linearen Leitfähigkeit messen. Ein weiteres Bauelement mit einer parallelen Leitfähigkeit $g = 16$ und einer Coulomb-Temperatur von $T_C \approx 1.16$ K zeigte bei tiefen Temperaturen ebenfalls noch Coulomb-Oszillationen in der linearen Leitfähigkeit G_0 . Ein dritter SET mit einer parallelen Leitfähigkeit $g = 33$ und einer Coulomb-Temperatur von $T_C \approx 0.3$ K zeigte bei den niedrigsten zugänglichen Temperaturen kaum noch eine Modulation von G_0 . Alle von D. Chouvaev et al. untersuchten Bauelemente wurden mit einer zur vorliegenden Arbeit vergleichbaren Technik hergestellt.

Im Laufe der Jahre ist eine Vielzahl von theoretischen Ansätzen und Methoden zur Beschreibung von Einzelladungseffekten und von Bauelementen, die auf ihnen beruhen, entwickelt und angewendet worden. Sie können grob in störungstheoretische Methoden höherer Ordnungen und nicht störungstheoretische Methoden unterteilt werden. Die erste Gruppe beschreibt im Allgemeinen von einer Basis mit klar definierten Ladungszuständen ausgehend die zu untersuchenden Systeme mit Hilfe diagrammatischer Techniken [Gra94, Göp98b, Kön98c, Goe99, Kön97, Kön98a, Poh99], wobei wie auch schon im Rahmen der Orthodoxen Theorie das Tunneln als Störung aufgefasst wird. Naturgemäß sind diese Techniken eher für den Bereich kleiner bis mittlerer Tunnelleitfähigkeiten prädestiniert, da, wie bereits erwähnt, in diesem Bereich der Ansatz einer Basis von Ladungszuständen eher geeignet ist, als im Bereich mittlerer bis hoher Leitfähigkeiten, wo die hohen Ladungsfluktuationen eine solche Basis kaum noch als sinnvoll erscheinen lassen.

Auch wenn diese störungstheoretischen Methoden und Techniken unter bestimmten Randbedingungen zu Problemen führen, wie beispielsweise das Zusammenbrechen der ersten Ordnung der Störungstheorie [Gra94] der Besetzungszahl einer Single Electron Box (2.161) im Fall $T = 0$ für $n_{ex} \rightarrow 1/2$ verdeutlicht hat, sind diese Techniken bei der systematischen und vollständigen Beschreibung von Prozessen höherer Ordnung sehr erfolgreich zum Einsatz gekommen.

Die zweite Gruppe, zu der unter anderem auch die Arbeiten [Göp97, Wan96, Gol92] gehören, basiert im Allgemeinen auf einem formal exakten Pfadintegralausdruck für eine effektive Wirkung [Sch90, Sch89, Eck84, BJ83, Amb82] als Funktion der Phase φ des Tunnelkontaktes. Entsprechend richten sich diese Theorien eher an den Bereich mittlerer bis hoher Tunnelleitfähigkeiten, obwohl durch einen Übergang in die Ladungsdarstellung und durch den Einsatz diagrammatischer Techniken [Gol97, Sch94b, Sch98a, Kön95] auch der Bereich kleiner bis mittlerer Tunnelleitfähigkeiten untersucht werden kann. Diese Arbeiten stützen sich aber zum Teil auf eine Beschränkung der den Systemen zugänglichen Ladungszustände, die die Einführung von theoriebedingten Parametern erforderlich machen [Göp00a], und so einen direkten Vergleich mit Experimenten erschweren. Ähnliches gilt auch für einen Renormierungsgruppen-Ansatz [Fal95]. Einen wichtigen Fortschritt hat in diesem Zusammenhang die Einführung einer störungstheoretischen Realzeit-Renormierungsgruppen-Theorie [Kön98b, Sch00b, Kuc99b, Kön98a] gebracht. Gerade im Bereich höherer Temperaturen $T \gtrsim T_C$ ist auch der Einsatz der semiklassischen Näherung für die Phase φ sehr erfolgreich, bei der die Fluktuationen der Phase φ von ihrem „klassischen Pfad“ als klein angenommen werden, so dass eine systematische Entwicklung ermöglicht wird [Göp00a, Göp98a, Far01]. Diese Technik wird unter anderem bei der Beschreibung der linearen Leitfähigkeit G_0 als Funktion der Temperatur T für SET unter Berücksichtigung der durch Quantenfluktuationen hervorgerufenen Effekte eingesetzt.

Neben analytischen Vorhersagen sind im Laufe der Jahre auch einige Quanten-Monte-Carlo-Simulationen durchgeführt worden, die sowohl auf der formal exakten Pfadintegral-Methode in der Darstellung der Basis der Phase φ [Wal02b, Hof97, Wan97b, Her99, Göp00b], wie auch auf störungstheoretischen Ergebnissen in der Darstellung der Basis der Ladung Q [Göp98b] aufbauen. Gerade im Bereich hoher Tunnelleitfähigkeiten lassen die Quanten-Monte-Carlo-Simulationen kein eindeutiges Ergebnis in Bezug auf das Verhalten beispielsweise der Coulomb-Energie E_C als Funktion der dimensionslosen Tunnelleitfähigkeit g zu. Außerdem scheinen sich gerade im Bereich hoher Tunnelleitfähigkeiten Konvergenzprobleme im Bereich sehr tiefer Temperaturen zu ergeben.

Ein vergleichsweise einfaches, aber sehr interessantes Modell zur Beschreibung von Prozessen höherer Ordnungen für metallische Tunnelkontakte ist von P. Joyez et al. vorgeschlagen worden [Joy98], das von S. Farhangfar et al. erfolgreich zur Beschreibung von Messergebnissen an einzelnen, metallischen Tunnelkontakten eingesetzt werden konnte [Far98]. Der Grundgedanke dieses Modells besteht darin, dass aufgrund der hohen Zahl von Leitungskanälen N in einem metallischen Tunnelkontakt, die typischerweise in der Größenordnung von $N \sim 10^4$ liegt, der Beitrag eines einzelnen Leitungskanals zum Stromtransport auch dann noch gering ist, wenn der Tunnelwiderstand R_T in der Größenordnung von R_K oder sogar deutlich darunter liegt, wenn also $R_{\text{Kanal}} = N \cdot R_T \gg R_K$ gilt. In diesem Fall ist der Anteil des Leitwertes eines einzelnen Leitungskanals durch den Tunnelkontakt so gering, dass der Stromtransport durch diesen einzelnen Kanal mit Hilfe Fermis Goldener Regel beschrieben werden kann. Der Beitrag der anderen $(N - 1)$ Leitungskanäle wird dann durch Anwendung einer mean-field-Beschreibung einer effektiven Tunneladmittanz $Y_{\text{eff}}(\omega)$ zugeschrieben, die dem einzelnen Tunnelkanal parallel geschaltet ist und selbst-konsistent bestimmt werden muss. Somit ist es möglich, durch Einführung der effektiven Tunneladmittanz $Y_{\text{eff}}(\omega)$ auch Tunnelkontakte im Regime kleiner bis mittlerer Tunnelleitfähigkeiten durch die Orthodoxe Theorie zu beschreiben, wobei die Tunnelkapazität der

Umgebungsimpedanz zuzuschlagen ist. Im Rahmen dieses Modells zeigt sich beispielsweise, dass sich unterhalb einer Übergangstemperatur aufgrund von Abschirmungseffekten durch virtuell tunnelnde Elektronen in $Y_{\text{eff}}(\omega)$ eine zusätzliche effektive Kapazität bildet, die zu einer Herabsetzung der Coulomb-Energie E_C führt. Dieses im Vergleich zu den weiter oben beschriebenen Theorien einfachere Modell ist somit zumindest in der Lage, den Grundgedanken, der zur Renormierung der Gesamtkapazität C_Σ führt, zu reproduzieren. Dieses Modell kann allerdings nicht auf Bauelemente angewendet werden, die über eine Insel verfügen, da in diesem Fall nicht mehr jedes Tunnelereignis zum Stromtransport beiträgt.

2.6 Experimentelle Einflüsse

Neben den auf Quantenfluktuationen und anderen quantenphysikalischen Einflüssen beruhenden Abweichungen von den Vorhersagen der Orthodoxen Theorie bilden die experimentellen Einflüsse die zweite Gruppe von Effekten, die nicht im Rahmen der Orthodoxen Theorie berücksichtigt sind, aber großen Einfluss auf Messungen nehmen können. Zu ihnen zählen im Wesentlichen thermische Fluktuationen, Hochfrequenz-Einstrahlung und niederfrequente Spannungsfluktuationen. Mit Ausnahme der thermischen Fluktuationen können die Einflüsse der zweiten Gruppe im Prinzip durch den Einsatz technischer Maßnahmen minimiert werden und sind nicht durch bauelementspezifische Parameter, wie etwa den Tunnelwiderstand R_T bzw. den Tunnelleitwert $G_T = 1/R_T$ bestimmt, weshalb beispielsweise die Hochfrequenz-Einstrahlung trotz ihrer quantenphysikalischen Natur dieser Gruppe zugeschlagen wurde.

2.6.1 Hochfrequenz-Einstrahlung

Neben der einfachsten experimentellen Störung in Form thermischer Fluktuationen, deren wesentlicher Einfluss bereits in der Orthodoxen Theorie enthalten ist, und die weiter unten noch einmal genauer betrachtet werden, kann dem tunnelnden Elektron auch in Form von hochfrequenten Photonen die zur Überwindung der Coulomb-Blockade notwendige Energie zur Verfügung gestellt werden, weshalb dieser Prozess auch als Photonen unterstütztes Tunneln²² bezeichnet wird. Hierbei entspricht die Coulomb-Energie E_C eines Bauelements mit einer Gesamtkapazität $C_\Sigma \approx 1 \text{ fF}$ etwa der Energie eines Photons der Frequenz 20 GHz, das neben einer direkten Einstrahlung auf die Probe auch über die Zuleitungen des Bauelements zu dem Tunnelkontakt und den Inseln vordringen kann, wenn diese nicht über eine effektive Filterung in diesem Frequenzbereich verfügen.

Neben einer beabsichtigten oder unbeabsichtigten direkten Einkopplung der Hochfrequenz-Quanten in die Zuleitungen zu den Bauelementen und der direkten Einstrahlung auf sie ist eine der wichtigsten Quellen die thermische Strahlung des experimentellen Aufbaus selbst, was die Filter mit einschließt. So sollte beispielsweise ein Filter, der das Vordringen von hochfrequenten Quanten über die Zuleitungen verhindern soll, aufgrund seiner eigenen thermischen Strahlung möglichst wenige Photonen emittieren [Vio95, Mar93b]. Um dies zu erreichen werden im Allgemeinen mehrstufige Filtersysteme eingesetzt, die bei verschiedenen Temperaturen am experimentellen Aufbau verankert sind. Hierbei kommen häufig zusätzlich verschiedene Filtertypen zum Einsatz, die verschiedene Frequenzbereiche zum Teil unterschiedlich stark filtern, auf die jedoch an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden soll [Wal02a, Vio95, Bla03, Mar87].

²²(engl.) Photon Assisted Tunneling

Eine Reduktion der Temperatur von Raumtemperatur ($T \sim 300$ K) auf die Temperatur von flüssigem Helium unter Normaldruck ($T \approx 4.2$ K) reduziert so bereits die Zahl der emittierten 20 GHz-Photonen um etwa zwei Größenordnungen, eine weitere Reduktion der Temperatur auf 100 mK noch einmal um zusätzlich etwa fünf Größenordnungen. Bei 500 MHz ergibt sich analog eine Verringerung der Photonenzahl um jeweils etwa zwei Größenordnungen²³ bei einer Reduktion der Temperatur von 300 K auf 4.2 K und weiter auf 100 mK.

Im Prinzip kann dieses durch Photonen des Messaufbaus verursachte Tunneln durch Einführung einer effektiven Tunnelrate im Rahmen der Orthodoxen Theorie berücksichtigt werden, wenn die Einstrahlung so gering ist, dass Prozesse, in denen das tunnelnde Elektron mehr als ein Photon absorbiert oder emittiert, vernachlässigt werden können. In diesem Fall können, wenn die Umgebungsimpedanz $|Z(\omega)| \ll R_K$ ist, die verschiedenen Tunnelraten $\Gamma(\varepsilon)$, die im Rahmen der Orthodoxen Theorie beispielsweise in (2.124), (2.125) und (2.130) auftreten, durch die effektive Tunnelrate

$$\Gamma_{EP}(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_i^0(\varepsilon - E) P_{EP}(E) dE \quad (2.163)$$

ersetzt werden, wobei

$$\Gamma_i^0(\varepsilon) = \frac{1}{e^2 R_i} \cdot \frac{\varepsilon}{1 - e^{(-\varepsilon/k_B T_i)}} \quad (2.164)$$

die Tunnelrate der Orthodoxen Theorie im Fall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz ist, wie sie beispielsweise auch in (2.107) und (2.108) angesetzt wurde. T_i ist darüberhinaus die Temperatur des elektronischen Systems des entsprechenden Kontakts i [Vio95, Mar93b, Cov00] und $P_{EP}(E)$ analog zu (2.64) die Wahrscheinlichkeit, dass die Umgebung die Energie E während eines Tunnelvorgangs absorbiert. Die Wahrscheinlichkeit $P_{EP}(E)$ kann als Faltung der auf der Anregung der Umgebungsmoden beruhenden Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(E)$ aus (2.64) bis (2.66) und der auf thermischem Photonenrauschen beruhenden Wahrscheinlichkeitsverteilung $P_T(E)$ geschrieben werden, wobei $P(E)$ im hier betrachteten Grenzfall $|Z(\omega)| \ll R_K$ durch den Grenzfall verschwindender Umgebungsimpedanz $P(E) \approx \delta(E)$ angenähert werden kann. Es folgt somit

$$P_{EP}(E) = P_T(E) \quad (2.165)$$

mit

$$P_T(E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{iEt/\hbar} \cdot \exp\left(\frac{2\pi}{\hbar R_K} \int_0^\infty d\omega \frac{S_V(\omega)}{\omega^2} (\cos \omega t - 1)\right) \quad , \quad (2.166)$$

wobei $S_V(\omega)$ die spektrale Dichte des thermischen Spannungsrauschens am Tunnelkontakt ist. Ist nicht eine Quelle für das thermische Spannungsrauschen verantwortlich, wie es zum Beispiel im Fall eines mehrstufigen Filtersystems im Allgemeinen der Fall ist, gilt

$$S_V(\omega) = \sum_i \frac{S_V^i(\omega)}{A_i(\omega)} \quad , \quad (2.167)$$

wobei

$$S_V^i(\omega) = \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{Re}(Z_i(\omega)) \cdot \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \quad (2.168)$$

die spektrale Dichte des thermischen Spannungsrauschens der Quelle i ist, das durch das Plancksche Strahlungsgesetz für die Impedanz $Z_i(\omega)$ gegeben ist. Die Gesamtdämpfungsfaktoren $A_i(\omega)$ der Rauschquelle i bezogen auf den Tunnelkontakt enthalten den vollständigen Einfluss der

²³Für die spektrale Energiedichte eines Planckschen schwarzen Strahlers gilt [Ger93] $e(\nu, T) = (\hbar\nu)8\pi\nu^2/c^3 \cdot (\exp(\hbar\nu/k_B T) - 1)^{-1}$, woraus sich die angegebenen Reduzierungen der Photonenzahl durch Division durch die Photonenenergie ($\hbar\nu$) ergibt.

übrigen Schaltung, also neben den nachfolgenden Filterstufen auch zum Beispiel in Serie zu dem betrachteten Tunnelkontakt geschaltete Komponenten, auf die sich das Spannungsrauschen mit verteilen würde.

Dieses Modell zeigt prinzipiell eine wesentliche Ursache für Photonen unterstütztes Tunneln auf, nämlich die Tatsache, dass alle Objekte, die zum experimentellen Aufbau gehören, aufgrund ihrer endlichen Temperatur hochfrequente Photonen emittieren, was sich in Gleichung (2.167) und (2.168) niederschlägt. Weiterhin ermöglicht es einfache Betrachtungen zur Dimensionierung und Auslegung komplexerer Filtersysteme [Vio95] und im Prinzip auch die Berechnung von Strömen durch einen SET im Rahmen einer erweiterten Orthodoxen Theorie, wozu jedoch eine detailliertere Kenntnis des experimentellen Aufbaus notwendig ist.

Ein solch komplexes Vorgehen ist häufig zur Beschreibung von Photonen-unterstütztem Tunneln auch nicht notwendig. Hinzu kommt, dass das oben beschriebene Modell keine Multiphotonen-Prozesse beschreibt, also solche Prozesse, bei denen das tunnelnde Elektron mehr als ein Photon emittiert oder absorbiert, was bei höheren Intensitäten der Einstrahlung auftreten kann. Zur Beschreibung von Photonen-unterstütztem Tunneln an Quanten-Punkten haben L. P. Kouwenhoven et al. [Kou94a, Kou94b, McE96] ein Modell von P. K. Tien und J. P. Gordon [Tie63] für des Photonen-unterstützte Tunneln von Quasiteilchen an einem supraleitenden Tunnelkontakt auf Einzelladungs-Bauelemente mit zwei in Serie geschalteten Tunnelkontakten erweitert²⁴. Hierbei gehen sie von einer kontinuierlichen Zustandsdichte der Quasiteilchen aus, wie sie in normalleitenden, metallischen Systemen wie dem SET auftritt. Die Beschreibung der eingestrahlten Hochfrequenz orientiert sich am Vorgehen von P. K. Tien und J. P. Gordon und geschieht durch Einführung eines oszillierenden Potentials $V_i^{PAT} \cdot \cos(\omega t)$ zwischen Insel und Elektrode i . Im Gegensatz zum oben beschriebenen Modell von J. M. Martinis und M. Nahum mit einem kontinuierlichen Photonen-Spektrum wird hier also nur eine monochromatische Einstrahlung mit einer festen Frequenz $\nu = \omega/2\pi$ betrachtet. Aufgrund dieser festen Frequenz wird die Energie E eines Zustands eines Elektrons in einen Satz von Energien ($E \pm n\hbar\omega$) überführt, wobei n eine beliebige ganze Zahl ist. Es kommt also zur Bildung so genannter Seitenbänder, die beim eigentlichen Tunnelprozess der Emission bzw. Absorption von n Photonen der Frequenz $\nu = \omega/2\pi$ entsprechen.

Im Rahmen der Orthodoxen Theorie kann das Photonen unterstützte Tunneln auch hier durch Einführung einer effektiven Tunnelrate

$$\Gamma_i^{PAT}(\varepsilon) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\alpha_i) \cdot \Gamma_i^0(\varepsilon + n\hbar\omega) \quad (2.169)$$

beschrieben werden, wobei

$$\alpha_i = \frac{eV_i^{PAT}}{\hbar\omega} \quad (2.170)$$

die Zahl der am Tunnelkontakt i präsenten Photonen, $J_n(x)$ die Bessel-Funktion n -ter Ordnung der ersten Art und $\Gamma_i^0(\varepsilon)$ wieder die Tunnelrate (2.107) bzw. (2.108) des durch Photonen ungestörten Systems im Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanz darstellt. Soweit nicht explizit anders angegeben ist, stimmt die Frequenz der eingestrahlten Photonen für beide Tunnelkontakte überein. Die effektive Tunnelrate tritt hier analog zum Modell von J. M. Martinis und M. Nahum an die Stelle der einfachen Tunnelrate $\vec{\Gamma}_i(\varepsilon)$ aus (2.124), (2.125) und (2.130). Die

²⁴Neben den beiden hier beschriebenen Modellen existiert eine Vielzahl weiterer zur Beschreibung des Einflusses des Photonen unterstützten Tunnelns, die sich nicht nur auf SET oder den ihm sehr verwandten, halbleitenden Quantenpunkt beziehen. Zu ihnen gehören unter anderem die folgenden Arbeiten: [Bru94, Sto85, Jon89, Kön96a, Kön96b, Het95, Büt82, Ver95b, Win88]

Besetzungswahrscheinlichkeit der Seitenbänder ($\varepsilon \pm n\hbar\omega$) ist hier durch das Quadrat der Besselfunktionen $(J_{\pm n}(\alpha_i))^2$ gegeben. Damit die Formulierung einer stationären Besetzungswahrscheinlichkeit in (2.169) strikt anwendbar ist, muss allerdings die Bedingung

$$\Gamma_i^{PAT}(\varepsilon) \ll \nu \quad (2.171)$$

erfüllt sein [Kou94a]. Eine einfache Abschätzung für die Tunnelrate liefert die Beziehung

$$\Gamma \approx \left| \frac{I}{e} \right|, \quad (2.172)$$

wobei I der Strom ist, der durch den SET hindurch fließt²⁵. Einer Tunnelrate von $5 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$ entspricht so etwa ein Strom von etwa 80 pA, so dass die Bedingung (2.172) bei tiefen Temperaturen im Bereich der Coulomb-Blockade und in der Nähe der Schwellenspannung, wenn also der SET den Coulomb-Blockade Bereich verlässt, für eingestrahelte Photonen von einigen GHz sicherlich erfüllt ist. Aber auch im Bereich höherer Ströme kann das Modell noch zur Beschreibung des Photonen unterstützten Tunnelns verwendet werden, wobei jedoch hier Abweichungen zwischen berechneten und gemessenen Strömen nicht auszuschließen sind, die unter anderem auf Abweichungen von den Annahmen der durch die Bessel-Funktionen beschriebenen stationären Besetzungswahrscheinlichkeit der Seitenbänder zurückzuführen sind.

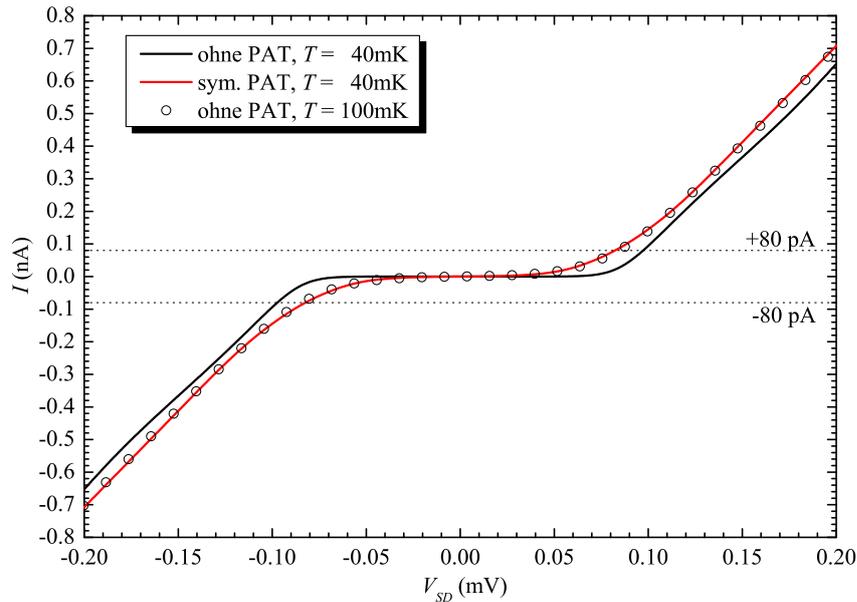


Abbildung 2.27: Vergleich der I - V -Kennlinien eines asymmetrischen SET bei einer Basistemperatur von 40 mK ohne (schwarze Kurve) und mit symmetrischer Hochfrequenzeinstrahlung (rote Kurve). Der roten Kurve liegt eine Frequenz von $\nu = 5 \text{ GHz}$ und eine Amplitude $V_1^{PAT} = V_2^{PAT} = 30 \mu\text{V}$ zugrunde. Als offene, schwarze Symbole ist eine weitere I - V -Kennlinien bei einer Basistemperatur von 100 mK ohne eine zusätzliche Einkopplung hochfrequenter Photonen eingezeichnet.

Abbildung 2.27 zeigt am Beispiel einer Strom-Spannungs-Kennlinie eines asymmetrischen SET den Einfluss des Photonen unterstützten Tunnelns im Vergleich zu einer Strom-Spannungs-Kennlinie ohne die zusätzliche Einkopplung von hochfrequenten Photonen. Der schwarzen und der roten Kurve liegen hierbei jeweils eine Basistemperatur von $T = 40 \text{ mK}$ zugrunde. Zusätzlich

²⁵Das so bestimmte Γ ist sicherlich zu klein, da die Abschätzung (2.172) die Tunnelrate, die zu einem Stromtransport in der Gegenrichtung führt, vernachlässigt. Eine genauere Analyse der Tunnelraten enthält der Vergleich der durchgeführten Messungen mit den Simulationen in Abschnitt 5.4.

sind jedoch bei der Berechnung der roten Kurve der beiden Tunnelkontakte symmetrisch Photonen mit einer Frequenz von $\nu = 5$ GHz und einer Potenzialamplitude $V_1^{PAT} = V_2^{PAT} = 30 \mu\text{V}$ angeboten worden, was den Werten $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 1.451$ entspricht. Die rote Kurve zeigt deutlich den Einfluss der Hochfrequenz-Einstrahlung im Bereich der Coulomb-Blockade, und hier besonders in der Nähe der Schwellenspannungen, wo der SET die Coulomb-Blockade verlässt. Hier fließt ein im Vergleich zur ungestörten Strom-Spannungs-Kennlinie deutlich höherer Strom. Die Elektronen können in diesem Bereich ein oder mehrere Photonen absorbieren und so einen eigentlich energetisch verbotenen Zustand der Insel annehmen und damit einen eigentlich verbotenen Transportkanal durch den SET hindurch ausnutzen. Führt nun der nächste Tunnelvorgang ein Elektron durch den anderen Tunnelkontakt, so ist in der Summe aufgrund der Einwirkung der Hochfrequenz-Einstrahlung ein Elektron durch den SET hindurch gelangt und hat somit zum Stromtransport beigetragen.

Neben den beiden erwähnten Strom-Spannungs-Kennlinien enthält Abbildung 2.27 eine weitere, nur durch jeden 10. Punkt dargestellte Strom-Spannungs-Kennlinie, die ohne den Einfluss einer zusätzlichen Hochfrequenzeinstrahlung, allerdings bei einer erhöhten Basistemperatur von 100 mK berechnet wurde. Sie stimmt, von kleineren Abweichungen abgesehen, sehr gut mit der roten Kurve überein. Zumindest in diesem Fall kann also die Präsenz von hochfrequenten Photonen am SET durch eine erhöhte Temperatur der Elektronen beschrieben werden. Ob dies für symmetrisches, Photonen-unterstütztes Tunneln grundsätzlich immer der Fall ist, bleibt jedoch unklar. Neben diesen drei Strom-Spannungs-Kennlinien sind in Abbildung 2.27 außerdem die Grenzen für die Bedingung (2.171) bei $I = \pm 80$ pA enthalten, die sich aus der Abschätzung (2.172) für eine Tunnelrate von $\Gamma^{PAT} \approx 5 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$ ergibt, so dass sicherlich die Bedingung (2.171) im Fall einer Frequenz der eingestrahlten Photonen von $\nu = 5$ GHz erfüllt ist.

Die Beschreibung des Photonen unterstützten Tunnelns nach L. P. Kouwenhoven ist im Rahmen des in Abschnitt 2.4.3 beschriebenen Algorithmus implementiert worden und erlaubt es so, im Rahmen dieses Modells eine symmetrische oder auch asymmetrische Hochfrequenz-Einstrahlung bei der Berechnung der Eigenschaften der SET zu berücksichtigen.

Im Prinzip ist es möglich, mit Hilfe einer effektiven Tunnelrate, wie sie in den Modellen von J. M. Martinis und M. Nahum in (2.163) und L. P. Kouwenhoven et al. in (2.169) verwendet wird, auch komplexere und von der Vorgeschichte der Bauelemente abhängige Prozesse zu berücksichtigen, so dass auch nicht-thermische bzw. nicht monochromatische Strahlungsfelder berücksichtigt werden können. Grundsätzlich ist dies mit Hilfe einer Besetzungswahrscheinlichkeitsfunktion zu erreichen, die auf 1 normiert sein muss. Im Rahmen des Modells von J. M. Martinis und M. Nahum ist dies durch die Normierung der Funktion $P(E)$ in (2.165) und (2.166) gewährleistet. Im Modell nach L. P. Kouwenhoven et al. ist für die Normierung die Summenregel

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\alpha) = 1 \quad (2.173)$$

der Besselfunktionen ersten Ordnung für beliebige Werte von α verantwortlich²⁶. Ein Vergleich von im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Mess- und Simulationsdaten in Abschnitt 5.4 zeigt, dass selbst mit Hilfe des einfachen Modells von L. P. Kouwenhoven et al. die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Messdaten gut beschrieben werden können²⁷.

²⁶Für die numerische Durchführung der Simulation muss der Summationsbereich selbstverständlich eingeschränkt werden. Hierbei darf die Summenregel (2.173) nicht wesentlich verletzt werden, da es sonst zu numerischen Artefakten kommt, die sich zum Beispiel in einem zu großen Tunnelwiderstand bei hohen Spannungen V_{SD} zeigen.

²⁷Da die typische Energie des Hochfrequenz-Feldes eV_i^{PAT} bei hohen Transportspannungen signifikant kleiner

Gerade Photonen-unterstützte Prozesse limitieren die Präzision von Experimenten, die auf eine besonders hohe Genauigkeit angewiesen sind. Das vielleicht technisch bedeutendste Beispiel hierfür ist die Einzel-Elektronen-Pumpe mit N -Tunnelkontakten. Im Bereich sehr tiefer Temperaturen beschränken hier nicht so sehr die thermisch aktivierten Cotunnelprozesse ihre Genauigkeit, wie sie für dieses Bauelement in [Jen92] systematisch entwickelt werden, sondern es scheint sich hierbei vielmehr um Photonen unterstützte Cotunnelprozesse zu handeln [Fle97, Kel98, Kel96, Mar94], wobei die Photonen aus dem Substrat bzw. aus anderen Fehlstellen der Probe selbst zu stammen scheinen [Kel99, Cov00, Bau93, Kel97]. In diesem Fall zeigen M. W. Keller et al. darüberhinaus experimentelle Hinweise, dass die Temperatur der Elektronen ihres Bauelements etwa mit der der Mischkammer übereinstimmt [Kel98].

2.6.2 Niederfrequente Spannungsfluktuationen

Neben der hochfrequenten Einstrahlung zeigen auch niederfrequente Spannungsfluktuationen einen großen Einfluss auf den Strom I , der durch den SET fließt. Beide Phänomene sind eng miteinander verbunden, was schon der Ansatz der hochfrequenten Einstrahlung im Modell von P. K. Tien und J. P. Gordon [Tie63] als harmonische Spannungsschwankungen zeigt. Trotzdem bietet es sich an, gerade hier im Fall der niederfrequenten Fluktuationen einen abweichenden Ansatz zu verfolgen, da die hier typischen Frequenzen deutlich kleiner sind als die im Fall der hochfrequenten Einstrahlung, aber auch deutlich kleiner als typische Tunnelraten eines SET im Rahmen der Orthodoxen Theorie. Das bedeutet, dass auf den typischen Zeitskalen, die durch die Orthodoxe Theorie vorgegeben sind, die niederfrequenten Spannungsfluktuationen als quasi-statisch angesehen werden können, so dass diese nicht durch Einführung einer effektiven Tunnelrate, sondern durch eine einfache Mittelung der Ströme I durch den SET hindurch berücksichtigt werden können, die sich unter Berücksichtigung der Momentanwerte der von den Fluktuationen betroffenen Spannungen einstellen [Wal02a].

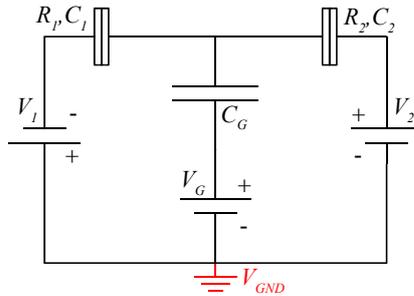


Abbildung 2.28: Darstellung des Schaltbildes eines SET. Im Prinzip können aufgrund niederfrequenter Fluktuationen alle drei Spannungsquellen V_1 , V_2 und V_G unabhängig voneinander fluktuieren. Häufig ist jedoch bereits mit Einführung einer fluktuierenden Masse, die auch zur Fluktuation der anliegenden Transportspannung $V_{SD}(t)$ führt, eine Beschreibung der Messdaten möglich.

Hierbei können im Prinzip alle drei in Abbildung 2.28 eingezeichneten Spannungsquellen V_1 , V_2 als eV_{SD} ist, können in guter Näherung die Raten $\Gamma_i^0(\varepsilon \pm n\hbar\omega)$ durch $\Gamma_i^0(\varepsilon)$ angenähert werden, so dass

$$\Gamma_i^{PAT}(\varepsilon) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\alpha) \cdot \Gamma_i^0(\varepsilon + n\hbar\omega) \approx \Gamma_i^0(\varepsilon) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\alpha) = \Gamma_i^0(\varepsilon) \quad (2.174)$$

folgt. Ist die Normierung (2.173) nicht hinreichend gut erfüllt, ist wegen $|J_n^2(\alpha)| \leq 1$ die Tunnelrate $\Gamma_i^{PAT}(\varepsilon)$ bei hohen Transportspannungen kleiner als $\Gamma_i^0(\varepsilon)$, was zu einem bei der angelegten Transportspannung V_{SD} künstlich herabgesetzten Strom I und damit zu der in Fußnote 26 beschriebenen Erhöhung des Tunnelwiderstands führt.

und V_G unabhängig voneinander fluktuieren. In der in Abschnitt 2.4 eingeführten Beschreibung sind die beiden Spannungsquellen V_1 und V_2 jedoch nicht direkt zugänglich, da diese als $V_1 = -V_{SD}/2$ und $V_2 = +V_{SD}/2$ angesetzt wurden. Zugänglich sind jedoch über die Änderung der Ladungsenergie (2.101), die mit dem Tunneln eines Elektrons über Kontakt i verbunden ist, die Spannungsabfälle $V_J^{(1)} = \kappa_1 V_{SD}$ und $V_J^{(2)} = \kappa_2 V_{SD}$ über die beiden Tunnelkontakte, wobei aufgrund der Definition von κ_i in (2.92) und der Definition von C_{ser} in (2.93) folgt

$$\kappa_1 + \kappa_2 = 1 \quad , \quad (2.175)$$

so dass im ungestörten Fall

$$V_J^{(1)} + V_J^{(2)} = (\kappa_1 + \kappa_2)V_{SD} = V_{SD} \quad (2.176)$$

gilt. Statt die Spannungen V_1 und V_2 der beiden Spannungsquellen zu ändern, bietet es sich daher an, die Spannungsabfälle über die beiden Tunnelkontakte zu modifizieren. Dies kann zum Beispiel durch Einführung von effektiven Transportspannungen $V_{SD}^{(i)}$ für die beiden Tunnelkontakte $i = 1, 2$ geschehen, wobei

$$V_J^{(i)} = \kappa_i V_{SD}^{(i)} \quad (2.177)$$

gilt.

Der Strom I_{VF} , der in Anwesenheit niederfrequenter Spannungsfuktuationen²⁸ fließt, ergibt sich als

$$I_{VF} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I(V_{SD} + \Delta V_1, V_{SD} + \Delta V_2, V_G + \Delta V_G) \cdot W_{VF}(\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_G) d\Delta V_1 \cdot d\Delta V_2 \cdot d\Delta V_G \quad , \quad (2.178)$$

wobei $I(V_{SD}^{(1)}, V_{SD}^{(2)}, V_G)$ den Strom durch den SET beschreibt, der sich in Gegenwart der effektiven Transportspannungen $V_{SD}^{(1)}$ und $V_{SD}^{(2)}$, sowie in Gegenwart der Gatespannung V_G einstellt. Die Funktion $W_{VF}(\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_G)$ beschreibt hierbei die Wahrscheinlichkeitsdichte bzw. im Falle einer diskreten Formulierung von Gleichung (2.178) die Wahrscheinlichkeitsverteilung, das System im Zustand mit den Spannungsfuktuationen $(\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_G)$ anzutreffen, und muss die Normierungsbedingung

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{VF}(\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_G) d\Delta V_1 \cdot d\Delta V_2 \cdot d\Delta V_G = 1 \quad (2.179)$$

erfüllen. Fluktuieren alle drei Spannungen unkorreliert mit einer zeitlich konstanten Wahrscheinlichkeit, ergibt sich so beispielsweise die Gesamtwahrscheinlichkeitsverteilung

$$W_{VF}(\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_G) = \begin{cases} \frac{1}{2^3 \cdot \Delta V_1^0 \cdot \Delta V_2^0 \cdot \Delta V_G^0} & \text{für } |\Delta V_i| \leq V_i^0 \text{ mit } i = 1, 2, G \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad , \quad (2.180)$$

wobei ΔV_i^0 die Amplituden der Fluktuationen mit $i = 1, 2, G$ sind.

Als Quellen für die Spannungsfuktuationen kommen neben nicht ausreichend gefilterten Einkopplungen im Frequenzbereich bis hin zu typischen Radiofrequenzen von einigen Hundert kHz bzw. einigen MHz auch Rauschen oder Schwingungen von elektronischen Bauelementen des Messaufbaus oder peripherer Einrichtungen in Frage. Typische Störsignale können so von ungenügend gefilterten A/D-Wandlern in digitalen Messgeräten mit typischen Frequenzen zwischen

²⁸ VF = (engl.) Voltage Fluctuations

10 kHz und 100 kHz, von Taktgebern für digitale Komponenten des Versuchsaufbaus mit Frequenzen bis zu einigen MHz, oder auch von Regelschwingungen einzelner elektronischer Baugruppen herrühren. Hinzu kommt als wichtige Störquelle das 50 Hz-Rauschen mit seinen Oberschwingungen, das beispielsweise durch Erdschleifen in die Masse des Versuchsaufbaus einkoppelt und nur durch eine gezielte Optimierung der Erdung des Versuchsaufbaus minimiert werden kann. Die Erdung und eine genauere Betrachtung der zur Einkopplung von Störungen beitragenden Mechanismen ist in Abschnitt 4.2.3 dargestellt.

Sind die Spannungsfuktuationen ausschließlich auf Fluktuationen der Masse zurückzuführen, und liegt diese zu einem Zeitpunkt t auf dem Potenzial $V_{GND}(t)$ gegenüber der ungestörten Masse, die im experimentellen Aufbau zum Beispiel durch eine Tiefenerde realisiert werden kann, so ergeben sich unter der Voraussetzung, dass die Zuleitungsimpedanzen nicht zu unterschiedlichen Phasenverschiebungen oder Spannungsabfällen in den drei Zuleitungen zum Bauelement führen, die Gate-Spannung

$$V_G(t) = V_G + V_{GND}(t) \quad (2.181)$$

und die Spannungen der beiden Spannungsquellen

$$V_1(t) = -\frac{V_{SD}}{2} + V_{GND}(t) \quad (2.182)$$

und

$$V_2(t) = +\frac{V_{SD}}{2} + V_{GND}(t) \quad (2.183)$$

In diesem Fall ist der momentane Wert der Transportspannung

$$V_{SD}(t) = V_2(t) - V_1(t) = V_{SD} \quad (2.184)$$

unabhängig von dem Momentanwert der Fluktuation $V_{GND}(t)$, so dass diese in Bezug auf die Spannungsquelle V_1 und V_2 ausschließlich zu einer Verschiebung des chemischen Potentials der Insel führen. Die hierzu notwendigen effektiven Transportspannungen ergeben sich so zu

$$V_{SD}^{(1)}(t) = V_{SD} - \frac{V_{GND}}{\kappa_1} \quad (2.185)$$

und

$$V_{SD}^{(2)}(t) = V_{SD} + \frac{V_{GND}}{\kappa_2} \quad (2.186)$$

wobei sich das jeweilige Vorzeichen des zu V_{GND} proportionalen Terms aus der Polarität der Spannungsquelle $V_1 = -V_{SD}/2$, $V_2 = +V_{SD}/2$ und V_G in Abbildung 2.28 ergibt. Mit Hilfe der effektiven Transportspannungen (2.185) und (2.186), sowie

$$V_J^{(i)}(t) = \kappa_i V_{SD}^{(i)} \quad (2.187)$$

und (2.175) ergibt sich so die verlangte konstante Transportspannung

$$V_{SD}(t) = V_J^{(1)}(t) + V_J^{(2)}(t) = (\kappa_1 + \kappa_2)V_{SD} + \left(\frac{\kappa_2}{\kappa_2} - \frac{\kappa_1}{\kappa_1}\right)V_{GND} \equiv V_{SD} \quad (2.188)$$

Mit Hilfe der normierten Wahrscheinlichkeitsdichte bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilung $W_{GND}(V_{GND})$ ergibt sich so nach Umbenennung der Integrationsvariablen $\Delta V_G = V_{GND}$ die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$W_{VF}(\Delta V_1, \Delta V_2, V_{GND}) = W_{GND}(V_{GND}) \cdot \delta\left(\Delta V_1 + \frac{V_{GND}}{\kappa_1}\right) \cdot \delta\left(\Delta V_2 - \frac{V_{GND}}{\kappa_2}\right) \quad (2.189)$$

so dass nach Ausführung der Integration über ΔV_1 und ΔV_2 in (2.178) statt eines 3-dimensionalen Integrals nur noch ein 1-dimensionales Integral in Bezug auf die Störungen übrig bleibt, was den Rechenaufwand signifikant reduziert, wenn nicht ein laufzeitoptimierter Algorithmus zum Einsatz gebracht werden kann.

Die Annahme einer reinen Fluktuation der Masse ohne eine gleichzeitige Fluktuation der anliegenden Transportspannung $V_{SD}(t)$ reicht jedoch meist nicht zur Beschreibung aller Messdaten aus, sondern verfehlt zum Teil um viele Größenordnungen die gemessenen Effekte, die ohne eine Modulation der Transportspannung $V_{SD}(t)$ nicht zufriedenstellend beschrieben werden können. Um den Vorteil der 1-dimensionalen Integration über die Störungen jedoch nicht zu verlieren, reicht bereits eine kleine Modifikation der Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.189) aus, um eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten erhalten zu können. Fluktuieren neben der Gate-Spannung nach (2.181) nicht die Spannungen V_1 und V_2 der beiden Spannungsquellen, sondern die effektiven Transportspannungen, also

$$V_{SD}^{(1)}(t) = V_{SD} - V_{GND}(t) \quad (2.190)$$

und

$$V_{SD}^{(2)}(t) = V_{SD} + V_{GND}(t) \quad , \quad (2.191)$$

so dass die Spannung

$$V_J^{(1)}(t) = \kappa_1(V_{SD} - V_{GND}(t)) \quad (2.192)$$

an Tunnelkontakt 1 und

$$V_J^{(2)}(t) = \kappa_1(V_{SD} + V_{GND}(t)) \quad (2.193)$$

an Tunnelkontakt 2 abfallen, fluktuiert somit ebenfalls die Transportspannung

$$V_{SD}(t) = V_J^{(1)}(t) + V_J^{(2)}(t) = V_{SD} + (\kappa_2 - \kappa_1)V_{GND}(t) \quad (2.194)$$

um ihren vorgegebenen Wert V_{SD} herum, wobei die Amplitude dieser Fluktuation proportional zu $(\kappa_2 - \kappa_1)$ ist, so dass im Fall eines symmetrischen SET diese Modulation vollständig verschwindet. Diese so erhaltenen Spannungsflektuationen können nach Umbenennung der Integrationsvariablen ΔV_G in V_{GND} mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$W_{VF}(\Delta V_1, \Delta V_2, V_{GND}) = W_{GND}(V_{GND}) \cdot \delta(\Delta V_1 + V_{GND}) \cdot \delta(\Delta V_2 - V_{GND}) \quad (2.195)$$

beschrieben werden, wobei $W_{GND}(V_{GND})$ wiederum die 1-dimensionale Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten der Fluktuationsspannung V_{GND} ist, die der Normierung

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W_{GND}(V_{GND}) dV_{GND} = 1 \quad (2.196)$$

gehorschen muss. Ist diese ebenso wie (2.180) konstant, ergibt sich mit der Fluktuationsamplitude V_{GND}^0 die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$W_{GND}(V_{GND}) = \begin{cases} \frac{1}{2 \cdot V_{GND}^0} & \text{für } |V_{GND}| \leq V_{GND}^0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.197)$$

Im Fall einer reinen harmonischen Spannungsflektuation ergibt sich hingegen

$$W_{GND}(V_{GND}) = \begin{cases} \frac{1}{\pi(1 - (V_{GND}/V_{GND}^0)^2)^{1/2}} & \text{für } |V_{GND}| \leq V_{GND}^0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad , \quad (2.198)$$

da das System im Bereich der Maxima bei $V_{GND} \approx \pm V_{GND}^0$ mehr Zeit als im Bereich $V_{GND} \approx 0$ verbringt²⁹.

Im Rahmen dieser Arbeit ist mit Hilfe des oben beschriebenen Modells mit verschiedenen Wahrscheinlichkeitsdichten $W_{VF}(\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_G)$ der Einfluss der niederfrequenten Spannungsfuktuationen in den in Abschnitt 2.4.3 beschriebenen Algorithmus integriert worden. Hierbei ist es möglich, zeitgleich den Einfluss der Hochfrequenz-Einstrahlung mit dem Einfluss der niederfrequenten Schwankungen zu kombinieren. Die Mehrzahl aller Simulationen mit niederfrequenten Fluktuationen ist mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.195) mit der Wahrscheinlichkeitsdichte (2.197) berechnet worden. Mit Hilfe dieser beiden unterschiedlichen Typen von Störungen ist es möglich, die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Messdaten der SET gut zu beschreiben, wenn durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes die Supraleitung des Aluminiums unterdrückt und die Magnetisierung der Nickel-Elektroden bzw. der Nickel-Insel fixiert ist. Ein genauer Vergleich der Simulationsdaten und der Messdaten ist in Abschnitt 5.4 enthalten.

Um den Einfluss der niederfrequenten Spannungsfuktuationen kurz zu diskutieren, ist in Abbildung 2.29 je eine Strom-Spannungs-Kennlinie eines SET bei einer Basistemperatur des elektrischen Systems von 40 mK dargestellt. Die schwarze Kurve ist ohne den Einfluss niederfrequenter Fluktuationen berechnet worden. Der roten Kurve liegt die Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.195) mit der konstanten Wahrscheinlichkeitsdichte (2.197) sowie einer Amplitude der Spannungsfuktuationen von $\Delta V_{GND}^0 = 30 \mu\text{V}$ zugrunde. Auch hier führen die Fluktuationen zu Verrundungen der Strom-Spannungs-Kennlinien in der Gegend der Schwellspannung, bei der der SET den Bereich der Coulomb-Blockade verlässt. Hierfür sind zum einen die Fluktuationen der Transportspannung V_{SD} verantwortlich, die zu einer Beimischung von Strömen höherer Transportspannungen führen, und zum anderen Änderungen der Tunnelraten, die auf die Verschiebung des chemischen Potentials der Insel zurückzuführen sind. Zusätzlich ist in Abbildung 2.29 eine weitere Strom-Spannungs-Kennlinie in Form offener, schwarzer Symbole enthalten, die nur jeden 10. Datenpunkt darstellen. Dieser Strom-Spannungs-Kennlinie liegt eine erhöhte Temperatur des elektronischen Systems von 70 mK zugrunde, wobei auf eine Einkopplung niederfrequenter Spannungsfuktuationen verzichtet wurde. Auch wenn die Übereinstimmung der Kennlinien mit niederfrequenten Spannungsfuktuationen und der mit erhöhter elektronischer Temperatur im Bereich der Schwellspannung nicht schlecht ist, zeigen die beiden Kurven doch gerade im Bereich um $V_{SD} \approx 0.19 \text{ mV}$ doch deutlich erkennbare Abweichungen voneinander. Zumindest in diesem Fall ist eine Beschreibung des Einflusses niederfrequenter Spannungsfuktuationen mit diesen statistischen Verteilungen durch Einführung einer effektiven elektronischen Temperatur nur sehr begrenzt möglich.

²⁹Mit $y = V_{GND}/V_{GND}^0$ ergibt sich die „Zeit“, die das System im Zustand y verbringt als

$$dx = \frac{d}{dy}(\arcsin y) dy = \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} \quad . \quad (2.199)$$

Der zusätzliche Faktor $1/\pi$ in (2.198) ist eine Folge der Normierung (2.196) von W_{GND} auf 1, da

$$\int_{-1}^{+1} \frac{d}{dy}(\arcsin y) dy = \arcsin(+1) - \arcsin(-1) = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi \quad (2.200)$$

gilt. Die zweite Halbperiode verdoppelt die „Aufenthaltszeit“ des Systems im Zustand y . Dieser zusätzliche Faktor 2 fällt jedoch aufgrund der Normierung auf 1 wieder heraus.

Die Divergenz von (2.198) bei $V_{GND} = \pm V_{GND}^0$ tritt bei der Berechnung von I_{VF} nicht in Erscheinung, da aufgrund der kontinuierlichen Formulierung der Beimischung der Störungen im Rahmen dieses Abschnitts bei der Integration über V_{GND} diese nicht mehr auftritt. Bei einem Übergang in eine diskrete Formulierung der Störungsbeimischung muss diese Divergenz jedoch – beispielsweise im Rahmen der Implementierung in den in Abschnitt 2.4.3 beschriebenen Algorithmus – berücksichtigt werden.

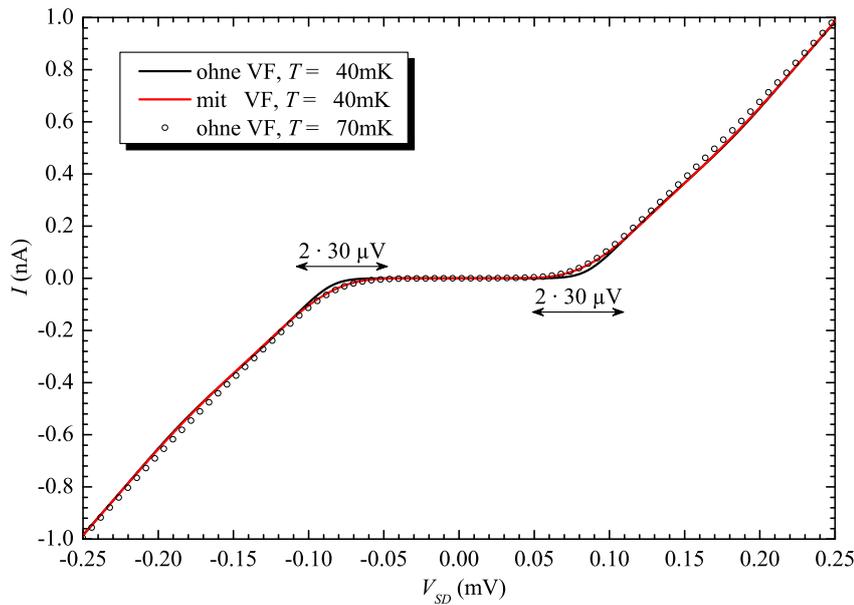


Abbildung 2.29: Vergleich der I - V -Kennlinien eines asymmetrischen SET bei einer Basistemperatur von 40 mK ohne (schwarze Kurve) und mit niederfrequenten Spannungsfuktuationen (rote Kurve). Der roten Kurve liegt die 1-dimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.195) mit der konstanten Wahrscheinlichkeitsdichte (2.197) mit einer Amplitude von $V_{GND}^0 = 30 \mu\text{V}$ zugrunde. Als offene, schwarze Symbole ist eine weitere I - V -Kennlinien bei einer Basistemperatur von 70 mK ohne eine zusätzliche Einkopplung niederfrequenter Spannungsfuktuationen eingezeichnet.

2.6.3 Weitere umweltspezifische Effekte

Thermische Fluktuationen

Der wesentliche Einfluss der thermischen Fluktuationen ist bereits in der Orthodoxen Theorie enthalten. Sie stellen den tunnelnden Elektronen beispielsweise in der Nähe der Entartungspunkte der Ladungsenergie die notwendige Energie zur Verfügung, um die Coulomb-Blockade zu überwinden, und führen so zu den üblichen Verrundungen der Kennlinien der Einzelladungs-Bauelemente, wie sie unter anderem die Abbildung 2.15 auf Seite 23 für einen SET oder auch die Abbildung 2.7 auf Seite 16 für eine Single-Electron Box zeigen.

Die hierbei entscheidende Temperatur ist die Temperatur des elektronischen Systems T_e , die sich gerade bei tiefen Temperaturen unterhalb von etwa 1 K doch deutlich von der Temperatur des Bauelements, also der phononischen Temperatur T_p des zu Grunde liegenden Metallfilms unterscheiden kann. Eine wesentliche Ursache, die zu diesen Abweichungen der beiden Temperaturen beiträgt, ist die bei tiefen Temperaturen im Vergleich zur Dicke des Metallfilms normalerweise deutlich größere Wellenlänge der Phononen im Metallfilm, die dazu führt, dass die Phononen des Metallfilms stark an die des Substrats gekoppelt sind. Hinzu kommt, dass gerade bei Bauelementen, die aus dünnen metallischen Filmen und durch Tunnelkontakte nur schwach an die Zuleitungen angekoppelte Inseln aufgebaut sind, die im elektronischen System dissipierte Wärme nur schlecht über das System der Leitungselektronen abgeführt werden kann. Dies liegt daran, dass auch der thermische Widerstand der Tunnelkontakte für den Wärmetransport über Elektronen R_T^{therm} proportional zum Tunnelwiderstand R_T ist [Kau96b]. Wird nun Leistung in das elektronische System der Bauelemente übertragen, also beispielsweise aufgrund einer am Bauelement anliegenden Transportspannung V_{SD} , kann die Wärme nur bedingt über das System der

Leitungselektronen abgeführt werden, so dass es letztendlich zu einer von der Transportspannung V_{SD} abhängigen Erwärmung des elektronischen Systems des Bauelements kommen kann, die sich etwa in Form von vollständig fehlenden, reduzierten oder verrundeten Strukturen in den zugehörigen Kennlinien niederschlagen wird. J. P. Kauppinnen und J. P. Pekola konnten durch Messungen an Serienschaltungen kleiner Tunnelkontakte zeigen, dass hier die transportierte Wärmeleistung P_{el-ph} durch Elektron-Phonon-Streuung limitiert wird [Kau96b, Far97]. Im Fall einfacher, gerader Inseln konnten sie das für Elektron-Phonon-Streuung bekannte Gesetz

$$P_{el-ph} = \Sigma \cdot \Omega \cdot (T_e^5 - T_p^5) \quad (2.201)$$

[Wel94, Rou85, Wel89] bestätigen, wobei Ω das Volumen der Inseln und $\Sigma \sim 0.7 \text{ nW/K}^5 \mu\text{m}^3$ für Al-Filme sind [Kau96b, Cov00, Kau93]. Gerade im Fall dünner Filme beschränkt die geringe Dicke des Metallfilms das Volumens Ω der Insel. Durch eine gezielte Erhöhung des Volumens durch zusätzliche Kühlfinger kann so die am Tunnelkontakt dissipierte Leistung auf eine größere Zahl von Elektronen verteilt werden, was zu einem geringeren Anstieg der elektronischen Temperatur T_e führt. Zur Kühlung können jedoch nur Elektronen beitragen, deren Distanz vom Ort der Wärmeentwicklung, hier also normalerweise der Tunnelkontakt, nicht größer ist, als die inelastische Diffusionslänge der Elektronen, die je nach verwendetem Material und hinreichend tiefen Temperaturen im Bereich von Millimetern liegen kann [Wel89]. So konnten K. P. Kauppinnen und K. P. Pekola durch seitliches Anbringen von Kühlfingern an den Inseln ihrer Bauelemente ihr Volumen um bis zu 3 Größenordnungen erhöhen und so in ihren Proben eine wesentlich verbesserte Abführung der dissipierten Wärme und eine verbesserte Ankopplung der elektronischen Temperatur des Bauelements an die Temperatur des Substrats erreichen [Kau96b].

Auf eine gezielte Implementierung der Berücksichtigung der durch die dissipierte Leistung im elektronischen System der Bauelemente bedingte Temperatur T_e ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit jedoch verzichtet worden. Zum einen hätte dies zu einer Vielzahl weiterer Theoriebedingter Annahmen und Parameter geführt, zum anderen erhöht sich in diesem Fall die benötigte Rechenzeit weiter, da nun nicht mehr zu einem bestimmten Satz von Parametern, zu denen insbesondere die Transportspannung V_{SD} und die Temperatur T_e gehören, ein Strom $I(V_{SD}, T_e)$ berechnet werden kann. Es muss vielmehr, beispielsweise mit Hilfe eines iterativen Algorithmus, der Strom $I(V_{SD}, T_e)$ selbst-konsistent berechnet werden, da nun die Temperatur T_e aufgrund der auf der Insel dissipierten Leistung $P_I \approx I \cdot V_{SD}$ über (2.201) selbst wiederum vom fließenden Strom $I(V_{SD}, T_e)$ abhängt. Da die dissipierte Leistung P_I eine Funktion der Transportspannung V_{SD} ist, ergibt sich so auch eine Abhängigkeit der Temperatur $T_e(V_{SD})$, so dass für jeden Wert von V_{SD} der Strom I und die Temperatur T_e individuell bestimmt werden müssen. Gerade im Zusammenspiel mit der symmetrischen Hochfrequenz-Einkopplung und der Berücksichtigung niederfrequenter Spannungsfluktuationen wird dieses Verfahren sehr schnell unpraktikabel.

Typischerweise werden bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Bauelementen bereits knapp nach Verlassen des Bereichs der unmittelbaren Coulomb-Blockade Leistungen P_I von mehr als 10^{-13} W dissipiert. Muss beispielsweise diese Leistung vollständig über das phononische System der Insel abgeführt werden, würde sich unter Berücksichtigung der Abmessungen der Inseln, der Kopplungskonstanten Σ und der Basistemperatur von $T_p \approx 40 \text{ mK}$, bei der die Mehrzahl der Messungen durchgeführt wurden, eine Temperatur des elektronischen Systems auf etwa $T_e \sim 400 \text{ mK}$ ergeben, was zu einer drastischen Reduzierung der beobachtbaren Einzelladungseffekte führen würde, und auch nicht mit den in Abschnitt 5.4 gefundenen, konstanten Temperaturen T_e übereinstimmt. Geht man davon aus, dass nur ein kleiner Bruchteil der dissipierten Wärme (P_{el-ph}/P_I) über das phononische System abgeführt werden muss, ergeben sich unter Vernachlässigung der Effekte der Hochfrequenz-Einstrahlung und der niederfrequenten Fluktuationen bei einer effektiven Temperatur $T_e \sim 100 \text{ mK}$ Bruchteile von etwa $(P_{el-ph}/P_I) \sim 0.1\%$

und bei $T_e \sim 200$ mK etwa $(P_{el-ph}/P_I) \sim 3\%$. Diese geringen Werte sind eine Folge der T^5 -Abhängigkeit von P_{el-ph} in (2.201) und werfen deutliche Zweifel in Bezug auf die Signifikanz des Transportspannungs-abhängigen Aufheizens bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Bauelementen auf, weshalb Aufheizeffekte letztendlich auch nicht weiter verfolgt wurde.

Ladungs-Fluktuationen

Neben den bisher erwähnten Störungen durch Hochfrequenz-Einstrahlung, niederfrequenter Spannungsfuktuationen und die in den Tunnelkontakten dissipierte Wärme sind SET insbesondere auch störanfällig für zeitlich variierende elektrische Felder, wie sie von Fluktuationen von Ladungen in der Umgebung der Insel hervorgerufen werden können. Dieser hier als zusätzliche Störquelle klassifizierter Effekt ermöglicht andererseits eine der wichtigsten Anwendungen von SET, nämlich den Einsatz als Elektrometer zur Detektion der Änderung kleinster elektrischer Felder oder auch entsprechender Ladungsänderungen, wie ja bereits in Abschnitt 2.3.2 erläutert wurde.

Fluktuiert so eine Ladung in der Umgebung der Insel, führt dies zu einer Änderung der elektrischen Felder in der Umgebung der Insel, was sich wiederum in einer Änderung der effektiven Ladung der Insel δQ bemerkbar macht. Im Rahmen der Orthodoxen Theorie in Abschnitt 2.4 kann so durch eine Ergänzung der Definition der Inselladung beispielsweise in (2.80) der Einfluss elektrostatischer bzw. quasi-elektrostatischer Felder auf den SET durch Einführung einer Offset- oder Hintergrundladung berücksichtigt werden. Typischerweise können mit einem SET aufgrund der e -Periodizität seiner Transporteigenschaften Änderungen der effektiven Inselladung im Bereich eines Bruchteils einer Elementarladung e detektiert werden.

Die Berücksichtigung von Fluktuationen der Hintergrundladung im Rahmen des hier implementierten Algorithmus ist im Prinzip eine nahe liegende Erweiterung, da sie, wie oben beschrieben, durch Einführung einer Offsetladung in die Inselladung geschehen kann. Im Falle einer langlebigen Störung durch eine Hintergrundladung, die beispielsweise eine ganze Messserie überdauert, kann sie jedoch durch Anpassung der Gate-Spannung V_G bzw. durch Einführung eines Offset-Wertes für V_G berücksichtigt werden. Im Fall vieler, schneller Fluktuationen, wobei beim Vergleich einer Messung mit einer berechneten Kennlinie eines SET die betreffende Zeitskala durch den Messaufbau, beispielsweise durch Filter, oder auch durch die Messfrequenz definiert wird, kann eine Berücksichtigung solcher, schnellen Fluktuationen durch eine Fluktuation der Gate-Spannung V_G erfolgen. Die Beschreibung ähnelt daher sehr der Beschreibung des Einflusses niederfrequenter Spannungsfuktuationen aus Abschnitt (2.6.2) mit einer entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilung und -dichte. Die Umrechnung zwischen der Änderung der effektiven Inselladung δQ und der Fluktuationsamplitude der Gate-Spannung ΔV_G^0 erfolgt über die Gate-Kapazität C_G .

In diesen beiden Frequenzbereichen äußern sich Störungen durch Hintergrundladungen durch das Auftreten eines quasi-konstanten Offsets bezüglich V_G im Bereich sehr kleiner Frequenzen und durch eine Verrundung von Kennlinien oder anderen Mittelungseffekten im Bereich höherer Frequenzen, da im Experiment die zeitliche Auflösung eines einzigen Störereignisses dann nicht mehr möglich ist.

Im dazwischen liegenden Frequenzbereich, wenn also die Messfrequenz in der Größenordnung der Fluktuationsfrequenz liegt, zeigt das Bauelement ein Schalten zwischen verschiedenen, zu unterschiedlichen V_G -Werten gehörenden Strom-Spannungs-Kennlinien bzw. im Fall einer I - V_G -Kennlinie ein Springen auf der V_G -Achse, wobei das Schalten im Rahmen der Messung aufgelöst werden kann. Da es sich hierbei jedoch um einen statistischen Prozess handelt, ist eine Be-

schreibung im Rahmen einer numerischen Simulation nur durch eine Vielzahl von zusätzlichen Annahmen möglich, da weder eine Reduzierung des Effekts auf einen Offset noch auf einen Mittelungseffekt möglich ist. Aus diesen Gründen ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf eine explizite Simulation von Ladungsfluktuationen, die auf Hintergrundladungen zurückzuführen sind, verzichtet worden. Eine genauere Beschreibung des Verhaltens der Ladungsfluktuationen und der zu Grunde liegenden Modelle ist in Abschnitt 5.3 aufgenommen worden, in dem auch die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen, die von Fluktuationen der Hintergrundladung besonders betroffen sind, erörtert werden.

2.7 Supraleitende und Ferromagnetische Effekte

Bestehen Teile der Bauelemente aus supraleitenden oder ferromagnetischen Materialien und werden die Bauelemente in einem solchen Regime betrieben, in dem diese Effekte bedeutsam werden, treten im Vergleich zu einem aus normalleitenden Materialien aufgebauten SET zusätzliche Prozesse und Phänomene in Erscheinung, die zu deutlichen Änderungen im Verhalten der Bauelemente führen können. Hierbei ist die Zahl der möglichen, neuen Effekte so groß, dass eine vollständige Beschreibung den Umfang der vorliegenden Arbeit sprengen würde. Aus diesem Grund beschränke ich mich im weiteren Verlauf auf die für die im Rahmen dieser Arbeit wichtigsten Effekte. Beginnend mit den Konsequenzen, die der Einbau supraleitender Komponenten auf das Verhalten der Bauelemente hat, wird die Diskussion der Effekte im Anschluss hieran auf ferromagnetische Komponenten ausgedehnt.

2.7.1 Supraleitende Effekte

Werden SET mit supraleitenden Komponenten unterhalb der kritischen Temperatur und unterhalb des kritischen Magnetfeldes im supraleitenden Regime betrieben, so kommt es in diesen Komponenten aufgrund der Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgern zur Ausbildung eines neuen, supraleitenden Grundzustands. Die Ladungsträger in diesem Grundzustand sind paarweise korreliert und bilden sogenannte *Cooper-Paare*, die alle einen einzigen quantenmechanischen Zustand besetzen.

Quasiteilchentunneln

Die vielleicht für auf Tunnelkontakten basierenden Bauelemente wichtigste Konsequenz ist die hiermit einhergehende Energie der Quasiteilchenanregungen des neuen Grundzustands [Tin96, Bar57], die eine Mindestanregungsenergie³⁰ Δ aufweist. Für eine Quasiteilchenanregung im Zustand \mathbf{k} ergibt sich so die Energie

$$E_{\mathbf{k}} = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}}^2 + \Delta^2} \quad , \quad (2.202)$$

wobei $\xi_{\mathbf{k}}$ die Energie der entsprechenden Quasiteilchenanregung im normalleitenden Regime ist. Da in die Beschreibung des Tunnelereignisses eines Quasiteilchens die genaue Beschaffenheit des supraleitenden Grundzustands, etwa in Form der Kohärenzfaktoren, nicht eingeht, kann das

³⁰Im Rahmen dieser Arbeit bezeichnet Δ die Größe der Energielücke bzw. den Betrag des supraleitenden Ordnungsparameters. Da die Erhaltung der Zahl der Elektronen die paarweise Erzeugung oder Vernichtung von Quasiteilchen erfordert, ist die spektroskopische Energielücke 2Δ [Tin96].

Tunneln von Quasiteilchen im Rahmen eines einfachen Halbleiter-Modells unter Verwendung der sich aus der Anregungsenergie der Quasiteilchen ergebenden Zustandsdichte

$$n_{SL}(E) = n^0 \cdot \sqrt{\frac{E^2}{E^2 - \Delta^2}} \cdot \Theta(E^2 - \Delta^2) \quad (2.203)$$

beschrieben werden [Bar57, Tin96, Sch98a, Buc90], wobei, analog zu Abschnitt 2.2.1, n^0 die Zustandsdichte der Elektroden an der Fermi-Energie E_F im normalleitenden Zustand und $\Theta(x)$ die Stufenfunktion (2.20) sind. Die Energie wird in (2.203) von der Fermi-Energie E_F bzw. dem chemischen Potenzial ausgehend gemessen. Bei der Beschreibung eines Tunnelvorgangs zwischen zwei über einen Tunnelkontakt nur schwach miteinander wechselwirkenden Elektroden bleibt hierbei (2.7) aus Abschnitt 2.2.1 gültig, wobei jedoch für die supraleitenden Elektroden Zustandsdichten gemäß (2.203) eingesetzt werden müssen. Hierbei ist weder im Fall eines NS-Tunnelkontaktes, wobei N eine normalleitende Elektrode und S eine supraleitende Elektrode bezeichnet, noch im Fall eines SS-Tunnelkontaktes die Angabe des Resultats der Integration der Tunnelraten Γ in geschlossener Form, etwa analog zu (2.9), möglich [Sch98a, Tin96]. Die Beschreibung von Einzelladungseffekten an Bauelementen mit supraleitenden Elektroden, die ausschließlich auf das Tunneln von Quasiteilchen zurückzuführen sind, kann so unter Berücksichtigung der geänderten Zustandsdichte der Quasiteilchen in den supraleitenden Elektroden analog zu der in Abschnitt 2.4 beschriebenen Orthodoxen Theorie geschehen, wobei auch hier durch eine entsprechende Funktion $P(E)$ der Einfluss der Umgebungsimpedanz berücksichtigt werden kann [Sch98a, Tin96]. Als Folge der fehlenden Möglichkeit, die Tunnelrate in geschlossener Form angeben zu können, tritt so für jeden Tunnelkontakt des Bauelements mit mindestens einer supraleitenden Elektrode eine zusätzliche Integration auf, die im Rahmen einer numerischen Lösung des Problems zusätzliche Rechenzeit benötigt. Für symmetrisch aufgebaute Bauelemente, wie etwa den NSN-, den SNS- oder auch den SSS-SET, wobei die beiden äußeren Buchstaben die verwendeten Materialien³¹ der Zuleitungen und der innere Buchstabe die der Insel beschreibt, ergeben sich so zusätzlich zwei weitere Integrationen, wobei gerade im Bereich $|E| \gtrsim |\Delta|$ aufgrund der starken Änderung von $n_{SL}(E)$ die notwendige Diskretisierung hinreichend fein gewählt sein muss.

Aufgrund der geänderten Zustandsdichte $n_{SL}(E)$ muss dem System neben der Coulomb-Energie auch die Energie zur Verfügung gestellt werden, die zur Erzeugung der Anregungen notwendig ist, wie dies beispielsweise auch im Rahmen der inelastischen Cotunnel-Prozesse notwendig ist. Im Unterschied zu diesen Prozessen reichen hier nicht schon beliebig kleine Transportspannungen V_{SD} aus, sondern es muss vielmehr die Energielücke Δ überwunden werden. Analog zum Fall der klassischen Tunnelspektroskopie zwischen konventionellen, von der BCS³²-Theorie beschriebenen Supraleitern und metallischen Normalleitern muss hier eine Schwellenspannung von (Δ/e) im Falle eines SN-Kontaktes und $(2\Delta/e)$ im Falle eines SS-Kontaktes je Tunnelkontakt überwunden werden [Tin96, Buc90], so dass sich bei identischen Energielücken Δ der beteiligten Komponenten im Fall eines SNS- oder NSN-SET eine Mindest-Schwellenspannung von je

$$V_{th}^{NSN} = V_{th}^{SNS} = \frac{2\Delta}{e} \quad (2.204)$$

und im Fall eines SSS-SET von

$$V_{th}^{SSS} = \frac{4\Delta}{e} \quad (2.205)$$

ergibt [Eil93, Her94, Kor96, Nak97, Man97, Had98, Tuo93], ab der ein Transport von Quasiteilchen überhaupt erst möglich ist. Hinzu tritt die von der Gate-Spannung V_G abhängige Coulomb-Barriere, die für Quasiteilchen bei verschwindender Temperatur $T = 0$ zwischen 0 und e/C_Σ liegt,

³¹bzw. den Betriebszustand

³²J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer, vgl. auch [Bar57]

wobei C_Σ die Gesamt-Kapazität des SET darstellt, und die beiden Mindest-Schwellenspannungen (2.204) und (2.205) entsprechend erhöht.

Neben der Möglichkeit, über Quasiteilchenanregungen einen Transport von Ladungsträgern über den SET hinweg zu realisieren, was ja aufgrund der supraleitenden Energielücke Δ je nach Bauelement eine zusätzliche Mindest-Schwellenspannung nach (2.204) oder (2.205) erfordert, kann durch Prozesse höherer Ordnung bereits unterhalb dieser Transportspannungen V_{SD} ein Stromtransport möglich sein. Hierbei ist die Materialauswahl der Elektroden der verwendeten Tunnelkontakte entscheidend. So dominieren bei NSN- und SNS-SET im Vergleich zu SSS-SET im Transportspannungsbereich unterhalb der durch (2.204) oder (2.205) gegebenen Mindest-Schwellenspannung unterschiedliche Prozesse den Stromtransport, so dass sich eine parallele Behandlung von einerseits NSN- und SNS-SET und SSS-SET andererseits nicht anbietet. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine Ergebnisse intensiver diskutiert werden, die an SSS-SET gewonnen wurden, werden die Effekte und Transportmechanismen, die in diesen Bauelementen auftreten, vergleichsweise kurz im Anschluss an die in NSN- und SNS-SET auftretenden erläutert.

Bestehen die Elektroden der Tunnelkontakte jeweils aus einem supraleitenden und einem normalleitenden Material, dominiert im Transportspannungsbereich V_{SD} unterhalb der supraleitenden Energielücke (Δ/e) ein Transportmechanismus, der der Andreev-Reflexion ähnlich ist [Blo82], und aus diesem Grund auch häufig entsprechend bezeichnet wird [Sch98a]. Darüberhinaus treten bei Bauelementen mit supraleitenden Inseln Paritätseffekte auf, in denen die Ladung der Cooper-Paare ($-2e$) zum Ausdruck kommt.

Paritätseffekte

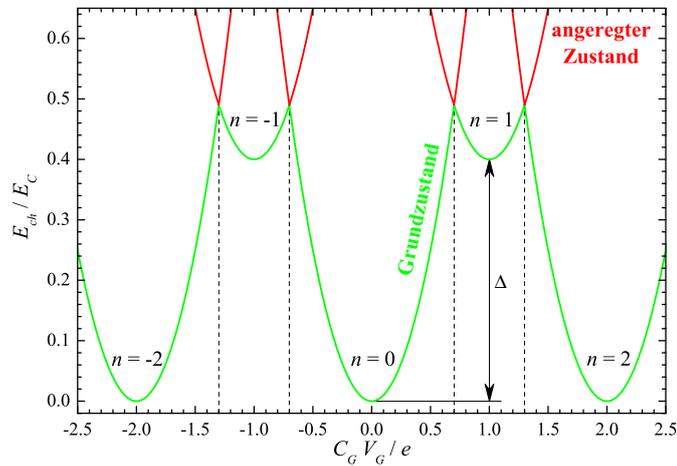


Abbildung 2.30: Schematische Darstellung der freien Energie E_{ch} als Funktion der Gate-Spannung V_G für Einzelladungseffekt-Bauelemente mit supraleitenden Inseln (NSN-, SSS-SET, Single Electron Box mit supraleitender Insel) ($\Delta = 0.4E_C$).

Einzelladungseffekt-Bauelemente mit supraleitenden Inseln zeigen bei hinreichend tiefen Temperaturen und hinreichend kleinen Transportspannungen Paritätseffekte, die sich beispielsweise darin äußern, dass ihre $I(V_G)$ -Kennlinien nicht mehr ein e -periodisches, sondern ein $2e$ -periodisches Verhalten aufweisen. Ein entsprechendes Verhalten wurde an NSN-SET [Her94, Her95, Eil93], SSS-SET [Tuo92, Tuo93, Ama94, Had98] und an Single Electron Boxen mit supraleitenden Inseln [Laf93] beobachtet. Der Grund hierfür liegt daran, dass die supraleitenden Ladungsträger aus

Paaren von Elektronen mit entgegengesetztem Spin bestehen, der Grundzustand also aus einer geraden Zahl von Elektronen besteht. Zustände mit einer ungeraden Anzahl von Elektronen weisen im Gegensatz zu Zuständen mit einer geraden Anzahl von Elektronen immer mindestens eine Quasiteilchenanregung mit einer Energie von wenigstens Δ auf. Das zusätzliche Elektron kann nicht zu einem Cooper-Paar kondensieren, da kein weiteres Quasiteilchen zur Verfügung steht, mit dem es rekombinieren könnte.

Dies wirkt sich auch auf die freie Energie E_{ch} des Systems aus. Zustände mit einer ungeraden Anzahl der Überschussladungsträger n weisen im Vergleich zu Zuständen mit einer geraden Anzahl die zusätzliche Energie Δ auf. Hierbei kann es sich sowohl um einen NSN-SET, wie auch um eine Single Electron Box mit supraleitender Insel handeln. Analog zu (2.23) und (2.30) ergibt sich so die freie Energie des entsprechenden Systems

$$E_{ch}(n, V_G) = E_C \cdot (ne + C_G V_G)^2 + p(n)\Delta \quad , \quad (2.206)$$

wobei die Paritätsfunktion

$$p(m) = m \pmod{2} \quad (2.207)$$

für alle ganzen Zahlen m definiert ist und den Wert 0 annimmt, wenn m gerade ist, sowie den Wert 1, wenn m ungerade ist. Analog zu den in den Abschnitten 2.3.1 und 2.3.2 erklärten Fällen der normalleitenden Bauelemente, bildet die freie Energie eine Schar von Parabeln, bei denen allerdings die zu ungeraden Überschussladungen n gehörenden Parabeln um Δ verschoben sind.

Abbildung 2.30 zeigt so den Verlauf der freien Energie (2.206) für ein Bauelement mit $\Delta < E_C$. Analog zum Vorgehen in Abschnitt 2.3.1 folgt das System bei einer Erhöhung der Gate-Spannung V_G in diesem Fall bei verschwindender Temperatur T , ausgehend von $n = 0$ und $V_G = 0$, der zu $n = 0$ gehörenden Parabel bis zu den Entartungspunkten, die durch vertikale, gestrichelte Linien gekennzeichnet sind. An diesen Punkten ist es für das System energetisch günstiger, ein Quasiteilchen durch den Tunnelkontakt auf die Insel zu transportieren bzw. von ihr eines abzuführen. Da aufgrund der endlichen Energielücke Δ die Entartungspunkte nicht mehr bei $C_G V_G = (2m + 1)e/2$ liegen, wobei m wieder eine ganze Zahl ist, zeigt der resultierende Verlauf der Inselladung $\langle n \rangle(V_G)$ ein stufenförmiges, $2e$ -periodisches Verhalten, dessen Stufen, die zu einer ungeraden Ladungszahl n gehören, kürzer sind als die, die zu einer geraden Ladungszahl gehören, bis die ungeraden Stufen schließlich im Bereich $\Delta \geq E_C$ vollständig verschwinden. Die Entartungspunkte der Zustände mit einer geraden Überschussladungsträgerzahl liegen dann bei $C_G V_G = me$. Experimentell konnte dieses Verhalten von P. Lafarge et al. an einer Single Electron Box mit einer supraleitenden Insel beobachtet werden [Laf93].

Bei Erhöhung der Temperatur T verschwindet im Bereich einer Temperatur T^* die $2e$ -Periodizität zugunsten der auch im normalleitenden Regime vorherrschenden e -Periodizität. Bemerkenswert ist hier, dass die Übergangstemperatur T^* erheblich unter der kritischen Temperatur des supraleitenden Materials T_C^{SL} liegt, so dass die Supraleitung selbst bei dieser Temperatur kaum geschwächt ist und $\Delta(T^*) \approx \Delta(T = 0) = \Delta_0 \gg k_B T^*$ gilt. Statistisch kann dieses Verhalten durch Einführung einer freien Paritätsenergie $F_0(T)$ erklärt und beschrieben werden, die im Grenzfall kleiner Temperaturen T als

$$F_0(T) \approx \Delta - k_B T \ln N^* \quad (2.208)$$

ausgedrückt werden kann, wobei N^* die Zahl der verfügbaren Zustände für Quasiteilchen-Anregungen darstellt [Tuo92, Tuo93, Tin96, Laf93, Sch98a]. Mit dem Verschwinden der freien Paritätsenergie $F_0(T) \approx 0$ geht die Periodizität der Bauelemente von der $2e$ -Periodizität in die aus dem normalleitenden Regime bekannte e -Periodizität über, was im Rahmen der Näherung³³

³³Für realistische Parameter hat M. Tinkham gezeigt, dass $F_0(T)$ im Bereich der Temperatur T^* nur asymptotisch verschwindet [Tin96].

(2.208) bei der Temperatur

$$T^* \approx \frac{\Delta}{k_B \ln N^*} \quad (2.209)$$

geschieht. Für eine typische Größenordnung von $N^* \sim 10^4$ [Tin96] und der aus der BCS-Theorie stammenden Beziehung

$$2\Delta_0 \approx 3.5k_B T_C^{SL} \quad (2.210)$$

[Bar57, Tin96] ergibt sich eine Temperatur T^* von etwa

$$T^* \sim \frac{T_C^{SL}}{5} \quad (2.211)$$

Eine etwas anschaulichere Erklärung für das Zustandekommen von (2.209) liefert das folgende einfache Modell [Sch98a, Tin96], in dem der Einfachheit halber $\Delta > E_C$ gelten soll. In diesem Fall enthält der Grundzustand des Systems eine gerade Zahl von Ladungsträgern und ist außer an den Entartungspunkten $C_G V_G = me$ mit einem ganzzahligen m nicht entartet. Im Gegensatz hierzu weisen die angeregten Zustände die erheblich höhere Entartung N^* auf. Sie alle verfügen über ein zusätzliches Quasiteilchen, so dass die Anzahl der Überschussladungsträger ungerade ist. Die Besetzungswahrscheinlichkeit eines einzelnen angeregten Zustands wird im Vergleich zum Grundzustand durch einen Boltzmann-Faktor $e^{-\Delta E/k_B T}$ beschrieben, wobei ΔE die Energiedifferenz zwischen einem angeregten Zustand und dem Grundzustand ist. Durch Mittelung über $C_G V_G$ erhält man so gerade $\Delta E = \Delta$, so dass die Wahrscheinlichkeit $p_{ungerade}$, das System in einem beliebigen, angeregten Zustand mit einer ungeraden Anzahl von Elektronen anzutreffen, im Vergleich zum Grundzustand $p_{ungerade} = p_{gerade} \cdot N^* \cdot e^{-\Delta/k_B T}$ ist, woraus sich durch Vergleich mit der Grundzustandswahrscheinlichkeit sofort (2.209) ergibt.

Andreev-Transport bzw. -Reflexion

Bei Einzelladungseffekt-Bauelementen, deren Elektroden der Tunnelkontakte jeweils aus einem normalleitenden und einem supraleitenden Material bestehen, ist ein Stromtransport auch im Transportspannungsbereich $|V_{SD}| \leq V_{th}^{NSN}$ unterhalb der durch (2.204) gegebenen Schwellenspannung möglich. Um die Erläuterung dieses Prozesses zu erleichtern, beschränke ich mich im weiteren Verlauf dieses Unterabschnitts auf den Fall eines NSN-SET mit $\Delta > E_C$ bei sehr tiefen Temperaturen, soweit nichts anderes angegeben ist.

Wegen der im Vergleich zu V_{th}^{NSN} niedrigen Transportspannungen V_{SD} ist ein Stromtransport, der auf dem direkten Tunneln von Quasiteilchen beruht, aufgrund der supraleitenden Energielücke Δ und dem damit verbundenen Fehlen von Zuständen in der supraleitenden Elektrode nicht möglich. Da dieser Prozess erster Ordnung somit ausscheidet, können Prozesse höherer Ordnungen den Stromtransport entscheidend beeinflussen, an dem mehrere Elektronen beteiligt sind. Einen solchen Prozess stellt der der Andreev-Reflexion an Supraleiter/Normalleiter-Grenzschichten ähnliche Prozess dar, bei dem zwei Elektronen in die supraleitende Elektrode tunneln und dort zu einem Cooper-Paar kondensieren [Hek93, Sch98a]. Bei diesem Prozess handelt es sich um einen Prozess zweiter Ordnung, der ähnlich zu den inelastischen Cotunnelprozessen in Abschnitt 2.5.2 in zwei Teilschritten verläuft, wobei hier allerdings im Gegensatz zum inelastischen Cotunneln der Prozess nicht zum Transport einer Ladung durch den SET hindurch führt, sondern einen supraleitenden Ladungsträger auf die Insel transportiert bzw. von ihr wieder entfernt. Im ersten Teilschritt des Transportprozesses zweiter Ordnung tunnelt ein Elektron aus dem Zustand k der Elektrode der Zuleitung auf die supraleitende Insel in einen virtuellen Zustand p , wobei der Spin des tunnelnden Elektrons σ erhalten bleibt. Im zweiten Teilschritt

des Transportprozesses zweiter Ordnung tunnelt ein zweites Elektron aus dem Zustand k' der Elektrode mit dem entgegengesetzten Spin ($-\sigma$) in den Zustand ($-p$) der Insel, wo die beiden Elektronen anschließend ein Cooper-Paar bilden. Dieser Tunnelprozess als Ganzes stellt wiederum den ersten Teilprozessschritt des sequentiellen Tunnelprozesses dar, der zum Transport der Ladung ($-2e$) durch den SET hindurch führt. Im zweiten Teilschritt des Gesamtprozesses wird ein lochartiges Quasiteilchen in der normalleitenden Elektrode des zweiten Tunnelkontaktes Andreev-reflektiert, was dazu führt, dass ein anderes Cooper-Paar durch den zweiten Tunnelkontakt in die normalleitende Elektrode transferiert wird, was den ursprünglichen Ladungszustand der supraleitenden Insel wiederherstellt und so den Ladungstransfer durch den SET abschließt. Dieser Prozess ist, wie die Analyse der Tunnelraten weiter unten zeigen wird, ähnlich dem sequentiellen Tunneln von Quasiteilchen der Coulomb-Blockade unterworfen. Aus diesem Grund und aufgrund der niedrigen Transportspannungen V_{SD} , die notwendig sind, damit ein Prozess zweiter Ordnung einen nicht vernachlässigbaren Anteil zum gesamten Stromtransport liefern kann, trägt der hier beschriebene Transportmechanismus gerade dann wesentlich zum Stromtransport bei, wenn die Ladungszustände der Insel n und $(n + 2)$ energetisch entartet sind, wenn also gilt

$$V_G = (1 + 2m) \frac{e}{C_G} \quad , \quad (2.212)$$

wobei m eine ganze Zahl ist. Die transferierte Ladung ($-2e$) führt so auch für diesen Prozess zu einer $2e$ -periodischen $I(V_G)$ -Kennlinie im entsprechenden Transportspannungsbereich. Der Andreev-Transport ist hierbei auf einen geringen V_G -Bereich um die Entartungspunkte beschränkt, der allerdings linear mit der am Bauelement anliegenden Transportspannung V_{SD} ansteigt.

Die Amplituden für die einzelnen Andreev-Schritte ergeben sich analog zu (2.139) im Fall des inelastischen Cotunnelns zu

$$A_{k\uparrow k'\downarrow} = \sum_q t_{kp}^* t_{k'-p}^* u_p v_p \left(\frac{1}{E_C - \varepsilon_p + \varepsilon_k} + \frac{1}{E_C - \varepsilon_p + \varepsilon_{k'}} \right) \quad , \quad (2.213)$$

wobei t_{kp}^* die spinunabhängigen Matrixelemente des zugehörigen Tunneloperators, u_p und v_p die Kohärenzfaktoren aus der BCS-Theorie und ε_k , $\varepsilon_{k'}$ und ε_p die Energien der entsprechenden Quasiteilchenanregungen in der normalleitenden bzw. der supraleitenden Elektrode sind [Hek93]. In diesem Ausdruck ist der Coulomb-Anteil der Energie des virtuellen Zustands durch die Coulomb-Energie E_C angenähert worden, was im Bereich der Entartungspunkte (2.212) eine gute Näherung darstellt. Mit dieser Tunnelamplitude ergibt sich die Gesamttunnelrate für den Transport von der Zuleitung über Tunnelkontakt 1 auf die Insel ähnlich zu (2.3) und (2.140) zu

$$\Gamma_1^A(\tilde{E}_1) = \sum_{kk'} |A_{k\uparrow k'\downarrow}|^2 f_1(\varepsilon_k) f_1(\varepsilon_{k'}) \delta(\varepsilon_k + \varepsilon_{k'} - \tilde{E}_1) \quad , \quad (2.214)$$

wobei \tilde{E}_1 die mit dem Tunneln zweier Elektronen verbundene Änderung der Ladungsenergie der Insel ist, \tilde{E}_1 also E_1 aus (2.90) im Fall des Ladungstransports von 2 Elektronen entspricht. Ähnliche Beziehungen gelten auch für Tunnelkontakt 2 und auch die rückwärts gerichteten Tunnelraten [Hek93].

Durch Mittelung über alle Zustände p und durch Mittelung über $|A_{k\uparrow k'\downarrow}|^2$ kann die Gesamttunnelrate als

$$\Gamma_i^A(\tilde{E}_i) = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \gamma_i \cdot \frac{\tilde{E}_i}{e^{\tilde{E}_i/k_B T} - 1} \quad (2.215)$$

ausgedrückt werden, wobei γ_i eine dimensionslose Funktion von Δ und E_C ist, die sich im Wesentlichen aus der Mittelung über $|A_{k\uparrow k'\downarrow}|^2$ ergibt und darüber hinaus proportional zu

$$\gamma_i \propto \frac{R_K}{N_i R_i^2} \quad (2.216)$$

ist, wobei R_i der Tunnelwiderstand von Tunnelkontakt i im normalleitenden Regime und N_i die effektive Zahl der parallelen Transportmoden durch Tunnelkontakt i ist [Hek93]. Da die Tunnelrate des Andreev-artigen Transportmechanismus (2.215) und die Tunnelrate durch einen Tunnelkontakt in einem SET im normalleitenden Regime bei verschwindender Umgebungsimpedanz (2.107), im Gegensatz beispielsweise zur Tunnelrate des inelastischen Cotunnelprozesses (2.140), beide nur den Transport durch einen einzelnen Tunnelkontakt beschreiben und die funktionelle Abhängigkeit von \tilde{E}_i bzw. E_i sehr ähnlich ist, kann auch für diesen Prozess eine Beschreibung wie in Abschnitt 2.4.2 angewendet werden, die zur Gate-Spannungs-abhängigen Coulomb-Blockade geführt hat, wobei allerdings die Periode aufgrund der Ladung der Cooper-Paare $2e$ beträgt. Dass es sich bei diesem Prozess um einen Prozess zweiter Ordnung handelt, zeigt auch die Proportionalität von γ_i in (2.216) zu $1/R_i^2$.

Im Bereich der Entartungspunkte nach (2.212) steigt zunächst der Strom I durch den SET linear mit steigender Transportspannung V_{SD} an, bis an einem Tunnelkontakt die abfallende Spannung ausreicht, ein Quasiteilchen auf die Insel zu transportieren. Dies blockiert den Andreev-Transportmechanismus, da das zusätzliche Quasiteilchen die elektrostatische Energie der Insel erheblich ändert. Um erneut den Stromtransport über den Andreev-Prozess ermöglichen zu können, muss zuerst das zusätzliche Quasiteilchen die Insel wieder verlassen, was im Vergleich mit dem Tunneln auf die Insel mit einer erheblich geringeren Rate geschieht, da ähnlich zur Argumentation, die zu (2.209) geführt hat, auch hier das erheblich unterschiedliche statistische Gewicht der unbesetzten und der besetzten Zustände relevant wird. Während beim Transport eines Quasiteilchens auf die Insel dieses in einen beliebigen Zustand auf der Insel tunneln kann, muss das eine Quasiteilchen, das auf die Insel getunnelt ist, diese wieder verlassen, da aufgrund der niedrigen Temperatur keine weiteren angeregten Quasiteilchen auf der supraleitenden Insel zur Verfügung stehen. Da experimentell Lebensdauern im Bereich $\sim 1 \mu\text{s}$ beobachtet wurden [Her95], bricht der durch das Bauelement fließende Strom I bei diesen Transportspannungen abrupt zusammen. Aufgrund der erheblich geringeren Rate für das Tunneln von der Insel herunter, liegt die Insel in diesem Transportspannungsbereich mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit in einem Zustand mit ungerader Inselladung ($p_{ungerade} \gg p_{gerade}$) vor. Entsprechende Messungen an NSN-SET zeigen dieses Verhalten [Her94, Her95, Eil93]. Dies zeigt jedoch auch die Empfindlichkeit dieses Prozesses gegenüber Quasiteilchenanregungen auf der Insel, die beispielsweise im Rahmen eines Photonen-unterstützten Tunnelprozesses erzeugt werden können. Wird so eine Quasiteilchenanregung auf der Insel erzeugt, sind auch bei $V_G = 0$ die beiden Zustände mit $n = \pm 1$ energetisch entartet, so dass aufgrund der langen Lebensdauer des Quasiteilchens auch hier der Andreev-Prozess sehr häufig durchlaufen werden kann. Im Gegenzug wird durch die Photonen-unterstützte Quasiteilchenanregung der Strom I im Bereich der durch (2.212) gegebenen Gate-Spannungen V_G reduziert [Her95]. Grundsätzlich werden alle Effekte, die unmittelbar oder nur mittelbar auf Paritätseffekten beruhen, durch das Vorliegen eines Nicht-Gleichgewichts empfindlich gestört [Sch03].

Effekte in SSS-SET

Im Fall eines vollständig aus supraleitenden Komponenten bestehenden SET treten neue Transportmechanismen und eine Vielzahl neuer Transportprozesse auf, deren vollständige Behandlung den Rahmen dieser Arbeit sprengen würden, zumal in der vorliegenden Arbeit Messungen an SSS-SET nicht intensiv diskutiert werden. Aus diesem Grund werde ich, abgesehen von einer kurzen Einführung, beispielhaft nur zwei Effekte kurz erläutern. Bei diesen beiden Effekten handelt es

sich zum einen um den *Josephson-Quasiteilchen-Zyklus*³⁴ und um die *Singularitäts-Anpassung*³⁵.

Durch die Einführung von Tunnelkontakten, deren Elektroden supraleitend sind, tritt neben der Energielücke Δ eine weitere Energieskala hinzu, mit der die thermische Energie $k_B T$ und die Ladungsenergie E_C in Konkurrenz stehen. Bei dieser Energie handelt es sich um die Josephson-Energie $E_J = \hbar I_C^J / 2e$, wobei I_C^J der kritische Strom des Josephson-Kontaktes ist. Der Grund für die Konkurrenz zwischen Ladungsenergie E_C und Josephson-Energie E_J liegt daran, dass wie schon im normalleitenden Regime die Phase φ und die Teilchenzahl n bzw. die Ladung des Tunnelkontaktes Q quantenmechanisch konjugierte Variablen mit einem nicht verschwindenden Kommutator³⁶ sind, der wiederum zu einer Unschärferelation führt, so dass nicht gleichzeitig in einem Zustand φ und n beliebig genau fixiert werden können. Der Josephson-Hamilton-Operators $H_J = -E_J \cdot \cos(\Delta\varphi)$ präferiert einen Grundzustand mit einer festen Phasendifferenz, wohingegen der Coulomb-Hamilton-Operator $H_C = E_C (ne - C_G V_G)^2$ zu einem Grundzustand mit einer fixierten Zahl von Überschussladungsträgern tendiert. Da beides nicht gleichzeitig erreicht werden kann, stellt das Verhältnis der beiden Energieskalen (E_J/E_C) den Parameter dar, der das Verhalten des Systems maßgeblich bestimmt. Während im Fall $E_J \gg E_C$ der klassische Josephson-Effekt dominiert und im Grenzfall $E_C \gg E_J$ die Einzelladungseffekte das Verhalten des Systems dominieren, bestimmen im Bereich $E_C \sim E_J$ beide das Verhalten des Bauelements, was zu einer sehr reichhaltigen Vielfalt von Phänomenen und Transportmechanismen führt, die sich gerade im Transportspannungsbereich $|V_{SD}| < V_{th}^{SSS}$, der auch als *Sub-Gap*-Spannungsbereich bezeichnet wird, in Form von zahlreichen Strukturen bei Messungen $I(V_{SD}, V_G)$ zeigen [Gee90b, Ful89, Had98, Tin96, Tin92, Sch98a, Bri91, Hav94, Had98]. Zum Teil können diese im Sub-Gap-Spannungsbereich durchgeführten Messungen auch zur Bestimmung Bauelement-spezifischer Parameter, wie etwa der Coulomb-Energie E_C verwendet werden [Joy97]. Um die weitere Diskussion zu vereinfachen, beschränke ich mich auch hier auf den Fall $\Delta \geq E_C$, so dass tendenziell im Grundzustand bei hinreichend tiefen Temperaturen ein Zustand mit einer geraden Zahl von Ladungsträgern auf der Insel des SSS-SET vorliegt.

Bei $V_{SD} \approx 0$ tritt ein supraleitender kohärenter Josephson-Strom durch den SET hindurch etwa im Bereich einiger (E_C/E_J) und darunter auf [Son95, Joy94, Ama94, Tuo92, Gee90b, Mat93]. Da allerdings ein Transport von Cooper-Paaren nur dissipationsfrei stattfinden kann, muss sich das System in der Nähe der in (2.212) definierten Entartungspunkte befinden. Befindet sich das System hingegen nicht im Bereich der Entartungspunkte, sind also die beiden Ladungszustände der Insel n und $n+2$ nicht entartet bzw. in Resonanz, so wird der Josephson-Effekt durch elektrostatische Effekte erheblich unterdrückt [Mat93, Gee90b, Ama94, Joy94]. Das kohärente Tunneln von Cooper-Paaren zwischen Insel und einer Elektrode wird auch im Fall des weiter unten beschriebenen JQC relevant werden. Darüberhinaus führt es im Fall einer vollständig supraleitenden Single Electron Box im Bereich der Resonanz auch bei verschwindender Temperatur zu einer Verrundung der $\langle n \rangle(V_G)$ -Kurve, da in diesem Fall Ladungsträger zwischen Insel und Elektrode hin- und hertunneln können. Im normalleitenden Regime sorgen analog Quantenfluktuationen, die ebenfalls ein häufiges Hin- und Hertunneln von Ladungsträgern ermöglichen, für eine Verschmierung der Ladungszustände im Bereich der Entartungspunkte der Single Electron Box, wie dies in Abschnitt 2.5.4 gezeigt wurde [Sch98a].

Cooper-Paare können unter bestimmten Umständen auch bei Anliegen einer endlichen Spannung über einem Tunnelkontakt zwischen den Elektroden tunneln. Dies setzt jedoch voraus, dass ein Mechanismus existiert, der die Phasenkohärenz stört. In diesem Fall kann das Cooper-Paar-Tunneln ähnlich zum Vorgehen in Abschnitt 2.4 störungstheoretisch behandelt werden.

³⁴ **J**osephson **Q**uasi**p**article **C**ycle

³⁵ **S**ingularity **M**atching

³⁶ siehe auch (2.45) im normalleitenden Regime

Allerdings setzt der endliche Spannungsabfall über den Tunnelkontakt voraus, dass die mit ihm verbundene Energie durch Emission oder Absorption von Photonen durch die Umgebungsimpedanz ausgeglichen werden kann, da auch in diesem Fall das eigentliche Tunneln der Cooper-Paare dissipationfrei verlaufen muss. In diesem Fall bestimmt somit die Umgebungsimpedanz in Form einer ähnlich zu $P(E)$ in (2.64) definierten Funktion für den supraleitenden Fall die möglichen Tunnelraten. Experimentell konnte dies an einem mit auf dem Chip integrierten Zuleitungswiderständen versehenen einzelnen Tunnelkontakt nachgewiesen werden [Kuz91, Sch98a].

Resonantes Tunneln von Cooper-Paaren stellt im Zusammenspiel mit dem Tunneln zweier Quasiteilchen einen weiteren Prozess dar, mit dessen Hilfe ein Stromtransport im Sub-Gap-Bereich stattfinden kann. Da, wie bereits erwähnt, der Prozess auf dem resonanten Tunneln eines Cooper-Paares aufgrund des Josephson-Effektes und auf dem Tunneln zweier Quasiteilchen beruht, wird dieser Prozess auch als *Josephson-Quasiteilchen-Zyklus* bezeichnet. Er setzt im Falle sehr tiefer Temperaturen voraus, dass die Spannungen am SET so gewählt sind, dass ein Cooper-Paar resonant von einer Elektrode auf die Insel tunneln kann, dass also die beiden Ladungszustände n und $(n + 2)$ energetisch entartet sind. Aufgrund der Josephson-Energie E_J , die in diesem Fall kleiner sein soll als die Coulomb-Energie, um eine störungstheoretische Beschreibung zu ermöglichen, kommt es so zur Überlagerung der beiden Ladungszustände der Insel. Mit dieser Überlagerung geht auch eine Oszillation mit der Frequenz $E_J/\hbar = I_C^{SL}/2e$ zwischen den beiden Zuständen einher, die allerdings nicht zu einem Stromtransport über den SET hinweg führt. Die Oszillation kann durch das Tunneln eines Quasiteilchens durch den zweiten Tunnelkontakt unterbrochen werden, was die Ladungsenergie der Insel ändert, so dass das System nicht mehr energetisch entartet ist, was wiederum zur Folge hat, dass auch die Überlagerung der beiden Ladungszustände abbricht. Hierdurch ist durch den ersten Tunnelkontakt ein Cooper-Paar auf die Insel transportiert worden und durch den zweiten Tunnelkontakt ein Quasiteilchen von der Insel abgezogen worden. Ist der Spannungsabfall über den zweiten Tunnelkontakt so groß, dass ein weiteres Quasiteilchen die Insel durch den zweiten Tunnelkontakt verlassen kann, sind die ursprünglichen Verhältnisse wieder hergestellt und der Zyklus kann von neuem beginnen [Man97, Bri91, Ful89, Hav94, Joy97, Son95, Had98, Tuo92].

Eine Variation des oben geschilderten Prozesses, die jedoch die Randbedingungen an die Spannungen erheblich verschärft, besteht darin, dass nacheinander beide Tunnelkontakte resonantes Tunneln von Cooper-Paaren ermöglichen. Der Prozess gliedert sich in zwei Teilschritte. Zu Beginn des ersten Teilschritt befindet sich das System an einem Entartungspunkt, so dass über Tunnelkontakt 1 ein Cooper-Paar auf die Insel tunneln kann. Tunnelt nun ein Quasiteilchen durch Tunnelkontakt 2, so beginnt Teilschritt 2 dadurch, dass sich hierdurch die Energie des Systems gerade so ändern muss, dass nun durch Tunnelkontakt 2 ein Cooper-Paar resonant von der Insel tunneln kann. Tunnelt nun ein Quasiteilchen durch Tunnelkontakt 1, ist der ursprüngliche Zustand wieder hergestellt. Da diese Variation des Prozesses nicht erfordert, dass am zweiten Tunnelkontakt eine hinreichend hohe Spannung abfällt, so dass das zweite Quasiteilchen die Insel ebenfalls über Tunnelkontakt 2 verlassen kann, liegt die Schwellenspannung für diese Variation im Allgemeinen unter der für den JQC. Allerdings sind die Randbedingungen für diesen Prozess so beschaffen, dass die entsprechenden Resonanzbedingungen nur an einzelnen Punkten in der $V_{SD} - V_G$ -Ebene erfüllt sind, so dass dieser Prozess nur zu scharf begrenzten Stromstrukturen führt [Had98].

Eine weitere Variante des JQP tritt nur bei höheren Temperaturen T auf. In diesem Fall wird die Energie, die das zweite Quasiteilchen zum Verlassen der Insel durch Tunnelkontakt 2 benötigt, der thermischen Energie entnommen. Diese Variante des JQP erfordert daher ebenfalls eine geringere Schwellenspannung als der ursprüngliche JQP, verliert aber bei Erniedrigung der Temperatur T an Bedeutung, bis sie nicht mehr beobachtbar ist, wohingegen der eigentliche JQP-Prozess eine

erheblich geringere Temperaturabhängigkeit zeigt [Man97].

Ein weiteres Phänomen stellt die so genannte *Singularitäts-Anpassung* dar, das der bekannten Erhöhung des fließenden Stroms bei endlichen Temperaturen $T < T_C^{SL}$ bei einer Spannung $V = |\Delta_1(T) - \Delta_2(T)|/e$ im Falle eines großen Tunnelkontaktes zweier Supraleiter mit unterschiedlichen Energielücken $\Delta_1(T)$ und $\Delta_2(T)$ entspricht [Buc90, Tin96]. Bei dieser Spannung V stimmen gerade die Singularitäten der beiden Zustandsdichten der Quasiteilchenanregungen $n_{SL}(E)$ bei $E \approx \Delta_1$ und $E \approx \Delta_2$ nach (2.203) der beiden Supraleiter überein, so dass die thermisch angeregten Quasiteilchen in Supraleiter 1 auf die große Anzahl der leeren Zustände in Supraleiter 2 bei $\Delta_2(T)$ treffen. Damit dieser Effekt bei einem einzelnen, großen Tunnelkontakt beobachtbar ist, müssen sich die beiden Energielücken der beteiligten Supraleiter unterscheiden, damit die Rücktunnelrate den Effekt der im Vergleich zum normalleitenden Zustand zusätzlichen freien Zustände nicht kompensiert. Darüberhinaus tritt dieser Effekt nur dann auf, wenn thermisch angeregte Quasiteilchen zur Verfügung stehen, wenn also die Temperatur T im Vergleich zur kritischen Temperatur des Supraleiters nicht zu klein ist.

Im Fall des SSS-SET tritt ein ähnlicher Effekt auf, der ebenfalls auf die Übereinstimmung der Singularitäten der Zustandsdichten der Quasiteilchenanregungen zurückzuführen ist. Allerdings ist es in diesem Fall nicht notwendig, dass die an einem Tunnelkontakt beteiligten Supraleiter unterschiedliche Energielücken Δ aufweisen. Hier verursacht die durch die Gate-Spannung V_G anpassbare Lage des chemischen Potentials der Insel die zur Beobachtung des Effektes notwendige energetische Verschiebung, die die Singularitäten der Zustandsdichte der Insel mit denen einer Elektrode in Einklang bringt. Bei diesem Prozess wird so, wie auch beim resonanten Cooper-Paar-Tunneln über einen Tunnelkontakt, das chemische Potential der Insel in Resonanz zu dem einer Elektrode gebracht. Da bei identischen Energielücken der beiden beteiligten Elektroden auch beide auftretenden Singularitäten der Zustandsdichten übereinstimmen, stimmen die Tunnelraten für beide Richtungen an diesem Tunnelkontakt überein. Der Stromtransport wird daher durch die Tunnelraten am zweiten Tunnelkontakt bestimmt. Der SM-Effekt setzt daher voraus, dass, nachdem ein Quasiteilchen durch Tunnelkontakt 1 auf die Insel getunnelt ist, dieses die Insel durch Tunnelkontakt 2 schnell genug verlassen kann und so den ursprünglichen Zustand wieder herstellt, so dass der Spannungsabfall über diesem Tunnelkontakt $(2\Delta(T)/e)$ übersteigen muss. Andererseits darf der Spannungsabfall über diesem Tunnelkontakt jedoch nicht größer sein als $(2\Delta(T)/e + e/C_\Sigma)$, da sonst durch einen weiteren Tunnelprozess durch Tunnelkontakt 2 das System aus seinem Resonanzzustand gebracht würde. Im hier betrachteten Fall $\Delta > E_C$ ermöglicht der SM-Effekt somit ebenfalls einen Stromtransport bei einer Transportspannung unterhalb der durch (2.205) gegebenen Schwellenspannung, sofern auch hier durch thermische Anregungen für den ersten Teilschritt dieses Prozesses hinreichend viele Quasiteilchen oberhalb und hinreichend viele lochartige Anregungen unterhalb der Energielücke vorhanden sind. Entsprechend wächst die Bedeutung dieses Prozesses mit steigender Temperatur T , solange T der kritischen Temperatur des Supraleiters T_C^{SL} nicht zu nahe kommt [Kor96, Nak97, Man97].

Neben diesen Prozessen existiert, wie schon erwähnt, eine Vielzahl weiterer Prozesse, wie beispielsweise das Einsetzen des inelastischen Cotunnels bei hinreichend tiefen Temperaturen T und bei Überschreiten der Schwellenspannung V_{th}^{SSS} aus (2.205), die zum Teil sehr komplexe Strukturen bei Messungen des Stroms I als Funktion von V_{SD} und V_G erzeugen und die aus durchaus komplexeren Teilprozessen bestehen können [Nak97, Man97].

2.7.2 Ferromagnetische Effekte

Bei der Ausdehnung der Untersuchung von Einzelladungseffekten auf ferromagnetische Systeme treten im Wesentlichen zwei neue Gruppen von Effekten hinzu. Hierbei handelt es sich zum einen um die Gruppe der *Magneto-Coulomb-Oszillationen*, die im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht wurden, und zum anderen um *tunnelmagneto-resistive Effekte*. Beide Gruppen fächern in mehrere Phänomene und Teilaspekte auf, was eine Folge der Vielzahl von möglichen Effekten ist, die sich durch die Betrachtung von Bauelementen ergeben, die auf Einzelladungseffekten beruhen, aber auch supraleitende und bzw. oder ferromagnetische Komponenten enthalten.

Um die weitere Diskussion zu vereinfachen beschränke ich mich hier hauptsächlich auf SET mit einer symmetrischen Materialauswahl, also im Wesentlichen auf NFN-, FNF- und FSF-SET, wobei analog zu Abschnitt 2.7.1 N für normalleitende und S für supraleitende Komponenten steht. Hinzu kommen nun ferromagnetische Komponenten, die durch F gekennzeichnet sind. Um einen systematischen Überblick zu ermöglichen, ist eine kurze Einführung in den Ferromagnetismus der betrachteten Materialien unumgänglich.

Bandferromagnetismus in Nickel

Zur Untersuchung des Zusammenspiels ferromagnetischer Effekte und Einzelladungseffekten bietet sich bei metallischen Systemen die Verwendung von Komponenten der Bauelemente an, die aus den ferromagnetischen *3d*-Übergangsmetallen Eisen (Fe), Cobalt (Co) oder Nickel (Ni) bestehen, deren *3d*-Orbitale nur teilweise mit Elektronen gefüllt sind. Diese drei Metalle stellen Bandferromagneten dar, bei denen der Magnetismus nicht primär durch die magnetischen Momente hervorgerufen wird, die mit den Spins der Elektronen oder den Bahndrehimpulsen ihrer Zustände verbunden sind, sondern auf eine Korrelation der Leitungselektronen aufgrund des Pauli-Verbots zurückzuführen ist. Der Grund für diese Korrelation ist die Austauschwechselwirkung, die vereinfacht gesprochen darauf beruht, dass es aufgrund des Pauli-Verbots unter bestimmten Umständen für das System energetisch von Vorteil sein kann, durch Besetzung von Zuständen mit einer höheren kinetischen Energie die potenzielle Energie abzusenken. Aufgrund der Austauschwechselwirkung kommt es so zu einer Reduzierung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit anderer Elektronen und damit auch zu einer Änderung der Ladungsdichte in der Nähe eines Elektrons. Dies führt zum einen zu einer verstärkten Anziehung der Leitungselektronen und der positiv geladenen Rumpfe des Gitters, da die Abschirmung der Ladung der Rumpfe durch andere Elektronen geschwächt wird, und aufgrund des größeren Abstandes der Elektronen zueinander zu einer Verringerung der elektrostatischen Abstoßung zwischen den Leitungselektronen selbst. Beide Effekte können die potenzielle Energie senken [Iba95].

Damit der Gewinn an potenzieller Energie die zusätzlich aufzubringende kinetische Energie übersteigt, sollte die durch die eintretende Umverteilung zusätzliche kinetische Energie des Systems nur gering anwachsen, so dass es im Wesentlichen nur zu einer ferromagnetischen Korrelation der Leitungselektronen in schmalen Bändern und Subbändern mit einer hohen Zustandsdichte der Elektronen $n(E)$ kommt, bei denen eine hohe Anzahl von Zuständen in einem kleinen Energieintervall dem System zur Verfügung stehen. Ein einfaches Modell zur Beschreibung des Ferromagnetismus ist das Stoner-Modell, in dessen Rahmen auch das *Stoner Kriterium*

$$I \cdot \tilde{n}(E_F) > 1 \quad (2.217)$$

formuliert wurde, wobei $\tilde{n}(E_F) = n(E_F)/2N_{Atom}$ die Zustandsdichte pro Atom und Spinsorte im unmagnetischen Fall und I der sogenannte Stoner-Parameter ist. Der Stoner-Parameter I

beschreibt hierbei die durch die Elektronenkorrelation bewirkte Energieabsenkung der Leitungselektronen [Iba95]. Aufgrund der eintretenden Umverteilung der Elektronen kommt es so zu einer Verschiebung der Bandstrukturen $E_\sigma(\mathbf{k})$ der Zustände für die beiden Spinorientierungen $\sigma = \pm 1 = \uparrow, \downarrow$, die auch zu einer spinabhängigen Zustandsdichte $n_\sigma(E)$ führt, wobei $\sigma = +1 = \uparrow$ die Spinorientierung der Majoritätselektronen bezeichnet [Pir99].

Im Fall von Nickel kommt es so zu einer sehr unterschiedlichen Aufspaltung der Bänder. Während die Zustände mit einer s - p -Symmetrie nahezu keine Aufspaltung zeigen, weisen die Zustände mit d -Symmetrie eine deutliche Aufspaltung auf. So liegt der Anteil der Majoritätselektronen der Fermi-Fläche vollständig in s - p -Bändern, was zu einer vergleichsweise niedrigen Zustandsdichte $n_\uparrow(E_F)$ an der Fermi-Energie E_F führt. Die Minoritätselektronen weisen hingegen eine erheblich höhere Zustandsdichte $n_\downarrow(E_F)$ auf, die nicht zuletzt auch auf Zustände mit einer d -Symmetrie zurückzuführen sind [Cal73]. So liegt E_F im Fall der Minoritätsladungsträger knapp unterhalb der maximalen Zustandsdichte, während im Fall der Majoritätsladungsträger das entsprechende Maximum deutlich unterhalb von E_F liegt. Die sogenannte *Stoner-Energielücke* Δ_{FM} , die den Abstand zwischen der Oberkante des d -Bandes und der Fermi-Energie bezeichnet, ist im Fall von Nickel etwa $\Delta_{FM} \approx 0.6$ eV [Iba95]. Dies führt zu einer Spinpolarisation P an der Fermi-Kante von

$$P = \frac{n_\uparrow(E_F) - n_\downarrow(E_F)}{n_\uparrow(E_F) + n_\downarrow(E_F)} \approx -0.84 \quad (2.218)$$

[Cal73]. Die Magneton-Zahl, die auf der Differenz zwischen der Anzahl der besetzten Majoritäts- und Minoritätszustände beruht, liegt bei etwa 0.58 [Cal73].

Magneto-Coulomb-Oszillationen

Unter dem Schlagwort der *Magneto-Coulomb-Oszillationen* verbergen sich im Wesentlichen zwei eng miteinander verwandte Phänomene, die darauf beruhen, dass es in den ferromagnetischen Komponenten der Bauelemente in einem externen Magnetfeld \mathbf{H} zu einer Verschiebung der chemischen Potentiale der Leitungselektronen kommt. Diese Verschiebungen beeinflussen ihrerseits das Transportverhalten der Bauelemente, wie bereits die Diskussionen in Abschnitt 2.3.2 gezeigt haben. Hierbei unterscheiden sich die notwendigen Beschreibungen und Effekte im Wesentlichen darin, ob die Insel oder die Zuleitungen aus ferromagnetischen Metallen bestehen.

Im Falle einer ferromagnetischen Insel, also beispielsweise an einem NFN-SET, kommt es aufgrund eines äußeren Magnetfeldes \mathbf{H} , zu einer energetischen Absenkung des einen Spinbandes und zu einer energetischen Anhebung des anderen. Die betreffende Energie ist die Zeeman-Energie

$$E_Z = g\mu_B \frac{H}{2} \quad , \quad (2.219)$$

wobei μ_B das Bohrsche Magneton³⁷ und g der g -Faktor des Elektrons ist. Je nach der Orientierung der Magnetisierung \mathbf{M} der Insel, die der Einfachheit halber nur aus einer Domäne bestehen soll, zum äußeren Magnetfeld \mathbf{H} ergibt sich so die Energie der Bänder im Magnetfeld

$$E_\uparrow^H(\mathbf{k}) = E_\uparrow(\mathbf{k}) \mp E_Z \quad \text{und} \quad E_\downarrow^H(\mathbf{k}) = E_\downarrow(\mathbf{k}) \pm E_Z \quad \text{für} \quad \mathbf{M} \begin{matrix} \uparrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow \end{matrix} \mathbf{H} \quad , \quad (2.220)$$

wobei $E_\sigma(\mathbf{k})$ die Energie des Zustands \mathbf{k} für ein Elektron mit Spin σ ohne äußeres Magnetfeld darstellt. Diese Verschiebung der Energien der beiden Spinbänder erzeugt einen Nicht-Gleichgewichtszustand, der durch Spin-Flip-Prozesse ausgeglichen wird. Es kommt so zu einer

³⁷ $\mu_B = e\hbar/2m_e = 5.788381749(43) \cdot 10^{-5}$ eV/T [NIST, Moh00]

Repopulation und einer Angleichung der chemischen Potentiale der beiden Spinbänder. Da im Allgemeinen die Zustandsdichten der beiden Spinbänder jedoch nicht übereinstimmen, geht diese Repopulation ebenfalls mit einer Verschiebung des chemischen Potentials $\Delta\mu$ einher, das sich im neuen Gleichgewichtszustand einstellt. Die Abschätzung der Änderung des chemischen Potentials vereinfacht sich für Nickel erheblich dadurch, dass sowohl die Fermi-Energie von Nickel mit etwa $E_F \approx 9.29$ eV, wie auch die Stoner-Energie von Nickel $\Delta_{FM} \approx 0.5$ eV erheblich größer als die typischen Zeeman-Energien³⁸ E_Z sind. So können die Zustandsdichten als konstant angesehen werden [Shi98, Pir99]. Es ergibt sich so die Verschiebung des chemischen Potentials mit der an der Fermi-Kante definierten Polarisation (2.218)

$$\Delta\mu = -Pg\mu_B \frac{H}{2} . \quad (2.221)$$

Dieser Effekt ist der Änderung der elektrostatischen Energie der Insel durch Anlegen einer Gate-Spannung V_G an die Gate-Kapazität des SET verwandt und beeinflusst die elektrischen Transporteigenschaften des SET sehr ähnlich. Als Folge kann auch der Einfluss von $\Delta\mu$ durch Einführung eines Terms in die Ladungsenergie des SET berücksichtigt werden [Pir99, Shi98]. Im Falle eines NFN-SET ergibt sich so ähnlich zu (2.30) aus Abschnitt 2.3.2 die Ladungsenergie

$$E_{ch} = \frac{e^2}{2C_\Sigma} \left(n - \frac{C_G V_G}{e} \pm \frac{C_\Sigma}{e^2} \Delta\mu \right) , \quad (2.222)$$

wobei das Vorzeichen wiederum davon abhängt, ob die Magnetisierung \mathbf{M} der Insel parallel oder antiparallel zum äußeren Magnetfeld \mathbf{H} ist. Es tritt auch ein entsprechender Term in die Änderungen der beim Transport durch den SET hindurch relevanten Energien (2.101) im Rahmen der Orthodoxen Theorie hinzu.

Neben der Variation der Gate-Spannung V_G kann so auch durch Änderung des Magnetfeldes die Ladungsenergie des SET und damit letztendlich der Transport durch den SET beeinflusst werden. Sowohl der Strom I , wie auch der Leitwert G des SET zeigen ein periodisches Verhalten, da eine Änderung des chemischen Potentials um $\Delta\mu = e^2/C_\Sigma$ durch eine Änderung des Ladungszustands n der Insel um 1 kompensiert werden kann. Der NFN-SET zeigt so nicht nur durch Variation von V_G , sondern auch durch Variation von $\Delta\mu$ über das externe Magnetfeld \mathbf{H} eine „ e -periodische“ Oszillation des Stroms I und damit des Leitwertes G , woraus sich letztendlich der Name dieses Effekts erklärt. Es ergibt sich so eine Periode in Bezug auf das Magnetfeld von

$$\Delta H = \frac{2e^2}{\mu_B P g C_\Sigma} . \quad (2.223)$$

Wird der Strom I oder der Leitwert G gleichzeitig als Funktion der Gate-Spannung V_G und des externen Magnetfeldes H gemessen, ergeben sich ebenfalls periodische Strukturen, wobei die Bereiche mit gleicher „Phase“ bis auf eine Konstante durch die Beziehung

$$V_G = \text{Konst.} \pm \frac{C_\Sigma}{C_G} \cdot \frac{P g \mu_B}{2e} \cdot H \quad (2.224)$$

gegeben sind, wobei das Vorzeichen wiederum von der Orientierung der Magnetisierung der Insel zum äußeren Magnetfeld abhängt [Pir99, Shi98]. Messungen von J. Kim et al. an einem NFN-SET zeigen entsprechende Ansätze von Magneto-Coulomb-Oszillation [Kim00].

Im Fall ferromagnetischer Zuleitungen verhält sich das System sehr ähnlich. Auch hier kommt es aufgrund des externen Magnetfeldes zu einer Änderung des chemischen Potentials der Insel, die

³⁸vgl. auch die Größenordnung von μ_B in Fußnote 37

letztendlich auch zu Magneto-Coulomb-Oszillationen führen kann, wenn auch die Beschreibung aufgrund der unterschiedlichen Randbedingungen anders formuliert werden muss.

Im Fall eines verschwindenden äußeren Magnetfeldes sind in realen Systemen die ferromagnetischen Zuleitungen, die auch die Gate-Elektrode mit einschließen können, sofern sie auch aus ferromagnetischen Komponenten aufgebaut ist, an normalleitende Komponenten des Versuchsaufbaus angeschlossen. Die im Allgemeinen unterschiedlichen Austrittsarbeiten der verschiedenen Metalle führen zu einer Diffusion von Elektronen über die Kontaktstellen der beiden Metalle und damit zur Ausbildung einer elektrischen Dipolladung. Diese Raumladung bewirkt nun gerade eine Verschiebung des elektrostatischen Potentials, so dass das chemische Potenzial aller beteiligter Metalle wieder übereinstimmt. Obwohl die chemischen Potentiale aller Komponenten der Zuleitung übereinstimmen, sind ihre elektrostatischen Potentiale unterschiedlich [Pir99, Shi98].

In einem äußeren Magnetfeld kommt es aufgrund des in (2.221) beschriebenen Effekts zu einer Verschiebung des chemischen Potentials der ferromagnetischen Komponenten der Zuleitungen. Im Fall einer negativen Spinpolarisation P , wie dies bei Nickel der Fall ist, fließen Elektronen von den ferromagnetischen Komponenten in die normalleitenden Komponenten der Zuleitungen, so dass sich das elektrostatische Potenzial der ferromagnetischen Komponenten gegenüber den normalleitenden Komponenten der Zuleitungen um die Kontaktpotentiale

$$\Delta V_{Kon}(H) = \frac{\Delta\mu}{e} = -\frac{Pg\mu_B}{2e} H \quad , \quad (2.225)$$

verschiebt, wobei (2.221) verwendet wurde. Da nun aber die normalleitenden Metalle über die Messelektronik mittelbar oder unmittelbar mit Masse verbunden sind, ist das chemische Potenzial der gesamten Zuleitungen unabhängig vom anliegenden Magnetfeld fixiert, so dass letztendlich im Gesamtsystem das elektrostatische Potenzial in den ferromagnetischen Zuleitungen um $(-e\Delta V_{Kon})$ geändert wurde.

Der Einfluss auf den SET besteht nun in der Änderung des elektrostatischen Potentials der Insel gegenüber den normalleitenden Teilen der Zuleitungen, die durch die kapazitive Kopplung der Insel mit den Zuleitungen vermittelt wird. Sind beispielsweise nur die beiden Zuleitungen zu der Insel aus ferromagnetischen Metallen aufgebaut, nicht jedoch die Gate-Elektrode, beträgt die Änderung des elektrostatischen Potentials der Insel $\Delta V_{Kon} \cdot (C_1 + C_2)/C_\Sigma$, wobei C_1 und C_2 die Kapazitäten der beiden Tunnelkontakte sind [Shi98]. Ein entsprechendes Ergebnis gilt auch im Fall einer ferromagnetischen Gate-Elektrode. Die Änderung des elektrostatischen Potentials der Insel schlägt sich auch hier in der Ladungsenergie des SET nieder.

Insgesamt lassen sich die Effekte der ferromagnetischen Zuleitung und der ferromagnetischen Insel zusammenfassen. Es gilt dann analog zu (2.222)

$$E_{ch} = \frac{e^2}{2C_\Sigma} \left(n - \frac{C_G V_G}{e} - \frac{Q_H}{e} \right) \quad , \quad (2.226)$$

wobei die Magnetfeld-abhängige Ladung Q_H durch

$$Q_H = \frac{\mu_B H}{e} \left(o_I g_I P_I C_\Sigma - \sum_{i=1,2,G} o_i g_i P_i C_i \right) \quad (2.227)$$

gegeben ist. Der Index I bezeichnet hierbei die Insel, sowie $i = 1, 2, G$ die beiden Zuleitungen und die Gate-Elektrode. Neben den g -Faktoren der Elektronen der einzelnen Komponenten g_i und der Spinpolarisation P_i ist o_i die Orientierung der Magnetisierung der entsprechenden Komponente

relativ zum äußeren Magnetfeld, wobei $o_i = +1$ im Fall einer parallelen Ausrichtung und $o_i = -1$ im Fall einer antiparallelen Ausrichtung gilt.

Analog zu (2.224) ergeben sich auch hier im Fall einer Messung des Stroms I bzw. des Leitwertes G als Funktion von V_G und H die Geraden gleicher Phase bis auf eine Konstante als

$$V_G = \text{Konst.} - \frac{\mu_B H}{2eC_G} \left(o_I g_I P_I C_\Sigma - \sum_{i=1,2,G} o_i g_i P_i C_i \right) . \quad (2.228)$$

Analog zu (2.223) ergibt sich die Periode einer Magneto-Coulomb-Oszillation als

$$\Delta H = \frac{2e^2}{\mu_B} \left(o_I g_I P_I C_\Sigma - \sum_{i=1,2,G} o_i g_i P_i C_i \right)^{-1} . \quad (2.229)$$

Entsprechende Beobachtungen sind von K. Ono et al. und H. Shimada an FFF-SET gemacht worden, die aus Cobalt und Nickel aufgebaut waren [Ono97, Shi98]. Darüberhinaus zeigten die Messungen auch beim Durchschreiten des Koerzitivfeldes des einen Ferromagneten einen Wechsel der Steigung der durch (2.228) gegebenen Beziehung der Äqui-Phasen-Geraden, wenn also die Magnetisierung der betreffenden Komponente umgesprungen ist, wie dies (2.228) durch die Orientierungen o_i vorhersagt.

Der Effekt der Magneto-Coulomb-Oszillationen kann in Magnetfeldern durchaus auch eine Quelle von Störungen werden. Bestehen die einzelnen Komponenten nicht mehr aus nur einer Domäne, sondern beinhalten viele, so ändert sich die Beschreibung der auftretenden Effekte nur sehr geringfügig. Im Fall einer ferromagnetischen Insel kann nun jede Domäne i analog zu (2.221) zur Änderung des chemischen Potentials

$$\Delta\mu_i = -Pg\mu_B \frac{\mathbf{m}_i \cdot \mathbf{H}}{2|\mathbf{m}_i|} \quad (2.230)$$

führen. Innerhalb der Insel führt dies zu einem Ladungsaustausch zwischen den Domänen. Mit den Ladungen q_i der einzelnen Domänen ergibt sich so die Änderung des chemischen Potentials unter Berücksichtigung des Ladungsaustauschs zu

$$\Delta\tilde{\mu}_i = -Pg\mu_B \frac{\mathbf{m}_i \cdot \mathbf{H}}{2|\mathbf{m}_i|} - \frac{eq_i}{C_i} . \quad (2.231)$$

Aufgrund der Ladungserhaltung $\sum_i q_i = 0$ und der Definition der Gesamtkapazität $C_\Sigma = \sum_i C_i$ ergibt die Summation über alle Domänen so

$$\Delta\tilde{\mu} = -\frac{Pg\mu_b}{2C_\Sigma} \sum_i \frac{C_i \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{H}}{|\mathbf{m}_i|} \quad (2.232)$$

[Shi98, Pir99]. Im Fall von ferromagnetischen Zuleitungen gilt analog zu (2.225) für jede Domäne i

$$\Delta V_{Kon}^i = -Pg\mu_b \frac{\mathbf{m}_i \cdot \mathbf{H}}{2e|\mathbf{m}_i|} \quad (2.233)$$

und damit nach Summation über alle Domänen

$$\Delta V_{Kon} = -\frac{Pg\mu_b}{2eC_\Sigma} \sum_i \frac{C_i \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{H}}{|\mathbf{m}_i|} \quad (2.234)$$

[Shi98, Pir99].

Hierbei sind sowohl im Fall von magnetischen Domänen auf der Insel, wie auch in den Zuleitungen die Beiträge der Domänen, die sich in unmittelbarer Nähe zu den Tunnelkontakten befinden am größten. Dies liegt daran, dass im Allgemeinen die Streukapazitäten erheblich kleiner als C_Σ sind, und der Hauptbeitrag zu C_Σ von den Tunnelkontakten selbst kommt. Zu Störungen kann es nun kommen, wenn einzelne Domänen mit einer hinreichend hohen Kapazität C_i sprunghaft ihre Magnetisierung ändern. Dies führt zu einer Verschiebung des elektrostatischen Potentials der Insel und kann daher wie eine schnelle Variation der effektiven Inselladung wirken. Der Effekt von umklappenden Domänen ist also dem von Änderungen der Hintergrundladungen sehr ähnlich. Beispiele hierfür zeigen die Messungen des Leitwertes G als Funktion von V_G und H von H. Shimada et al., wobei allerdings eine eindeutige Trennung der beobachteten Fluktuationen in Effekte, die durch fluktuierende Hintergrundladungen hervorgerufen wurden, und solche, die auf dem Effekt der Magneto-Coulomb-Oszillationen beruhen, nicht getroffen werden kann [Shi98].

Tunnelmagneto-resistive Effekte

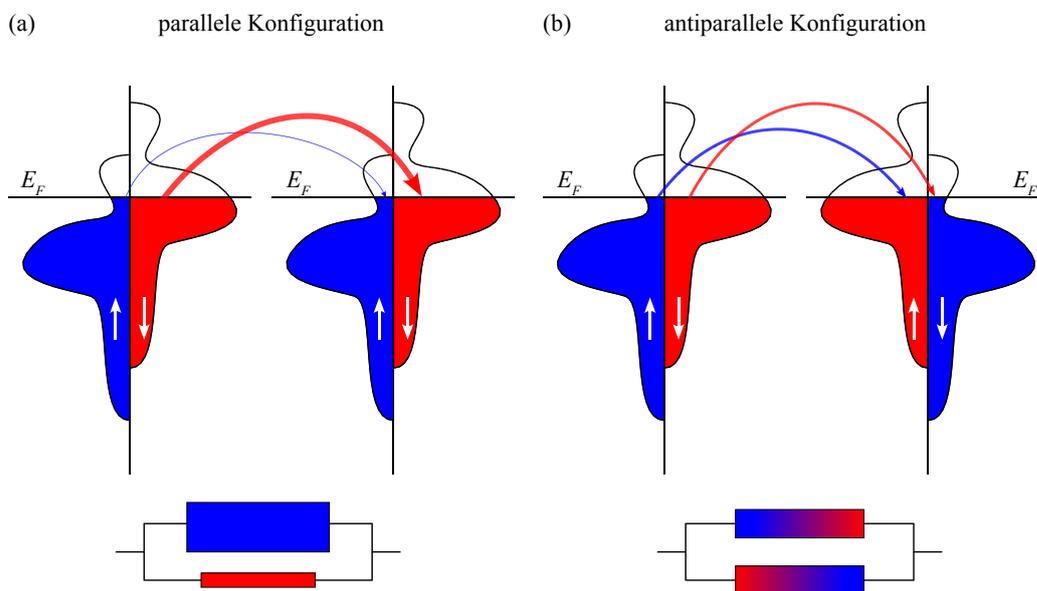


Abbildung 2.31: Schematische Darstellung zur Erklärung des Jülière-Modells an einem Tunnelkontakt zweier identischer ferromagnetischer Elektroden.

Die zweite Gruppe der Effekte, die an Einzelladungseffekt-Bauelementen auftreten, sind die tunnelmagneto-resistiven Effekte, die letztendlich darauf beruhen, dass der Tunnelwiderstand empfindlich von der Zustandsdichte der beiden beteiligten Elektroden abhängt, wie schon (2.12) auf Seite 11 gezeigt hat. Eine Manipulation der Zustandsdichten kann somit zu einer großen Änderung des Tunnelwiderstands und damit des Stroms I bei einer festen, anliegenden Spannung V führen.

In Tunnelkontakten, deren Elektroden aus ferromagnetischen Metallen aufgebaut sind, besteht die Möglichkeit aufgrund der unterschiedlichen Zustandsdichte der Majoritäts- und der Minoritätsladungsträger n_\uparrow und n_\downarrow durch Veränderung der Magnetisierung einer Elektrode die beim Tunneln relevanten Zustandsdichten zu verändern, solange der Spin σ beim Tunneln erhalten bleibt, solange also keine magnetischen Streuzentren in der Barriere enthalten sind. Unter dieser Annahme, die auch im Rest dieses Kapitels vorausgesetzt wird, ergibt sich so der Tunnelleitwert in der parallelen Konfiguration der beiden Magnetisierungen der beiden Elektroden von

$$G_P \propto (n_\uparrow^\uparrow n_\uparrow^\downarrow + n_\downarrow^\uparrow n_\downarrow^\downarrow) \quad , \quad (2.235)$$

wobei n_{σ}^i die Zustandsdichte des Bands mit Spin σ von Tunnelkontakt i bezeichnet. Diese Situation ist schematisch für zwei identische Zuleitungen in Abbildung 2.31(a) dargestellt. Da der Spin des tunnelnden Elektrons erhalten bleibt, werden in dieser Konfiguration Elektronen vom Majoritätsband der ersten Elektrode in das Majoritätsband der zweiten Elektrode transferiert. Parallel hierzu werden auch die Elektronen zwischen den Minoritätsbändern transportiert. Dies bedeutet, dass sich der Tunnelleitwert aus einer Parallelschaltung der beiden Spinkanäle ergibt, wobei der eine Spinkanal aufgrund der größeren Zustandsdichte einen erheblich größeren Leitwert aufweist als der andere Spinkanal und somit den Transport dominiert.

Sind die Magnetisierungen der beiden Elektroden antiparallel, wie dies in Abbildung 2.31(b) für zwei identische Elektroden dargestellt ist, tunneln die Elektronen aufgrund der Erhaltung des Spins beim Tunneln jeweils vom Majoritätsband des einen Tunnelkontaktes in das Minoritätsband des anderen und umgekehrt, so dass sich der Leitwert in der antiparallelen Konfiguration

$$G_{AP} \propto (n_{\uparrow}^1 n_{\downarrow}^2 + n_{\downarrow}^1 n_{\uparrow}^2) \quad (2.236)$$

ergibt. Die Änderung des Tunnelwiderstands bezogen auf die parallele Ausrichtung³⁹ der Magnetisierungen wird als Tunnelmagnetowiderstand⁴⁰, oder kurz als *TMR* bezeichnet. Mit der Spinpolarisation⁴¹

$$P = \frac{n_{\uparrow}^i - n_{\downarrow}^i}{n_{\uparrow}^i + n_{\downarrow}^i} \quad (2.237)$$

für Elektrode i ergibt sich so der TMR_J eines einzelnen Tunnelkontaktes

$$TMR_J = \frac{R_{AP} - R_P}{R_P} = \frac{G_P - G_{AP}}{G_{AP}} = \frac{2P_1 P_2}{1 - P_1 P_2} \quad (2.238)$$

Effekte an FFF-Strukturen

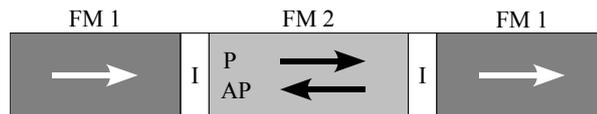


Abbildung 2.32: Schematische Darstellung eines FFF-Doppeltunnelkontaktes. Die äußeren Zuleitungen bestehen aus einem ferromagnetischen Metall 1 (FM1), der Bereich zwischen den Tunnelkontakten aus einem anderen (FM2). I bezeichnet den Isolator, P die parallele, AP die antiparallele Orientierung der Magnetisierung von FM 2.

Im Fall eines Doppeltunnelkontaktes auf Basis ferromagnetischer Metalle, wie ihn Abbildung 2.32 schematisch zeigt, treten zunächst sehr wenige Änderungen im Vergleich zu einem einzelnen Tunnelkontakt auf. Um die Diskussion zu vereinfachen, werden für den Moment Einzelladungseffekte nicht berücksichtigt. Es wird also der Grenzfall $E_C \rightarrow 0$ betrachtet. Trotzdem wird auch

³⁹In der Literatur findet man durchaus auch die Normierung auf den im Allgemeinen größeren Widerstand der antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen. Es scheint sich jedoch die Normierung auf den kleineren Wert von R_P durchgesetzt zu haben.

⁴⁰engl.: **T**unneling **M**agneto **R**esistance

⁴¹Die in Tunnelexperimenten maßgebliche Spinpolarisation kann zum Teil erheblich von der auf Basis von Bandstrukturrechnungen bestimmten, wie etwa der für Nickel aus [Cal73], abweichen. Im Fall von Tunnelexperimenten müssen so beispielsweise die Tunnelmatrixelemente der entsprechenden Elektronen oder auch Wechselwirkungen, wie Hybridisierungseffekte, berücksichtigt werden. Auch die Tunnelbarrieren scheinen einen erheblichen Einfluss auf die in Tunnelexperimenten realisierten Polarisationen zu nehmen [Kle00, Ter99, Tsy97, Mes94, Bar98b, Alv95, Gro04]. Im Fall von Nickel ergibt sich so beispielsweise beim Tunneln über eine AlO_x -Barriere in eine Aluminium-Gegenelektrode eine Spinpolarisation von $P = (23 \pm 3)\%$ [Mes94] bzw. nach neueren Messungen $P \approx 33\%$ [Moo99].

hier der Bereich zwischen den beiden Tunnelkontakten als Insel bezeichnet. Der Doppeltunnelkontakt besteht, wie Abbildung 2.32 zeigt, aus zwei unterschiedlichen Ferromagneten, wobei die beiden äußeren Elektroden aus dem selben Metall (FM 1) bestehen und prinzipiell eine parallele Orientierung ihrer Magnetisierungen aufweisen sollen. Die Insel besteht aus einem zweiten, ferromagnetischen Metall (FM 2), deren Orientierung der Magnetisierung parallel oder antiparallel zu den äußeren Elektroden des Doppeltunnelkontaktes ausgerichtet werden kann.

Wenn alle relevanten Zeitskalen, also insbesondere die energetische Relaxationszeit τ_E und die charakteristische Zeitskala für Spin-Flip-Prozesse τ_{SF} , klein gegenüber der Zeit zwischen zwei Tunnelereignissen $\sim 1/\Gamma$ sind, befindet sich der Doppeltunnelkontakt vor Eintritt eines Tunnelereignisses im Gleichgewicht, was die Beschreibung zunächst erheblich vereinfacht.

Aufgrund der fehlenden Einzelladungseffekte und aufgrund der symmetrischen Materialwahl des Doppeltunnelkontaktes sind bei diesem Bauelement unabhängig davon, ob die Magnetisierung parallel oder antiparallel zu den Magnetisierungen der äußeren Elektroden liegt, zwei Tunnelkontakte in Serie geschaltet, die je nach Orientierung der zentralen Magnetisierung jeweils beide eine parallele oder beide eine antiparallele Orientierung der Magnetisierungen aufweisen. Der Gesamtwiderstand des Doppeltunnelkontaktes ergibt sich so als Summe der beiden entsprechenden Tunnelwiderstände der beiden Tunnelkontakte $i = 1, 2$. Im Fall einer parallelen Orientierung ergibt sich so

$$R_P = R_P^1 + R_P^2 \quad (2.239)$$

und im Falle einer antiparallelen Orientierung

$$R_{AP} = R_{AP}^1 + R_{AP}^2 \quad . \quad (2.240)$$

Der Tunnelmagnetowiderstand für dieses Bauelement TMR_{FFF} entspricht daher dem eines einzelnen Tunnelkontaktes

$$TMR_{FFF} = TMR_J \quad . \quad (2.241)$$

Verlässt man den Grenzfall einer verschwindenden Coulomb-Energie E_C und berücksichtigt das Auftreten von Einzelladungseffekten, so ist im Prinzip eine Beschreibung des Doppeltunnelkontaktes oder auch eines SET im Rahmen der Orthodoxen Theorie und der in Abschnitt 2.6 beschriebenen Erweiterung dadurch möglich, dass alle relevanten Größen nicht nur vom jeweiligen Tunnelkontakt, sondern auch vom Spin der jeweiligen Elektronen und der Orientierung der Magnetisierung der jeweiligen Elektroden abhängen können. Dies trifft insbesondere natürlich auf die Tunnelwiderstände zu. Analog zum Vorgehen in den ersten Abschnitten dieses Kapitels kann auch hier die Abhängigkeit aller Größen von der Energie vernachlässigt werden. Dies liegt daran, dass die Energieskala, auf der sich beispielsweise eine Änderung der Bandstruktur bemerkbar macht, erheblich größer ist als die typische Energie eines tunnelnden Elektrons, also etwa $V_{SD} \sim e/C_\Sigma$.

Berücksichtigt man Einzelladungseffekte so zeigt der Tunnelmagnetowiderstand TMR als Funktion der Transportspannung V_{SD} Oszillationen. Dies liegt daran, dass die Leitfähigkeit im Fall einer parallelen Orientierung der Magnetisierungen G_P und die im Fall einer antiparallelen Orientierung G_{AP} im Spannungsbereich zwischen dem Zuschalten weiterer Transportkanäle unterschiedliche Steigungen aufweisen. Eine notwendige Voraussetzung für das Auftreten der Oszillationen ist jedoch, dass die beiden Tunnelkontakte eine unterschiedliche Spinasymmetrie $A_i = G_P^i/G_{AP}^i$ aufweisen, wobei i den Tunnelkontakt bezeichnet. In diesem Fall ist die Periode ΔV_{SD} der Oszillationen durch die Coulomb-Energie E_C und das Verhältnis der beiden Tunnelkapazitäten zueinander gegeben. Es gilt dann $\Delta V_{SD} = 2E_C(1 + C_1/C_2)/e$. Der TMR zeigt auch als Funktion

der Gate-Spannung V_G im Fall eines SET Oszillationen, die mit steigender Temperatur abgeschwächt werden, bis sie schließlich bei $T \sim T_C$ vollständig verschwinden [Pir99, Bar98b, Maj98]. Diese TMR -Oszillationen werden weiter unten noch ausführlicher erläutert.

Im Bereich kleinerer Transportspannungen $|V_{SD}| \lesssim e/C_\Sigma$, hinreichend kleiner Temperaturen $T \ll T_C$ und nicht zu großer Tunnelwiderstände wächst, wie schon beim normalleitenden SET, die Bedeutung der Tunnelprozesse höherer Ordnungen und hier insbesondere die Bedeutung des inelastischen Cotunnels. Gerade das inelastische Cotunneln führt im Bereich kleiner Transportspannungen zu einer Verstärkung des TMR . Der Grund hierfür liegt in der höheren Ordnung des Prozesses. Während im Fall des sequentiellen Tunnelns als Tunnelprozess erster Ordnung das Verhältnis des antiparallelen und des parallelen Widerstands des Bauelements aufgrund der Form der Tunnelraten (2.102) und (2.104) im Wesentlichen durch

$$\frac{R_{AP}}{R_P} \propto \frac{R_{AP}^1 + R_{AP}^2}{R_P^1 + R_P^2} \sim \frac{R_{AP}^J}{R_P^J} \quad (2.242)$$

gegeben ist, ist im Fall des inelastischen Cotunnels aufgrund der Tunnelrate (2.140) das Verhältnis der beiden Widerstände im Wesentlichen durch

$$\frac{R_{AP}}{R_P} \propto \frac{R_{AP}^1 R_{AP}^2}{R_P^1 R_P^2} \sim \left(\frac{R_{AP}^J}{R_P^J} \right)^2 \quad (2.243)$$

bestimmt [Tak98, So03, Ono96a, Ono97, Sch97, Pir99]. Während also im Fall des sequentiellen Tunnelns der TMR proportional zu (R_{AP}^J/R_P^J) ist, wobei R_{AP}^J und R_P^J typische Tunnelwiderstände eines Tunnelkontaktes mit einer antiparallelen und parallelen Orientierung der Magnetisierungen darstellen sollen, ist die Abhängigkeit des TMR im Bereich des inelastischen Cotunnels von (R_{AP}^J/R_P^J) quadratisch, also proportional zu $(R_{AP}^J/R_P^J)^2$. Da $R_{AP}^J > R_P^J$ ist, führt also letztendlich das Einsetzen des Tunnelprozesses zweiter Ordnung zu einem erheblichen Anwachsen des TMR . Allerdings verschwindet der TMR im Bereich kleiner Transportspannung mit steigenden Tunnelwiderständen, da in diesem Fall auch die Bedeutung der Transportprozesse höherer Ordnungen verschwindet. K. Ono et al. konnten so ein Anwachsen des TMR von etwa 2% bis 4% im Bereich des sequentiellen Tunnelns auf etwa 40% im Bereich des Cotunnels beobachten [Ono97, Ono96a]. Der Wert im Regime des inelastischen Cotunnels kann durch die Spinpolarisationen von Cobalt und Nickel recht gut im Rahmen von (2.243) erklärt werden. Der Wert von nur 4% im Fall höherer Spannungen bleibt jedoch hinter den Erwartungen (2.242) zurück. In diesem Zusammenhang werden von K. Ono et al. unter anderem nicht vollständig ausgerichtete Domänen oder auch Wechselwirkungen zwischen Domänen diskutiert. Eine weitere Erklärung, die von S. Takahashi et al. vorgeschlagen wurde, geht auf den Einfluss von Quantenfluktuationen zurück, die aufgrund der Tunnelwiderstände von einigen R_K nicht auszuschließen sind [Tak98].

Der TMR zeigt auch als Funktion der Gate-Spannung V_G Oszillationen, wie dies bereits weiter oben angedeutet wurde, die mit steigender Temperatur abnehmen, bis sie schließlich bei $T \sim T_C$ vollständig verschwinden. Während im Fall des sequentiellen Tunnelns eine Asymmetrie der Tunnelwiderstände sich auch in der Form der zugehörigen TMR -Oszillationen als Asymmetrie bezüglich ihrer Extrema bemerkbar macht, schlägt sich eine solche Asymmetrie im Fall des Cotunnels nicht auf die TMR - V_G -Kurven nieder [Pir99]. Im Fall eines Bauelements mit unterschiedlichen Tunnelwiderständen werden so bei steigender Transportspannung V_{SD} die TMR -Oszillationen als Funktion der Gate-Spannung V_G deutlich asymmetrischer. Die Asymmetrie beginnt hierbei im Bereich der Resonanzen zu entstehen, also wenn ein Transportkanal im durch V_{SD} -vorgegebenen Fenster liegt. Dies liegt daran, dass dann neben den Cotunnelprozessen auch das sequentielle Tunneln einen nicht verschwindenden Beitrag zum Strom liefert. Mit weiter steigender Transportspannung nimmt der Beitrag des sequentiellen Tunnelns immer mehr

zu, was zum einen zur Reduzierung des TMR und zum anderen zu einer steigenden Asymmetrie der $TMR-V_G$ -Kurven führt. Ist die Spannung schließlich so groß, dass das sequentielle Tunneln der dominierende Transportmechanismus ist, weisen die Kurven eine erhebliche Asymmetrie auf.

Effekte an FNF-Strukturen

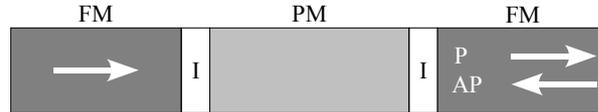


Abbildung 2.33: Schematische Darstellung eines FNF-Doppeltunnelkontaktes. Die äußeren Zuleitungen bestehen aus einem ferromagnetischen Metall (FM), der Bereich zwischen den Tunnelkontakten aus einem paramagnetischen, normalleitenden Metall (PM). I bezeichnet den Isolator, P die parallele, AP die antiparallele Orientierung der Magnetisierung der beiden Zuleitungen zueinander.

Auch im Fall von Bauelementen, bei denen die Insel nicht aus einem ferromagnetischen Material, sondern aus einem paramagnetischen Material besteht, kann ein tunneltmagnetoresistiver Effekt beobachtet werden, wobei auch hier im Rahmen eines Tunnelprozesses der Spin σ des tunnelnden Elektrons erhalten bleiben soll. Abbildung 2.33 zeigt ein solches Bauelement schematisch. Um auch hier die Diskussion zu vereinfachen, sollen im weiteren Verlauf die ferromagnetischen Zuleitungen des betrachteten Bauelements aus dem gleichen Metall bestehen, wobei im Gegensatz zu den vorher betrachteten FFF-Bauelementen sich die parallele und die antiparallele Orientierungen der Magnetisierung auf die zuvor fixierte Orientierung der beiden äußeren Elektroden bezieht, wie dies Abbildung 2.33 ebenfalls zeigt.

Berücksichtigt man im Rahmen der Orthodoxen Theorie bei diesen Bauelementen nur die Spinabhängigkeit der für den Transport relevanten Größen, also insbesondere den vom Spin abhängigen Tunnelwiderstand

$$\frac{1}{R_T^\sigma} = \frac{2\pi e^2}{\hbar} |T_{kq\sigma}|^2 n_\sigma^0 n_I^0, \quad (2.244)$$

der ähnlich zu (2.12) von den allerdings hier spinabhängigen Tunnelmatrixelementen $T_{kq\sigma}$, von den spinabhängigen Zustandsdichten des Ferromagneten n_σ^0 an der Fermi-Kante und der der paramagnetischen Insel n_I^0 abhängt, zeigt dieses Bauelement in dieser Näherung zunächst keine tunneltmagnetoresistiven Effekte. Der Grund hierfür liegt in der implizit angenommenen, kurzen Spin-Flip-Zeit τ_{SF} , die sich in diesem einfachen Modell darin zeigt, dass es auf der paramagnetischen Insel in Folge des Stromtransports unabhängig von der relativen Orientierung der beiden Magnetisierungen der Elektroden nicht zu einer von null verschiedenen Spinakkumulation kommt.

Ist τ_{SF} hingegen hinreichend lang, kommt es im Fall einer antiparallelen Orientierung zu einer nicht verschwindenden Spinakkumulation auf der Insel, die letztendlich auch zu einem nicht verschwindenden tunneltmagnetoresistiven Effekt führt. Die charakteristische Spin-Flip-Zeit τ_{SF} muss hierbei größer sein als die Zeit, die zwischen zwei Tunnelereignissen vergeht, die wiederum durch $1/\Gamma$ abgeschätzt werden kann, wobei Γ eine typische, mittlere Tunnelrate ist. Liegt in diesem Fall eine antiparallele Orientierung der Magnetisierungen vor, ist es für Elektronen mit dem Spin σ leicht, durch Tunnelkontakt 1 auf die Insel zu gelangen, wohingegen Elektronen mit dem umgekehrten Spin ($-\sigma$) aufgrund des höheren Tunnelwiderstands diesen Tunnelkontakt nicht so leicht passieren können. Andererseits fällt es gerade aufgrund der antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen den Elektronen mit Spin ($-\sigma$) leicht, die Insel über Tunnelkontakt 2 zu verlassen, wohingegen den Elektronen mit Spin σ dies schwerer fällt. Dies führt letztendlich zu einer Anhäufung von Elektronen mit dem Spin σ auf der Insel und einer Reduzierung von Elektronen

mit dem Spin ($-\sigma$). Im Fall der parallelen Orientierung tritt bei Bauelementen, deren Zuleitungen aus dem gleichen ferromagnetischen Metall bestehen, keine Spinakkumulation auf der Insel auf, da in diesem Fall die Tunnelraten der Elektronen für die gleiche Spinorientierung an beiden Tunnelkontakten identisch sind. Ist darüberhinaus die Energierelaxationszeit τ_E noch erheblich kleiner als die Zeit zwischen zwei Tunnelereignissen $1/\Gamma$, gilt also insgesamt $\tau_E \ll 1/\Gamma \lesssim \tau_{SF}$, relaxieren zwar die Elektronen nach dem spinerhaltenden Tunneln energetisch, es bildet sich jedoch kein Gleichgewicht bezüglich der beiden Spinorientierungen auf der Insel aus. Die elektronischen Systeme beider Spinorientierungen sind daher getrennt im thermischen Gleichgewicht, so dass sie durch Fermi-Funktionen (2.4) beschrieben werden können, wobei jedoch die chemischen Potentiale der beiden Spinorientierungen μ_σ sich unterscheiden. Aus der Erhaltung des Spin-Stroms im stationären Zustand erhält man so bei einer antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen eine symmetrische Verschiebung der chemischen Potentiale gegenüber dem paramagnetischen Fall

$$\Delta\mu_\uparrow = -\Delta\mu_\downarrow \quad . \quad (2.245)$$

Wie bereits erläutert wurde, tritt im Fall der parallelen Orientierung der Magnetisierung keine Spinakkumulation auf, so dass in diesem Fall

$$\Delta\mu_\uparrow = \Delta\mu_\downarrow = 0 \quad (2.246)$$

gilt. Verschwindet die Differenz der Ströme in paralleler und antiparalleler Orientierung, normiert auf den in paralleler Konfiguration fließenden Strom I_P ,

$$\Delta i = \frac{I_P - I_{AP}}{I_P} \quad (2.247)$$

nicht, ist dies bereits ein Beweis für das Ungleichgewicht der beiden Spinverteilungen [Kor99b, Kor99a].

Die Tatsache, dass im Fall einer parallelen Ausrichtung der Magnetisierungen der ferromagnetischen Zuleitungen eines SET, die chemischen Potentiale beider Spinrichtungen $\mu_\uparrow = \mu_\downarrow$ übereinstimmen, und es daher nicht zu einer Spinakkumulation auf der Insel kommt, hat auch einen angenehmen Nebeneffekt für die Auswertung der im Rahmen dieser Arbeit hergestellten und untersuchten Bauelemente. Dies bedeutet letztendlich, dass durch Anlegen eines hinreichend großen, externen Magnetfeldes entlang der Vorzugsrichtung der untersuchten SET nicht nur die Supraleitung des als Basismaterials verwendeten Aluminiums unterdrückt werden kann, sondern dass auch die Magnetisierung der Zuleitungen parallel ausgerichtet und fixiert werden kann, so dass keine Effekte durch eine endliche Spinakkumulation auf der nun normalleitenden Insel zu erwarten sind. Der SET verhält sich in diesem Fall also im Wesentlichen wie ein Bauelement, das aus normalleitenden Komponenten aufgebaut ist, was zum einen den Nachweis von Einzelladungseffekten und zum anderen die Bestimmung der Bauelement-spezifischen Parameter erheblich vereinfacht, wie die Auswertungen in Kapitel 5 zeigen werden.

Vernachlässigt man für einen Moment den Einfluss der Einzelladungseffekte, betrachtet also den Grenzfall $E_C \rightarrow 0$, ergibt sich aus einer analogen Betrachtung wie im Fall von (2.238) und (2.241) der Tunnelmagnetowiderstand TMR für einen FNF-Doppeltunnelkontakt, dessen äußere Elektroden aus dem gleichen ferromagnetischen Metall mit der Spinpolarisation P an der Fermi-Kante bestehen, zu

$$TMR_{FNF} = \frac{R_{AP} - R_P}{R_P} = \frac{P^2}{1 - P^2} \quad . \quad (2.248)$$

Wie der Vergleich mit den beiden Tunnelmagnetowiderständen eines einfachen Tunnelkontaktes in (2.238) und dem eines FFF-Doppeltunnelkontaktes in (2.241) zeigt, ist der TMR des FNF-Doppeltunnelkontaktes nur halb so groß. Es gilt also

$$TMR_{FNF} = \frac{TMR_{FFF}}{2} = \frac{TMR_J}{2} \quad (2.249)$$

[Ima99]. Der Grund hierfür liegt im Auftreten der Zustandsdichte der paramagnetischen Insel n_I^0 in den Tunnelleitwerten (2.244) der beiden Tunnelkontakte. Im Fall von Nickel mit einer Spinpolarisation $P \approx 0.23$ [Mes94] bzw. nach neueren Messungen $P \approx 0.33$ [Moo99] ergibt sich so ein TMR -Wert von etwa $TMR_{FNF} \approx 5.6\%$ bzw. nach neueren Messungen von etwa $TMR_{FNF} \approx 12.2\%$. Darüberhinaus ergibt sich für die Verschiebung der chemischen Potenziale

$$\Delta\mu_{\uparrow} = -\Delta\mu_{\downarrow} = \frac{1}{2}PeV_{SD} \quad (2.250)$$

[Ima99], die unter Berücksichtigung der Einzelladungseffekte selbstkonsistent bestimmt werden müssen [Mar02, Ima99, Kor99b, Kor99a, Bra99].

Eine Beschreibung eines FNF-Doppeltunnelkontaktes oder eines FNF-SET unter Einbeziehung von Einzelladungseffekten kann im Rahmen der Orthodoxen Theorie im Prinzip durch eine Parallelschaltung zweier Teilbauelemente für jeden der beiden Spinkanäle $\sigma = \uparrow\downarrow$ einzeln geschehen, wie dies von A. Brataas et al. vorgeschlagen wurde [Bra99]. Die Tunnelwiderstände der beiden Teile des gesamten Bauelements sind die jeweiligen Tunnelwiderstände R_i^{σ} aus (2.244), wobei $i = 1, 2$ den Tunnelkontakt bezeichnet. Aufgrund der Parallelschaltung der beiden Teile des Bauelements müssen die Tunnelkapazitäten C_i des gesamten Bauelements auf die Tunnelkapazitäten der beiden Teilbauelemente symmetrisch verteilt werden und liegen damit bei jeweils $(C_i/2)$. Um auch Spin-Flip-Prozesse auf der Insel berücksichtigen zu können, müssen die beiden Inseln der Teilbauelemente durch eine Spin-Flip-Leitfähigkeit

$$G_{SF} = \frac{e^2}{2\Delta E_{\text{Level}}\tau_{SF}} \quad (2.251)$$

und eine Spin-Flip-Kapazität

$$C_{SF} = \frac{e^2 s}{2|\Delta\mu_{\uparrow}|} \quad (2.252)$$

miteinander verbunden werden, wobei ΔE_{Level} der Abstand zweier Zustände an der Fermi-Kante und s der Spin der Insel sind. Die mit der Spin-Flip-Kapazität C_{SF} verbundene Ladungsenergie ($e^2/2C_{SF}$) entspricht hierbei gerade der Energie, die beim Umklappen eines Spins aufgebracht werden muss. Relevant ist sie allerdings nur im Fall dynamischer Prozesse, nicht jedoch bei Betrachtung eines quasi-statischen Zustands, wie er beim stationären Stromtransport durch das Bauelement vorliegt [Bra99]. Die Spin-Flip-Leitfähigkeit G_{SF} ist auch im Fall eines stationären Zustands relevant, da sie den Grad der erreichbaren Spinakkumulation auf der Insel maßgeblich beeinflusst. Im Grenzfall einer sehr langen Spin-Relaxationszeit τ_{SF} verschwindet G_{SF} , wie (2.251) zeigt, so dass letztendlich zwischen den beiden Teilen des Bauelements und damit zwischen den beiden Spinorientierungen kein Spin-Austausch stattfinden kann. In diesem Grenzfall einer langen Spin-Relaxationszeit ergibt sich so die maximale Spinakkumulation auf der Insel. Diesen Grenzfall haben unter anderem H. Imamura et al. [Ima99], I. Weymann et al. [Wey03] und J. Barnaś et al. [Bar03] betrachtet. Eine Verringerung der Spin-Relaxationszeit τ_{SF} führt zu einem Ansteigen der Spin-Flip-Leitfähigkeit G_{SF} und damit zu einer geringeren Spinakkumulation auf der Insel, bis schließlich im Grenzfall einer verschwindenden Spin-Relaxationszeit τ_{SF} keine Spin-Akkumulation mehr auf der Insel auftreten kann. Neben der charakteristischen Spin-Flip-Zeit τ_{SF} ist zur Beschreibung der Spinakkumulation auf der Insel auch die Zustandsdichte der Insel an der Fermi-Kante bzw. der energetische Abstand zweier Zustände $\Delta E_{\text{Level}} \sim 1/n_I^0$ relevant, wie schon die Definition der Spin-Flip-Leitfähigkeit (2.251) zeigt. In einem Modell von J. Martinek et al. ergeben sich so die chemischen Potenziale μ_{σ} der beiden Spinkanäle aus dem Vergleich der durch die Tunnelkontakte fließenden Ströme, wobei auch hier im Rahmen der Spin-Flip-Prozesse neben der Spin-Flip-Relaxationszeit τ_{SF} die Zustandsdichte der Insel n_I^0 berücksichtigt werden muss [Mar02]. In einem ähnlichen Modell von A. N. Korotkov und V. I. Safarov werden beide Größen in der dimensionslosen Spin-Flip-Zeit $\tau_{SF}/(e^2 n_I^0 R_{\Sigma})$ [Kor99b, Kor99a] zusammengefasst.

All diesen Größen, in die sowohl τ_{SF} wie auch n_I^0 bzw. ΔE_{Level} eingehen, ist gemein, dass sich mit wachsender Inselgröße, die sich formal in einer Erhöhung von n_I^0 bzw. in einem Sinken von ΔE_{Level} niederschlägt, der Effekt der Spinakkumulation auf der Insel reduziert, da sich in diesem Fall das Verhältnis aus überzähligen Spins einer Sorte, die durch die Tunnelkontakte auf die Insel gelangen, im Verhältnis zu den insgesamt vorhandenen Elektronen auf der Insel reduziert.

Das sich ergebende Verhalten der Bauelemente in Bezug auf ihre Transporteigenschaften unterscheidet sich je nach Orientierung der beiden Magnetisierungen. Unabhängig hiervon weisen die Transporteigenschaften aber gemeinsam klare Charakteristiken der entsprechenden nicht magnetischen Bauelemente im normalleitenden Zustand auf. Hierzu zählt zum Beispiel das Auftreten der Coulomb-Blockade in den Strom-Spannungs-Kennlinien. Gerade aber die Unterschiede zwischen der parallelen und der antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen der beiden Elektroden führen zu einem nicht verschwindenden Tunnelmagnetowiderstand und weiteren verwandten Effekten, die diese Bauelemente zeigen. So zeigen auch sie, wie es schon die FFF-SET getan haben, einen oszillierenden Tunnelmagnetowiderstand als Funktion der anliegenden Transportspannung V_{SD} . Diese Oszillationen sind auch hier auf Einzelladungseffekte zurückzuführen, was sich schon am Verhalten der Amplitude der Oszillationen zeigt, da diese mit steigender Temperatur T abnehmen, bis sie schließlich bei $T \sim T_C$ vollständig verschwinden [Kor99b, Kor99a].

Darüberhinaus zeigt aber auch die normierte Differenz der Ströme in paralleler und antiparalleler Konfiguration Δi , die in (2.247) definiert wurde, bei hinreichend niedrigen Temperaturen T neben den erwähnten Oszillationen scharfe, periodische Einbrüche in der Nähe der Spannungen $V_{Dip} = (e/2 + ne + (-1)^i C_G V_G) / C_i$, wobei $i = 1, 2$ den Tunnelkontakt bezeichnet. Es kommt zu diesen Einbrüchen in Δi jeweils dann, wenn das chemische Potenzial einer Zuleitung mit einem der spinabhängigen chemischen Potenziale der Insel μ_σ übereinstimmt. Aus diesem Grund ist die Breite der Einbrüche $\Delta V_{Dip} = \Delta \mu C_\Sigma / (C_i e)$ auch linear zur Differenz der chemischen Potenziale der beiden Spinrichtungen $\Delta \mu = \mu_\uparrow - \mu_\downarrow$. Da auch $\Delta \mu$ mit steigender Spin-Flip-Relaxationszeit τ_{SF} und mit steigendem Strom I wächst, wächst auch die Breite und die Tiefe der Einbrüche entsprechend an. mit steigender Temperatur verschwinden diese Einbrüche ebenfalls, wobei dies jedoch bereits bei der im Allgemeinen im Vergleich zu T_C niedrigeren Temperatur $k_B T \sim \Delta \mu$ geschieht [Kor99b, Kor99a].

Im Fall eines FNF-SET oszillieren sowohl die Magnetisierung der Insel, wie auch ihre Spinpolarisation bei einer antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen der Zuleitungen als Funktion der Gate-Spannung V_G , wie dies analog schon im Fall eines FFF-SET der Fall war. Somit können beide Größen sowohl über die Gate-Spannung V_G , wie auch über ein extern angelegtes Magnetfeld H kontrolliert werden. Im Fall der parallelen Orientierung sind hingegen sowohl das magnetische Moment, wie auch die Spin-Polarisation konstant. Im Inneren der Coulomb-Blockade, also im Fall verschwindender Ströme I , unterscheidet sich der FNF-SET nicht von seinem nicht magnetischen Pendant im normalleitenden Regime. So verschwindet, wie eben im Fall eines nicht magnetischen Bauelements im normalleitenden Regime auch, die Verschiebung der chemischen Potenziale der $\Delta \mu$ der beiden Spinkanäle [Bra99, Ima99, Wey03, Bar03, Mar02].

Im Fall geringerer Tunnelwiderstände R_T , wenn diese im Bereich einiger R_K liegen, und daher Transportprozesse höherer Ordnungen wie das inelastische Cotunneln relevant werden, dominiert auch für FNF-Bauelemente das Cotunneln im Bereich kleiner Transportspannungen V_{SD} und damit im Bereich der Coulomb-Blockade das Verhalten [Bar03, Wey03, Mar02]. Wie schon im Fall der FFF-SET führt dies auch im Inneren der Coulomb-Blockade zu einer endlichen Spinakkumulation auf der Insel und somit zu einer endlichen Verschiebung der chemischen Potenziale der beiden Spinkanäle bei einer antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen der Zuleitungen, sofern die Spin-Relaxationszeit τ_{SF} hinreichend lang ist. Zur Beschreibung der Transportme-

chanismen höherer Ordnungen kommen hierbei verschiedene Ansätze zum Einsatz. Während eine Arbeit von H. Imamura et al. auf der Beschreibung des inelastischen Cotunnels auf einer störungstheoretischen Betrachtung zweiter Ordnung basiert [Ima99], wie sie auch in Abschnitt 2.5.2 für den normalleitenden SET dargestellt wurde, verwenden I. Weymann et al, J. Martinek et al. und J. Barnaś et al. eine Beschreibung auf Basis der Arbeiten [Sch94b, Kön97, Kön98c], die neben dem eigentlichen inelastischen Cotunneln auch weitere Prozesse höherer Ordnung berücksichtigt [Wey03, Mar02, Bar03]. Diese Modelle können daher auch Prozesse höherer Ordnungen und Quantenfluktuationen berücksichtigen, die beispielsweise zwar nicht zum Stromtransport selber beitragen, jedoch einen Einfluss auf die Spinakkumulation auf der Insel haben.

Aufgrund von Beiträgen durch Prozesse höherer Ordnungen zeigen die Arbeiten von J. Martinek et al. beispielsweise im Bereich des Randes des Coulomb-Blockade-Regimes ein scharfes Maximum des Leitwertes im Fall der parallelen Orientierung der Magnetisierungen G_P , das auftritt, wenn sich die Transportspannung dem chemischen Potenzial $\mu_\uparrow = \mu_\downarrow$ der Insel nähert [Mar02]. Diesem Maximum folgt ein Minimum von G_P . Im Fall der antiparallelen Orientierung spaltet das entsprechende Maximum in G_{AP} in zwei Maxima auf, wenn die Transportspannung sich einem der beiden chemischen Potentiale der beiden Spinbänder der Insel nähert. Der Verlauf von $G_{AP}(V_{SD})$ zeigt so unmittelbar die nicht verschwindende Spinpolarisation der Insel im Bereich der Coulomb-Blockade, die durch die Prozesse höherer Ordnungen hervorgerufen wird. Da aufgrund der in der parallelen Orientierung fehlenden Spinakkumulation auf der Insel diese Aufspaltung des Leitwertes nicht auftritt, zeigt der TMR in diesem Spannungsbereich eine deutliche Oszillation, die im Fall von Nickel den anhand von (2.248) abgeschätzten Wert von 5.6% deutlich übersteigt [Mar02, Ima99].

Die endliche Spinpolarisation der Insel mit den unterschiedlichen chemischen Potentiale für beide Spinorientierungen im Coulomb-Blockade-Bereich bei einer antiparallelen Ausrichtung der Magnetisierungen, die sich als Folge der Prozesse höherer Ordnungen einstellt, zieht auch im Bereich des sequentiellen Tunnelns Konsequenzen nach sich. So bilden sich bei antiparalleler Orientierung für die beiden Spinkanäle unterschiedliche Schwellenenergien aus, bei denen das Bauelement den Bereich der Coulomb-Blockade verlässt. Die sich im Rahmen der Orthodoxen Theorie ergebenden rautenförmigen Stabilitätsbereiche, wie sie Abbildung 2.23(a) auf Seite 38 beispielsweise für den Fall eines symmetrischen SET im Grenzwert einer verschwindenden Umgebungsimpedanz zeigt, werden abhängig von der jeweiligen Spinorientierung deformiert [Ima99, Mar02]. Es bildet sich so bei einer hinreichend tiefen Temperatur ein Bereich um die ursprünglichen Stabilitätsraute des paramagnetischen Bauelements im normalleitenden Regime aus, in dem der Stromtransport für eine Spinorientierung energetisch noch verboten ist, während für die andere der Transport bereits erlaubt ist, weshalb H. Imamura et al. diesen Zwischenbereich auch als *Halb-Coulomb-Blockade-Bereich* bezeichnet haben [Ima99]. Die Ausdehnung dieses Bereichs in beide Richtungen um die ursprüngliche Raute hinaus ist eine Folge der symmetrischen Verschiebung der chemischen Potentiale beider Spinsorten μ_σ im Vergleich zum paramagnetischen Fall, wie sie auch in (2.245) zum Ausdruck kommt. Da die Verschiebung der chemischen Potentiale $\Delta\mu_\sigma$ betragsmäßig mit steigender Spinpolarisation wächst, wächst ebenso der Halb-Coulomb-Blockade-Bereich zu Lasten der ursprünglichen Stabilitätsraute entsprechend an.

Im Fall einer parallelen Orientierung der Magnetisierungen der beiden Elektroden kommt es nicht zu einer entsprechenden Deformation der Stabilitätsbereiche, da hier keine Spinakkumulation der Insel auftritt. Dieses Verhalten der Bauelemente führt zu den schon oben beschriebenen Oszillationen des Tunnelmagnetowiderstands, da an der Grenze des Halb-Coulomb-Blockade-Bereichs das sequentielle Tunneln in einem Spinkanal einsetzt, was den Strom I_{AP} und damit den Leitwert G_{AP} stark ansteigen lässt. Beim Überschreiten der Grenze der paramagnetischen Stabilitätsraute steigt der Strom I_P signifikant an. Wird beispielsweise schließlich die Transportspannung V_{SD}

so weit angehoben, dass auch der zweite Spinkanal im Fall der antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen in den Bereich des sequentiellen Tunnelns gelangt, steigt der Strom I_{AP} erneut an, was insgesamt zu Oszillationen des TMR führt [Ima99].

Die endliche Spin-Flip-Relaxationszeit τ_{SF} führt nicht nur im Fall eines FNF-SET zu tunnelmagneto-resistiven Effekten, sondern kann diese im Fall eines FFF-SET oder auch eines FFN-SET deutlich verstärken [Bar98a, Bar98b]. Aber auch im Fall kleiner Inseln eines unmagnetischen SET (NNN-SET) können durch eine hinreichend lange Spin-Relaxationszeit τ_{SF} Nicht-Gleichgewichts-Fluktuationen des Spins entstehen, die einerseits zu einer endlichen Fluktuation der Magnetisierung der Insel $\sqrt{\langle M^2 \rangle} \propto \sqrt{eV_{SD}/\Delta E_{\text{Level}}}$ führen und damit andererseits zu einer Verrundung der Strom-Spannungs-Kennlinien beitragen können [Mar03].

Effekte an FSF-Strukturen

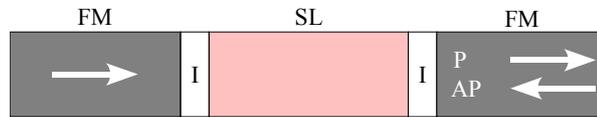


Abbildung 2.34: Schematische Darstellung eines FSF-Doppeltunnelkontaktes. Die äußeren Zuleitungen bestehen aus einem ferromagnetischen Metall (FM), der Bereich zwischen den Tunnelkontakten aus einem Supraleiter (SL). I bezeichnet den Isolator, P die parallele, AP die antiparallele Orientierung der Magnetisierung der beiden Zuleitungen zueinander.

Der Übergang vom FNF-Doppeltunnelkontakt zum FSF-Doppeltunnelkontakt, wie er beispielsweise in Abbildung 2.34 dargestellt ist, bringt nur vergleichsweise wenige Änderungen mit sich. Werden auch hier für den Moment die Einzelladungseffekte vernachlässigt, wird also auch hier zunächst der Grenzfall $E_C \rightarrow 0$ betrachtet, so zeigt dieses Bauelement zunächst einmal die gleichen Eigenschaften wie im Fall einer paramagnetischen, normaleitenden Insel. Beschränkt man sich wiederum auf Bauelemente, deren äußere Elektroden aus dem gleichen ferromagnetischen Metall aufgebaut sind, so kommt es im Fall einer parallelen Orientierung der Magnetisierungen auch hier nicht zu einer endlichen Spinakkumulation auf der Insel. Im Gegensatz hierzu ergibt sich im Fall der antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen und einer hinreichend langen Spin-Flip-Relaxationszeit τ_{SF} auch hier wieder eine endliche Spinakkumulation auf der Insel, die bei einer im Vergleich zur Dauer zwischen zwei Tunnelereignissen $1/\Gamma$ kurzen Energie-Relaxationszeit τ_E durch zwei Fermi-Funktionen (2.4) mit unterschiedlichen chemischen Potenzialen μ_σ für die beiden Spinorientierungen σ der Elektronen beschrieben werden kann. Im Grenzfall einer sehr langen Spin-Flip-Relaxationszeit $\tau_{SF} \gg 1/\Gamma$, in der die beiden Spinkanäle als unabhängig voneinander betrachtet werden können, ergibt sich so für die beiden Verschiebungen des chemischen Potenzials $\Delta\mu_\sigma$ gegenüber dem paramagnetischen Fall das Ergebnis des NFN-Doppeltunnelkontaktes (2.250). Im Fall der parallelen Orientierung der Magnetisierung gilt, wie bereits angedeutet, das Ergebnis (2.246) [Tak99].

Durch die Injektion von spinpolarisierten Quasiteilchen in die Insel und der im Fall der antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen endlichen Spinakkumulation kommt es jedoch zu einer Beeinträchtigung der Supraleitung, was sich in einer Reduzierung der supraleitenden Energielücke Δ niederschlägt [Che02, Tak99, Don97]. Aufgrund des mit der Transportspannung V_{SD} anwachsenden Spinungleichgewichts wird Δ stetig reduziert, bis die Energielücke schließlich bei Überschreiten einer kritischen Spannung V_{krit} vollständig unterdrückt wird. Diese kritische Spannung ist zur Polarisation des ferromagnetischen Materials P umgekehrt proportional, $V_{krit} \propto 1/P$ [Tak99]. Im Fall der parallelen Orientierung der Magnetisierung kommt es nicht zu einer Reduzie-

rung oder gar Unterdrückung der Energielücke Δ , da es in diesem Fall nicht zu einer endlichen Spinakkumulation auf Insel kommt. Die Energielücke Δ bleibt aus diesem Grund in der parallelen Orientierung konstant [Tak99].

Der Tunnelmagnetowiderstand TMR zeigt aus diesem Grund bereits an einem Bauelement ohne Einzelladungseffekte einen sehr komplexen Verlauf. Im Fall einer endlichen Temperatur T , so dass auch für Spannungen $|V_{SD}| < 2\Delta/e$ Quasiteilchenanregungen für den Transport des Stroms zur Verfügung stehen, stimmt der TMR für sehr kleine Spannungen $|V_{SD}| \approx 0$ zunächst mit dem des FNF-Doppeltunnelkontaktes (2.248) überein. Wird die Transportspannung weiter erhöht, wird zunächst die supraleitende Energielücke Δ in der antiparallelen Orientierung reduziert, was zur Folge hat, dass bei einer hinreichend großen Spannung in der antiparallelen Orientierung ein größerer Strom fließen kann, als in der parallelen Konfiguration, was zu einem starken negativen Einbruch des TMR führen kann. Schließlich wird beim Überschreiten der kritischen Spannung V_{krit} die Supraleitung in der antiparallelen Konfiguration vollständig unterdrückt, so dass der Strom in der antiparallelen Konfiguration dem normalleitenden Fall entspricht. Dies führt zu einem deutlichen Sprung des TMR [Tak99].

Im Fall sehr kleiner Inseln kann darüberhinaus aufgrund einer direkten Transmission von Quasiteilchen durch die supraleitende Insel ein Tunnelmagnetowiderstand auftreten. Voraussetzung hierfür ist, dass die Länge der Insel in der Größenordnung der Eindringtiefe von Quasiteilchen in den Supraleiter oder darunter liegt, die durch die Kohärenzlänge ξ des Supraleiters abgeschätzt werden kann, da sie gerade die Längenskala definiert, auf dem sich der supraleitende Ordnungsparameter ändert [Yam03a, Yam03b, Gro04, Buc90, Tin96, Wel00]. In diesem Fall kondensieren die Quasiteilchen, die in die supraleitende Insel gelangen, nicht notwendigerweise im Rahmen eines Andreev-artigen Transportprozesses zu Cooper-Paaren, so dass sie die andere, ferromagnetische Zuleitung erreichen können, was letztendlich zu einem endlichen Tunnelmagnetowiderstand führen kann. Da die Kohärenzlänge ξ von Aluminium in der Größenordnung von etwa $1.6 \mu\text{m}$ liegt [Mes69, Kit96], kann dieser Effekt bei auf Aluminium basierenden FSF-Bauelementen durchaus auftreten. Die Bedeutung des Andreev-artigen Transportmechanismus im Falle eines FSF-Bauelements, der in Abschnitt 2.7.1 für ein NSN-Bauelement beschrieben wurde, wird im Vergleich zu einem entsprechenden NSN-Bauelement mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit reduziert werden. Dies liegt daran, dass, wie schon die Amplitude eines einzelnen Andreev-Schritts (2.213) zeigt, aufgrund der Erhaltung der Orientierung des Spins während des Tunnelns jeweils ein Elektron beider Spinorientierungen von der ferromagnetischen Elektrode auf die supraleitende Insel übertragen werden muss. Aufgrund der bei ferromagnetischen Metallen unterschiedlichen Zustandsdichte an der Fermi-Kante für beide Spinrichtungen n_{\uparrow}^0 und n_{\downarrow}^0 wird dies jedoch durch eine Spinorientierung limitiert, wie dies auch im Fall der gewöhnlichen Andreev-Reflexion auftritt [Jon95].

Das Gebiet der FSF-Bauelemente unter Berücksichtigung von Einzelladungseffekten, also im Falle einer zur thermischen Energie $k_B T$ großen Coulomb-Energien E_C , ist sowohl experimentell, wie auch theoretisch wenig erschlossen. Die Arbeiten, die sich diesem Thema theoretisch nähern, sind von H. Imamura et al. [Ima02, Ima03]. Experimentelle Daten stammen zu diesem Themenkomplex von C. D. Chen et al. [Che02].

In ihrem Modell betrachten H. Imamura et al. einen FSF-SET im Fall $E_C > \Delta$, also im Fall einer im Vergleich zur supraleitenden Energielücke großen Ladungsenergie, mit größeren Tunnelwiderständen bei $T = 0$. Die Beschränkung auf große Ladungsenergien bietet H. Imamura et al. den Vorteil, dass der Andreev-artige Transportmechanismus, der ja schon im Fall von NSN- und SNS-Bauelementen diskutiert wurde, nicht auftritt. Darüberhinaus bedeutet die Einschränkung auf größere Tunnelwiderstände, dass Transportmechanismen höherer Ordnung nicht

berücksichtigt werden müssen, so dass sie sich auf den weniger komplexen Bereich des sequentiellen Tunnelns ohne thermisch angeregte Quasiteilchen konzentrieren können, wobei jedoch der Spin σ der Quasiteilchen in den wesentlichen Größen, die zum Transport beitragen, berücksichtigt wird.

Im Rahmen dieser Näherung weisen die Bauelemente zwei neue Effekte auf. Zum einen zeigen die rautenförmigen Stabilitätsgebiete eine von der Parität der Überschussladungsträgerzahl n abhängige Größe, und zum anderen ergeben sich Bereiche in der $V_{SD} - V_G$ -Ebene, in denen der Strom I durch die Tunnelrate eines Tunnelkontaktes maßgeblich dominiert wird. In diesen auch als *Plateau-Bereichen* bezeichneten Gebieten, die direkt an die zu einer ungeraden Zahl von Überschussladungsträgern gehörenden Stabilitätsgebieten grenzen, kommt es nicht bzw. nur zu einer vernachlässigbaren Spin-Akkumulation. Trotzdem zeigen die Bauelemente dort einen endlichen Tunnelmagnetowiderstand. Außerhalb des Coulomb-Blockade-Regimes und der Plateau-Regionen tragen hingegen viele Quasiteilchen-Zustände zum Strom bei, so dass es im Fall einer antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen zu einer Spinakkumulation auf der Insel kommen kann.

Die Abhängigkeit der Größe der rautenförmigen Stabilitätsgebiete des SET in der (V_{SD}, V_G) -Ebene von der Parität der Überschussladungsträgerzahl n ist, wie schon die anderen in Abschnitt 2.7.1 diskutierten Paritätseffekte auch, eine Folge der Energie der Quasiteilchenanregungen im supraleitenden Zustand (2.202), die gegenüber der Fermi-Energie eine Mindestanregungsenergie von Δ , also der supraleitenden Energielücke aufweist. Während im Fall einer geraden Anzahl der Überschussladungsträger gerade diese Mindestanregungsenergie Δ aufgebracht werden muss, damit ein zusätzliches Quasiteilchen auf die Insel gelangen kann, führt im Fall einer ungeraden Anzahl n die Energie des zusätzlichen, nicht gepaarten Quasiteilchens Δ zu einer entsprechend herabgesetzten energetischen Schwelle, ab der das zusätzliche Quasiteilchen die Insel wieder verlassen kann. Dies hat aufgrund des hier betrachteten Falls $E_C > \Delta$ zur Folge, dass die Stabilitätsgebiete, die zu einer geraden Anzahl an Überschussladungsträgern n gehören gegenüber ihren Pendants im normalleitenden und paramagnetischen Fall so stark anwachsen, dass die zusätzlich aufgebrauchte Energie Δ wenigstens kompensiert werden muss, während die Stabilitätsgebiete, die zu einer ungeraden Anzahl von Überschussladungsträgern n gehören, aufgrund der in diesem Fall vorhandenen, zusätzlichen Energie Δ entsprechend kleiner ausfallen [Ima02, Ima03].

Der zweite angesprochene Effekt, nämlich das Auftreten von Plateau-Gebieten, ist ebenfalls eine Folge der supraleitenden Eigenschaften der Insel und dem Fehlen von Quasiteilchenanregungen auf der Insel bei sehr tiefen Temperaturen. Die Plateau-Gebiete schließen sich hierbei unmittelbar an die Stabilitätsgebiete für ungerade Überschussladungsträgerzahlen n an, zeichnen sich also dadurch aus, dass ein ungepaartes Quasiteilchen auf der Insel vorhanden ist. Da sich das Plateau-Gebiet unmittelbar an den entsprechenden Bereich der Coulomb-Blockade anschließt, erlauben die energetischen Verhältnisse am Bauelement im Prinzip einen Stromtransport. Dieser ist jedoch im Vergleich zu (V_{SD}, V_G) -Werten, die weder in einem Stabilitätsgebiet noch in einem Plateau-Gebiet liegen, deutlich geringer. Der Stromtransport wird hierbei durch die Tunnelrate für das Verlassen des Quasiteilchens durch den zweiten Tunnelkontakt beschränkt, da hier genau ein besetzter Zustand entleert werden muss, wohingegen beim Tunneln auf die Insel durch den ersten Tunnelkontakt ein beliebiger unbesetzter Zustand aufgefüllt werden kann. Wie schon im Zusammenhang mit dem Andreev-artigen Transportmechanismus, der in Abschnitt 2.7.1 beschrieben wurde, ist also letztendlich das geringe statistische Gewicht des einen besetzten Zustands im Vergleich zu den unbesetzten Zuständen der Grund für die geringe Tunnelrate durch den zweiten Tunnelkontakt und damit für den geringen Stromfluss. Da sich in den Plateau-Gebieten nur ein zusätzliches Quasiteilchen auf der Insel aufhält, ist die Spinakkumulation vernachlässigbar. Trotzdem kann dieses eine zusätzliche Quasiteilchen zu einem endlichen Tunnelmagnetowider-

stand TMR führen, wenn auch die zugehörigen Ströme im Vergleich zu sonst üblichen Strömen im Bereich des sequentiellen Tunnelns sicherlich geringer sind. Im Grenzfall einer sehr großen Spin-Flip-Zeit τ_{SF} ergibt sich hierbei ein Tunnelmagnetowiderstand auf Basis der Ströme von

$$TMR_{FSF} = \frac{I_P - I_{AP}}{I_{AP}} \approx \frac{2P^2}{1 - P^2} \quad , \quad (2.253)$$

wobei I_P und I_{AP} die Ströme in paralleler und antiparalleler Orientierung der Magnetisierungen der beiden ferromagnetischen Zuleitungen sind. Sowohl mit kleiner werdender Spin-Relaxationszeit τ_{SF} , wie auch mit wachsender Inselnlänge nimmt hierbei der TMR ab und verschwindet in beiden entsprechenden Grenzfällen.

Experimentell konnte von C. D. Chen et al. an einem FSF-SET, dessen ferromagnetische Zuleitungen aus Cobalt und dessen Insel aus Aluminium bestanden, bei einer Temperatur $T \approx 250$ mK die Spannung V als Funktion eines äußeren Magnetfeldes H bei einem dem Bauelement aufgeprägten Strom I gemessen werden [Che02]. Diese Messungen $V(H)$ zeigen eine deutliche Hysterese im Bereich kleinerer Magnetfelder, die auf einen Wechsel der Orientierungen der Magnetisierungen der beiden Zuleitungen relativ zueinander hindeutet. Hierbei zeigen die $V(H)$ -Kurven im Bereich der antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen gegenüber der parallelen Orientierung eine deutliche, mit steigendem Strom I abnehmende Reduzierung der gemessenen Spannung V . Der gemessene Abfall der Spannung V in der antiparallelen Konfiguration der Magnetisierungen deutet darauf hin, dass es aufgrund der bereits weiter oben beschriebenen Injektion von spinpolarisierten Quasiteilchen in die supraleitende Insel und der sich im Fall der antiparallelen Orientierung ergebenden Spinakkumulation auf der Insel zu einer Reduktion der supraleitenden Energielücke Δ im Vergleich zur parallelen Konfiguration kommt [Ima02, Ima03, Don97]. Eine solche Herabsetzung der Energielücke Δ würde sich im Fall eines mit einem fest gelegten Strom I versorgten Bauelements dann in einer Reduktion der am Bauelemente abfallenden Spannung V bemerkbar machen, wie C. D. Chen et al. dies beobachten konnten, auch wenn die von ihnen durchgeführte quantitative Analyse der Spannungsabhängigkeit der Energielücke Δ in der antiparallelen Konfiguration von den Vorhersagen von H. Imamura et al. [Ima02, Ima03] deutlich abweichen. Die Daten wurden bei einer Temperatur $T \approx 250$ mK gewonnen.

Probenpräparation

3.1 Einführung

Ein Hauptziel der vorliegenden Arbeit war die Entwicklung eines Prozesses und die Schaffung der hierzu notwendigen experimentellen Voraussetzungen, um stabil und reproduzierbar Einzelladungseffekt-Bauelemente mit normal- bzw. supraleitenden und ferromagnetischen Elektroden und Inseln herstellen zu können. Ein besonderes Augenmerk lag hierbei auf der Stabilität des Prozesses in Bezug auf die mit der Präparation verbundenen Parameter, die kaum, nur mittelbar oder nur unter erheblichem technischem und finanziellem Aufwand kontrollierbar sind. Kleine Variationen, die beispielsweise schon aufgrund des Alters der verwendeten Resiste oder der Füllmenge des Verdampfers auftreten können, sollen einen möglichst geringen Einfluss auf die Ausbeute des Gesamtprozesses und die Qualität der einzelnen Bauelemente und ihrer notwendigen Infrastruktur haben. Eine Diskussion einzelner Parameter, ihres Einflusses auf die Präparation und die Qualität der Bauelemente, sowie ihre Kontrollierbarkeit ist in den folgenden Abschnitten enthalten.

Wie schon zu Beginn von Kapitel 2 dargestellt wurde, sind Tunnelkontakte die zentralen Komponenten der Bauelemente, die im Rahmen dieser Arbeit präpariert und untersucht worden sind. Die Bedingungen, die an die Tunnelkontakte gestellt werden müssen, ergeben sich primär aus der Orthodoxen Theorie aus Abschnitt 2.4. So sollten die Tunnelkapazitäten C_J höchstens in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-15}$ F liegen, so dass die Coulomb-Temperatur T_C nach (2.16) in der Größenordnung von 1 K liegt, um im Experiment mit Hilfe eines $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischkühlers Temperaturen T erreichen zu können, die deutlich unterhalb von T_C liegen. Hierbei sollten zeitgleich die Tunnelwiderstände mindestens im Bereich einiger Vielfache des Quantenwiderstandes R_K liegen, um einerseits Effekte, die auf Quantenfluktuationen und Terme höherer Ordnungen zurückzuführen sind, zu reduzieren, andererseits aber die Messung der Ströme I auf der durch C_J definierten Spannungsskala (e/C_J) durch die Tunnelwiderstände nicht zu erschweren. So entspricht einer typischen Spannung von $100 \mu\text{V}$ bei einem Widerstand von $100 \text{k}\Omega$ ein Strom von etwa 1nA . Um Ströme dieser Größenordnung messen zu können, sollte die experimentelle Auflösung des Stroms mindestens 2 Größenordnungen besser, also im Bereich kleiner 10pA liegen. Entsprechend wächst mit steigenden Tunnelwiderständen R_T die geforderte Messgenauigkeit an.

Neben den Tunnelkontakten und der Insel muss auch die für die Messung notwendige Infrastruk-

tur auf der Probe präpariert werden. Hierzu zählen vor allem die Zuleitungen, die Bondpads zum Kontaktieren der Bauelemente und eventuell Peilmarken und Orientierungshilfen, die ein Zurechtfinden auf der Probe und ihre Ausrichtung während der Präparation und der späteren Vorbereitung zur Messung ermöglichen. Nicht zuletzt sollen die Bauelemente aus einer hybriden Materialzusammensetzung bestehen, bei der die Zuleitungen und die Insel aus unterschiedlichen Materialien gefertigt sind.

3.1.1 Aluminium und Aluminiumoxid

Eine vergleichsweise einfache und effektive Präparationsmethode, die diese Anforderungen erfüllen kann, ist die Methode der Schattenbedampfung auf Basis der Al/AlO_x-Technologie. Wie bereits in Abschnitt 2.2 angedeutet wurde, bietet gerade das Materialsystem Al/AlO_x eine Vielzahl von Eigenschaften, die es als Basissystem für Tunnelkontakte prädestiniert. So zeigt Aluminium neben dem normalleitenden Verhalten bei hinreichend tiefen Temperaturen und hinreichend kleinen Magnetfeldern auch Supraleitung, die gut durch die BCS-Theorie [Bar57, Tin96, Buc90] beschrieben werden kann. Bei Aluminium handelt es sich um einen Supraleiter 1. Art, bei dem die Supraleitung zusammenbricht, wenn das äußere Magnetfeld H das kritische Feld H_C^{SL} übersteigt. Im Fall einer polykristallinen, makroskopischen Probe liegt dieses Feld bei $T = 0$ bei etwa $\mu_0 H_C^{SL} \approx 10$ mT [Coc58, Coc61, Phi59, McE94]. Die Kohärenzlänge ξ von Aluminium, die die Längenskala definiert, auf der sich der supraleitende Ordnungsparameter ändert, liegt bei etwa $\xi \approx 1.6$ μm [Mes69, Kit96, Tin96, Buc90, Wel00]. Die kritische Temperatur T_C^{SL} , oberhalb der die Supraleitung ebenfalls zusammenbricht, liegt bei etwa 1.19 K [Coc58, Wel70, Buc90], die supraleitende Energielücke Δ_0 bei $T = 0$ bei etwa 180 μeV [Wel70, Nic60, Sat62, Gia60b, Gia60a]. Im Fall dünner polykristalliner Filme kann es auch zu deutlich höheren kritischen Temperaturen T_C^{SL} und damit auch zu deutlich höheren Werten für die Energielücke Δ_0 kommen. Der Grund hierfür liegt in der im Vergleich zu dicken Filmen oder Festkörpern erhöhten Zahl von Atomen, die bei dünnen, granularen Filmen in Bereichen mit reduzierter Symmetrie in der Nähe der Oberfläche liegen. Diese Atome werden durch schwächere Wechselwirkungskräfte an ihre Orte gebunden, als die Atome weiter im Inneren des Metalls. Hierdurch erhöht sich die Amplitude der Bewegungen der Metallionen und es reduziert sich die mittlere Frequenz ihrer Schwingungen [Gar68]. Da in polyvalenten Metallen, wie Aluminium, Indium und Blei, die Phonon-Elektron-Wechselwirkungsstärke im Rahmen der Pseudopotenzialtheorie mit sinkender mittlerer Phononenfrequenz steigt, wächst ebenfalls die kritische Temperatur T_C^{SL} des Films gegenüber dickeren Filmen bzw. makroskopischen Proben an [McM68]. So berichten beispielsweise I. Giaver und K. Megerle [Gia61, Gia60a] über Werte für T_C^{SL} von bis zu 1.8 K. Kleine Abweichungen vom Literaturwert für $T_C^{SL} = 1.196$ K sind unter anderem von G. L. Wells et al. [Wel70] Verspannungen zugeschrieben worden, die aufgrund unterschiedlicher thermischer Ausdehnungskoeffizienten von Substratmaterial und Aluminium und dem hohen Temperaturunterschied zwischen Präparations- und Messtemperatur entstehen. Auch D. Song et al berichten bei 30 nm dicken Aluminium-Filmen über eine Energielücke von 190 μeV [Son95]. Im Fall eines etwa 25 nm dicken Aluminiumfilms konnten C. D. Chen et al. eine supraleitende Energielücke $\Delta \approx 260$ μeV und eine kritische Temperatur von etwa $T_C^{SL} \approx 2$ K nachweisen [Che02]. R. Meservey und P. M. Tedrow fanden, zum Teil zusammen mit K. Aoi, supraleitende Sprungtemperaturen T_C^{SL} zwischen 2 K und 3 K [Ted82, Aoi74] an dünnen polykristallinen Aluminium-Filmen¹. S. Wagner hat im Rahmen ihrer Diplomarbeit [Wag04] an einem 10 nm dicken, mit der in Abschnitt 3.5.1 beschriebenen Anlage hergestellten Aluminiumfilm eine kritische Temperatur $T_C^{SL} = (1.78 \pm 0.01)$ K gemessen. Der Verlauf des gemessenen Widerstands R als Funktion der Temperatur T ist in Abbildung 3.1

¹K. Kajimura und N. Mikoshiba geben ohne explizite Nennung einer Quelle eine höchste beobachtete Sprungtemperatur für Aluminium von etwa 6 K an [Kaj71]

dargestellt.

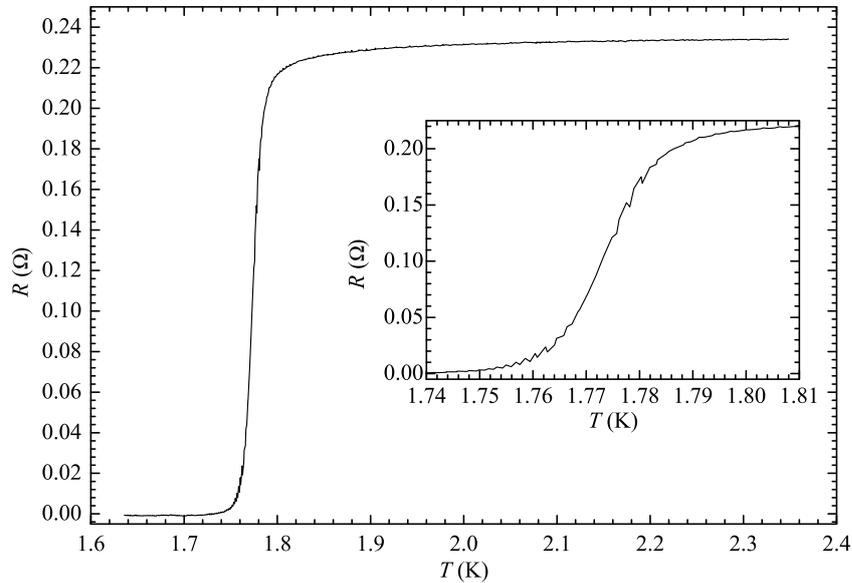


Abbildung 3.1: Messung des Widerstands R eines 10 nm dicken Al-Films als Funktion der Temperatur T aus [Wag04]. Die kritische Temperatur des Aluminiums liegt in diesem Fall bei $T_C^{SL} = (1.78 \pm 0.01)$ K.

Eine weitere, gerade für die Untersuchung von tunneltmagnetoresistiven Effekten an Einzellaungsbauerelementen wichtige Eigenschaft des nicht-ferromagnetischen Materials ist die Spin-Diffusionslänge λ_{SF} , die ein Maß dafür darstellt, auf welcher Längenskala die lokale Spinakkumulation in einem nicht ferromagnetischen Metall abklingt, und die damit eng verbundene charakteristische Zeitskala der Spin-Relaxationszeit τ_{SF} [Gro04]. Auch in Bezug auf diese beiden Größen ist die Verwendung von Aluminium von Vorteil. So konnten an sauberen, einkristallinen Aluminium-Proben Spin-Relaxationszeiten τ_{SF} zwischen 1 ns und 20 ns beobachtet² werden [Joh88, Lub76], sowie Spin-Diffusionslängen von bis zu $\lambda_{SF} \approx 450 \mu\text{m}$ bei Temperaturen von etwa $T \approx 4.3$ K [Joh85, Joh88]. Im Fall von dünnen, polykristallinen Filmen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit hergestellt und verwendet werden, liegt die Spin-Diffusionslänge λ_{SF} sicherlich deutlich darunter, da zum einen Verunreinigungen, zum anderen aber auch Kollisionen mit Oberflächen sowohl die Spin-Relaxationszeit τ_{SF} , wie auch die Spin-Diffusionslänge λ_{SF} verkürzen [Mes78, Fer95, Gro04]. Da die Spin-Diffusionslänge λ_{SF} im supraleitenden Zustand mit der im normalleitenden Zustand übereinstimmt, bietet Aluminium somit in Bezug auf diesen Punkt einen hervorragenden Ausgangspunkt zur Untersuchung von tunneltmagnetoresistiven Effekten [Yam02].

Die jedoch vielleicht wichtigste Eigenschaft von Aluminium für die im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Bauelemente ist seine leichte Oxidierbarkeit und die dünne, aber dichte Oxidschicht, die es unter Einwirkung von Sauerstoff bildet. Durch eine geeignete Wahl der Prozessparameter und der Herstellungsmethode kann so praktisch jeder technisch gewünschte Tunnelwiderstand realisiert werden [Gia61]. Hier kommen neben der thermischen Oxidation, bei der ein frisch verdampfter Aluminiumfilm einer Oxidationsatmosphäre mit einem definierten Sauerstoffpartialdruck p_{O_2} für eine bestimmte Zeitspanne t_{O_2} bei einer bestimmten Temperatur T_{O_2} , bei der es sich auch um Raumtemperatur handeln kann, ausgesetzt wird, eine Vielzahl weiterer Verfahren zum Einsatz. Aluminiumoxidbarrieren werden so beispielsweise auch in einer Oxidationsatmosphäre durch plasma- und UV-unterstützte Oxidation aus bereits abgeschlossenem

²In halbleitenden Quantenpunkten können durchaus Spin-Relaxationszeiten $\tau_{SF} \gtrsim 1 \mu\text{s}$ erreicht werden [Fuj02].

Aluminium, aus einem ionisierten Aluminiumstrahl in einer Oxidationsatmosphäre, oder aber durch direkte Deposition von Aluminiumoxid durch Kathodenzerstäubung³, chemische Abscheidung aus einer Dampfphase⁴ oder durch metallorganische Molekularstrahlepitaxie hergestellt [Glo03, Wha01, Che94, Rip02, Kun01, Gei69, Son00, Gia61, Kon80, Lau81, Kad75].

Aluminiumoxidbarrieren weisen typischerweise Dicken von bis zu einigen Nanometern auf, wobei häufig Schichtdicken im Bereich zwischen 1 nm und 2 nm zum Einsatz kommen [Zhu01, Flo78, Glo00, Sch91, Glo03]. Aus Transportmessungen an einzelnen Tunnelkontakten ergeben sich typische Barrierenhöhen von etwa 2 eV, wobei diese jedoch zum Teil erheblich nach oben und unten von diesem Wert abweichen und im Wesentlichen nach oben durch den Abstand des Valenz- und des Leitungsbandes, der bei etwa 9 eV liegt [Glo03, Xu91, Kun01], begrenzt werden [Chr68, Glo03, Rip02, Dub71, Lau81, Glo00, Sch91, Bar89]. Eine ebenso stark variierende Größe ist die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r , die zwischen einem Wert von etwa 4 und etwa 12 variiert [Glo03, Fon74, Goo, Acc, Ona77, Bar63, Kun01, Dub71, Sar72, Lid95, Kad75, Gur83, Glo00, Stö94, Del90a, Ave92]. Häufig werden zur Abschätzung von Kapazitäten und den daraus folgenden Coulomb-Temperaturen ϵ_r -Werte zwischen 8 und 10 verwendet [Syp98, Del90a, Wal02a, Sch98a, Gia68, Zel69].

Der Grund für diese weite Schwankungsbreite der typischen Parameter von Aluminiumoxidbarrieren liegt wahrscheinlich in den komplexen chemischen und physikalischen Prozessen, die bei der Formierung des Oxids auftreten. So bildet sich im Allgemeinen kein stöchiometrisches Al_2O_3 , sondern eine Verbindung mit einer hiervon abweichenden Stöchiometrie AlO_x , die sich in ihren Eigenschaften deutlich von reinem Al_2O_3 unterscheidet. Um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen, werden im Folgenden nur einige wenige Phänomene erwähnt, die einen nicht unerheblichen Einfluss auf die elektronischen Eigenschaften der AlO_x -Barriere haben. So kann AlO_x einen erheblichen Anteil an elektronischen Zuständen aufweisen, der die Barrierenhöhe reduzieren kann. Der Sauerstoff der Oxidationsatmosphäre beim thermischen, plasma- oder UV-unterstützten Oxidieren wird auf der Oberfläche des Aluminiums zum Teil nur chemisch adsorbiert (Chemisorption [SDC88]), statt vollständig gebundenes Al_2O_3 zu bilden [Glo03, Pop00]. Weiterhin werden auf dem sich bildenden Oxid wahrscheinlich aufgrund des in der Restatmosphäre des Rezipienten vorhandenen Wassers Hydroxyl-Gruppen (OH^-) adsorbiert, die schon aufgrund ihrer polaren Bindung die elektronischen Eigenschaften des Oxids verändern können [Gei69, Kon80, Flo78]. I. Giaver hat schon entsprechend bemerkt, dass ein erhöhter Wasseranteil der Restatmosphäre die Oxidation beschleunigt [Gia61]. Ähnliche Beobachtungen wurden auch im Zusammenhang mit anderen Messungen an Tunnelkontakten mit thermisch oxidiertem Aluminium gemacht [Mes94]. Außerdem ist eine Kontamination durch organische Moleküle, die ebenfalls auf der Oberfläche adsorbiert werden und beispielsweise aus den Resisten stammen können, nicht auszuschließen. Diese können ebenfalls die Eigenschaften der Barriere beeinflussen [Lau81, Flo78]. Nicht zuletzt kann es zu einer thermisch aktivierten Diffusion von Aluminiumionen in der Barriere kommen, die auch durch Anlegen einer Spannung hervorgerufen werden kann [Kon80, Son00, Sch91]. Aber auch die zweite aufgedampfte Elektrode kann in das Oxid eindringen und seine Eigenschaften verändern [Gei69]. Natürlich beeinflusst auch die Oberfläche der ersten Aluminiumschicht die sich bildende Oxidbarriere. So wachsen die Oxidbarrieren langsamer und erreichen eine geringere Dicke, wenn der zu Grunde liegende Aluminiumfilm mit einer höheren Rate aufgedampft wird [Gia61]. Aber auch die Deposition mittels Kathodenzerstäubung von einem stöchiometrischen Depot führt nicht notwendigerweise zu einem stöchiometrischen Al_2O_3 -Film. Das Verhältnis von Aluminium zu Sauerstoff schwankt durchaus im Bereich zwischen 0.54 und 0.65⁵. Vielmehr treten Kontaminationen von einigen Prozent des deponierten Films mit dem notwendigen Prozessgas

³siehe auch Abschnitt 3.7.2

⁴Low Pressure Chemical Vapour Deposition

⁵Ein Verhältnis von 0.67 entspricht dem Verhältnis von Al_2O_3 .

auf [Bha89]. Berücksichtigt man noch die bei der Strukturierung auftretenden Abweichungen, ist es nicht verwunderlich, dass eine exakte Vorhersage der Eigenschaften der Tunnelkontakte, insbesondere des Tunnelwiderstands R_T und der Tunnelkapazität C_J , nur sehr begrenzt möglich ist.

Wie bereits zu Beginn dieses Kapitels und in Abschnitt 2.2.2 angedeutet wurde, sind Tunnelkapazitäten C_J von etwa $1 \cdot 10^{-15}$ F notwendig, um eine Coulomb-Temperatur T_C von etwa 1 K zu realisieren. Verwendet man typische Werte für die Oxidschichtdicke und die relative Dielektrizitätskonstante für AlO_x , so werden Tunnelkontaktflächen von etwa $100 \text{ nm} \times 100 \text{ nm}$ benötigt. Um Strukturen mit diesen Abmessungen zuverlässig herstellen zu können, bietet sich zur Strukturierung der Maske für die Schattenbedampfung im Forschungsbereich nur der Einsatz der Elektronenstrahlolithographie an.

3.1.2 Substrate

Als Substrate werden mit Bor dotierte p-Typ Si-Wafer der Firma Crystec GmbH, Berlin eingesetzt. Bei diesen Wafern handelt es sich um Wafer der Orientierung (100) mit Dicken von $525 \mu\text{m}$ und $375 \mu\text{m}$ und einem Durchmesser von 1 Zoll (= 25.4 mm), deren Oberfläche poliert ist. Um eine elektrische Isolierung der Bauelemente von der elektrischen Masse zu garantieren, sind zur Herstellung der Bauelemente thermisch oxidierte Wafer zum Einsatz gekommen, die eine Oxidschichtdicke von 50 nm an Vorder- und Rückseite aufweisen. Bereits diese dünne Oxidschichtdicke stellt einen guten Kompromiss aus mechanischer Beanspruchbarkeit beim späteren Bonden der Bauelemente und dem Wunsch nach einer möglichst dünnen isolierenden Schicht an der Waferoberfläche dar. Die isolierende Oxidschicht wird beim Bonden der Probe offenbar nicht durchschlagen, wie Widerstandsmessungen an unstrukturierten Wafern zeigen. Andererseits ist die Oxidschicht jedoch so dünn, dass zwar eine Aufladung der isolierenden Schicht bei der Strukturierung mittels Elektronenstrahlolithographie nicht verhindert werden kann, diese aber die Auflösung im Vergleich zur Verwendung nicht-oxidierter Wafer nicht so stark herabsetzt, dass bei entsprechender Optimierung der Parameter signifikante Einflüsse auf die Bauelemente bemerkbar sind. Neben dieser Oxidschichtdicke sind auch Wafer mit 300 nm und 1000 nm dicken Oxidschichten getestet und solche mit lediglich der natürlichen Oxidschicht verwendet worden. Um im weiteren Verlauf nach dem Abschluss der eigentlichen Präparation einzelne Chips oder Proben aus dem Wafer herausbrechen zu können, ist bei der Mehrzahl der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Wafer die (110)-Ebene durch eine Anfräsung des Wafers, die auch als *Cut* oder *Flat* bezeichnet wird, gekennzeichnet. Entlang dieser durch den Cut bezeichneten Richtung und der hierzu senkrechten Richtung können die vorliegenden, (100)-orientierten Wafer nach einem Anritzen mit Hilfe eines handelsüblichen Diamantritzers leicht gebrochen werden. Dies liegt daran, dass die (110)-Ebenen die natürliche Spaltrichtung des Siliziums und isomorpher Strukturen darstellen [Sch04a].

3.2 Überblick über die Probenpräparation

Ziel der Präparation ist die Herstellung von Einzelladungseffekt-Transistoren, deren Elektroden oder deren Inseln aus Nickel bestehen, während die jeweils andere Teilkomponente aus Aluminium gefertigt ist. Ein Beispiel für eine solche SET-Struktur, wie sie im Rahmen dieser Arbeit gefertigt und charakterisiert wurde, ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Um die Bauelemente vermessen zu können, muss ebenfalls die hierfür notwendige, probenseitige Infrastruktur mit hergestellt wer-

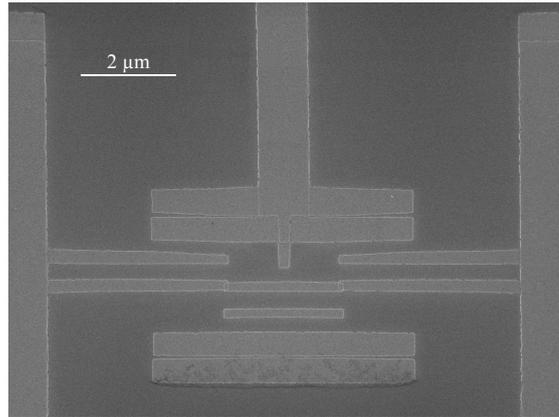


Abbildung 3.2: Rasterelektronenmikroskopaufnahme einer im Rahmen dieser Arbeit hergestellten SET-Struktur.

den, so dass sich die Präparation einer Probe in mehrere, aufeinander folgende Schritte gliedert. Einige dieser Schritte sind optional. Welche Schritte notwendig sind, hängt stark von den Anforderungen ab, die an die Probe gestellt werden. In diesem Sinne stellt die Probenpräparation, die im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und realisiert wurde, ein sehr flexibles Basis-System dar, das die Herstellung einer Probe ermöglicht, die an unterschiedliche Randbedingungen angepasst werden kann. Die Präparation erfolgt in 6 Schritten, nämlich

1. Vorbereitung der Probe,
2. Präparation der Hilfsstrukturen,
3. Strukturierung mittels Elektronenstrahl-Lithographie,
4. Herstellung der metallischen Schichten,
5. Präparation der Hilfsstrukturen und
6. Begutachtung, Nachbearbeitung und Vorbereitung zur Messung,

wobei die Schritte 1, 2 und 5 optional sind. Die beiden zentralen Prozessschritte, in denen die eigentlichen Bauelemente definiert und präpariert werden, sind die Schritte 3 und 4.

3.2.1 Schattenbedampfung

Die Präparationsmethode, die hier angewendet wird, ist die Schattenbedampfung [Nie74, Dol77]. Wie der Name schon andeutet, wird hier der Schattenwurf einer Maske ausgenutzt, die die eigentliche Struktur enthält und sich in einem Abstand D_1 über dem Substrat befindet. Werden so die Materialien unter verschiedenen Winkeln φ aufgedampft, kommt es zu einer lateralen Versetzung s der Strukturen in Bezug auf die Position der Struktur, die sich bei einem senkrechten Aufdampfen ($\varphi = 0$) ergeben würde, wie Abbildung 3.3(a) schematisch zeigt. Hierbei gilt

$$s = D_1 \cdot \tan \varphi \quad . \quad (3.1)$$

Liegt ein nicht so stark auslaufendes Maskenprofil der obersten Schicht vor, wie dies in Abbildung 3.3(a) dargestellt ist, kann es aufgrund der endlichen Dicke D_2 der Maske zu einer Reduzierung

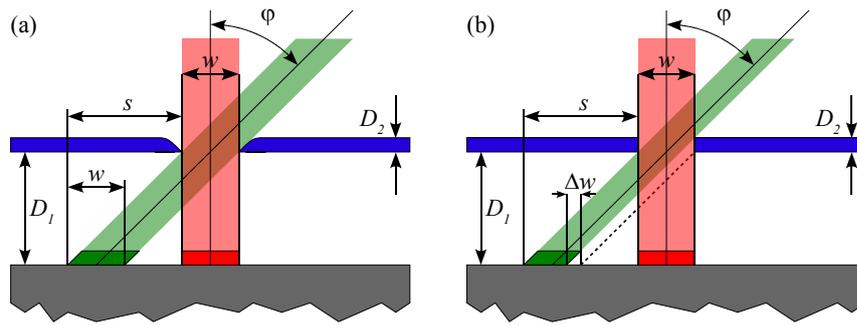


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der Schattenbedampfung mit einem auslaufenden Profil der oberen Resistsschicht (a) und einem rechteckigen Resistprofil (b). In (b) kommt es neben der Versetzung s auch zu einer Reduzierung der Strukturbreite Δw .

der Strukturbreite w kommen. Liegt beispielsweise ein rechteckiges Profil vor, wie dies in Abbildung 3.3(b) dargestellt ist, ergibt sich eine Reduzierung der Strukturbreite um

$$\Delta w = D_2 \cdot \tan \varphi \quad . \quad (3.2)$$

Im Prinzip ist es so möglich, auch Strukturen mit geringeren Breiten, als die eigentliche Maske enthält, zu präparieren, wenn die Dicke der Maske D_2 hinreichend groß ist, was jedoch experimentell im Rahmen dieser Arbeit nicht beobachtet werden konnte.

Übersteigt der Aufdampfwinkel φ den kritischen Wert

$$\varphi_C = \arctan \frac{w}{D_2} \quad , \quad (3.3)$$

ist gerade $\Delta w = w$, so dass kein Material mehr beim Aufdampfen die Substratoberfläche erreicht. In diesem Fall würde ausschließlich die Flanke der Maske bedampft werden. Dies kann dazu führen, dass die Breite der Strukturen in der Maske selbst sich aufgrund des dort deponierten Materials signifikant ändert. Im ungünstigsten Fall kann so die Maske an einigen Stellen vollständig verschlossen werden, so dass sie nicht mehr weiter verwendet werden kann. Andererseits ist es im Prinzip so auch möglich, die Zahl der ungewollten Schattenstrukturen deutlich zu reduzieren.

Technisch wird, wie auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit, das Konzept der frei tragenden Maske im einfachsten Fall mit Hilfe zweier elektronenstrahlempfindlicher Positiv-Resiste realisiert. Als Positiv-Resiste werden Lacke bezeichnet, bei denen während der Entwicklung die belichteten Bereiche herausgelöst werden, während bei einem Negativ-Resist nur die belichteten Stellen nach der Entwicklung übrig bleiben. Grundsätzlich können auch Resistssysteme mit mehr als zwei Lagen zum Einsatz kommen. Diese bieten häufig eine größere Flexibilität und Stabilität als das einfache zweilagige System, erfordern aber auch einen deutlich größeren Aufwand bei Herstellung und Strukturierung [Hos00, Hos02, Hun81].

Die Funktion der eigentlichen Maske übernimmt hierbei die obere Resistsschicht, während die untere Resistsschicht primär als Abstandhalter dient. Die obere Resistsschicht sollte eine möglichst hohe Auflösung aufweisen, also möglichst kleine Strukturbreiten erlauben, wohingegen die untere Resistsschicht über eine deutlich höhere Empfindlichkeit in Bezug auf die zur Belichtung verwendete Dosis verfügen sollte. Nur so kann eine großflächige Belichtung der unteren Schicht, und damit auch ein entsprechend großflächiges Freiräumen dieser Resistsschicht bei der Entwicklung erzielt werden, ohne auch die obere Resistsschicht großflächig zu belichten. So kann einerseits

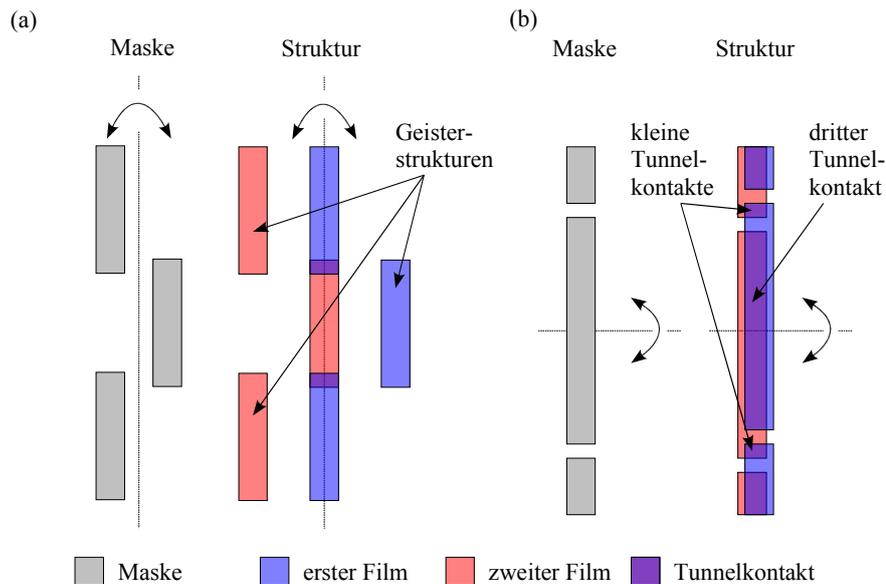


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des Unterschieds zwischen transversalem (a) und longitudinalem Versatz (b) an einem SET. Zur besseren Übersicht ist in beiden Teilabbildungen auf die Darstellung der Gate-Elektrode verzichtet worden. In Teilabbildung (b) sind außerdem die Strukturen der beiden Aufdampfschritte leicht horizontal gegeneinander versetzt dargestellt.

eine kleine, definierte Struktur in der oberen Lackschicht und andererseits, zeitgleich ein großer freigeräumter Bereich in der unteren Lackschicht realisiert werden, der für die spätere Schattenbedampfung unumgänglich ist. Das so erhaltene Resistprofil weist einen deutlichen Unterschnitt auf, der auch als *Undercut* bezeichnet wird. Eine schematische Darstellung eines Resistprofils ist in Abbildung 3.5(a) auf Seite 104 dargestellt.

Die Schattenbedampfung bietet so durch Variation des Aufdampfwinkels aufgrund der freitragenden Resiststrukturen die Möglichkeit, Strukturen räumlich versetzt auf der Substratoberfläche aufzudampfen. Besonders hilfreich ist diese Technik bei der Erzeugung von Tunnelkontakten auf Basis von Metallen, die durch den Einlass von Sauerstoff thermisch oxidiert werden können, und so *in-situ* eine isolierende Barriere bilden können, die dann als Dielektrikum der späteren Tunnelkontakte dienen kann. Nach der Oxidation der ersten Metallschicht, die als erste Elektrode dient, kann so eine zweite, räumlich versetzte Struktur durch Änderung des Aufdampfwinkels als Gegenelektrode aufgebracht werden, wobei der Bereich des Überlapps der ersten, oxidierten und der zweiten Metallschicht den Tunnelkontakt bildet. Die Variation des Aufdampfwinkels wird am zweckdienlichsten durch einen drehbaren Probenhalter realisiert. Ist nur ein einziger Verdampfer im Rezipient vorhanden, ist es im Allgemeinen deutlich leichter, die Probe zu verkippen als die Einbauposition oder -lage des Verdampfers zu modifizieren. Ist mehr als ein Verdampfer im Rezipient verbaut, kann bei geeigneter Auslegung des gesamten Aufbaus mit Hilfe eines verkippbaren Probenhalters der Aufdampfwinkel unabhängig vom verwendeten Verdampfer eingestellt werden. Ob in diesem Fall eine Verkippung um mehr als eine Achse realisiert werden muss, hängt von der jeweiligen Gesamtauslegung der Anlage ab. Solange nicht aufgrund der Auslegung der Anlage eine Schwenkeinrichtung der Probe mit mehr als einer Achse notwendig ist, sollte in vielen Fällen eine Verkippung um nur eine Achse völlig genügen.

Die Wahl der Orientierung der Verkippungsachse in Bezug auf die Maske hängt stark von den geforderten Eigenschaften der Bauelemente ab. In Abbildung 3.4 sind für den Fall eines einfa-

chen gestreckten SET⁶ die beiden Hauptorientierungen der Verkippungsachse bezogen auf die Vorzugsrichtung des Bauelements dargestellt. Liegt, wie in Abbildung 3.4(a) dargestellt, die Verkippungsachse parallel zur Vorzugsrichtung des Bauelements, werden bei der Bedampfung die Strukturen senkrecht oder *transversal* zur Vorzugsrichtung verschoben, während im Fall einer rechtwinkligen Anordnung von Verkippungs- und Vorzugsrichtung des Bauelements der Versatz entlang der Vorzugsrichtung erfolgt, was auch als *longitudinaler* Versatz bezeichnet wird, und in Abbildung 3.4(b) dargestellt ist.

Der Ansatz des longitudinalen Versatzes geht auf die Arbeit von J. Niemeyer [Nie74] zurück und ist im Prinzip leichter zu realisieren, als der Ansatz des transversalen Versatzes, da das Freiräumen der unteren Lackschicht senkrecht zur Vorzugsrichtung schwieriger als parallel zu dieser ist. Dies liegt daran, dass hier die gerade Linie, auf der später der SET zu Liegen kommt, nur durch zwei schmale Stege unterbrochen werden muss, wohingegen im Fall des transversalen Versatzes die Distanzen, um die die Strukturen senkrecht zur Hauptschreibrichtung versetzt sind, im Allgemeinen deutlich größer sind und damit auch einen größeren Undercut des Resists erfordern. Weiterhin wird im Fall des longitudinalen Versatzes die Bildung von räumlich versetzten Schatten- oder Geisterstrukturen deutlich reduziert, was prinzipiell eine höhere Integrationsdichte der Bauelemente erlaubt. Allerdings bringt gerade dies auch den Hauptnachteil dieser Orientierung mit sich, da so beim longitudinalen Versatz die Geisterstrukturen die eigentlich beabsichtigten Strukturen zum Teil überdecken, und es so zur Bildung von Multilagern kommt. Eine klare räumliche Separation verschiedener Materialien wird dadurch nahezu unmöglich, so dass dieses Vorgehen wohl nur auf eine homogene oder nur auf sehr spezielle Fälle einer hybriden Materialauswahl sinnvoll anwendbar ist. Aber auch im Falle einer homogenen Materialauswahl kann es so zu unerwünschten Nebeneffekten kommen. Im Fall eines rein aus Aluminium bestehenden SET bildet sich, wie in Abbildung 3.4(b) dargestellt, auf der Insel ein dritter, im Allgemeinen großer Tunnelkontakt, der zu den beiden beabsichtigten, kleinen Tunnelkontakten in Serie geschaltet ist. Werden nur einzelne Tunnelkontakte hergestellt, tritt dieses Phänomen jedoch nicht auf. Bei der Verwendung des transversalen Versatzes treten diese Probleme nicht auf, so dass im Falle einer hybriden Materialwahl nur diese Orientierung der Verkippungsachse zur Vorzugsrichtung des Bauelements sinnvoll anwendbar ist.

In den Abbildungen 3.5, 3.6 und 3.7 ist der Ablauf der Schattenbedampfung anhand eines SET schematisch dargestellt. Auch hier ist die Gate-Elektrode zum besseren Verständnis nicht dargestellt.

3.2.2 Alternative Verfahren

Neben der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Präparationsmethode für Bauelemente, die auf Einzelladungseffekten beruhen, kommen auch andere Verfahren und Materialsysteme zum Einsatz. Zu diesen Verfahren zählt zum Beispiel die SAIL-Methode [Göt96, Göt95, Nac96], bei der die Tunnelkontakte an den Flanken des ersten aufgedampften Films entstehen. Im Prinzip ist so möglich, kleinere Tunnelkontakte als bei der Schattenbedampfung herzustellen, da im Allgemeinen im Vergleich zu den typischen Abmessungen künstlich erschaffener lateraler Strukturen ein Metallfilm mit einer deutlich geringeren Dicke präpariert werden kann. Hinzu kommt, dass eine Herstellung des ersten Films durch Kathodenzerstäubung möglich ist. Allerdings ist dieses Verfahren deutlich aufwändiger, da es neben einer Verdampfung und einer Oxidation auch einen *in-situ* durchgeführten, anisotropen Ätzschritt durch Ionenbeschuss voraussetzt. Ein anderes Verfahren, das auch einen Ätzschritt enthält, stellt die Vier-Winkel-Verdampfung [Wei01] dar, die

⁶Der besseren Übersicht wegen ist auf die Darstellung der Gate-Elektrode verzichtet worden.

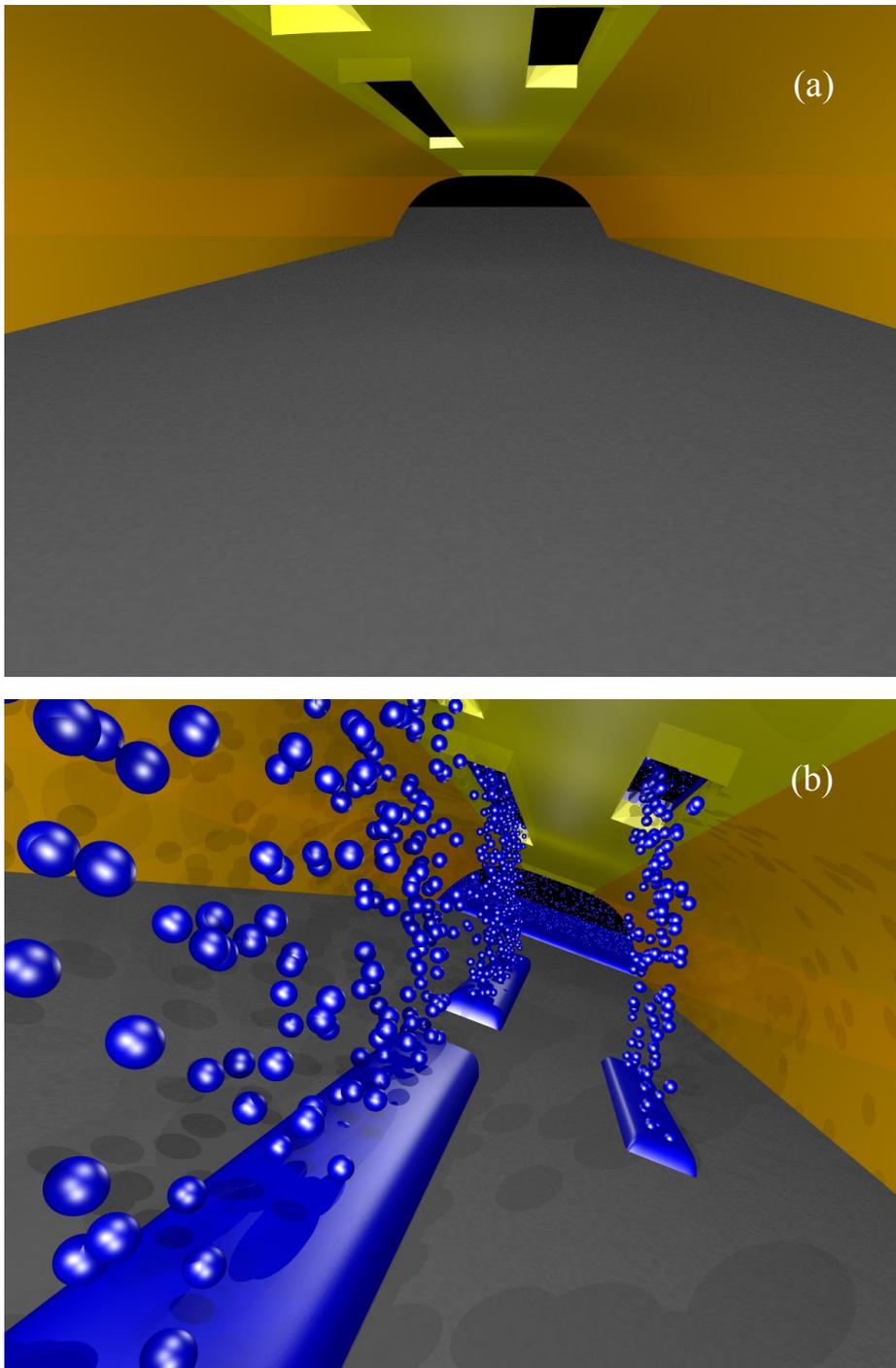


Abbildung 3.5: Schematische 3-dimensionale Darstellung der Schattenbedampfung: (a) Wafer mit entwickeltem Resistsystem. Die untere Resistschicht (orange) dient der oberen Resistschicht (gelb), die die eigentliche Maske für die Schattenbedampfung darstellt, als Abstandshalter. Die obere Resistschicht enthält die zur Herstellung eines SET notwendige Struktur. (b) Bedampfung der Probe mit Aluminium (Al, blau) unter einem Winkel von $+20^\circ$.

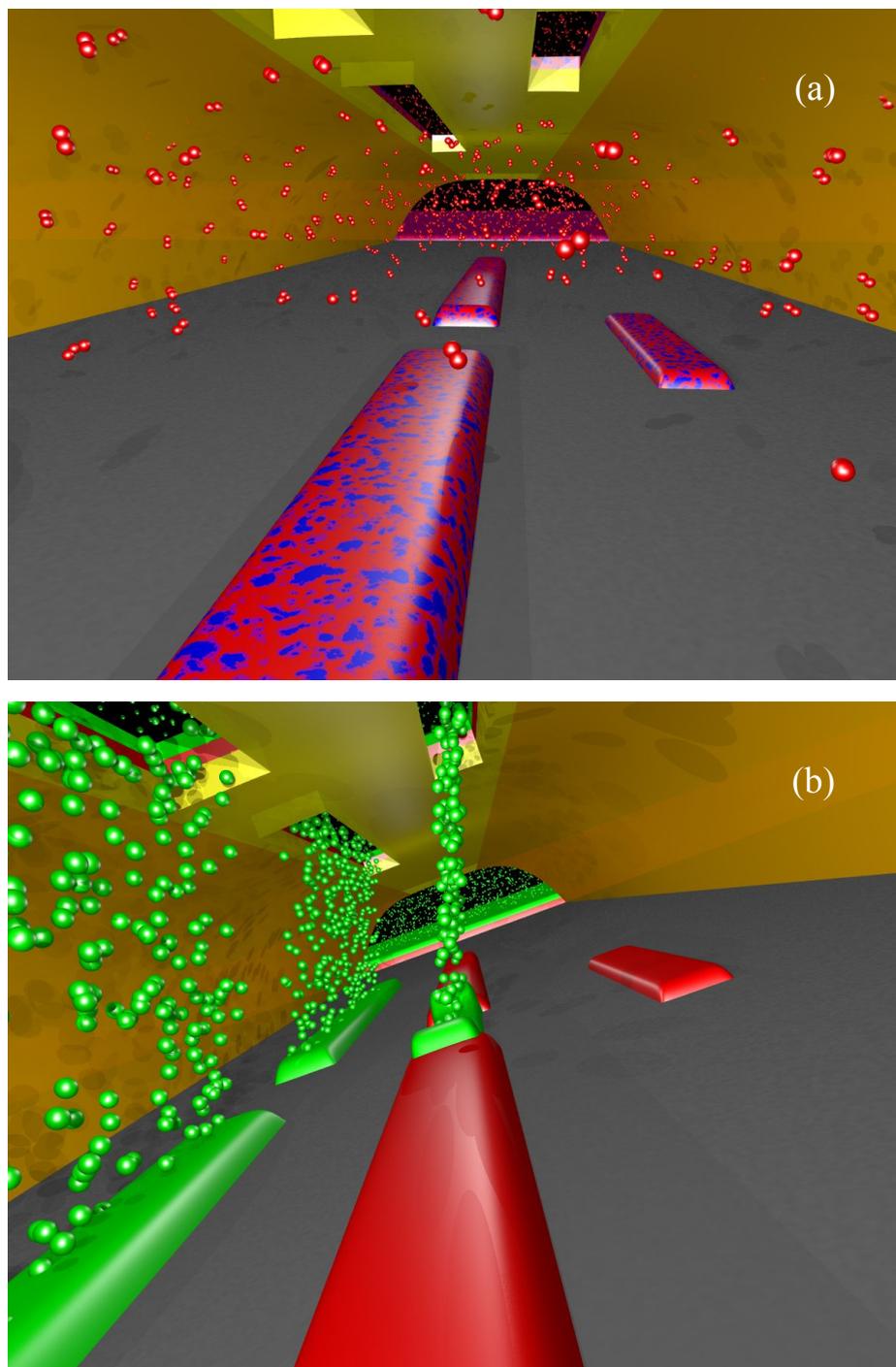


Abbildung 3.6: (a) Oxidation des Aluminiums (Al, ursprünglich blau) durch Einlass von Sauerstoff (O_2 , rot), wodurch sich auf dem Aluminium eine Oxidschicht (ebenfalls rot) bildet. (b) Bedampfung mit Nickel (Ni, grün) unter einem Winkel von -20° .

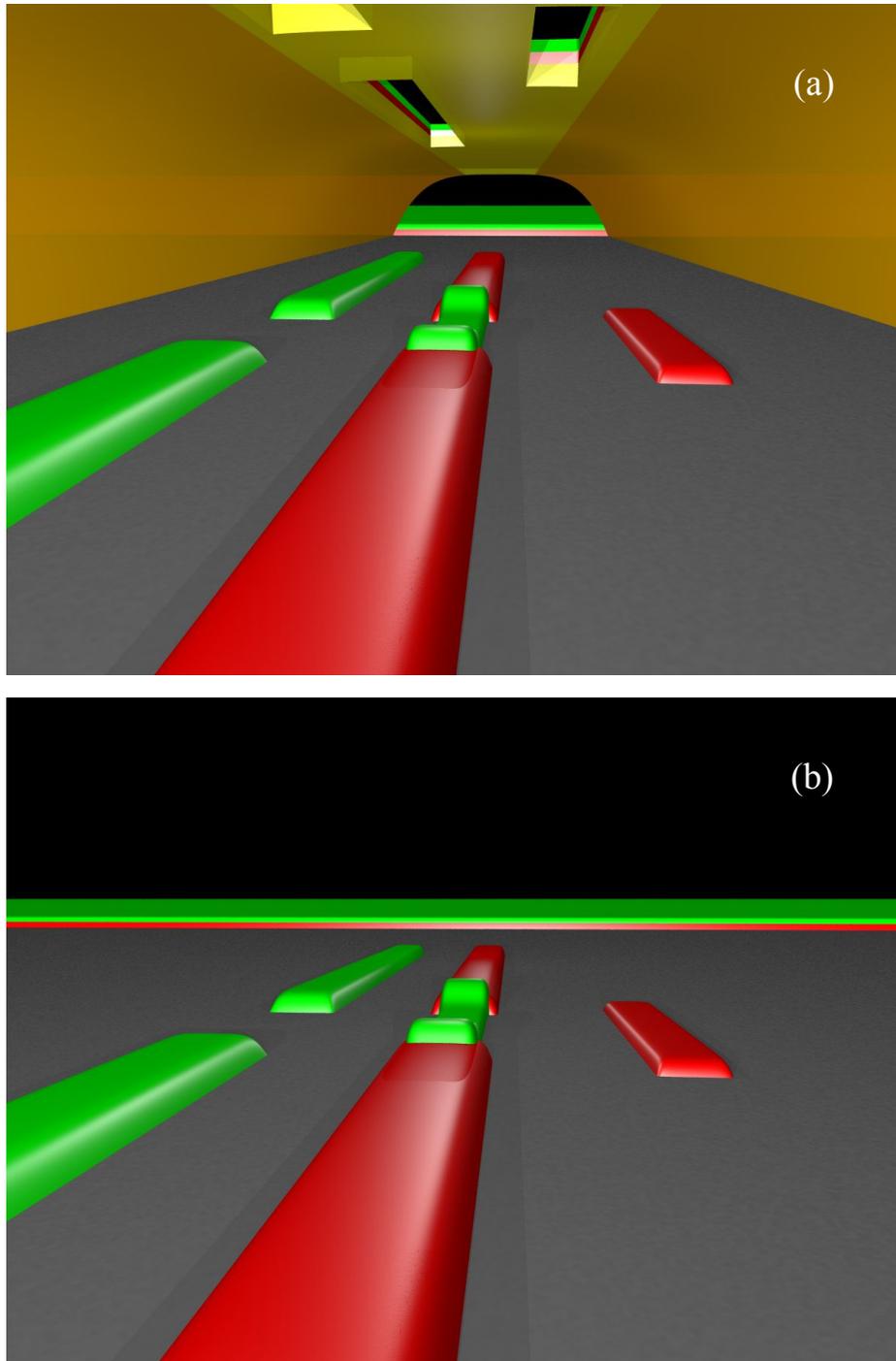


Abbildung 3.7: Wafer vor (a) und nach dem Lift-off (b).

in der Lage ist, sehr kleine Inseln mit Abmessungen von etwa 30 nm herzustellen. Darüberhinaus existieren einige Mehrlagenprozesse [Wei97, Vis95], die eine Positionierung der Gate-Elektrode unterhalb des SET ermöglichen. Ein weiterer Mehrlagenprozess [Pav99b, Pav99a] kann Bauelemente auf Basis von Niob (Nb) herstellen. Niob⁷ stellt aufgrund seines hohen Schmelzpunktes von über 2400°C [Lip02] eine besondere Herausforderung an die Resisttechnologie dar. Weitere Prozesse zur Herstellung und Strukturierung von Tunnelkontakten auf Nb-Basis sind in [Bhu91, Dub00, Kim02, Hos02, Hos00, Hun81] beschrieben. Aber auch das Materialsystem Cr/Cr₂O₃ [Roc70] ist zur Herstellung von SET im Rahmen eines Schattenbedampfungs- und Oxidationsprozesses erfolgreich angewendet worden [Kuz96, Sch99a]. Auf Basis von Kupfer (Cu) und Silber (Ag) sind ebenfalls Doppeltunnelkontakte hergestellt worden, die Einzelladungseffekte zeigen [Bar89].

Ein besonderes Verfahren ist von K. Ono et al. zur Präparation von ferromagnetischen SET auf Basis einer NiO-Barriere entwickelt worden. Hierbei wurde durch eine dünne, separat hergestellte und mehrfach verwendbare Maske auf Basis einer Si₃N₄-Membran zunächst ein Film bestehend aus Nickel (Ni) im Rahmen eines Schattenverdampfungsprozesses aufgebracht und mit Hilfe eines Sauerstoffplasmas oxidiert. Anschließend wurde der zweite Film bestehend aus Cobalt (Co) verdampft. Die Maske enthält auch in diesem Fall die Strukturen für beide Verdampfungs-schritte. Um den notwendigen lateralen Versatz zu ermöglichen, kann auch hier im Rahmen eines Schattenbedampfungsprozesses unter verschiedenen Winkeln das entsprechende Material aufgedampft werden. Alternativ ist es jedoch auch möglich, die Maske mit Hilfe von Piezo-Stellgliedern relativ zur Probe zu verfahren, da diese ja separat hergestellt wurde. Abgesehen von der Möglichkeit, die gleiche Maske mehrfach zu verwenden, bietet dieser Prozess trotz seines erheblich komplexeren Ablaufs, der sich unter Berücksichtigung der Maskenherstellung ergibt und der mehrere Ätzschritte mittels reaktivem Ionenätzen beinhaltet, einige Möglichkeiten, die der im Rahmen dieser Arbeit umgesetzte Prozess nicht ermöglicht. So entfällt erstens der Lift-off-Schritt, so dass auch reaktive Substanzen verwendet werden können, die sonst mit der Maske oder den beim Lift-off verwendeten Chemikalien wechselwirken. Da zweitens die Maske separat hergestellt wird, können auch isolierende Substrate verwendet werden, die bei einer Strukturierung mittels Elektronenstrahlithographie sonst eine besondere Behandlung erfordern, um Aufladungseffekte und eine damit einhergehende Verringerung der Auflösung zu vermeiden. Weiterhin ist es möglich, zur Bildung der Tunnelbarrieren das Verfahren der Plasma-Oxidation einzusetzen, bei dem bei den sonst üblichen Resisten die Maske erheblich beschädigt oder vollständig zerstört werden kann. Schließlich kann, wie schon erwähnt die Maske mehrfach verwendet werden. Hierbei kann das überschüssige Material in einer Mischung zweier Säuren von der Maske entfernt werden [Ono96b, Ono96a, Ono97].

Schließlich wurden auch auf Halbleiter-Basis SET mit Coulomb-Temperaturen T_C von über 10 K in Silizium (Si) hergestellt [Sak98].

3.3 Probenvorbereitung

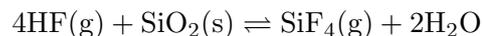
Die Vorbereitung des Wafers besteht im Wesentlichen aus dem Entfernen der SiO₂-Schicht von der Rückseite der oxidierten Wafer. Dieser Schritt ist bei der Verwendung von thermisch oxidierten Wafern unumgänglich, da nur so eine hinreichend gute Erdung der Probe während der Strukturierung mittels Elektronenstrahlithographie erreicht werden kann. Ist die Probe nicht oder nur unzureichend geerdet, lädt sich der Wafer durch den Elektronenstrahl auf, was zu ei-

⁷Niob (Nb), Wolfram (W), Molybdän (Mo), Rhenium (Re) und Tantal (Ta) sind die wahrscheinlich technisch bedeutendsten hochschmelzenden Metalle, die im Englischen auch als *Refractory Metals* bezeichnet werden [Lip02].

ner deutlichen Abnahme der erreichbaren Auflösung und zu einer so starken Herabsetzung der räumlichen Stabilität des Elektronenstrahls führt, dass eine stabile und reproduzierbare Herstellung von nanostrukturierten Bauelementen nicht mehr gewährleistet ist.

Um eine Schädigung der SiO₂-Schicht auf der Vorderseite der Wafer zu verhindern, wird häufig [Sch01b] der Wafer mit einem Resist belackt, bei dem es sich um einen Photolack oder auch um einen elektronenstrahlempfindlichen Resist handeln kann. Anschließend wird die Probe in Flußsäure (HF) geätzt und nach dem Abspülen mit destilliertem Wasser wieder von dem zum Schutz der Vorderseite aufgetragenen Resist befreit und gesäubert. Dies setzt natürlich voraus, dass der aufgetragene Lack durch das Einwirken der Flußsäure nicht zu stark beschädigt wird.

Im Rahmen dieser Arbeit ist jedoch ein anderer Weg gewählt worden, da, wie die Erfahrung gezeigt hat, jede Belackung zu einer Kontamination der Waferoberfläche führt, die sich im ungünstigsten Fall auf die Qualität der nachfolgenden Schritte auswirken kann. Statt die Vorderseite vor dem Einfluß der Flußsäure zu schützen, wurde gezielt nur die Rückseite des Wafers geätzt. Zu diesem Zweck wurde der Wafer ohne vorheriges Aufbringen eines Schutzlacks mittig über ein 10 mm großes Loch platziert, das in die Mitte einer 1 mm starken Teflonplatte gestanzt wurde. Anschließend wurde die Teflonplatte im Abzug wiederum mittig auf ein 250 ml fassendes, offenes Schraubgefäß aus Teflon gelegt, das 48% Flußsäure (HF) enthält. Die Kantenlänge der Teflonplatte ist hierbei deutlich größer als der Durchmesser des Schraubgefäßes gewählt worden, so dass keine großen Spalte zwischen Platte und Gefäß entstehen. Hierdurch ist es möglich, nur mit Hilfe der abdampfenden, gasförmigen Flußsäure das SiO₂ von der Rückseite der Wafer gemäß der Reaktion



[Rie90, MC0404] zu entfernen. Die 50 nm dicke Oxidschicht ist nach 3 Minuten auf diese Art vollständig von der Rückseite der Probe entfernt worden, ohne eine erkennbare Schädigung der Vorderseite hervorgerufen zu haben. Dickere Oxidschichten verlangen entsprechend längere Ätzzeiten. Anschließend wurden die Wafer mit destilliertem Wasser abgespült und trocken geblasen. Ein wichtiger Vorteil dieses Verfahrens ist der geringe Kontakt des Anwenders mit der Flußsäure, da diese nur ein einziges Mal, und nicht für jeden Wafer erneut abgefüllt werden muss. Dementsprechend entsteht im täglichen Laborbetrieb durch diesen Prozessschritt kein flußsäurehaltiger Abfall.

3.4 Elektronenstrahlolithographie

Zur Durchführung der Belichtung stand ein Rasterelektronenmikroskop⁸ vom Typ Philips XL30 SFEG in Verbindung mit dem Lithographiesystem Raith ELPHY *Plus* in der Software-Version 1.31 und später in der Software-Version 2.07 zur Verfügung, das im Verlauf der Arbeit um eine Probenbühne mit Laserinterferometer⁹ der Firma Raith erweitert wurde. Abbildung 3.8 stellt schematisch die Endausbaustufe der zur Verfügung stehenden Infrastruktur zur Elektronenstrahlolithographie dar. Abbildung 3.9 zeigt ein Foto der Einrichtung für die Elektronenstrahlolithographie am Walther-Meißner-Institut (a) und ein Foto der Laserstage mit eingebauter Probe (b).

Das SEM verfügt über eine heiße Feldemissionsquelle, die einen hoch fokussierten und sehr intensiven Elektronenstrahl mit hoher zeitlicher Stabilität in einem geringen Energieintervall¹⁰ liefern

⁸Scanning Electron Microscope

⁹Laser Interferometer Stage oder auch kurz *Laserstage*

¹⁰Typische Werte für die zeitlichen Schwankungen der Emission einer heißen Feldemissionsquelle liegen bei unter 1% pro Stunde und die Energieverteilung der emittierten Elektronen typischerweise unter 0.5 eV [Hay98].

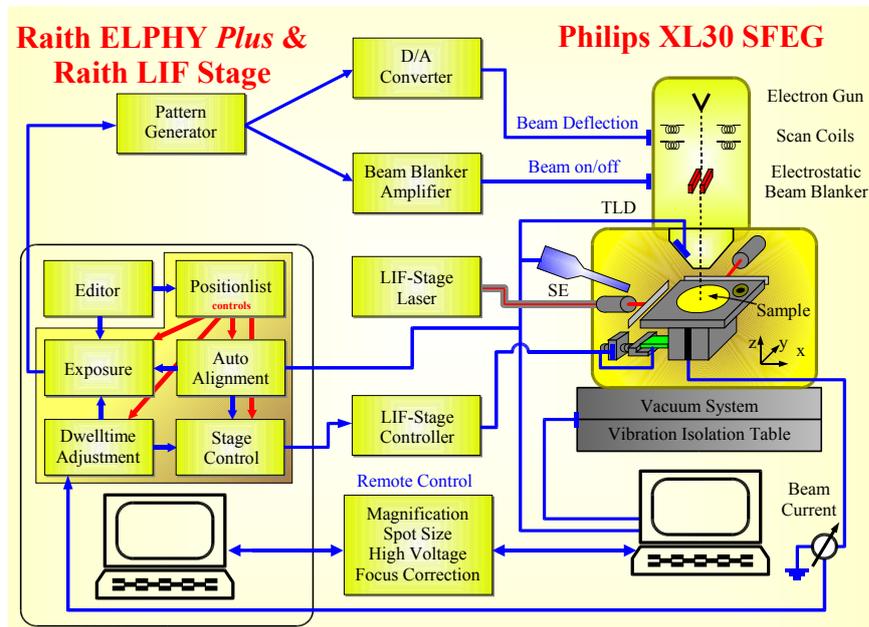


Abbildung 3.8: Schematische Darstellung der Endausbaustufe des Gesamtsystems zur Elektronenstrahlolithographie.

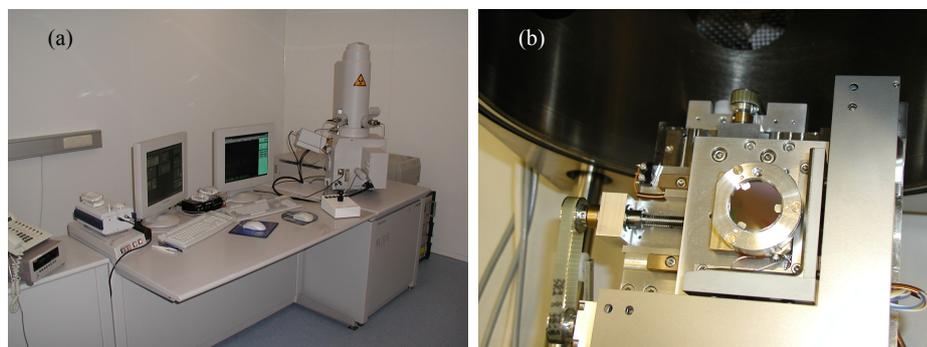


Abbildung 3.9: Fotos des SEM und der Einrichtung zur Elektronenstrahlolithographie (a) und eine Foto der Laserinterferometer Probenbühne der Firma Raith (b).

kann [Hay98, Sch94a, Kem01]. Das Mikroskop verfügt weiter über ein umschaltbares Objektivsystem mit zwei Betriebsmodi, den HR- und den UHR-Modus¹¹, die sich primär in Form und Lage der magnetischen Objektivlinsen unterscheiden [Hay98, Kem01]. Während im HR-Modus die Objektivlinse am unteren Ende der Säule, aber noch in ihrem Inneren gebildet wird und damit einen Abstand zur Probenoberfläche von typischerweise 6 mm hat, wird, ähnlich zur Immersionsmikroskopie in der optischen Mikroskopie, im UHR-Modus die Objektivlinse direkt oberhalb der Probe durch ein Magnetfeld gebildet, das Probe und Rezipienten durchdringt. Hierdurch ist es möglich, gegenüber dem HR-Modus die Auflösung im UHR-Modus noch einmal deutlich zu steigern. Ermöglicht wird dies durch die Erhöhung der numerischen Apertur der Objektivlinse aufgrund des geringeren Abstands zur Probe. Hierdurch verringert sich allerdings auch die Tiefenschärfe so drastisch, dass eine Fokussierung des Elektronenstrahls in unmittelbarer Umgebung um die zu schreibende Struktur notwendig wird. Gerade für automatisierte Belichtungen ist der UHR-Modus daher kaum geeignet. Außerdem kann aufgrund des im Rezipienten herrschenden radialsymmetrischen Magnetfeldes der übliche Sekundärelektronen-Detektor, der in Abbildung 3.8 mit SE bezeichnet ist, nicht mehr verwendet werden. Statt dessen muss der innerhalb der Säule angebrachte TLD-Detektor¹² verwendet werden. Das SEM ist weiterhin mit einem elektrostatischen Beam-Blanker ausgerüstet, der ein schnelles Ein- und Ausschalten des Elektronenstrahls ermöglicht. Die Steuerung des SEM erfolgt über einen PC.

Das zweite Subsystem der Elektronenstrahlolithographie-Einrichtung bildet das Lithographiesystem ELPHY *Plus* und die Laserstage der Firma Raith. Die Laserstage ermöglicht eine Bewegung der Probe in die drei Raumrichtungen, wobei die Verfahrenswege in x - und y -Richtung unabhängig voneinander mit Hilfe zweier Laserinterferometer bestimmt werden. Hierdurch können Punkte auf der Probe mit einer Abweichung von weniger als etwa 50 nm angefahren werden. Durch eine Schwalbenschwanzaufnahme können in kurzer Zeit verschiedene Probenträger ein- und ausgebaut werden. Sie ist weiterhin zur Messung des Probenstroms dadurch vorbereitet, dass die Probenträgeraufnahme vom Rest des Systems und von Masse elektrisch isoliert und an den Innenleiter einer an der Tür des Rezipienten angebrachten BNC-Buchse angeschlossen ist. Zur Messung des Strahlstroms wird ein Elektrometer vom Typ Keithley 6514 verwendet.

Das Lithographiesystem ELPHY *Plus* gliedert sich in Hard- und Softwarekomponenten. Die Steuerung des Systems erfolgt ebenfalls über einen PC. Die Software umfasst ein CAD-System¹³ auf Basis einer GDSII-Datenbank. Neben der Steuerung des Beam-Blankers, der Ablenkung des Elektronenstrahls und der Steuerung der Laserstage kann ELPHY auch über eingebaute Befehle das angeschlossene Elektrometer zur Strahlstrommessung auslesen und signifikant in die Elektronenoptik eingreifen. So erlaubt ELPHY beispielsweise die Steuerung der Vergrößerung, des Strahlstroms über den Parameter SPOT SIZE des SEM, sowie die Steuerung der Hochspannung und des Fokus des Elektronenstrahls. Hierdurch ist ELPHY in der Lage, die Belichtungsdauer (DWEELLTIME) bei Vorgabe einer Dosis dem Strahlstrom anzupassen. Weiterhin kann ELPHY automatisch den Fokus als Funktion der Koordinaten eines Schreibfeldes auf Basis einer Ebene nachführen, die durch eine manuell durchgeführten Fokussierung an drei Punkten auf dem Wafer definiert worden ist. Gerade bei Teilbelichtungen, die im Vergleich zur Länge eines typischen Schreibfeldes¹⁴ an weit voneinander entfernten Punkten auf einem Wafer durchgeführt werden müssen, ist eine Nachführung der Fokusebene unabdingbar [Kem01]. Mit Hilfe einer integrierten Makrosprache können weiterhin Aufgaben, die etwa routinemäßig während einer Belichtung anfallen, durch Makros zusammengefasst und gebündelt ausgeführt werden.

¹¹High Resolution bzw. Ultra High Resolution

¹²Through-the-Lense-Detector

¹³Computer Aided Design

¹⁴Die Schreibfeldgröße, mit der im Rahmen dieser Arbeit alle mesoskopischen Strukturen hergestellt wurden, liegt bei 100 μm bzw. unter Einbeziehung des Randes für die manuelle oder automatische Markenerkennung bei 120 μm .

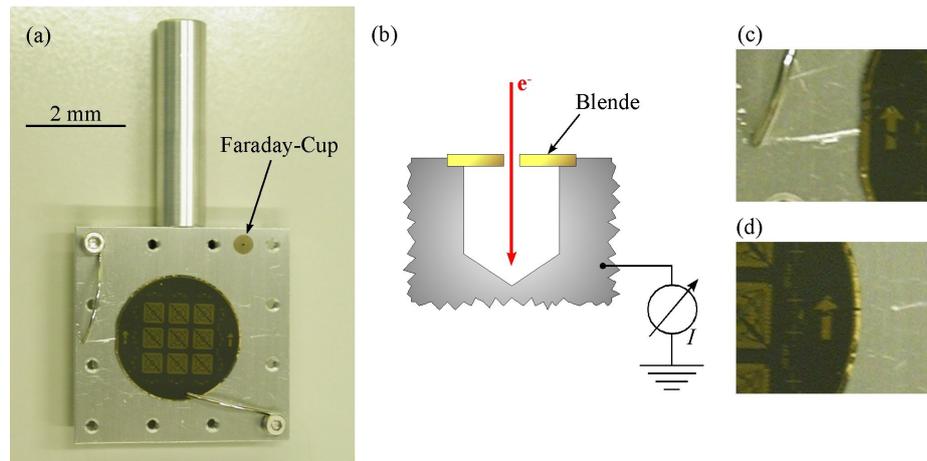


Abbildung 3.10: (a) Foto des Universalprobenträgers für die Laserstuge mit einer zur Durchführung einer simulierten Belichtung geklemmten Probe. (b) Schematische Darstellung des Faraday-Cups. Die Teilabbildungen (c) und (d) zeigen die beiden Pfeile der Probe am linken und rechten Rand der Probe in Teilabbildung (a).

ELPHY kann auch die Signale der Elektronendetektoren des SEM einlesen und verarbeiten. Neben der Möglichkeit, hierüber Bilder mit dem SEM aufzuzeichnen, bietet dies insbesondere die Möglichkeit, durch Einlesen von Marken, die sich bereits auf der Probe befinden, das lokale Koordinatensystem eines einzelnen Schreibfeldes, das sich durch die Einstellungen der Elektronenoptik und ihrer Ansteuerung durch ELPHY ergibt, mit dem Koordinatensystem der Probe in Bezug auf die Laserstuge abzugleichen, um Fehler bei der relativen Positionierung von Strukturen zu bereits auf der Probe vorhandenen Strukturen zu minimieren. Prozesse, bei denen eine solche Positionierung von Strukturen relativ zu bereits vorhandenen Strukturen durchgeführt wird, werden als *Mix&Match-Prozesse* bezeichnet. Die Markenerkennung kann hierbei durch den Benutzer oder automatisch erfolgen. Die automatische Markenerkennung und Anpassung der Parameter zum Schreiben eines Schreibfeldes wird als *Auto-Alignment* bezeichnet. Weitere Einzelheiten zur Markenerkennung sind beispielsweise in [Kem01] enthalten. ELPHY bietet so die Möglichkeit, nach einer Justage des Koordinatensystems der Probe und einer damit verbundenen Fokussierung ohne den Eingriff eines Benutzers automatisiert komplexe Belichtungen durchzuführen. Hierbei werden die Makros, die Auto-Alignment-Prozeduren und die zu belichtenden Strukturen mit den notwendigen Parametern in eine Stapeldatei, die so genannten *Positionlist*, eingetragen, die dann von ELPHY abgearbeitet wird.

3.4.1 Probenhalter

Ein überraschendes Ergebnis lieferten die ersten Testbelichtungen mit der Laserstuge. Trotz einer Positioniergenauigkeit der Laserstuge von deutlich weniger als 500 nm, gelang im Rahmen einiger durchgeführter Mix&Match-Prozesse der Abgleich der beteiligten Koordinatensysteme mit Hilfe einer Auto-Alignment-Prozedur nicht durchgängig, wobei die fehlerhaften Schreibfelder sich zum Teil von Probe zu Probe unterschieden. Die betreffenden Belichtungen sind mit Hilfe eines von Raith mitgelieferten Probenträgers, der in Abbildung 3.10(a) gezeigt ist, durchgeführt worden. Bei diesem Träger handelt es sich um einen aus Aluminium gefertigten, quadratischen, flachen Probenträger mit einer Kantenlänge von 43 mm, der über ein quadratisches Raster aus M2.5-Gewinden und einem Faraday-Becher bzw. Faraday-Cup mit einer $300\ \mu\text{m}$ -Blende zur Messung des Strahlstroms verfügt. Zur Messung des Strahlstroms werden die Elektronen des Elektronenstrahls durch die Blendenöffnung in den darunter liegenden Hohlraum geschossen. Entscheidend

ist für die Messung des Strahlstroms, dass aus dem Faraday-Becher keine Elektronen durch Rückstreuprozesse oder andere Prozesse, die zur Bildung von Sekundärelektronen führen, entweichen können. Nur in diesem Fall entspricht der gemessene Strom dem eigentlichen Strahlstrom [Sch94a]. Teilabbildung (b) zeigt schematisch den Faraday-Cup im Querschnitt. Eine Probe kann auf diesem Probenträger mit zwei gebogenen Federn, die einen Durchmesser von 0.8 mm haben und mit Hilfe zweier M2.5 Schrauben am Probenträger befestigt sind, fixiert werden. Die beiden Federn sind ebenfalls in Abbildung 3.10(a) zu sehen und drücken etwa in einem Winkel von $30^\circ - 45^\circ$ zur Oberfläche des Wafers auf diesen.

Diese beiden Federn sind zusammen mit den beiden Befestigungsschrauben für die misslungenen Belichtungen verantwortlich. Die Kräfte, die sie zusammen auf den Wafer ausüben, können ausreichen, einen Wafer so stark zu deformieren, dass eine Auto-Alignment-Prozedur in einigen Schreibfeldern nicht mehr gelingen kann. Die in diesem Zusammenhang wahrscheinlich wichtigste Komponente der Kraft ist die Scherkraft-Komponente parallel zur Oberfläche, die durch das Anziehen der Schrauben verursacht wurde. Mit bloßem Auge war kein Einfluss der Befestigung, etwa in Form eines Anhebens der Probe oder eines ähnlichen Phänomens zu erkennen. Außerdem wurden die Federn natürlich so positioniert, dass ihr Ende nicht mit der Position einer Gewindebohrung übereingestimmt hat. Um ihren Einfluss auf die beschriebenen Abweichungen genauer zu untersuchen, ist eine Reihe von simulierten Belichtungen ohne aufgebrauchten Elektronenstrahlresist im HR-Modus des SEM durchgeführt worden, in deren Zusammenhang auch das in Abbildung 3.10(a) dargestellte Foto entstanden ist. Zu diesem Zweck ist an drei Peilmarken im Außenbereich der Probe das Koordinatensystem der Laserstage ausgerichtet und die Fokussierung des Elektronenstrahls vorgenommen worden. Die drei verwendeten Peilmarken befinden sich links außen in der Mitte, oben rechts und unten rechts auf der Probe bei den Koordinaten (-8.5 mm / 0.0 mm), (+5.0 mm / +8.5 mm) und (+5.0 mm / -8.5 mm), wobei der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des Wafers liegt¹⁵. Anschließend sind die hieraus berechneten Mittelpunkte der auf dem Wafer enthaltenen 36 Schreibfelder, die jeweils 4 Peilmarken enthalten, angefahren worden, wo anschließend jeweils eine Auto-Alignment-Prozedur durchgeführt wurde. Ist diese nicht erfolgreich verlaufen, wurde eine entsprechende manuelle Markenerkennung durchgeführt. Die unabhängig davon, ob eine manuelle Markenerkennung notwendig war, anschließend mehrfach ausgeführten, automatischen Markenerkennungen führten dann stets zum Erfolg.

In Abbildung 3.11 ist das zu dem Foto in Abbildung 3.10(a) gehörende Ergebnis der Messung der Auto-Alignment-Prozedur dargestellt. Abgebildet ist für jedes Schreibfeld die Abweichung seines Mittelpunkts, wie es als Ergebnis der oben beschriebenen Markenerkennung von ELPHY als Parameter SHIFT U und SHIFT V im Bereich ALIGN WRITEFILED wiedergegeben wird, zum auf Basis der oben genannten drei Punkte im Außenbereich des Wafers rechnerisch bestimmten Mittelpunkt des Schreibfeldes. Die dargestellten Daten sind Rohdaten. Eine Korrektur der Vektoren um einen konstanten Vektor oder eine Rotation ist nicht durchgeführt worden. Als Basispunkte der Vektoren sind die im Maßstab 1:1000 verkleinerten Koordinaten der Mittelpunkte der 36 Schreibfelder vom Mittelpunkt des Wafers aus gesehen gewählt worden, wie sie von der Laserstage auch angefahren wurden. Jedes Schreibfeld, das bei der Messung berücksichtigt wurde, ist durch eine blaue Kugel mit einem Radius gekennzeichnet, der einer Länge von 200 nm entspricht. Die Farben der Vektoren klassifizieren die Schwere der gefundenen Abweichungen. Die zu Grunde liegende photolithographisch hergestellte Struktur ist auf Versätze von bis zu $5 \mu\text{m}$ in beide Richtungen ausgelegt, so dass Vektoren, deren Komponenten beide unter $5 \mu\text{m}$ liegen, grün dargestellt wurden. Im Prinzip können auch Versetzungen korrigiert werden, deren Komponenten kleiner als $7.5 \mu\text{m}$ sind. In diesem Fall besteht jedoch die Gefahr von Kurzschlüssen, da die Dosis, die für eine Belichtung der Resistschichten notwendig ist, deutlich kleiner als die Dosis ist, die der Resist bei einer Markenerkennung an dieser Stelle absorbiert. Aus diesem Grund

¹⁵Eine genauere Beschreibung der Maske ist in Abschnitt 3.7.2 enthalten.

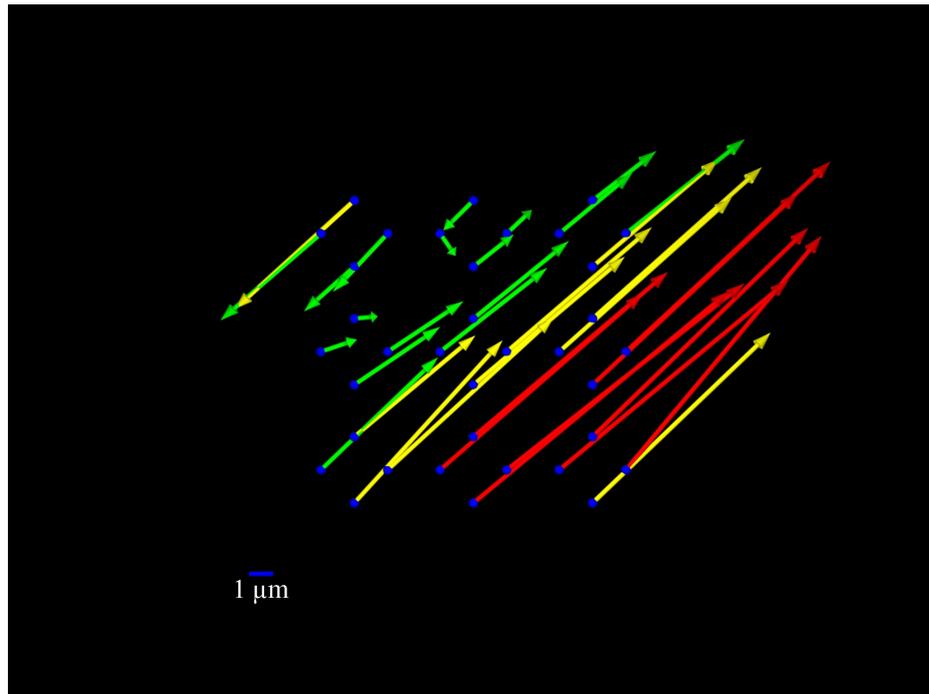


Abbildung 3.11: Ergebnis der Auto-Alignment-Prozedur bei Fixierung der Probe mit nur einer Klammer im unteren Bereich des Wafers.

wird an diesen Stellen das Resistsystem ebenfalls durch die Entwicklung freigeräumt, so dass die anschließend verdampften metallischen Filme die Substratoberfläche erreichen können. Aus diesem Grund sind Vektoren, die mindestens eine Komponente aufweisen, die größer oder gleich $5\ \mu\text{m}$, aber kleiner als $7.5\ \mu\text{m}$ ist, gelb dargestellt. Liegt hingegen eine Komponente eines Vektors über $7.5\ \mu\text{m}$ ist eine automatische Markenerkennung im Allgemeinen nicht mehr möglich, und der zugehörige Vektor ist rot dargestellt. Ist eine blaue Kugel ohne einen sichtbaren, angehefteten Vektor dargestellt, ist zwar an dieser Stelle auf dem Wafer eine Messung vorgenommen worden, die gemessene Abweichung liegt jedoch unterhalb des Radius der dargestellten Kugel, also unterhalb von $200\ \text{nm}$. Um eine bessere Vergleichbarkeit der einzelnen Messungen zu gewährleisten, ist die Skalierung aller entsprechender Abbildungen identisch.

Abbildung 3.11 zeigt das Ergebnis der Messung zu der in Abbildung 3.10 gewählten Befestigung der Probe. Die Abweichungen der Mittelpunkte der Schreibfelder zeigen klar eine Vorzugsrichtung, die etwa mit der Richtung übereinstimmt, die sich durch das Festziehen der Schraube ergibt. In diesem Fall sind die Abweichungen von 9 der insgesamt 36 auf dem Wafer vorhandenen Schreibfeldern so groß, dass eine Auto-Alignment-Prozedur wahrscheinlich keinen Erfolg gehabt hätte. Bei weiteren 10 Schreibfeldern liegt mindestens eine der Komponenten oberhalb der kritischen Marke von $5\ \mu\text{m}$.

Abbildung 3.12 zeigt das Ergebnis einer anderen Wahl der Befestigung. In diesem Fall ist eine symmetrische Klemmung mit beiden Federn am linken und rechten Rand des gleichen Wafers gewählt worden. Die Spuren dieser vorher durchgeführten Messung sind im Foto in Abbildung 3.10(a) und vergrößert in den Abbildungen 3.10(c) und (d) zu sehen. Die beiden Pfeile links und rechts am Wafer, die die Orientierung des Wafers angeben, zeigen zwei deutliche, senkrecht zu den Pfeilen verlaufende Kratzspuren, die auf das Einwirken der beiden Federn zurückzuführen sind. Das in Abbildung 3.12 dargestellte Muster zeigt eine vergleichsweise symmetrische Struktur. Sowohl am linken wie auch am rechten Rand der Probe zeigen die horizontalen Komponenten

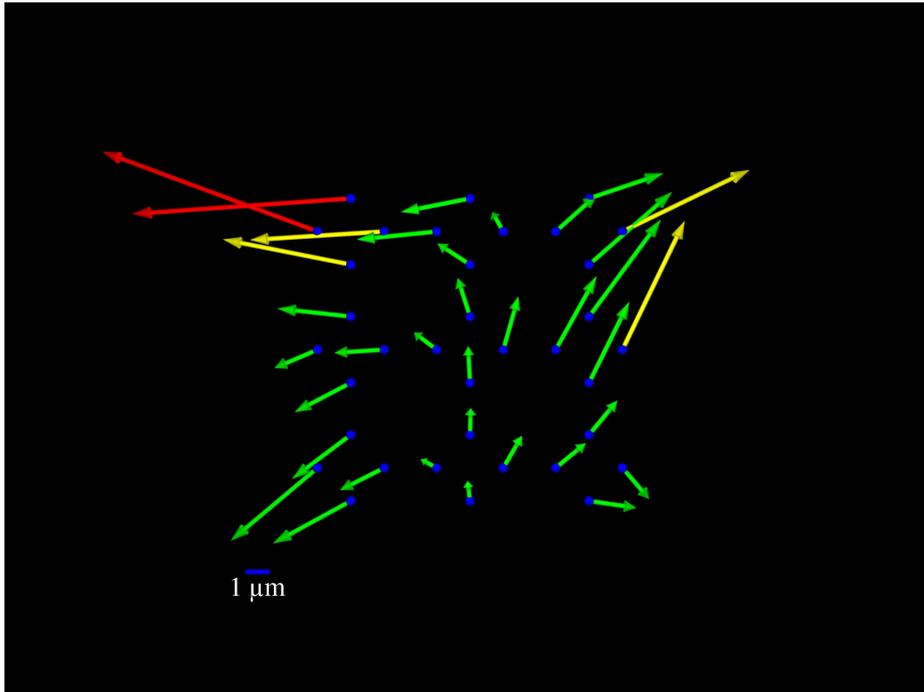


Abbildung 3.12: Ergebnis der Auto-Alignment-Prozedur bei annähernd symmetrischer Fixierung der Probe mit zwei Klammern links und rechts am Wafer.

der Abweichungsvektoren jeweils deutlich nach außen, während zur Mitte hin die horizontalen Komponenten deutlich kleiner werden, wenn auch an der rechten Seite der Probe die horizontalen Komponenten betragsmäßig kleiner als auf der linken Seite sind. Auch dieses Abweichungsbild ist konsistent mit der durch das Anziehen der Befestigungsschrauben vorgegebenen Richtung. Auffällig ist die auf der rechten Seite der Probe auftretende vertikale Komponente nach oben. Sie rührt wahrscheinlich daher, dass zuerst die Feder auf der linken Seite angesetzt und befestigt wurde, so dass die Probe einer Kraft, die alleine aufgrund der Form der Feder beim Aufsetzen nach links oben gerichtet ist, ausgesetzt war, dieser aber aufgrund der linken Feder nicht durch eine kleine Verschiebung nachgeben konnte. Dies würde auch die nach dem Anziehen der Befestigungsschraube kleineren horizontalen Komponenten auf der rechten Seite plausibel machen. Die Zahl der kritischen Versetzungen ist mit vier Schreibfeldern ebenso im Vergleich zur Befestigung mit nur einer Feder deutlich kleiner, wie die Zahl der wahrscheinlich zu großen Versetzungen mit zwei Schreibfeldern.

Um zu klären, ob die Federn in Verbindung mit ihren Befestigungsschrauben für die Abweichungen verantwortlich sind, ist die gleiche Probe anschließend ohne Federn mit Hilfe eines Leittabs, also eines elektrisch leitfähigen Haftaufklebers, mittig ohne Aufwendung zusätzlicher Kräfte auf dem gleichen Probenträger befestigt worden. Wie in Abbildung 3.13 zu sehen ist, sind die ermittelten Abweichungen signifikant kleiner. Die durchschnittliche Abweichung liegt bei etwa $0.64 \mu\text{m}$, die maximale Abweichung bei etwa $1.28 \mu\text{m}$. Abweichungen dieser Größenordnung sind für die Belichtung völlig unkritisch und im Rahmen des Erwarteten.

Da die Probe beim Entfernen vom Leittab zerbrach, mussten die weiteren Untersuchungen mit anderen, baugleichen Proben durchgeführt werden. Abbildung 3.14 zeigt das Ergebnis einer Probe, die mit Hilfe eines Leittabs auf einem 0.5 Zoll durchmessenden Stiftträger befestigt war, wie er in der Elektronenmikroskopie häufig verwendet wird und in Abbildung 3.15 abgebildet ist. Die Mitte des Wafers wurde hierbei, aufgrund des zur Verfügung stehenden Platzes, be-

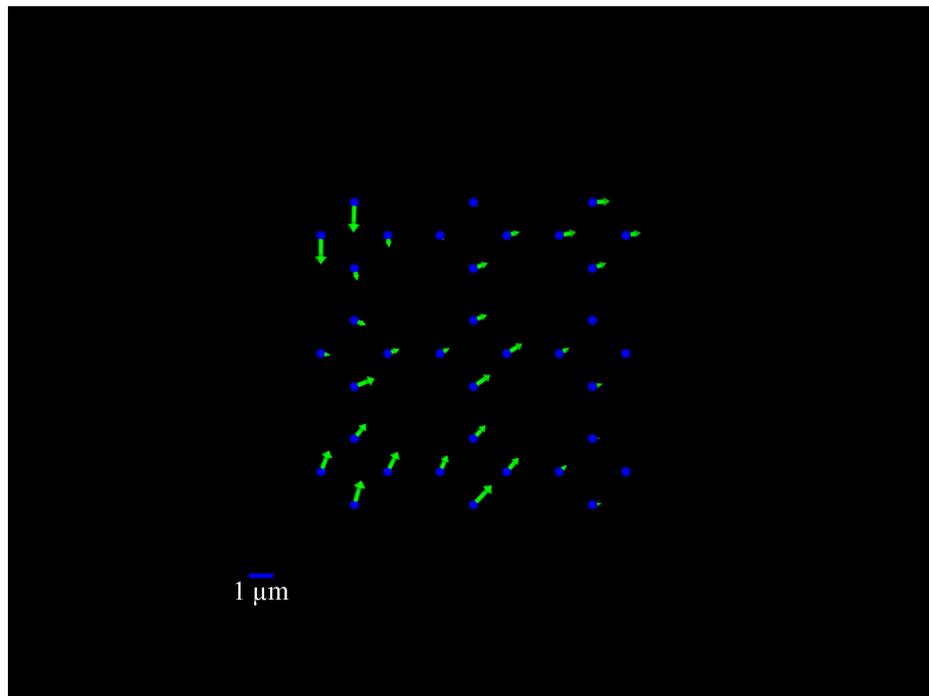


Abbildung 3.13: Ergebnis der Auto-Alignment-Prozedur mit auf den Universalträger aufgeklebten Wafer.

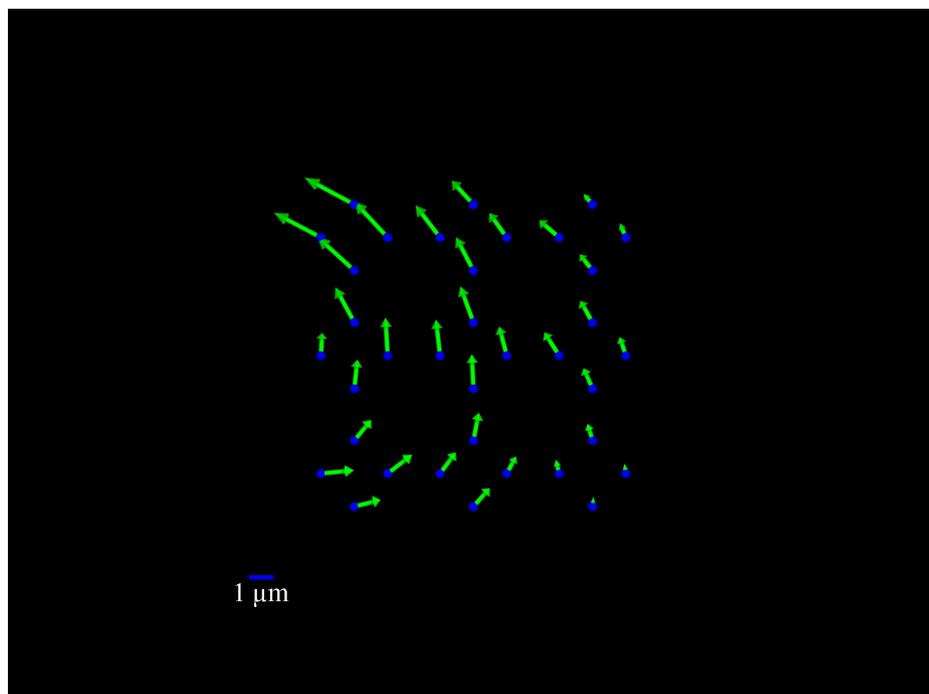


Abbildung 3.14: Ergebnis der Auto-Alignment-Prozedur mit auf einen Stiftprobenträger aufgeklebten und leicht andrückten Wafer.



Abbildung 3.15: Stifträger mit einem Durchmesser von 0.5 Zoll, wie sie in der Rasterelektronenmikroskopie häufig verwendet werden. Sie verfügen über Nut, in die eine speziell geformte Pinzette zur besseren Handhabung beim Ein- und Ausbau greifen kann. Der Stifträger rechts ist mit einem Leittab bestückt, das eine Probe elektrisch leitend fixieren kann.

zogen auf die Mitte des Stifträgers leicht nach rechts versetzt und im Gegensatz zum vorher beschriebenen Fall mit Hilfe eines Zahnstochers im Bereich des linken Probenrands leicht angedrückt. Das Ergebnis dieser Messung zeigt deutlich ein annähernd rotationsförmiges Muster, dessen Mittelpunkt im linken Randbereich der Probe liegt. Ob dieses Verteilungsmuster ebenfalls auf Scherkräfte zurückzuführen ist, die eventuell aufgrund einer plastischen Verformung des Leittabs auf die Probe eingewirkt haben, oder ob Kräfte senkrecht zur Oberfläche ebenfalls Effekte dieser Art hervorrufen können, ist völlig unklar. Ohnehin sind quantitative Aussagen auf Basis der vorliegenden Daten nur sehr schwer möglich, da das den Messungen zu Grunde liegende Koordinatensystem auf Basis der drei beschriebenen Peilmarken ebenfalls von dem gleichen Effekt beeinflusst worden ist.

Eine grobe quantitative Abschätzung der wirkenden Kräfte erhält man aus dem Hook'schen Gesetz für Schubspannungen [Mer00, Kuc99a, Ber00]

$$\tau = G\gamma \quad , \quad (3.4)$$

wobei $\gamma = \Delta L/L_0$ die Scherung oder auch der Schubwinkel, G das Schermodul und $\tau = F_S/A_0$ die Schubspannung ist, die durch die Scherkraft F_S hervorgerufen wird, die auf die Oberfläche A_0 der Probe einwirkt. Einem Versatz $\Delta L = 7.5 \mu\text{m}$ entsprechen, je nach Dicke L_0 des Substrats eine Scherung $\gamma \approx 0.014$ für eine Substratdicke von $525 \mu\text{m}$ bzw. eine Scherung $\gamma \approx 0.02$ für eine Substratdicke von $375 \mu\text{m}$. Wird als Auflagefläche A_0 der Federn ihre Querschnittsfläche angesetzt, ergibt sich mit dem Durchmesser der Federn $d_{Feder} = 0.8 \text{mm}$ so die Auflagefläche $A_0 \approx \pi/4 \cdot d_{Feder}^2 \approx 5.03 \cdot 10^{-7} \text{m}^2$. Die Literaturangaben für das Schermodul G von Silizium variieren recht deutlich zwischen $G = 33 \text{GPa}$ [Kuc99a] und $G = 39.7 \text{GPa}$ [Mer00], so dass sich schließlich Schubkräfte $F_S = G\gamma A_0$ in der Größenordnung von etwa $F_S \sim 300 \text{N}$ ergeben¹⁶, die von der Feder parallel zur Oberfläche ausgeübt worden sein müssten.

Die Ergebnisse dieser Versuchsserie haben jedoch eindeutig gezeigt, dass der Bau eines neuen Probenträgers unumgänglich war, bei dem die Resultate dieser Versuchsreihe berücksichtigt werden mussten.

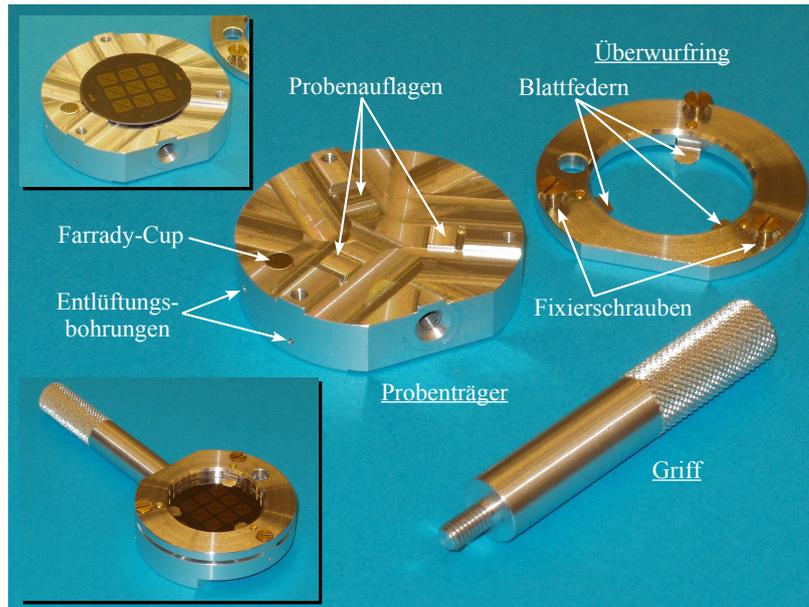


Abbildung 3.16: Neu gebauter Probenhalter für 1-Zoll-Wafer für das SEM.

Probenhalter für 1-Zoll-Wafer

Für die Belichtung von 1 Zoll-Wafern ist aus diesem Grund ein neuer Probenhalter entwickelt und gebaut worden, der in Abbildung 3.16 dargestellt ist. Der Probenhalter verfügt zur Montage in der Laserstage der Firma Raith auf der Unterseite über eine entsprechende Schwalbenschwanzaufnahme, sowie zur einfacheren Handhabung beim Ein- und Ausbau in das SEM über einen abschraubbaren Griff, der vor dem Schließen und dem Abpumpen des SEM von dem eigentlichen Probenhalter entfernt werden kann. Der Probenhalter ist im Wesentlichen aus Aluminium gefertigt, um die Zahl der magnetischen Komponenten im Inneren des Rezipienten möglichst gering zu halten.

Um zum einen eine möglichst optimale Fokuspachführung durch ELPHY zu ermöglichen und zum anderen eine möglichst deformationsfreie Aufnahme des Wafers zu gewährleisten, verfügt der Probenhalter über drei jeweils im Winkel von 120° angeordnete $5\text{ mm} \times 4.5\text{ mm}$ große Probenauflagen, die 0.5 mm über die eigentlichen Oberfläche des Probenhalters hervorragen, und auf denen der Wafer ruht. Diese drei Probenauflagen sind erst im letzten Arbeitsschritt gefertigt worden, um zum einen eine Beschädigung durch nachfolgende Arbeitsschritte zu vermeiden und um zum anderen zu gewährleisten, dass sie möglichst geringe Abweichungen in Bezug auf die Orientierung ihrer Oberflächen und ihrer Höhen über der Grundfläche voneinander aufweisen. Hierdurch liegt der Wafer an drei Stellen auf, so dass seine Oberfläche eine Ebene bildet, solange keine deformierenden Kräfte auf ihn einwirken und seine Oberfläche plan ist. Um Bewegungen des Wafers relativ zum Probenhalter zu verhindern, drücken von oben drei jeweils etwa 4 mm breite und 0.2 mm starke Stahlblattfedern auf den Wafer. Die Blattfedern sind mit dem Überwurfring mit M2-Zylinderschrauben verschraubt, ragen hierbei etwa $3 - 4\text{ mm}$ in die Probe hinein und drücken so den Wafer direkt von oben auf die Probenauflagen. Um das Auftreten von Scherkräften zu minimieren, sind die Blattfedern der Form des Überwurfings angepasst, so dass sie in einem möglichst kleinen Winkel auf die Oberfläche des Wafers drücken. Der Überwurfring

¹⁶Der Wert von F_S schwankt je nach den verwendeten Parametern zwischen $F_S \approx 240\text{ N}$ für $G = 33\text{ GPa}$ und $L_0 = 525\text{ }\mu\text{m}$ und $F_S \approx 400\text{ N}$ für $G = 39.7\text{ GPa}$ und $L_0 = 375\text{ }\mu\text{m}$.

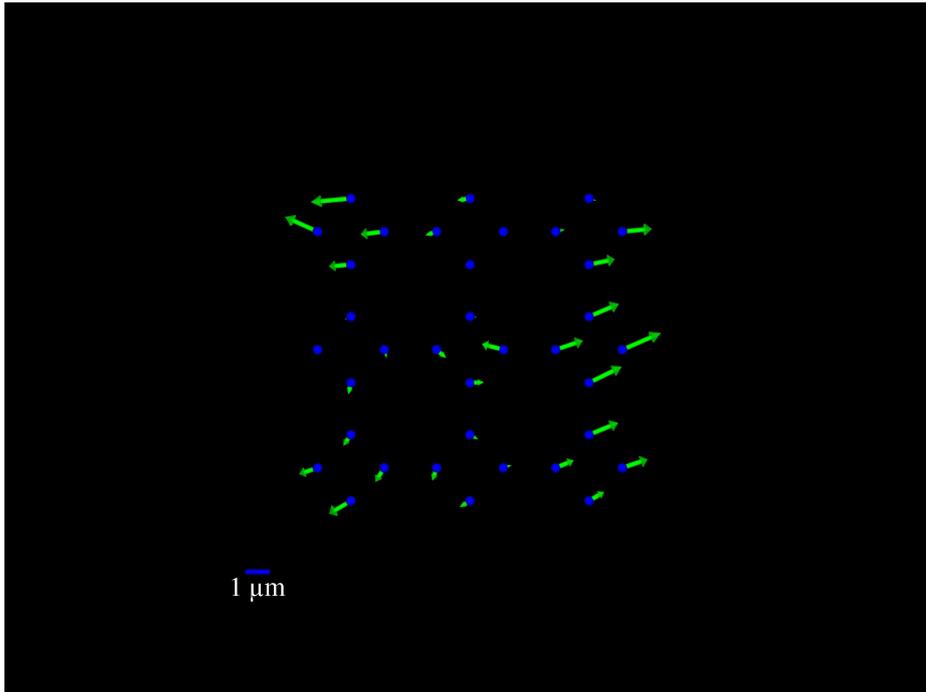


Abbildung 3.17: Ergebnis der Auto-Alignment-Prozedur mit dem neuen Probenhalter für 1-Zoll-Wafer.

wird durch drei M2.3-Senkkopfschrauben mit dem Probenträger verschraubt und ruht seinerseits auf drei, jeweils weiter außen angebrachten Stegen, die 1 mm über die eigentliche Oberfläche des Probenträgers hervorragen und auch die Gegengewinde enthalten. Der Einsatz von Blattfedern ermöglicht es, die Dicke des Überwurfrings auf 3 mm zu beschränken, so dass sich ein Abstand zwischen der Probenoberfläche und der Oberkante des Probenhalters von deutlich unter 4 mm ergibt. Hierdurch ist eine freie Bewegung des Probenträgers bei einem Arbeitsabstand von 5 bis 6 mm unterhalb des Endes der Säule des SEM möglich, ohne Kollisionen mit dieser zu riskieren.

Der innere Durchmesser des Überwurfrings beträgt gerade 1 Zoll (=25.4 mm), so dass, mit Ausnahme der durch die Blattfedern verdeckten Bereiche, der ganze Wafer offenliegt. Die Erdung der Probe erfolgt über die drei Probenauflagen und gegebenenfalls über die Blattfedern von der Vorderseite des Wafers. Zur Messung des Strahlstroms verfügt der Probenträger über einen Faraday-Cup mit einer Platin-Blende, deren Loch einen Durchmesser von $100\ \mu\text{m}$ hat, und die mit Leitsilber verklebt wurde. Um eine schnelle Evakuierung zu gewährleisten sind alle Sackgewinde und der Faraday-Cup seitlich mit Entlüftungsbohrungen mit einem Durchmesser von 1 mm versehen. Alle am Probenhalter verwendeten Schrauben sind Messingschrauben. Die Gesamthöhe des Probenhalters beträgt 13.5 mm sein Durchmesser 43 mm.

In Abbildung 3.17 sind die Ergebnisse einer mit diesem Probenhalter durchgeführte Messung der Abweichungen der Mittelpunkte der Schreibfelder von den berechneten Positionen dargestellt, wie sie im vorherigen Abschnitt beschrieben wurde. Das Bild der Abweichungen ist nicht signifikant. Allenfalls die im linken und rechten Bereich der Probe jeweils nach außen gerichtete horizontale Versetzungskomponente könnte auf den Einfluss der oben links und oben rechts am Probenhalter angebrachten Blattfedern zurückzuführen sein. Die gemessenen Abweichungen liegen mit einem durchschnittlichen Wert von $0.78\ \mu\text{m}$ und einem maximalen Wert von $1.77\ \mu\text{m}$ nur wenig oberhalb der Messung mit den kleinsten Abweichungen, bei der die Probe ohne Ausübung zusätzlicher Kräfte auf den Probenträger geklebt wurde, und nach der es beim Versuch, die Probe wieder abzulösen, zu ihrer Zerstörung kam. Mit diesem Probenträger sind die im vorherigen

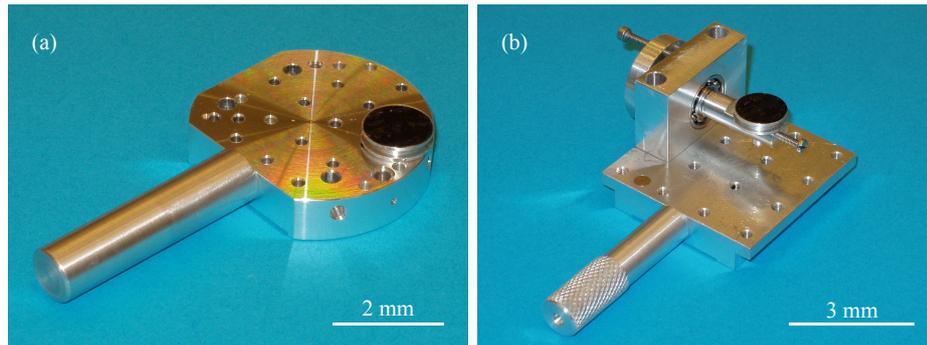


Abbildung 3.18: (a) Auf den UHR-Modus optimierter Probenhalter und (b) modifizierter Probenhalter zur Betrachtung von verkippten Proben. In beiden Probenhaltern ist jeweils ein Stiftprobenhalter mit einem Leittab eingebaut. Die Griffe werden nach dem Einbau in das SEM jeweils abgenommen.

Abschnitt beschriebenen Anpassungsprobleme der Koordinatensysteme im Rahmen von vielen durchgeführten Mix&Match-Prozessen nicht mehr aufgetreten. Darüberhinaus eliminiert dieser Probenhalter einige im täglichen Laborbetrieb nur sehr schwer kontrollierbare Prozessparameter, die mit der Montage der Probe auf dem anderen Probenhalter zusammenhängen. Zu diesen Parametern gehören insbesondere die Position der Stahlfedern auf der Probe, das zum Festziehen der Schrauben aufgewendete Drehmoment und im Falle einer aufgeklebten Probe die Kraft, die zum Festdrücken der Probe aufgebracht wird, da bei diesem Probenhalter die Probe nur durch die Blattfedern angepresst wird. Als freie Parameter bleiben somit nur die Einbauposition, die konstruktionsbedingt nur sehr geringen Schwankungen unterworfen ist, wie das Teilbild links oben in Abbildung 3.16 zeigt, und die Rotation der Probe, die jedoch im Allgemeinen schon mit bloßem Auge mit einer höheren Genauigkeit als 2° bestimmt werden kann.

Neben diesem Probenhalter, der auf den Einsatz bei der Belichtung und damit für den Einsatz im HR-Modus des SEM optimiert ist, ist auch ein Probenhalter gebaut worden, der vollständig aus Aluminium und Titan gebaut ist, und somit keine Störungen im UHR-Modus verursacht. Diesen Probenhalter zeigt das Foto in Abbildung 3.18(a). Er ist optimiert auf die Verwendung von 0.5 Zoll Stiftprobenhaltern. Er verfügt im Endausbau über vier Bohrungen zur Aufnahme der Stift-Probenhalter, die durch seitlich angesetzte Madenschrauben fixiert werden können, einen Faraday-Cup und ein quadratisches Raster aus M2.5-Bohrungen zur Fixierung von Aufbauten auf diesem Träger.

Abbildung 3.18(b) zeigt den schon in Abbildung 3.10(a) dargestellten, von Raith gelieferten Probenhalter, der zur Anfertigung von SEM-Aufnahmen unter nicht-senkrechttem Blickwinkel mit einer Aufnahme für 1/2-Zoll-Stiftprobenhaltern versehen worden ist, die zusätzlich zur beliebigen Verdrehung der Probe um die Achse des Stift-Probenhalters eine Verkipfung der Probe senkrecht zu dieser Achse in 15° -Schritten um bis zu 90° in beiden Richtungen ermöglicht. Diese Aufnahme ist jedoch nicht auf die Verwendung im UHR-Modus ausgelegt, da sie einige aus Edelstahl gefertigte Teile, wie Schrauben und ein Rillenkugellager enthält, die das magnetische Linsensystem des UHR-Modus stören könnten.

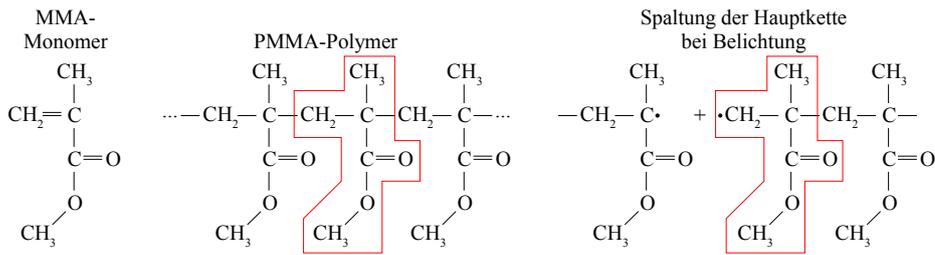


Abbildung 3.19: Strukturformel des MMA-Monomers und von PMMA nach der Polymerisation, sowie ein Beispiel für die Spaltung der Hauptkette durch den Beschuss mit Elektronen während der Belichtung nach [Dau00].

3.4.2 Elektronenstrahlresiste

Als positiv arbeitendes Standardresistsystem im Bereich der Elektronenstrahlolithographie haben sich die **Polymethylmethacrylate**¹⁷ und ihre Copolymere bewährt [Hal68, Hat88, Dau00], die auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden und auf die ich mich im weiteren Verlauf dieses Abschnitts konzentrieren möchte. PMMA wird durch radikalische Polymerisation der Methacrylat-Monomere $\text{CH}_2=\text{C}(\text{CH}_3)\text{-CO-O-CH}_3$ dargestellt und bildet so langkettige Makromoleküle mit zum Teil hohen Molekulargewichten [Fie68, SDC88]. Die Strukturformel von PMMA ist in Abbildung 3.19 dargestellt.

Der Reaktionsmechanismus bei der Belichtung von Foto- und Elektronenstrahlresisten unterscheidet sich im Allgemeinen deutlich. Bei Photoresisten erfolgt die Absorption der eingestrahlten Photonen üblicherweise in funktionellen Gruppen oder photo-aktiven Komponenten, was dann aufgrund der folgenden chemischen Reaktionen das Löslichkeitsverhalten der Resiste so verändert, das der Entwickler den auftretenden Löslichkeitsunterschied zwischen belichtetem und unbelichtetem Resist ausnutzen kann, um Teile des Resists von der Probe zu entfernen. Im Gegensatz hierzu ist die Wechselwirkung des Resists mit den bei der Belichtung eingestrahlten Elektronen nicht auf einzelne Bereiche des Resistmoleküls begrenzt. Als Folge können im Allgemeinen die nachfolgenden chemischen Reaktionen der Resistmoleküle nicht auf funktionelle Gruppen beschränkt werden [Hat88, MCB03, MC0404, MCPH, Oka03]. Durch die Wechselwirkung mit den Elektronen kommt es zur Spaltung der Kettenmoleküle und zur Bildung hochreaktiver Radikale, die bestrebt sind, wieder chemische Bindungen einzugehen, also beispielsweise wieder zu repolymerisieren. Dies führt zum einen zur Spaltung der Ketten und damit zu einer Reduzierung der Molekulargewichte, was zu einer erhöhten Löslichkeit des belichteten Resists führt, zum anderen jedoch auch zur Kreuzvernetzung der Makromoleküle, was die Löslichkeit im Entwickler erschwert. Je nachdem welcher der beiden Prozesse für ein bestimmtes Polymer dominiert, handelt es sich dementsprechend um einen Positiv- oder Negativ-Resist. Im Falle von PMMA dominiert die Kettenspaltung, wie dies ebenfalls in Abbildung 3.19 dargestellt ist, weshalb PMMA als positiv arbeitender Resist eingesetzt werden kann. Die chemische Bindung zwischen den MMA-Monomeren ist schwach, so dass PMMA durch Elektronen mit einer Energie über 5 eV belichtet werden kann [Che93, Dub00, Bro88]. Da der Entwickler, wie bereits angedeutet, Löslichkeitsunterschiede aufgrund der molekularen Massen der Moleküle ausnutzt, sind die Resiste mit niedrigeren molekularen Massen empfindlicher als die mit höheren. So bietet das Polymer mit einem Molekulargewicht von 50000 (50k) eine um etwa 20% erhöhte Empfindlichkeit als das Polymer mit einem Molekulargewicht von 950000 (950k) [Allr02]. Es werden Polymere mit Molekulargewichten von bis zu 1100k (1.1M) eingesetzt [Che93]. Wird PMMA deutlich stärker belichtet, dominiert die Quervernetzung, und der PMMA schlägt zum Negativ-Resist um [Hal68].

¹⁷PMMA, Plexiglas

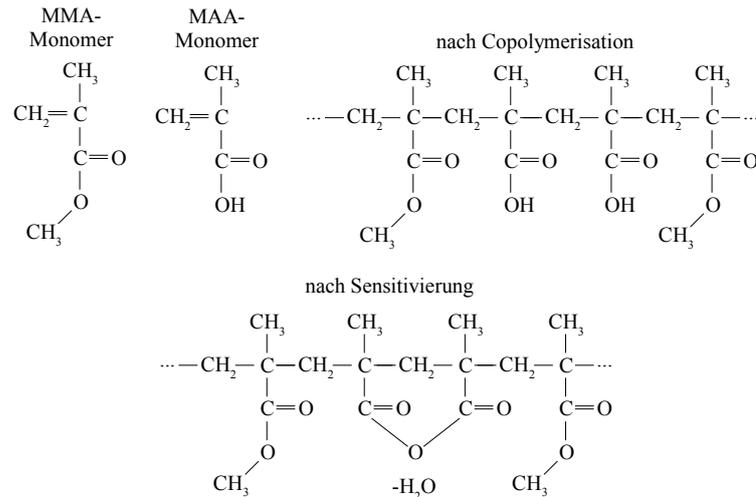


Abbildung 3.20: Strukturformel der MMA- und der MAA-Monomere, sowie des Copolymers PMMA/MAA nach der Copolymerisation und der Sensitivierung nach [Dau00].

Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Elektronenstrahlresistsystem besteht, wie bereits in Abschnitt 3.2.1 angedeutet, aus zwei Lagen. Die obere Resistschicht stellt die eigentliche Maske dar und besteht aus einer 70 nm dicken PMMA-Schicht mit einem Molekulargewicht von 950k, die von der Firma Allresist GmbH als Elektronenstrahlresist unter der Bezeichnung AR-P 679.02 verkauft wird. Dieser Elektronenstrahlresist verfügt über einen Feststoffgehalt von 2%, ist in Ethyllactat gelöst und erreicht bei einer Drehzahl von 4000 min^{-1} die angegebene Schichtdicke. Als Abstandshalter in Form der unteren Resistschicht kommt hier das Copolymer PMMA/MAA zum Einsatz, das aus Methylmethacrylat- und Methacrylsäure¹⁸-Monomeren $\text{CH}_2=\text{C}(\text{CH}_3)\text{COOH}$ aufgebaut ist, wie dies Abbildung 3.20 zeigt. Das Copolymer weist typischerweise eine 3- bis 4-fach höhere Empfindlichkeit als eine PMMA-Schicht mit vergleichbarem Molekulargewicht auf [Allr02]. Der Grund hierfür liegt in der inneren Struktur des Copolymers nach der Sensitivierung, die ebenfalls in Abbildung 3.20 dargestellt ist. Die Sensitivierung wird durch Erhitzen über $200 \text{ }^\circ\text{C}$ realisiert. Hierdurch schließen sich unter Abgabe von Wasser (H_2O) benachbarte MAA-Reste unter Bildung anhydridischer Gruppen mit $-\text{C}-\text{O}-\text{C}-$ Bindungen [SDC88] zu größeren Gruppen zusammen. Wird nun die Hauptkette des Copolymers durch Elektronenbeschuss gespalten, verringern diese Gruppen die einsetzende Repolymerisation, so dass bei gleicher Bestrahlungsdosis der Entwickler eine deutlich größere Zahl von Spaltprodukten herauslösen kann [Dau00]. Hierdurch ist es möglich, mit PMMA/MAA als Abstandshalter frei tragende Resiststrukturen zu erzeugen.

Das im Rahmen dieser Arbeit eingesetzte Copolymer PMMA/MAA weist einen MAA-Anteil von 33% und einen Feststoffgehalt von 8% auf, ist in 1-Methoxy-2-propanol gelöst und wird von der Firma Allresist GmbH als Elektronenstrahlresist unter der Bezeichnung AR-P 617.08 verkauft. Bei einer Drehzahl von 2000 min^{-1} beim Aufschleudern des Resists ergibt sich so eine Schichtdicke von 680 nm.

Der hier verfolgte Ansatz im Bereich der Resiste ist konservativ. Die Wahl einer dünnen oberen Resistschicht führt tendenziell zu geringeren Linienbreiten, da es im Inneren des Resists aufgrund der Wechselwirkung der Elektronen mit dem Resist zu einer im Vergleich mit dickeren Resistschichtdicken geringeren Aufweitung des Elektronenstrahls kommt. Andererseits darf die Dicke der Resistschicht nicht zu gering gewählt werden, da ansonsten die erhöhte Gefahr besteht, dass

¹⁸Methacrylic Acid (MAA)

der Resist den thermischen und mechanischen Belastungen im weiteren Verlauf der Präparation nicht gewachsen ist. Die gewählte Schichtdicke von 70 nm hat sich als guter Kompromiss zwischen Auflösung und Stabilität erwiesen. Bei dieser geringen Resistdicke und einer angestrebten Linienbreite von 100 nm oder darüber ist eine gezielte Bedampfung der Flanke des oberen Resists zur Reduzierung der Zahl der Schattenstrukturen nach (3.3) jedoch kaum möglich.

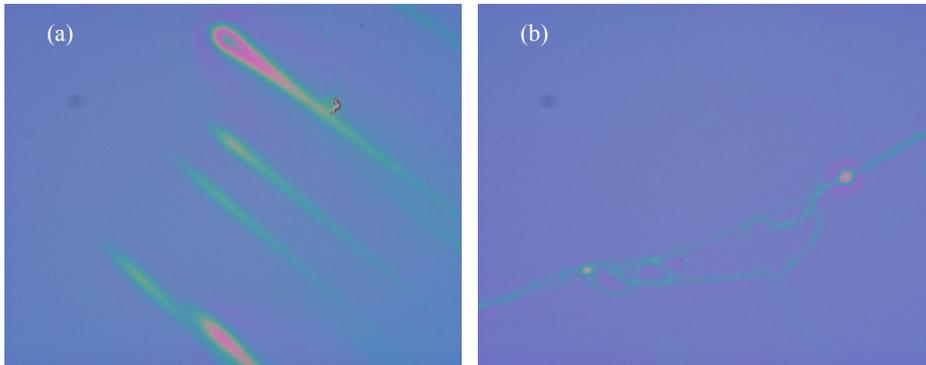


Abbildung 3.21: Fotos von Belackungsfehlern: (a) Tröpfchenbildung, deren Spur radial nach außen zeigt, und (b) „Zuckerwatte-Effekt“, der wahrscheinlich auf eine Vernetzung der Makromoleküle zurückgeht [Sch99b]. Die Größe der Schäden liegt im Bereich einiger Mikrometer.

Bei der Wahl der Dicke der unteren Resistschicht lag das Hauptaugenmerk auf der Erzielung eines deutlichen transversalen Versatzes s , der neben dem Aufdampfwinkel α nach (3.2) von der Dicke der Resistschicht abhängt. Die späteren Aufdampfwinkel sollten betragsmäßig im Bereich zwischen 12° und 25° liegen, um einerseits den Einfluss der konstruktiv bedingten Winkelunsicherheit auf die Positioniergenauigkeit der Probe zum gerichteten Verdampferstrahl nicht zu groß werden zu lassen, und um andererseits die mit wachsendem Aufdampfwinkel steigenden Anforderungen an den resultierenden Unterschnitt und die Stabilität des Resistsystems nicht zu groß werden zu lassen. Der resultierende Unterschnitt des Resistsystems wird beispielsweise sehr empfindlich vom Alter der Resiste beeinflusst, so dass im Interesse eines stabilen Prozesses die Aufdampfwinkel nicht zu groß gewählt werden sollten. Ein zusätzlich in diesen Themenkomplex hinein spielender Aspekt ist die Verarbeitungsfähigkeit der Resiste im täglichen Laborbetrieb. Mit steigendem Feststoffgehalt der Resiste und steigender Drehzahl beim Aufschleudern der Resiste steigen auch die Anforderungen, die der Resist im Zusammenhang mit der Verarbeitung stellt. Mit steigendem Feststoffgehalt wächst die Viskosität des Resists, was bei einer gleichbleibenden Drehzahl beim Aufschleudern zu einer dickeren Resistschicht führt. Allerdings macht die erhöhte Viskosität auch eine langsamere Beschleunigung zur Enddrehzahl während des Aufschleuderns notwendig, um eine fehlerfreie Resistschicht zu erhalten. Abbildung 3.21 zeigt so zwei Beispiele für nicht fehlerfreie Resistschichten. Teilabbildung (a) zeigt ein Foto von Tröpfchen, deren Spur radial nach außen zeigt, während Teilabbildung (b) einen „Zuckerwatte-Effekt“ zeigt, bei dem es wahrscheinlich zu einer Vernetzung der Makromoleküle des Resists beim Aufschleudern gekommen ist [Sch99b]. Durch Reduzierung der Drehzahl und Verringerung der Beschleunigung konnte das Auftreten dieser Fehler verhindert werden. Aber auch die Fließgeschwindigkeit beim Aufbringen des Resists wird mit steigender Viskosität des Resists verlangsamt, so dass eine größere Menge Resist zur vollständigen Benetzung des Wafers notwendig wird. Die gewählte Dicke von 680 nm stellt auch hier einen guten Kompromiss in Hinblick auf den möglichen transversalen Versatz, die angestrebten Linienbreiten, Verfügbarkeit und Verarbeitungsfähigkeit der Resiste dar. Nach jedem der beiden Belackungsschritte wird die Resistschicht für 100 Minuten bzw. 60 Minuten bei einer Temperatur von 160°C auf einer Heizplatte ausgeheizt, um den Restlösungsmittelanteil im Resist weiter zu reduzieren und so ein Anlösen der unteren Lackschicht durch die obere, aufgeschleuderte Resistschicht zu verhindern [Bie02, MCBa03, MC0404]. Auf eine thermische Behandlung der Wafer vor der ersten Belackung, um adsorbiertes Wasser und andere eventuell

vorhandene Substanzen zu entfernen, konnte verzichtet werden, da keine signifikanten Haftungsprobleme des Resistsystems aufgetreten sind [Bie02].

3.4.3 Entwicklung

Nach der Belichtung der Probe erfolgt die Entwicklung der beiden Resiste in zwei Stufen. Im ersten Schritt wird die Probe für 40 s in einem Gemisch bestehend aus 4 Teilen Isopropanol¹⁹ und einem Teil Methyl-Isobutyl-Keton²⁰ entwickelt. Hierbei werden sowohl die belichteten Bereiche der oberen PMMA-Schicht, wie auch die der unteren PMMA/MAA-Schicht entwickelt. Anschließend wird im zweiten Schritt der Entwicklung die Probe in zwei Isopropanol-Bädern für insgesamt 20 Minuten belassen und abschließend mit trockenem Stickstoff abgeblasen.

Die grundsätzliche Zusammensetzung des ersten Entwicklers als Mischung von IPA und MIBK ist bereits von I. Haller et al. zur Entwicklung reiner PMMA-Schichten vorgeschlagen worden [Hal68]. Die Entwicklung des PMMA basiert hierbei auf einer Fraktionierungstechnik für Polymere mit unterschiedlichem Molekulargewicht. Durch Mischung eines Lösungsmittels, das für das betreffende Polymer unabhängig vom Molekulargewicht ein gutes Lösungsmittel darstellt, mit einem Lösungsmittel, das für das betreffende Polymer ein schlechtes Lösungsmittel darstellt, ist es im Prinzip möglich, ein Mischungsverhältnis der beiden Lösungsmittel zu finden, so dass das hieraus resultierende Lösungsmittelgemisch für Polymer-Moleküle unterhalb einer bestimmten molekularen Masse ein gutes und für Polymer-Moleküle oberhalb dieser Grenze ein schlechtes Lösungsmittel darstellt [Hal68]. Da aufgrund des Elektronenbeschusses die Polymer-Moleküle primär durch Spaltung eine Reduzierung ihres molekularen Gewichts erfahren, kann eine solche Mischung zweier Lösungsmittel als Entwickler für die Elektronenstrahlolithographie dienen. Im Fall von PMMA stellt MIBK das gute, IPA das schlechte Lösungsmittel dar. Häufig werden Entwicklerzusammensetzungen mit Mischungsverhältnissen MIBK:IPA von 1:1 bis 1:3 verwendet [Dau00, Hal68, Kim02, Tho98]. Auf den Fall einer PMMA-Schicht und einem aus MIBK und IPA bestehenden Entwickler bezogen bedeutete dies, dass mit fallendem MIBK-Anteil Makromoleküle mit einem bestimmten Molekulargewicht schlechter aus der PMMA-Schicht gelöst werden. Dies führt zusammen mit dem Proximity-Effekt, der in Abschnitt 3.4.4 näher betrachtet wird, dazu, dass die Flanken der Resistprofile tendenziell steiler werden.

Quantitativ wird bei Untersuchungen an einzelnen Resistsschichten die auf die ursprüngliche Dicke des Resist normierte Dicke (t/t_0) nach Durchführung einer definierten Entwicklungsprozedur als Funktion der Dosis D_e für eine bestimmte Entwicklungsdauer gemessen. Häufig wird die Dosis auf die zur vollständigen Freilegung einer Struktur notwendige Mindestdosis D_0 normiert und logarithmisch aufgetragen. Der Verlauf dieser Funktionen ist im Allgemeinen nicht durch einen einzigen Parameter zu beschreiben. Ein wichtiger Parameter, der jedoch in diesem Zusammenhang sehr häufig angegeben wird, ist das so genannte *Kontrastverhältnis* γ , das im Wesentlichen als Steigung im Bereich der Flanke der so erhaltenen Auftragung definiert ist. Abbildung 3.22 zeigt schematisch das Ergebnis zweier solcher Messungen, wie sie unter anderem von W. Daumann und S. Thomas et al. durchgeführt worden sind [Dau00, Tho98]. Das Kontrastverhältnis γ steigt tendenziell mit fallendem MIBK-Anteil, wie bereits oben angedeutet wurde. Allerdings bildet sich häufig ein Ausläufer im Bereich höherer relativer Dosen mit endlicher Resistsschichtdicke [Tho98]. Dieser Ausläufer ist wahrscheinlich eine Konsequenz der statistischen Verteilung der Molekulargewichte der Resistmoleküle nach einer Belichtung. Um die Struktur wirklich vollständig freizulegen, muss bei einem Entwickler mit niedrigerem MIBK-Anteil eine entsprechend höhere

¹⁹2-Propanol, IPA

²⁰4-Methyl-2-pentanon, MIBK

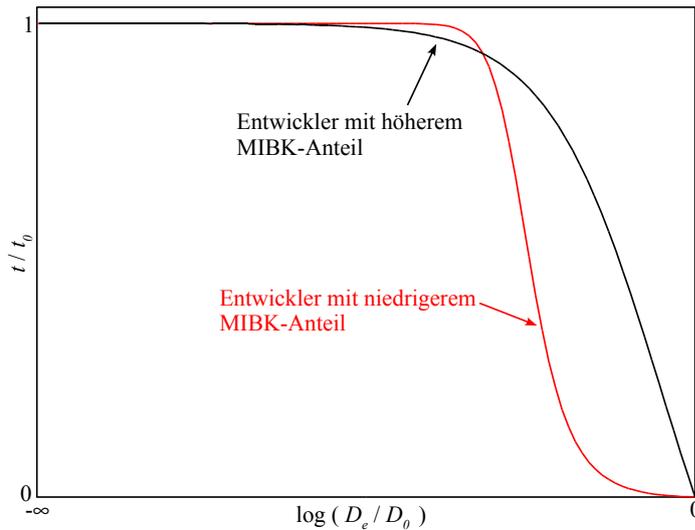


Abbildung 3.22: Schematischer Zusammenhang zwischen Dosis und Schichtdicke nach der Entwicklung. Entsprechende Messungen sind beispielsweise von W. Daumann durchgeführt worden [Dau00].

Dosis aufgebracht werden, um das Molekulargewicht des belichteten Resists so weit zu senken, dass dieser vom Entwickler vollständig entfernt werden kann. Eine Verringerung des MIBK-Anteils erlaubt es jedoch, die Reaktionsgeschwindigkeit zu verringern, was insbesondere im Fall dünnerer PMMA-Schichten, wie sie im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt worden sind, von Vorteil sein kann, da hierdurch kleine Variationen in der Entwicklungszeit weniger stark ins Gewicht fallen. Eine Zugabe einer kleinen Menge von Ethylmethylketon²¹, die im Prinzip bei einem einlagigen PMMA-Resist das Kontrastverhältnis γ vergrößern und den Ausläufer im Bereich höherer Dosen reduzieren kann [Tho98], wurde auf Anraten des Resistherstellers [Sch99b] nicht beigefügt, um die Reaktionsgeschwindigkeit nicht zu erhöhen, zumal der Nutzen einer MEK-Zugabe eher im Bereich von Strukturgrößen kleiner 30 nm zu erwarten ist [Tho98]. Im Bereich unter 10 nm muss schließlich der Entwickler gegen eine Mischung aus IPA und Wasser getauscht, und die Entwicklung mit Ultraschall-Unterstützung durchgeführt werden [Dub00, Yas01, Ber96].

Beim zweiten Schritt der Entwicklung wird ein spezifischer Unterschied zwischen dem eigentlichen PMMA und dem Copolymer PMMA/MAA ausgenutzt. Während PMMA/MAA in polaren Lösungsmitteln, wie etwa in Alkoholen, zu denen auch IPA gehört, aufgrund der MAA-Monomere gut löslich ist, ist PMMA in diesen Lösungsmitteln nur sehr schwer löslich, weshalb die Entwicklung von PMMA in IPA gestoppt werden kann. Wie Experimente im Rahmen dieser Arbeit gezeigt haben, kann durch Vergrößerung der Gesamtverweildauer der Probe im zweiten Entwicklungsschritt der erzielte Unterschnitt vergrößert werden. Eine Erhöhung der Verweildauer über 20 Minuten hinaus, hat jedoch keine merkliche Zunahme des Unterschnitts mehr ergeben, was die Vermutung nahe legt, dass auch dieser Prozessschritt selektiv in Bezug auf das Molekulargewicht der Makromoleküle ist und daher eine Belichtung des Copolymers erfordert. Die Gesamtverweildauer der Probe im IPA wird hierbei in zwei stark unterschiedlich lange Bäder unterteilt. Nach dem ersten Entwicklungsschritt wird die Probe mit IPA abgespült und zum Stoppen der Entwicklung des PMMA im ersten Teilschritt für 2 Minuten in einem IPA-Bad belassen. Anschließend wird die Probe erneut mit IPA abgespült und für weitere 18 Minuten in einem zweiten IPA-Bad belassen, in dem sich der endgültige Unterschnitt einstellt. Die Belichtung definiert so durch den im nächsten Abschnitt erläuterten Proximity-Effekt den maximal erzielbaren Unterschnitt. Die gewählte Entwicklungsprozedur legt dann im Rahmen dieses maximal erreichbaren Unterschnitts

²¹Methyl-Ethyl-Keton, MEK

den tatsächlich realisierten fest.

3.4.4 Proximity Effekt und Unterschritt

Um frei tragende Resiststrukturen zu erhalten, muss auch das Copolymer im Bereich um die eigentlichen Strukturen herum belichtet werden, so dass der Entwickler auch diesen Bereich freilegen kann. Um dies zu erreichen, kann gezielt ein häufig als störend empfundener Effekt ausgenutzt werden, der im Zusammenhang mit der Elektronenstrahlolithographie auftritt. Hierbei handelt es sich um den *Proximity-Effekt*, der die unbeabsichtigte Belichtung der Umgebung einer zu belichtenden Struktur bezeichnet und eine Folge der Wechselwirkung der eingestrahlt Elektronen mit dem Resist und dem Substrat ist [Par80a, Bro88, Ari92b, Par80b, Ari90, Ari92a, Dub93]. Trifft der Elektronenstrahl mit dem Durchmesser d_{EB} auf die Oberfläche des Resists auf und dringt in diesen ein, werden die Elektronen des Primärstrahls gestreut, wobei der inelastische Anteil dieser Streuung für die Kettenspaltungen im Resist verantwortlich ist. Bei diesen Streuvorgängen werden die Elektronen aus ihrer Bahn abgelenkt, so dass der Primärstrahl im Inneren des Resists aufgeweitet wird. Bei inelastischen Streuprozessen ist die Ablenkung meist kleiner als im Fall elastischer²² Streuprozesse, die zu Ablenkungswinkeln von bis zu 180° führen können. Der mittlere Ablenkungswinkel liegt im Bereich zwischen 2° und 5° . Die Aufweitung des Elektronenstrahls wird hierbei mit wachsender Resistdicke bzw. mit wachsender Tiefe im Resist, sowie mit wachsendem Durchmesser des Elektronenstrahls größer. Wird die Beschleunigungsspannung der Elektronen erhöht, nimmt die Aufweitung des Primärstrahls ab. Die Aufweitung des Primärstrahls ist in guter Näherung unabhängig vom verwendeten Substratmaterial. Neben der streubedingten Aufweitung kann es auch zur Emission von Sekundär- und Auger-Elektronen aus dem Resist mit ausreichender Energie kommen, um weitere Kettenspaltungen und die Emission weiterer Elektronen hervorzurufen. Dringt der Elektronenstrahl in das Substrat ein, können die Elektronen hier ebenfalls eine Vielzahl von Prozessen ausführen, die zur Emission weiterer Elektronen führen, die dann ihrerseits wiederum die Makromoleküle des Resists spalten können. Die charakteristische Längenskala, auf der diese Prozesse zu einer Belichtung des Resists führen, ist natürlich stark vom Substratmaterial abhängig und wächst mit steigender Beschleunigungsspannung, da die Elektronen in diesem Fall weiter in das Substrat eindringen können. Resistmaterial und -dicke beeinflussen die charakteristische Längenskala der Rückstreubelichtung nur schwach.

Diese Effekte werden häufig in Form der Proximityfunktion $f(r)$ zusammengefasst, die proportional zur vom Resist absorbierten Dosis im Abstand r vom Auftreffpunkt des Elektronenstrahls ist. Die Proximityfunktion wird häufig als Summe zweier Gaußfunktionen

$$f(r) = \frac{1}{1 + \eta_P} \left(\frac{1}{\alpha_P^2} e^{-r^2/\alpha_P^2} + \frac{\eta_P}{\beta_P^2} e^{-r^2/\beta_P^2} \right) \quad (3.5)$$

genähert [Dub93, Bro88, Par80a], wobei der erste Summand den Einfluss der in Vorwärtsrichtung gestreuten Elektronen und der zweite Summand den Einfluss der rückwärts gestreuten Elektronen beinhaltet. Entsprechend beschreibt α_P die Aufweitung des Primärstrahls, β_P die charakteristische Längenskala der Effekte der rückgestreuten Elektronen und η_P den Beitrag der rückwärts gestreuten Elektronen relativ zum Beitrag der vorwärts gestreuten Elektronen, für den unter bestimmten Umständen auch $\eta_P > 1$ gelten kann²³. Die drei Proximityparameter α_P , β_P und η_P hängen hierbei implizit von der vertikalen Position innerhalb des Resistsystems ab. Die Annahme einer Gaußverteilung der rückgestreuten Elektronen ist im Fall von Si als Substrat gut

²²Auch Streuprozesse, die mit einer Änderung der Energie der einfallenden Elektronen von bis zu 1 eV verbunden sind, werden häufig als *elastisch* bezeichnet [Hay98].

²³Im Fall von GaAs als Substrat empfiehlt so beispielsweise die integrierte Datenbank von ELPHY (RECOMMENDED PARAMETER) einen Wert $\eta_P = 1.4$.

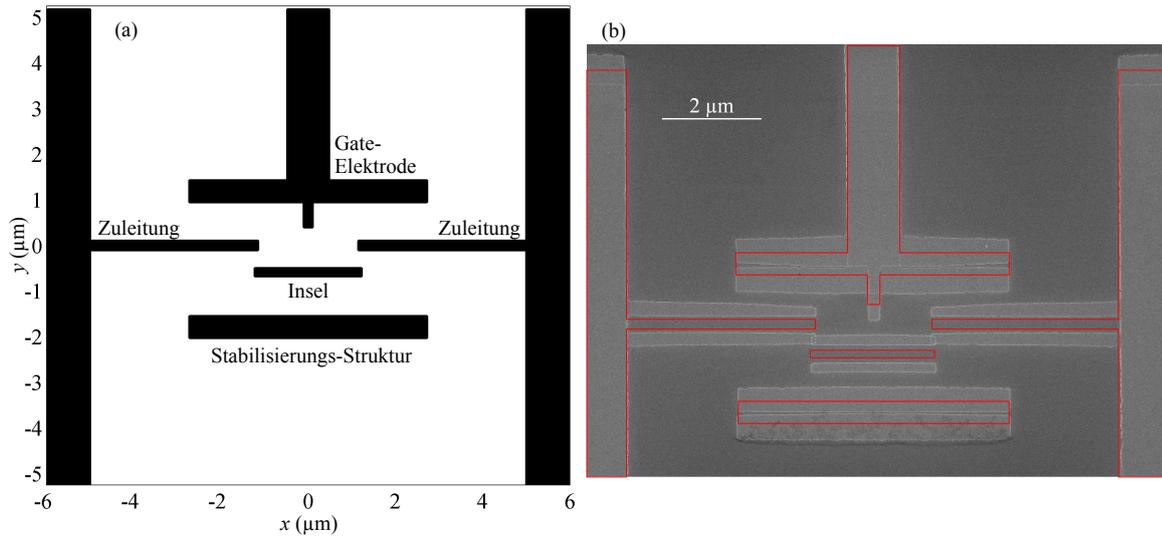


Abbildung 3.23: (a) Der Dosisberechnung nach (3.5) zu Grunde liegende Struktur im Vergleich zur SEM-Aufnahme einer Probe (b). Die Lage der Maske über dem Wafer bei der Bedampfung ist in (b) durch rote Linien angedeutet.

erfüllt, stellt aber im Fall der vorwärts gestreuten Elektronen nur im Bereich der Oberfläche des Substrats eine annehmbare Näherung dar. Allerdings sind die Werte für α_P gerade im Bereich der oberen Resistschicht deutlich kleiner als die charakteristischen Längenskalen der Bauelemente und auch deutlich kleiner als β_P , so dass die Annahme einer Gaußverteilung auch dort die Qualität der folgenden Ergebnisse kaum beeinflussen dürfte. Wie bereits oben angedeutet, hängt α_P primär vom Strahldurchmesser, der Resistzusammensetzung, seiner Dicke und von der Beschleunigungsspannung der Elektronen V_{HT} ab, wobei α_P mit steigendem V_{HT} kleiner wird. Im Gegensatz hierzu wächst die charakteristische Längenskala der rückgestreuten Elektronen β_P mit V_{HT} . Als Faustformel gilt hier die Abschätzung

$$\frac{\beta_P}{V_{HT}} \sim 100 \frac{\text{nm}}{\text{kV}} \quad (3.6)$$

[Yas01]. Mit Hilfe eines in ELPHY integrierten Monte-Carlo-Simulationsmoduls zur Bestimmung der Proximityparameter ergeben sich mit einer Beschleunigungsspannung $V_{HT} = 20 \text{ kV}$ und einem Durchmesser des Elektronenstrahls $d_{EB} = 1.5 \text{ nm}$ für die obere Resistschicht die Proximityparameter

$$\alpha_P = 1.7 \text{ nm} \quad , \quad \beta_P = 2.36 \mu\text{m} \quad \text{und} \quad \eta_P = 0.422 \quad (3.7)$$

und

$$\alpha_P = 146 \text{ nm} \quad , \quad \beta_P = 2.05 \mu\text{m} \quad \text{und} \quad \eta_P = 0.815 \quad (3.8)$$

für die untersten 50 nm der unteren Resistschicht. Wie der Vergleich der beiden η_P -Werte zeigt, reduziert die dicke Copolymer-Schicht den Einfluss der rückgestreuten Elektronen in der für die eigentliche Maskenbildung zuständigen oberen PMMA-Schicht [Hun81]. Der Berechnung dieser Werte liegt ein unoxidierter Si-Wafer zugrunde.

Der Proximity-Effekt ist so aufgrund der erhöhten Empfindlichkeit des Copolymers für eine Belichtung der unteren Copolymer-Schicht auf der durch α_P und β_P gegebenen Längenskalen verantwortlich. Um dies anhand einer im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Struktur zu demonstrieren, ist mit Hilfe von (3.5) und den Parametern (3.7) und (3.8) die Dosisverteilung für die obere PMMA-Schicht und die untere 50 nm dicke Schicht der unteren Resistlage berechnet

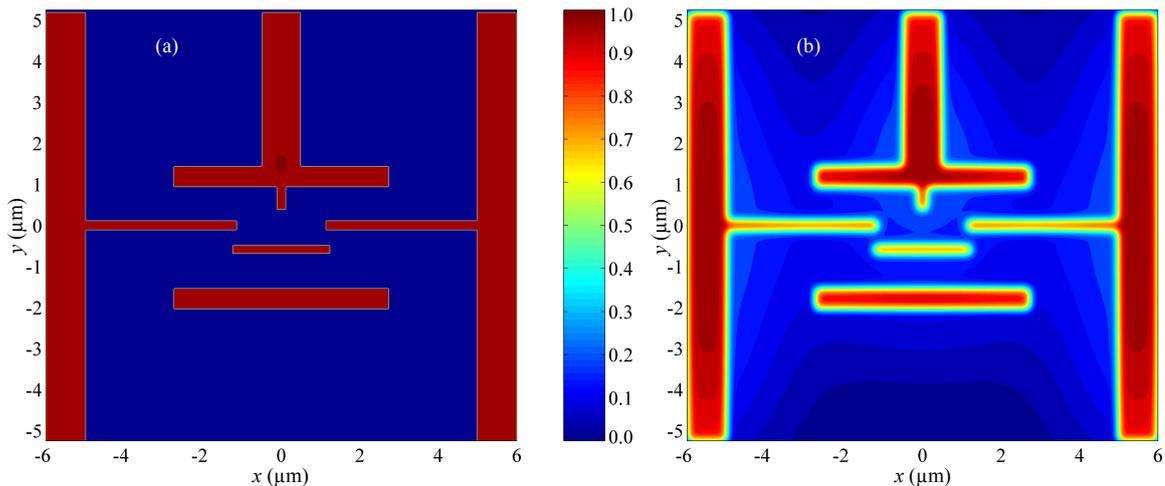


Abbildung 3.24: Absorbierte Dosis in der PMMA-Resistschicht (a) und in der untersten 50 nm dicken Lage der PMMA/MAA-Resistschicht (b). Die Farbskala zeigt für beide Teilabbildungen $f(r)$ aus (3.5) auf den jeweils maximal auftretenden Wert normiert.

worden. Die der Berechnung zu Grunde liegende Struktur ist zusammen mit einem SEM-Bild einer im Rahmen dieser Arbeit präparierten SET-Schaltung in Abbildung 3.23 dargestellt. Sowohl der Berechnung, wie auch der eigentlich durchgeführten Belichtung liegt eine konstante Dosis zu Grunde. Das in Abbildung 3.23(b) dargestellte Bauelement ist durch eine symmetrische Schattenbedampfung unter den Winkeln $\varphi = \pm 20^\circ$ hergestellt worden. Dies bedeutet, dass die jeweilige Struktur in der Maske symmetrisch zwischen den beiden aufgedampften Metallstrukturen liegt, wie dies in Abbildung 3.23(b) durch die rot umrandeten Bereiche angedeutet ist.

Abbildung 3.24 stellt die beiden so berechneten Dosisverteilungen für die beiden Resistschichten einander gegenüber, wobei Teilabbildung (a) die Dosisverteilung für die obere PMMA-Schicht mit den Proximityparametern (3.7) und (b) die Dosisverteilung der unteren, 50 nm dicken Lage der unteren PMMA/MAA-Schicht zeigt, für die die Proximityparameter (3.8) gelten. Die berechneten Dosen sind jeweils auf die maximal auftretende Dosis normiert. Außerdem ist die Berechnung nur in dem dargestellten Bereich auf einem Raster mit einem Abstand in horizontaler und vertikaler Richtung von jeweils 25 nm durchgeführt worden. Dies kann gerade im Randbereich des Rasters zu zu niedrigen Dosen führen, da hier die zusätzliche Belichtung von außerhalb des Rasters liegender Strukturen aufgrund des Proximity-Effekts fehlt.

Die beiden Dosisverteilungen unterscheiden sich deutlich voneinander. In der oberen PMMA-Schicht in Teilabbildung (a) liegt die berechnete Dosis bezogen auf die maximal auftretende Dosis in den Bereichen der geschriebenen Strukturen bei über 0.99, während sie in den unbeschriebenen Bereichen bei unter 0.01 liegt. Für diese klare Abgrenzung beschriebener Bereiche von unbeschriebenen Bereichen ist wahrscheinlich primär der Wert für α_P in (3.7) verantwortlich, der deutlich kleiner als der Rasterabstand ist. Hinzu kommt der vergleichsweise kleine Beitrag der rückgestreuten Elektronen, der im Wert für η_P zum Ausdruck kommt.

Ein deutlich abweichendes Bild zeigt die normierte Dosisverteilung für die unterste Lage der PMMA/MAA-Schicht in Abbildung 3.24(b). Die Dosen variieren hier auf einer sehr viel größeren Längenskala, so dass nur weit im Inneren der belichteten Strukturen die maximale Dosis erzielt wird. In dünneren Strukturen, wie den Zuleitungen zur Insel oder auch der Insel selbst, sowie im Randbereich der größeren Strukturen werden im Vergleich zur maximal auftretenden Dosis zum Teil deutlich kleinere Dosen deponiert.

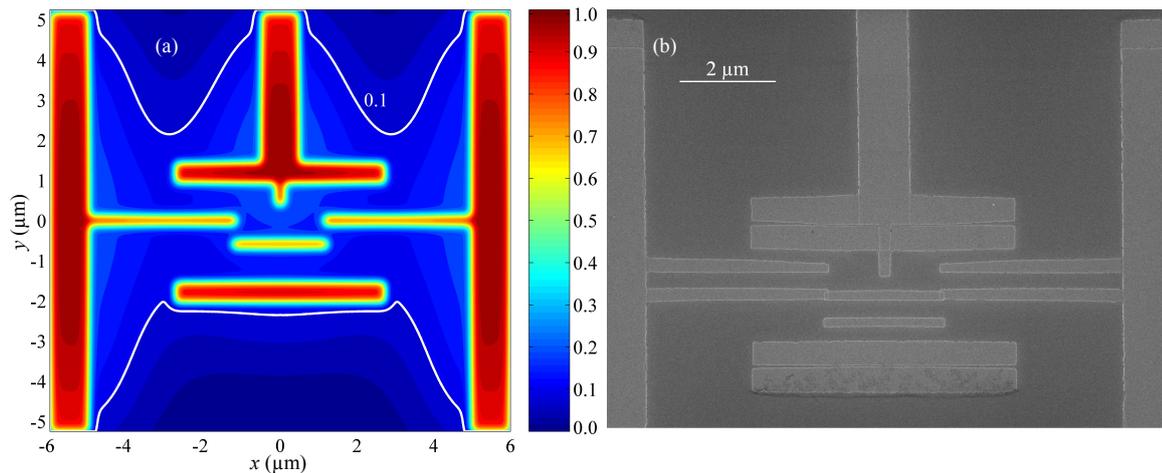


Abbildung 3.25: Absorbierte Dosis in der untersten 50 nm dicken Lage der PMMA/MAA-Resistschicht (a) und SEM-Aufnahme eines SET (b). Die Farbskala zeigt $f(r)$ normiert auf den maximal auftretenden Wert.

Während im Fall der oberen Resistschicht die Vermutung nahe liegt, dass aufgrund des sehr hohen Dosisunterschiedes belichteter und unbelichteter Bereiche auf der Längenskala des verwendeten Rasters wirklich nur die belichteten Bereiche durch den Entwickler freigelegt werden, ist eine quantitative Auswertung der Konsequenzen der Dosisverteilung im Fall der Copolymer-schicht schwieriger, da hier zusätzliche Annahmen in Bezug auf die maximale Dosis, die erhöhte Empfindlichkeit und das Entwicklungsverhalten des Copolymers notwendig sind. Erschwerend tritt bei einem angestrebten Vergleich zwischen Berechnung und Experiment die Unsicherheit der Proximityparameter hinzu, die im Bereich von 10 bis 20% liegen dürfte [Dub93].

Einen Hinweis auf den durch den Entwickler freigelegten Bereich stellt jedoch die folgende Abschätzung dar. Die zum Schreiben der Strukturen verwendete konstante Dosis ist normalerweise bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Belichtungen so gewählt worden, dass Strukturen mit den kleinsten charakteristischen Längenskalen auch in ihrem Randbereich so belichtet werden, dass die anschließende Entwicklung den Resist in diesem Bereich vollständig entfernt. Eine senkrechte Bedampfung sollte somit eine entsprechende Struktur auf der Substratoberfläche erzeugen können. Eine Bedampfung unter einem von $\varphi = 0^\circ$ verschiedenen Winkel ermöglicht diese Dosis im Allgemeinen jedoch nicht. Auch wenn diese Vorgehensweise im Normalfall in vielen Bereichen der Probe zu einer Überbelichtung der oberen Resistschicht führt, sind aufgrund der oben diskutierten hohen Dosisunterschiede zwischen belichteten und unbelichteten Bereichen nur geringe, für die Bauelemente im Allgemeinen nicht signifikante Strukturvergrößerungen aufgrund dieser Überbelichtung zu erwarten. Im Zweifelsfall sollte durch eine gezielte Anpassung der Strukturbreiten diese kompensiert werden können. Unter der Annahme, dass zum einen im vorliegenden Beispiel die normierte Dosis der Insel im Randbereich von etwa 0.4 der Dosis entspricht, die zum Freilegen einer Struktur notwendig ist, und zum anderen dass die Copolymer-Schicht gegenüber der verwendeten PMMA-Schicht eine etwa drei- bis vierfach höhere Empfindlichkeit aufweist, sollte so der vom Entwickler im unteren Resist freigelegte Bereich eine relative Dosis von etwa 0.1 und darüber aufweisen.

Der Vergleich des SEM-Bildes in Abbildung 3.25(b) und der zugehörigen Berechnung in Teilabbildung (a) zeigt eine recht gute Übereinstimmung dieser Abschätzung mit dem Experiment. So weist das untere Schattenbild der Stabilisierungs-Struktur im SEM-Bild in Abbildung 3.25(b) deutlich erkennbare, dunkle Flecken auf, wie sie bei mit Resist kontaminierten Strukturen häufig auftreten [Sch94a]. Weiterhin ist am unteren Ende dieser Struktur in unmittelbarem Kontakt mit

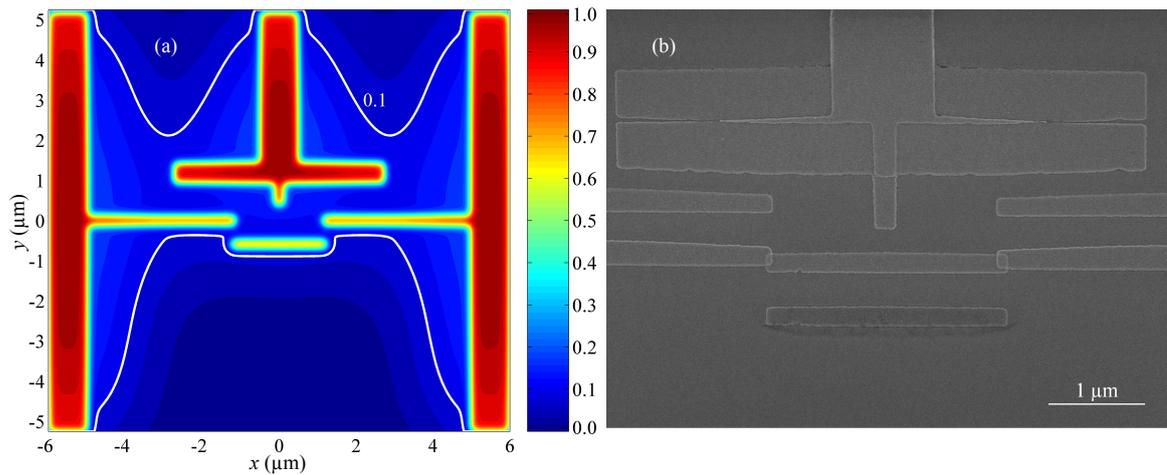


Abbildung 3.26: Absorbierte Dosis in der untersten 50 nm dicken Lage der PMMA/MAA-Resistschicht für einen SET ohne Stabilisierungs-Struktur (a) und SEM-Aufnahme eines entsprechenden SET (b). Die Farbskala zeigt $f(r)$ normiert auf den maximal auftretenden Wert.

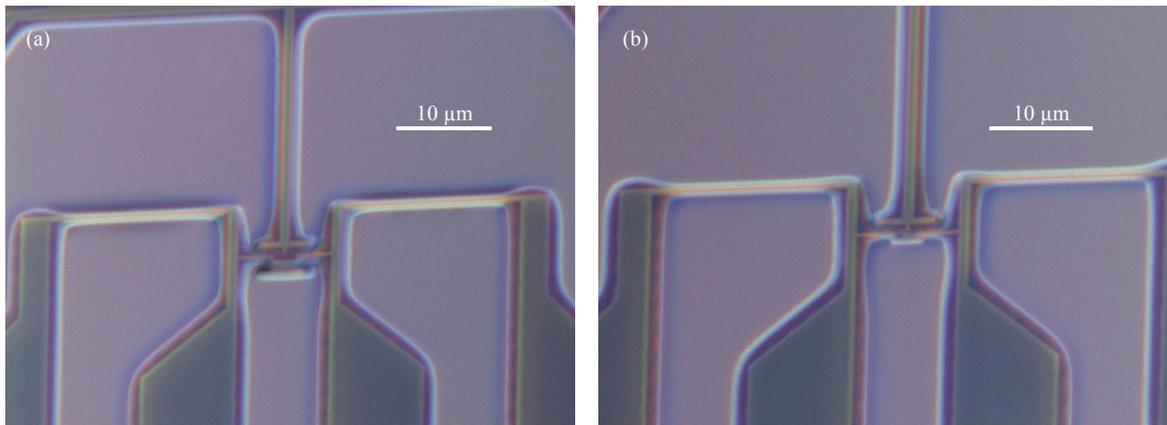


Abbildung 3.27: Aufnahmen (Negative) einer entwickelten Resiststruktur eines SET mit (a) und ohne Stabilisierungs-Struktur (b) mit Hilfe eines optischen Mikroskops.

dieser auf dem Wafer ein dunkler Rand sichtbar. Beide Schadensbilder werden wahrscheinlich durch eine dünne Schicht aus Resistresten hervorgerufen, die im Bereich der Flanken nach der Entwicklung stehen geblieben ist, und für die wahrscheinlich nicht oder nicht ausreichend stark gespaltene Resistmoleküle verantwortlich sind. In Abbildung 3.22 entspricht dies dem Ausläufer der Dicke (t/t_0) im Bereich höherer Dosen. Ein weiteres Beispiel ist in Abbildung 3.26 dargestellt. Diese SET-Struktur, die vor dem in Abbildung 3.25(b) dargestellten Bauelement hergestellt wurde, weist keine Stabilisierungs-Struktur auf. Hierdurch kommt es an dem unteren Schattenbild der Insel zu den gleichen Kontaminationserscheinungen wie in Abbildung 3.25(b) am unteren Schattenbild der Stabilisierungs-Struktur. In beiden Fällen zeigen die jeweils zugehörigen Dosisverteilungen in Abbildung 3.25(a) und Abbildung 3.26(a) im Bereich des entstehenden Schattenbildes einen Übergang der Dosis bei etwa 0.1.

Dieses Bild wird auch durch Aufnahmen der entwickelten Strukturen vor ihrer Bedampfung mit einem optischen Mikroskop gestützt. Abbildung 3.27 zeigt Fotos der entwickelten Resiststrukturen vor der Bedampfung der beiden, schon in Abbildung 3.25(b) und 3.26(b) gezeigten SET-Strukturen mit und ohne Stabilisierungs-Struktur. Bei den scharfen, rechteckigen Strukturen in Abbildung 3.27 handelt es sich um die in der oberen PMMA-Schicht freigelegten Bereiche,

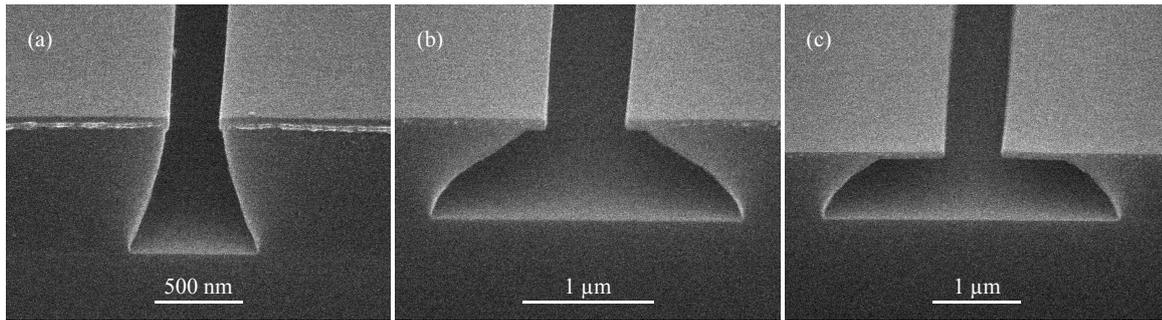


Abbildung 3.28: SEM-Aufnahmen von drei Linien der nominellen Breiten 300 nm (a) und 500 nm (b),(c) mit von (a) nach (c) wachsender Dosis.

die die Öffnungen in der eigentliche Maske bilden. Die um diese Strukturen größeren und weicher verlaufenden Bereiche sind in der unteren Copolymerschicht vollständig oder teilweise freigelegte Gebiete und geben somit einen Anhaltspunkt für den erzielten Unterschnitt. Genauere Aussagen sind jedoch aufgrund der beschränkten Auflösung der optischen Mikroskope im Vergleich zu Rasterelektronenmikroskopen kaum möglich.

Um dennoch den erzielbaren Unterschnitt, der als Abstand zwischen der Resistflanke in der unteren Resistschicht und der Flanke in der oberen Resistschicht definiert ist, besser quantifizieren zu können sind Linien mit verschiedenen Breiten zwischen 200 nm und 500 nm und einer Länge von mehreren Millimetern belichtet worden. Anschließend wurde der Wafer entwickelt, mit Hilfe der Kathodenzerstäubung mit einer dünnen, ca. 10 nm dicken Gold-Schicht überzogen und senkrecht zur Linienrichtung mit einem Diamantritzer außer im Bereich der Linien geritzt und gebrochen worden. Abbildung 3.28 zeigt SEM-Aufnahmen von drei solcher Linien im Querschnitt, die mit steigender Dosis belichtet worden sind. Die in Teilabbildung (a) gezeigte Linie hat eine Breite von 300 nm und ist etwa mit der Dosis belichtet worden, die zwar nach der Entwicklung zu einem vollständigen Freiräumen des Resists im Bereich der Linie führt, allerdings nicht ausreicht, die untere Copolymerschicht großräumiger freizulegen. Der erzielte Unterschnitt mit etwa 200 nm ermöglicht dementsprechend nur ein senkrecht Bedampfen. Die beiden Querschnitte der Linien in den Abbildungen 3.28(b) und (c) sind nominell jeweils 500 nm breit. In beiden Fällen liegen die Dosen deutlich über der zum bloßen Freiräumen notwendigen Dosis. Dies führt zu einem zu deutlich größeren Unterschnitten von etwa 850 nm und 1350 nm auf beiden Seiten der Struktur, allerdings auch zu einer signifikanten Aufweitung der Linien mit Breiten von 600 nm und 650 nm.

Dies zeigt das grundsätzliche Problem der Strukturierung. Zum einen sollte die zur Belichtung der feinen Strukturen notwendige Dosis nicht so stark überschritten werden, dass eine merkliche Aufweitung eintritt, andererseits muss gerade das Copolymer eine entsprechende Mindestdosis erhalten, um im Rahmen der Entwicklung vom Wafer entfernt werden zu können. Bei den meisten im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Proben ist dieses Problem durch Positionierung hinreichend großer Strukturen in unmittelbarer Nähe der Bauelemente gelöst worden. Sowohl die Stabilisierungs-Struktur, wie auch der breite Querbalken der Gate-Elektrode der in den Abbildungen 3.25(b) und 3.26(b) dargestellten Strukturen dienen primär dem Zweck, eine ausreichende Belichtung des Bereichs um den eigentlichen SET herum in der unteren PMMA/MAA-Resistschicht zu gewährleisten. Dies ist schon deshalb sehr wichtig, da mit steigendem Resistalter der erzielbare Unterschnitt deutlich abnimmt.

Alternativ kann eine großflächige Hintergrundbelichtung eingesetzt werden, um dem Copolymer die notwendige Dosis zuzuführen. Hierbei ist die Dosis dieser Hintergrundbelichtung so zu wählen, dass eine ausreichende Belichtung der PMMA/MAA-Resistschicht sichergestellt wird,

um ein Freiräumen dieser im Rahmen der Entwicklung zu ermöglichen, gleichzeitig aber eine Belichtung der oberen PMMA-Schicht vermieden wird, die zu einer Freilegung zusätzlicher Bereiche in der eigentlichen Maske bei der Entwicklung führen würde. Begrenzt werden die möglichen Hintergrunddosen hier jedoch durch den minimalen Strahlstrom des SEM und die minimale Belichtungszeit, die ELPHY realisieren kann. Im Prinzip kann diese Vorgehensweise dazu eingesetzt werden, die Zahl der Schatten- oder Geisterbilder auf der Probenoberfläche zu reduzieren. Hierbei wird im Gegensatz zur oben diskutierten Methode nicht gegen die seitliche Flanke der oberen Resistschicht ein Metallfilm aufgedampft, sondern gegen die seitliche Flanke der unteren Resistschicht, in dem der Unterschnitt den jeweiligen Bedürfnissen gezielt angepasst wird. Im Rahmen dieser Arbeit ist diese Alternative nach einer erfolgreichen Anwendung jedoch nicht weiter verfolgt worden, da die Einstellung des Unterschnitts mit nicht zufriedenstellender Reproduzierbarkeit realisiert werden konnte. Hinzu kommt, dass beim transversalen Versatz im Allgemeinen eine asymmetrische Verteilung der Aufdampfwinkel notwendig wird, so dass, um im Vergleich zur symmetrischen Bedampfung den gleichen seitlichen Versatz zu realisieren, ein deutlich größerer Aufdampfwinkel gewählt werden muss, was wiederum die Anforderungen an die untere Resistschicht stark anwachsen lässt, und damit eher die Stabilität des Prozesses gefährdet.

In denen im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Strukturen sind, soweit möglich, abknickende Leitungen mit Winkeln von über 90° in Zuleitungsstrukturen mit einer Breite in der Größenordnung von β_P vermieden worden. Der Grund hierfür liegt ebenfalls im Unterschnitt des Resistsystems. Gerade im Bereich eines solchen Winkels erhält die Copolymerschicht von beiden Teilen der Leitung aufgrund des Proximity-Effekts eine so große Dosis, dass der erzielte Unterschnitt in diesem Bereich besonders groß ist. Dies kann dazu führen, dass die obere Resistschicht von sich aus oder erst durch die thermische Belastung beim Aufdampfprozess mechanisch so instabil wird, dass sie kollabiert und auf das Substrat absinkt. In diesem Fall kann nach dem Bedampfen das Ablösen des Resists und des Metallfilms im Rahmen des Lift-off zu Problemen führen, die in Abschnitt 3.5.1 weiter diskutiert werden. In im Verhältnis zu β_P sehr breiten Strukturen, wie sie im Bereich der Zuleitungen auftreten, ist ein solcher Kollaps häufig kaum zu vermeiden. Ähnliche mechanische Instabilitätsprobleme können auch bei Ringstrukturen auftreten, wenn eine ausreichende Unterstützung der Maske nicht mehr gewährleistet werden kann.

Dieses hier beschriebene Modell zur Abschätzung des freigelegten Bereichs ist streng genommen nur auf nicht thermisch oxidierte Wafer anwendbar, die nur über ihre natürliche, bei der Strukturierung nicht weiter ins Gewicht fallende Oxidschicht verfügen. Alle im Rahmen dieses Abschnitts gezeigten Beispiele und Berechnungen basieren so auf nicht thermisch oxidierten Wafern. Bei der Verwendung oxidierten Wafer kommt es aufgrund der Bombardierung der Probe mit Elektronen im Rahmen der Belichtung zu Aufladungseffekten, die zwar durch die Entfernung der Oxidbarriere auf der Rückseite des Wafers reduziert, nicht jedoch vollständig aufgehoben werden können. Wird die Oxidschicht von der Rückseite des Wafers nicht entfernt oder hindern Resistreste auf der Rückseite der Probe die Elektronen vom Abfluss nach Masse, lädt sich die Probe im Allgemeinen so stark auf, dass eine Fokussierung des Elektronenstrahls nur noch sehr bedingt möglich ist. In diesem Fall sinkt die Auflösung und die räumliche Strahlstabilität häufig so weit, dass eine erfolgreiche Belichtung der Probe sehr fraglich wird. Eine Abnahme der Auflösung tritt aufgrund von Aufladungseffekten in der Oxidschicht an der Oberfläche des Wafers auch bei thermisch oxidierten Wafern auf, von deren Rückseite die Oxidschicht entfernt wurde. Diese Abnahme ist jedoch bei weitem nicht so stark wie im Fall einer schlecht geerdeten Probe und hat daher in Bezug auf die erzielbaren Strukturweiten einen geringeren Einfluss. Allerdings sinkt aufgrund der Aufladung der oberen Oxidschicht die Dosis, mit der der Wafer belichtet werden muss, um etwa 20% bis 30%. Dies legt die Vermutung nahe, dass aufgrund der elektrostatischen Wechselwirkung der bei der Belichtung eintreffenden Elektronen mit der lokal aufgeladenen Isolatorschicht der

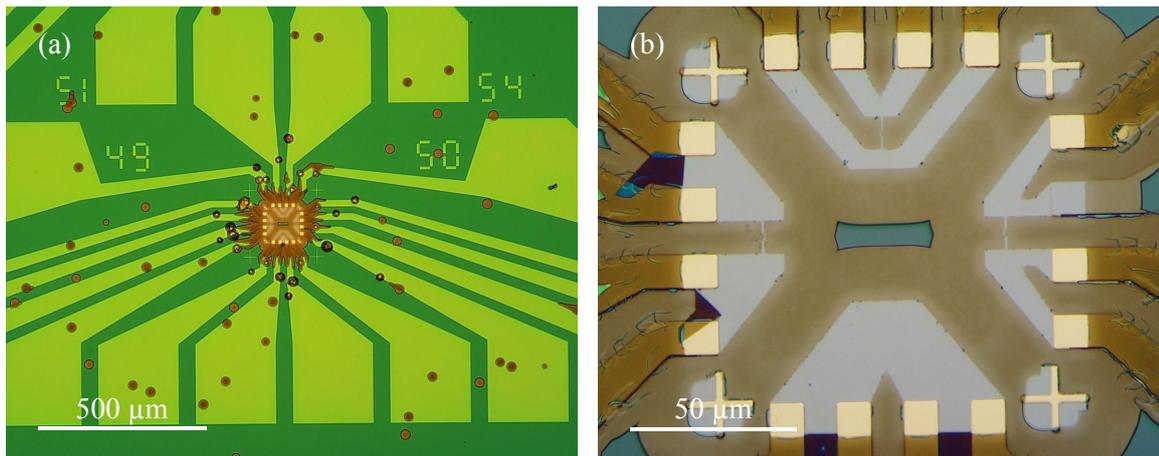


Abbildung 3.29: Nach der Entwicklung in der verdünnten TMAH-Lösung zeigt diese Probe, deren Copolymerschicht nur bei 160°C ausgeheizt wurde, massive Schäden im Resistsystem. Teilabbildung (b) zeigt eine Vergrößerung des Schreibfeldes aus Teilabbildung (a).

Elektronenstrahl stärker aufgeweitet wird, als dies im oben beschriebenen Modell des Proximity-Effekts der Fall ist, da hier diese elektrostatische Wechselwirkung völlig unberücksichtigt bleibt. Unabhängig hiervon konnte die Strukturierung der Bauelemente mit der oben beschriebenen Struktur bei einer Verringerung der Belichtungs-dosis erfolgreich durchgeführt werden. Dies deutet prinzipiell darauf hin, dass das hier beschriebene Modell auch auf die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten, thermisch oxidierten Wafer angewendet werden kann.

3.4.5 TMAH-Prozess

Grundsätzlich ist es möglich, die beiden Resistsschichten nahezu getrennt voneinander zu entwickeln und so den gewünschten Unterschnitt gezielt einzustellen. Diese quasi-selektive Entwicklung basiert wiederum auf dem unterschiedlichen Löslichkeitsverhalten der einzelnen Resiste. Während PMMA nahezu unlöslich in polaren Lösungsmitteln ist, ist das Copolymer PMMA/MAA in diesen sehr gut löslich. Die Löslichkeit der beiden Resiste in unpolaren Lösungsmitteln ist umgekehrt. Während das Copolymer in unpolaren Lösungsmitteln nicht löslich ist, ist PMMA in diesen sehr gut löslich. So kann prinzipiell die obere PMMA-Schicht in einem Gemisch aus Toluol und IPA im Verhältnis 1:6 und anschließend die unten liegende Copolymer-Schicht durch ein Gemisch bestehend aus ECA²⁴ und Ethanol im Verhältnis 1:5 entwickelt werden [Hun81, Del90a]. Beide Entwickler enthalten jedoch zum Teil gesundheitsschädliche bzw. giftige Bestandteile, die der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Entwickler, der beide Resistsschichten gleichzeitig entwickelt, nicht enthält [CDC].

Zu Beginn dieser Arbeit ist jedoch in Zusammenarbeit mit der Firma Allresist ein Prozess mit einer zweistufigen Entwicklung implementiert worden [Sch99b], der zwar keine direkte selektive Entwicklung, jedoch eine Einstellung des Unterschnitts durch eine gezielte Nachentwicklung des Copolymers ermöglicht. Von dem in Abschnitt 3.4.3 beschriebenen Prozess unterscheidet sich dieser Prozess nur in Bezug auf die Behandlung der aufgeschleuderten Copolymerschicht und den Ablauf der Entwicklung.

Auch hier setzt der Entwicklungsprozess an der stark unterschiedlichen Löslichkeit von PMMA

²⁴Ethyl Cellosolve Acetate, 2-Ethoxyethanolacetat

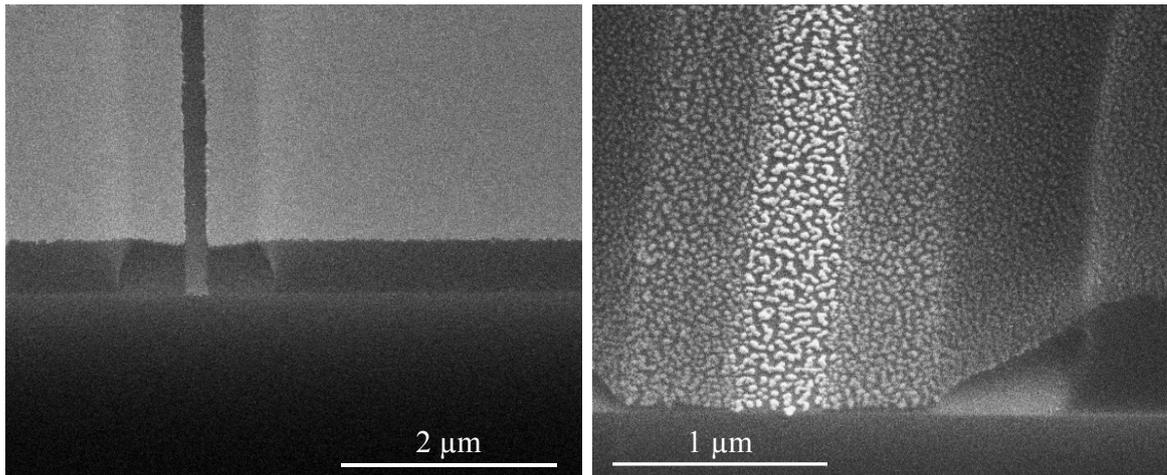


Abbildung 3.30: (a) Resistprofil einer mit dem TMAH-Prozess hergestellten Linie. Die Dicke der oberen PMMA-Schicht beträgt nur 40 nm. (b) Kollabierte Resiststruktur.

und PMMA/MAA an. Während PMMA/MAA in einer wässrig-alkalischen Lösung von TMAH²⁵ löslich ist, ist PMMA in dieser Lösung nicht löslich. Nach der Belichtung werden so mit dem oben beschriebenen Entwickler, der aus einer IPA:MIBK-Mischung von 4:1 besteht, die beiden Resist-schichten zusammen entwickelt, wobei die anschließenden IPA-Bäder im Vergleich zu dem in Abschnitt 3.4.3 beschriebenen Prozess deutlich verkürzt werden, da sie hier nur dem Stoppen der Entwicklung dienen. Anschließend wird die PMMA/MAA-Schicht für 60 s in einer wässrigen TMAH-Lösung, die aus einer Mischung des Entwicklers AR300-47 der Firma Allresist und destilliertem Wasser im Verhältnis 1:4 besteht, nachentwickelt. Anschließend wird die Entwicklung in zwei Wasserbädern gestoppt.

Um diesen Entwicklungsprozess jedoch überhaupt anwenden zu können, muss die Copolymer-Schicht bei Temperaturen von über 190°C ausgeheizt werden. So wurden im Rahmen dieser Arbeit die betreffenden PMMA/MAA-Schichten im Allgemeinen für 100 Minuten bei einer entsprechenden Temperatur gehalten. Liegt die Temperatur deutlich unter dieser Grenze, wird die PMMA/MAA-Schicht großflächig angegriffen, und nicht nur im Bereich der bereits entwickelten Strukturen, wie Abbildung 3.29 anhand zweier Fotos zeigt. Mit Hilfe dieses Prozesses können Unterschnitte von mehr als 1 μm erzielt werden. Abbildung 3.30(a) zeigt eine solche Resiststruktur im Querschnitt. Auch hier ist die Probe wiederum mit einer 10 nm dicken Goldschicht bedampft worden, um Aufladungen bei der Untersuchung mit dem SEM zu reduzieren. Auch dieser Prozess ist erwartungsgemäß nicht gegen die thermische Überlastung beim Verdampfen immun. So zeigt Abbildung 3.30(b) eine kollabierte Resistflanke, nachdem die Probe bei der Beschichtung mit Gold einer zu großen Wärmeleistung ausgesetzt war. Die Problematik der thermischen Überlastung wird in Abschnitt 3.5.1 weiter erörtert.

Wahrscheinlich ist jedoch gerade die hohe Ausheiztemperatur der PMMA/MAA-Schicht dafür verantwortlich, dass letztendlich dieser Prozess aufgegeben werden musste. Nach der Fertigstellung der Metallschichten im Rahmen der Schattenbedampfung konnte der Lift-off nicht mehr bzw. nicht vollständig durchgeführt werden. So konnten die Resistschichten weder in heißem Aceton noch in heißem NMP²⁶ mit oder ohne Ultraschall-Unterstützung zusammen mit dem überschüssigen Metall entfernt werden. Der Einsatz oxidierender Säuren, wie der Chromschwefelsäure, der wahrscheinlich zum Entfernen einer so hoch ausgeheizten PMMA/MAA-Schicht auf

²⁵Tetramethylammoniumhydroxid

²⁶N-Methyl-2-pyrrolidon

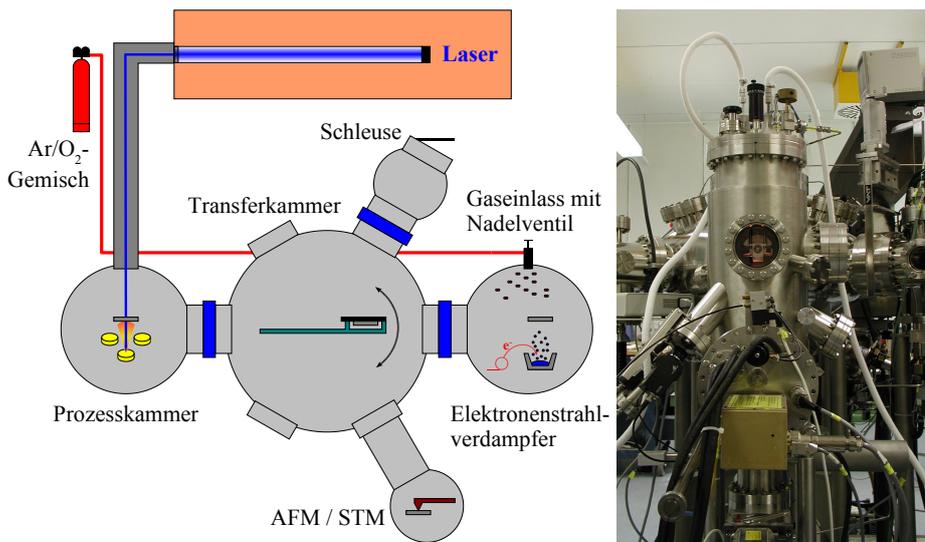


Abbildung 3.31: Schematische Darstellung UHV-Cluster-Systems mit einem Foto des Rezipienten, in den der Elektronenstrahlverdampfer eingebaut ist.

naßchemischem Wege notwendig ist [Allr02], wurde im Hinblick auf die Qualität der Bauelemente nicht in Erwägung gezogen.

Prinzipiell kann ohnehin die Verwendung von TMAH auf Silizium-Wafern ein Problem darstellen, da unter bestimmten Umständen Silizium anisotrop von TMAH geätzt werden kann [TM03, Fuj04, Kla96, MC0404]. Da auch Aluminium von TMAH angegriffen wird [TM03, Fuj04, Kla96], kann die Verwendung von TMAH eine weitere Einschränkung an die möglichen Anwendungen dieses Prozesses darstellen.

3.5 Herstellung der Metallschichten

3.5.1 Der Elektronenstrahlverdampfer

Zur Erzeugung der Metallschichten im Rahmen der Schattenbedampfung ist ein Elektronenstrahlverdampfer vom Typ E-VAP 4000-UHV der Firma Caburn-MDC zum Einsatz gekommen, der Teil eines UHV²⁷-Cluster-Systems zur Herstellung dünner Schichten ist. Abbildung 3.31 zeigt dieses Cluster-System schematisch, dessen einzelne Komponenten in verschiedenen Arbeiten beschrieben sind [Her98, Her01, Sch98b, Sch04b, Rei04, Sch00c, Höf00]. Zentrale Komponente dieses Systems stellt die Transferkammer dar, an die neben dem Rezipienten des Elektronenstrahlverdampfers ein Rasterkraft- und Rastertunnelmikroskop²⁸ zur Schichtuntersuchung, eine Schleuse und die Prozesskammer zum Verdampfen oxidischer Materialien mittels gepulster Laserablation angeschlossen sind. Die Integration des Elektronenstrahlverdampfers in das UHV-Cluster-System ermöglicht es, diesen in einem viel breiteren Anwendungsgebiet einzusetzen, sowie die experimentellen Möglichkeiten und die Infrastruktur des Restsystems zu verwenden. Andererseits muss dieses System in das Gesamtsystem vollständig integriert werden, was gewisse technische Randbedingungen an die Konstruktion und Auslegung einzelner Komponenten stellt. Im

²⁷Ultra Hoch Vakuum

²⁸Atomic Force Microscope und Scanning Tunneling Microscope

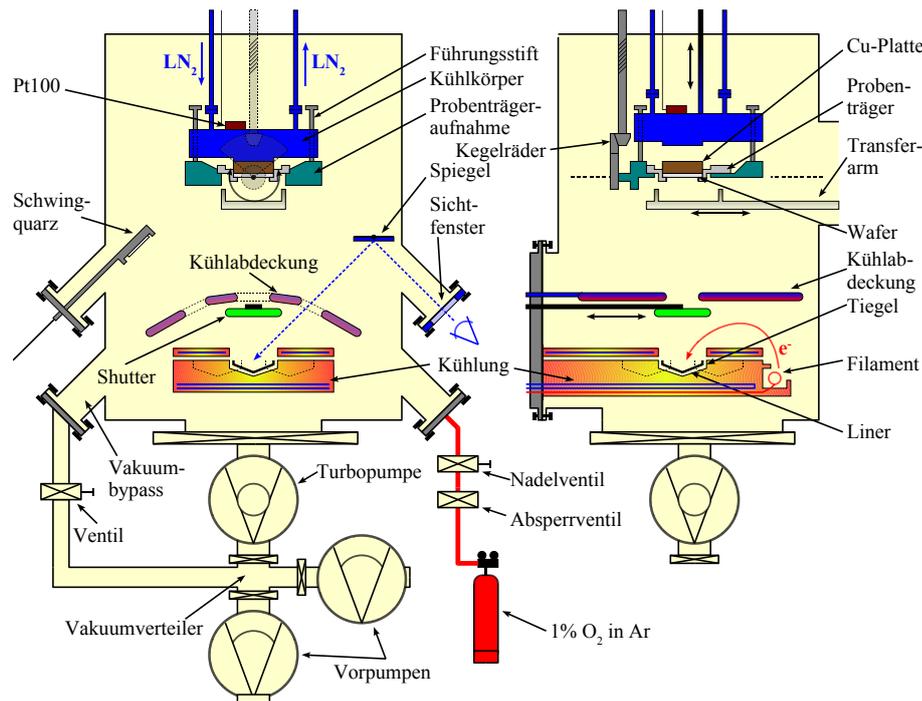


Abbildung 3.32: Schematische Darstellung des Elektronenstrahlverdampfers. In der linken Teilabbildung ist der Kühlkörper abgesenkt, in der rechten ist er angehoben.

Rahmen dieser Arbeit ist so zum einen das Gas- und Vakuumsystem dieses Subsystems der UHV-Cluster-Anlage, das zur Oxidation der Aluminium-Schichten notwendig ist, aufgebaut und erweitert worden, und andererseits eine vollständig neue Probenaufnahme konzipiert und realisiert worden, ohne die die Schattenbedampfung nicht mit der erforderlichen Genauigkeit hätte durchgeführt werden können.

Elektronenstrahlverdampfer [Ehr03, Tsu, HTFP95] bieten gegenüber anderen thermischen Verdampfungsquellen, wie etwa resistiv-beheizten Quellen den Vorteil, dass sie Temperaturen von deutlich über 3000°C erreichen können, so dass sie in der Lage sind, auch hochschmelzende Metalle, wie etwa Wolfram (W) [Lip02, Tsu] zu verdampfen. Da die Tiegel beim Elektronenstrahlverdampfen wassergekühlt sind und damit kalt bleiben, ist prinzipiell eine Kontamination der aufgedampften Schichten mit dem Tiegelmateriale deutlich unwahrscheinlicher, als bei Verfahren, bei denen auch der Tiegel erhitzt wird [Leyb98]. Die wesentliche Einschränkung beim Einsatz von Elektronenstrahlverdampfern stellt das notwendige Vakuum dar. So muss zum einen die mittlere freie Weglänge [Leyb87, Leyb87, HTFP95] größer als die Wegstrecke zwischen Elektronenquelle und dem zu verdampfenden Material sein, da sonst ein nicht unerheblicher Anteil der emittierten Elektronen nicht den Tiegel erreicht. Zum anderen steigt mit wachsendem Hintergrunddruck die Wahrscheinlichkeit für Überschläge stark an [Tsu].

Der Elektronenstrahlverdampfer und der zugehörige Rezipient sind schematisch in detaillierter Form in Abbildung 3.32 dargestellt. Der Elektronenstrahlverdampfer E-VAP 4000-UHV der Firma Caburn-MDC ist ein kompakter, UHV-tauglicher Elektronenstrahlverdampfer mit einem drehbaren, wassergekühlten Tiegelkarussell mit vier 6 cm³ fassenden Tiegeln, aus denen entweder direkt oder unter Einsatz eines Tiegelseinsatzes, der als *Liner* bezeichnet wird, Materialien verdampft werden können. Der Einsatz von Linern bietet gerade im Forschungsbereich häufig Vorteile gegenüber der Direktverdampfung aus dem Tiegel, da durch den Einsatz von Linern das zu verdampfende Material nicht direkt mit dem Tiegel in Kontakt kommt, und so diesen



Abbildung 3.33: Modifizierter Cu-Liner für das Verdampfen von ferromagnetischen Metallen.

nicht kontaminiert, was einen vergleichsweise schnellen und einfachen Wechsel der zu verdampfenden Materialien ermöglicht. Gleichzeitig führt der Liner zu einer thermischen Isolation des zu verdampfenden Materials von dem wassergekühlten Tiegel, wodurch häufig eine Reduzierung der benötigten Leistung realisiert werden kann. Die Liner sind hierbei häufig aus keramischen Isolatoren, wie Bornitrid (BN) oder Aluminiumoxid (Al_2O_3), oder aus Metallen, wie Kupfer gefertigt. Die Wahl des geeigneten Linermaterials hängt von einer Vielzahl von Parametern, wie der Neigung bestimmter Materialkombinationen zur Bildung von Legierungen oder auch vom Grad an tolerierbaren Kontaminationen durch das Linermaterial ab. Da die Liner nicht direkt gekühlt werden und zum Teil auch aus porösen Materialien bestehen können, ist eine Kontamination des zu verdampfenden Materials mit dem Linermaterial deutlich wahrscheinlicher als mit dem Tiegelmaterial bei einer direkten Verdampfung aus dem Tiegel heraus. Neben der höheren Kontaminationstendenz stellt auch die geringe Beständigkeit thermischen Gradienten und thermisch bedingten Spannungen gegenüber einen weiteren großen Nachteil der keramischen Liner dar. So tendieren keramische Liner häufig zum Zerspringen, wenn sie zu schnell oder zu ungleichmäßig erhitzt werden [Tsu]. Gerade Aluminium ist daher nur sehr bedingt geeignet, aus Linern verdampft zu werden. Dies liegt primär an den sehr hohen Temperaturen, die zum Verdampfen von Aluminium benötigt werden. Diese sind eine Folge der hohen Schmelztemperatur der das Aluminium im Allgemeinen umgebenden Aluminiumoxidschicht von etwa 2045°C [Tsu], wohingegen das Aluminium eine Schmelztemperatur von nur 660°C aufweist [Kuc99a, Tsu]. Die Oxidschicht bleibt als dünne, aber dichte Haut auf der Oberfläche des geschmolzenen Aluminiums bestehen. Eine Vorbehandlung des zu verdampfenden Aluminiums, die im Zusammenhang mit der vorliegenden Anlage jedoch kaum praktikabel ist, ist der Tausch der Oxidschicht um das Aluminium herum gegen eine Fluoridschicht, die einen Schmelzpunkt von etwa 1300°C aufweist [Tsu], durch kurzes Eintauchen des zu verdampfenden Materials in Flußsäure (HF). Ein anderer Grund für die schlechte Eignung eines Liners zum Verdampfen von Aluminium ist seine hervorragende Benetzung, die es an den Innenwänden des Liners herauf kriechen lässt. Verlässt Material den Liner, kommt es zu einem thermischen Kurzschluss, durch den die durch den Elektronenstrahl deponierte Wärme an die wassergekühlten Teile des Verdampfers abgeführt wird. Der Liner kühlt schlagartig ab und kann so aufgrund des plötzlichen Temperaturunterschieds zerstört werden. Eine sehr moderate Befüllung des Liners, die zu häufigen Wartungen und damit zu einem häufigen Brechen des Vakuums führt, ist in diesem Fall unabdingbar. Da außerdem aufgrund der unten diskutierten Problematik der thermischen Belastung der Probe durch die Wärmestrahlung des Verdampfers eine schnelle Verdampfung des Aluminiums mit hohen Raten erforderlich war, konnten keine Liner zum Verdampfen von Aluminium eingesetzt werden, so dass ein direktes Verdampfen aus einem Tiegel heraus unumgänglich war.

Im Gegensatz hierzu kann das als ferromagnetisches Material eingesetzte Nickel mit einem Schmelzpunkt von etwa 1450°C [Tsu] sehr leicht aus einem Cu-Liner verdampft werden. Hier ergibt sich allerdings aufgrund der kompakten Bauart und der Auslegung des Elektronenstrahlverdampfers ein Problem. Der Elektronenstrahlverdampfer verfügt über starke Permanentmagnete, die für die Grundablenkung der Elektronen in den Tiegel bzw. den Liner verantwortlich sind. Das Spulensystem, über das der Verdampfer verfügt, dient nur zur genauen Ausrichtung und Positionierung des Elektronenstrahls. Aufgrund der Permanentmagnete und der im Vergleich zum Schmelzpunkt sehr niedrigen Curie-Temperatur des Nickels von etwa 353°C [Mer00, Ash76] kommt es in der Abkühlphase nach dem eigentlichen Verdampfen zu einer starken Aufmagnetisierung des Restmaterials, das im Liner verblieben ist. Da die Anordnung der Tiegel kreisförmig ist, wird bei einer Änderung des zu verdampfenden Materials der Liner zusammen mit dem restlichen Nickel im Magnetfeld der Permanentmagnete gedreht. Da das Nickel mit dem Kupfer des Liners jedoch nicht eine mechanisch feste Verbindung eingeht, beginnt sich das Nickel im Inneren des Liners zu bewegen und steigt hierbei zum Teil auf, was zum vollständigen Blockieren des Tiegelkarussells führen kann. Abhilfe hat der in Abbildung 3.33 dargestellte Cu-Liner gebracht. In ihn ist an der Innenseite eine 2 mm hohe Nut eingefräßt, in die ein Cu-Ring der Dicke 2 mm mit einer zentralen Öffnung mit einem Durchmesser von 14 mm eingepasst ist. Hierdurch kann Material nachgefüllt werden, dieses aber nach dem Einschmelzen durch den Elektronenstrahl den Liner nicht mehr verlassen.

Um die thermische Strahlung, die während des Verdampfens entsteht, einzudämmen, ist der Verdampfer mit einer wasserdurchflossenen Kühlabdeckung ausgestattet, die den Verdampfer wie ein Dach abdeckt, weshalb diese Kühlabdeckung auch als *Cooling-Roof* bezeichnet wird. Das Coolingroof ist mit 3 Öffnungen versehen. Durch die mittlere Öffnung, die durch einen Pressluft getriebenen Shutter verdeckt werden kann, erfolgt die eigentliche Bedampfung des Substrats. Symmetrisch zur Längsachse des Verdampfers sind links und rechts von dieser Öffnung jeweils eine weitere Öffnungen vorhanden. Durch eine Öffnung kann der Benutzer über einen Metallspiegel den Tiegel beobachten, ohne dass das Sichtfenster bedampft wird. Durch die andere Öffnung kann mit Hilfe eines Schwingquarzes der Firma Leybold und einem Depositions-Steuergerät vom Typ XTC/2 der Firma Leybold die deponierte Schichtdicke gemessen werden.

Zur Vakuumerzeugung steht eine Turbomolekularpumpe vom Typ TMU 261 P der Firma Pfeiffer zur Verfügung, mit der ein Basisdruck im Bereich von etwa $5 \cdot 10^{-8}$ mbar erzielt werden kann²⁹. Im Normalbetrieb erzeugt eine zweistufige Membranpumpe vom Typ MZ 2T der Firma Vacuubrand das zum Betrieb der Turbopumpe notwendige Vorvakuum mit Drücken unterhalb von 10 mbar. Wie in Abbildung 3.32 schematisch gezeigt ist, sind die Saugseite der Membranpumpe und die Auspuffseite der Turbomolekularpumpe an einen Vakuumverteiler mit vier Ventilen angeschlossen, von denen ein Anschluss direkt unter Umgehung der Turbopumpe zum Rezipienten führt. Hierdurch kann der Rezipient ohne den Einsatz der Turbopumpe in einen Druckbereich gebracht werden, der durch die Vorpumpe erreicht werden kann. Um so auch tiefere Drücke deutlich unter 1 mbar im Rezipienten ohne die Turbopumpe realisieren zu können, ist an den Vakuumverteiler zusätzlich eine Scrolls-Pumpe vom Typ SH-100 der Firma Varian angeschlossen. Zur Messung des Drucks im Rezipienten stehen im Druckbereich unterhalb von etwa $1 \cdot 10^{-3}$ mbar ein Kaltkathodensensor vom Typ IKR 270 der Firma Balzers und im Druckbereich über $5 \cdot 10^{-4}$ mbar ein Piranisensor vom Typ TPR 260 der Firma Balzers zur Verfügung.

Aufgrund der Integration des Verdampfers in das UHV-Cluster-System ist der Bau spezieller Probenräger für 1-Zoll-Wafer notwendig geworden, die durch die Schleuse und die Transferkammer

²⁹Sind Gaseinschlüsse und ähnliche Kontaminationen durch Einschmelzen aus den zu verdampfenden Materialien entfernt worden, kann nach einer Pumpzeit von etwa 10 Tagen ein Basisdruck von $2 \cdot 10^{-8}$ mbar bei Raumtemperatur erreicht werden.

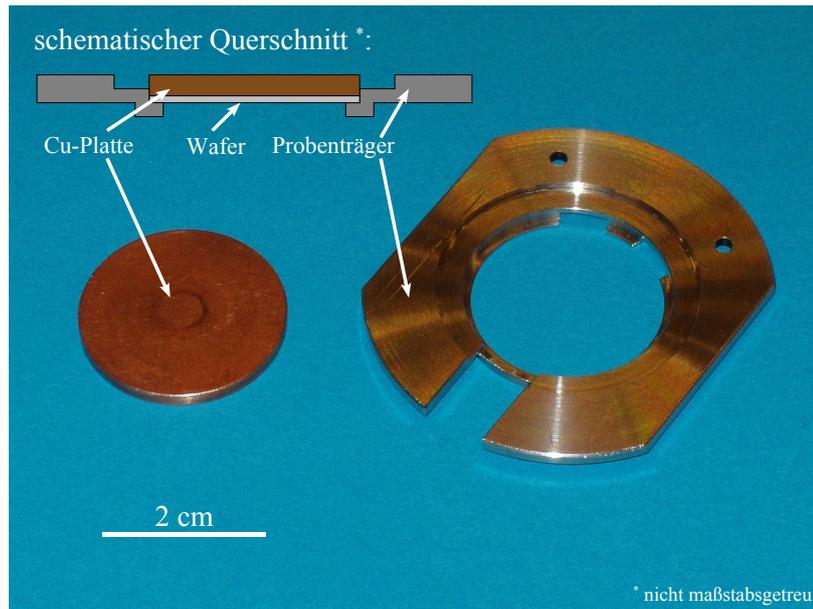


Abbildung 3.34: Probenträger für 1-Zoll-Wafer.

in den Rezipienten transportiert werden können. Abbildung 3.34 zeigt ein Foto eines Probenträgers, der aus Edelstahl gefertigt ist, und dessen äußere Form durch die Randbedingungen festgesetzt ist, die der Rest des UHV-Cluster-Systems definiert. So kann im Prinzip der Probenträger auch in die Prozesskammer des Cluster-Systems gebracht werden. Der Träger verfügt über eine Bohrung mit einem Durchmesser von 25.5 mm, in die der Wafer mit der zu beschichtenden Seite nach unten gelegt wird. Der Wafer kommt so auf einem Ring mit einem Innendurchmesser von 23.5 mm zum Liegen. Anschließend wird auf die Rückseite des Wafers eine 1 Zoll (= 25.4 mm) durchmessende Scheibe aus sauerstofffreiem Kupfer gelegt, gegen die von oben der Stempel des Kühlkörpers durch sein Eigengewicht gedrückt werden kann. Der Stempel des Kühlkörpers hat einen Durchmesser von 24 mm. Um die Toleranz in Bezug auf die exakte Lage des Probenträgers in der Probenträgeraufnahme zu vergrößern, und um so eine ausreichende Kühlung der Probe immer zu gewährleisten, wurden die Probenträger nachträglich mit einer zusätzlichen Ausfräsung mit einem Durchmesser von 32 mm um die zentrale Bohrung herum ausgestattet, so dass der Stempel des Kühlkörpers nicht auf dem Edelstahlkörper des Probenträgers aufliegen kann.

Der Probenträger wird nach dem Einschleusen vom Transferarm durch die Transferkammer transportiert und in der Probenträgeraufnahme der Verdampfungskammer abgelegt. Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Probenträgeraufnahme muss darüberhinaus eine Verkipfung der Probe um eine Achse in beide Richtungen um jeweils 45° für die Schattenbedampfung ermöglichen, wobei die Genauigkeit der Winkeleinstellung bei unter 1° liegen sollte. Weiterhin soll sie eine ausreichende Kühlung der Probe ermöglichen, um die Stabilität des Resistsystems während des Verdampfungsprozesses sicherzustellen. Abbildung 3.35 zeigt die Probenträgeraufnahme im verkippten und im unverkippten Zustand. Zusätzlich enthält sie ein 3-dimensionales Modell der Probenträgeraufnahme auf Basis der Konstruktionszeichnungen, die jedoch nicht alle Komponenten enthält. So fehlen beispielsweise alle Schrauben und die zwei Faltenbälge, durch die flüssiger Stickstoff zur Kühlung der Probe zum Kühlkörper gelangen und wieder abfließen kann.

Die gesamte Probenträgeraufnahme, die auch den Verkipfungsmechanismus und den Kühlkörper mit seiner Hebevorrichtung umfasst, ist mit Hilfe von acht Auflageringen an ihren beiden Querhaltern an zwei im oberen Flansch des Rezipienten verschraubten Haltestangen aufgehängt. Die

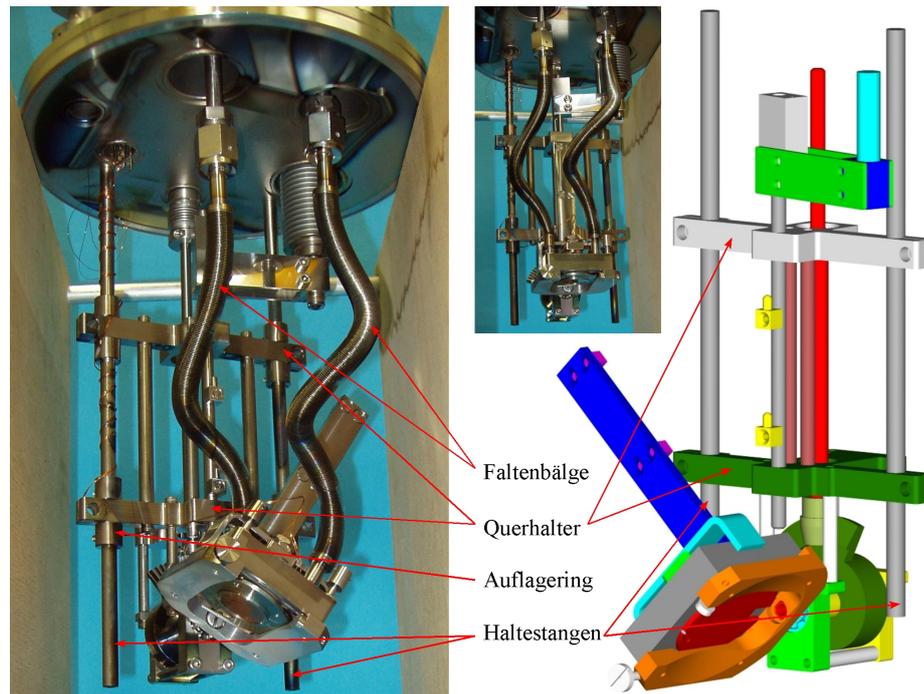


Abbildung 3.35: Übersicht über die Probenträgeraufnahme im verkippten und im unverkippten Zustand sowie als 3-dimensionales Modell auf Basis der Konstruktionszeichnungen.

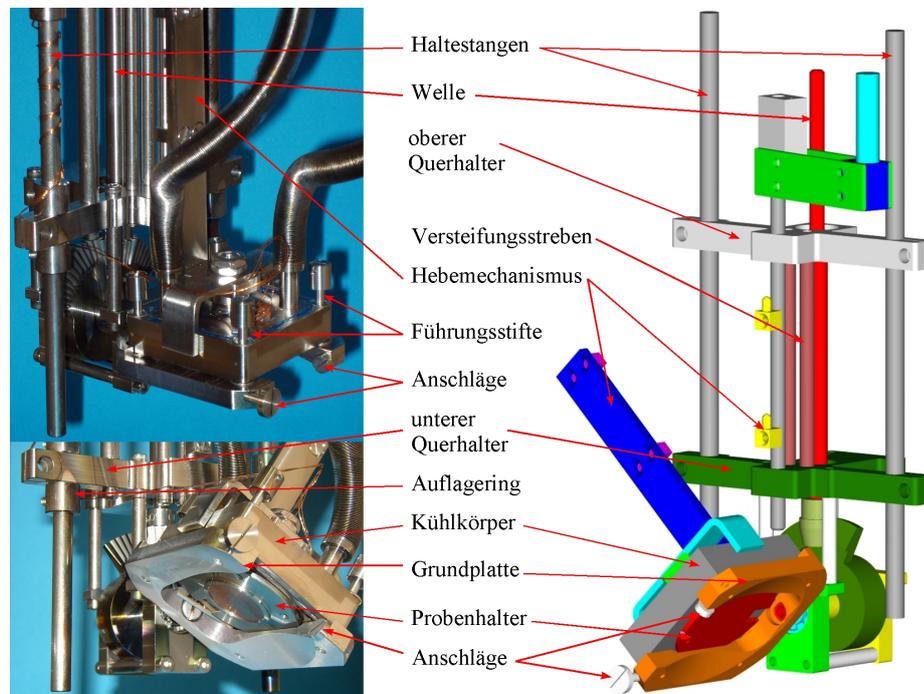


Abbildung 3.36: Detailansicht der eigentlichen Probenträgeraufnahme mit dem Kühlkörper.

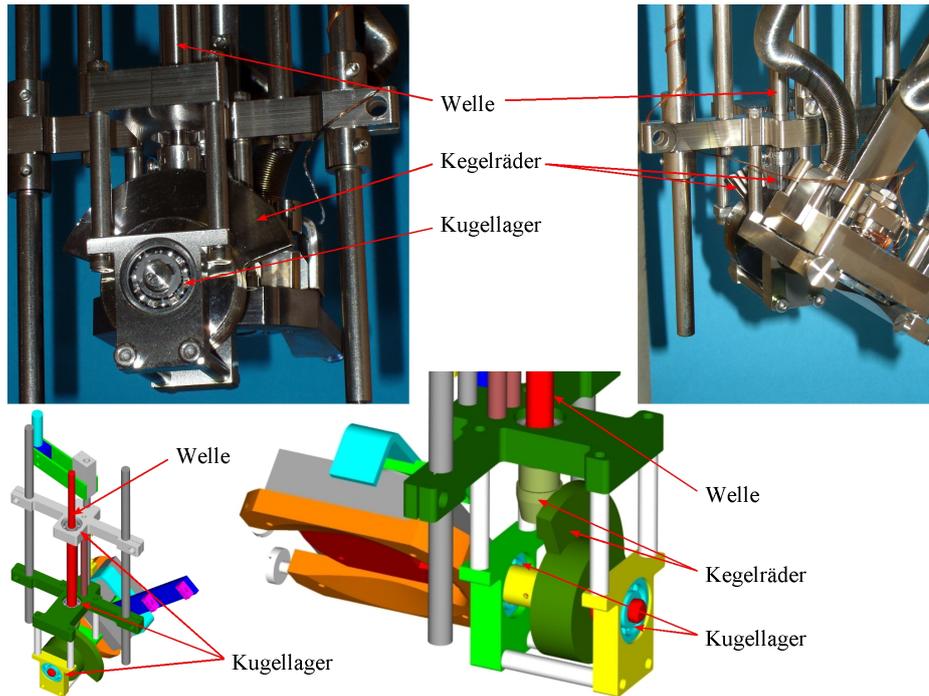


Abbildung 3.37: Detailsicht des Verkippsmechanismus der Probenträgeraufnahme.

Auflageringe sind durch Madenschrauben an den beiden Haltestangen fixiert. Um eine Verdrehung der beiden Querhalter gegeneinander zu reduzieren, sind die beiden Querhalter durch Versteifungsstreben miteinander verbunden, die im Vergleich zur ursprünglichen Konstruktion weiter nach außen verlegt worden sind.

Abbildung 3.36 zeigt vergrößert den zentralen Bereich der Probenträgeraufnahme mit der Grundplatte, auf der die Probenträger vom Transferarm abgelegt werden können, und dem Kühlkörper, der von hinten auf den abgelegten Probenträger abgesenkt werden kann. Die Grundplatte verfügt über zwei justierbare Anschläge in der Längs- und der Schwenkrichtung in der horizontalen Ebene, die das Ablegen des Probenträgers erleichtern. Um die Positionierung weiter zu verbessern, ist der Bereich um die Endlage des Probenträgers auf der Grundplatte angeschrägt, so dass dieser in seine Endposition gleiten kann.

Der Kühlkörper selbst ist innen hohl. Durch zwei angeschweißte Faltenbälge, die die Fotos in Abbildung 3.35 zeigen, kann er im Durchfluss mit flüssigem Stickstoff (LN_2) auf etwa 80 K gekühlt werden. Zur Messung der Temperatur ist ein Platin-Widerstand vom Typ PT-100 auf den Kühlkörper geklebt, der über eine selbstgebaute Kontrolleinheit für den Verdampfer ausgelesen werden kann. Zur Beschleunigung des Auftauprozesses verfügt der Kühlkörper außerdem über einen elektrischen Heizer mit einem Widerstand von 50Ω , der aus Konstantan gefertigt ist. An seiner Unterseite besitzt der Kühlkörper einen 1.5 mm hohen und 24 mm durchmessenden Stempel, der auf die 1 Zoll durchmessende Kupferplatte der Probenträger abgesenkt werden kann. Hierzu verfügt die Probenträgeraufnahme über einen zweiteiligen Hebemechanismus, der im nicht-verkippten Zustand eine Auf- und Abwärtsbewegung des Kühlkörpers ermöglicht. Der Kühlkörper gleitet hierbei an vier in der Grundplatte verschraubten Führungsstiften entlang. Der zweiteilige Hebemechanismus besteht kühlkörperseitig neben einigen Bauteilen zur Stabilisierung und zur Befestigung aus einer Hebeplatte, an der übereinander zwei Ösen befestigt sind. In diese beiden Ösen können im nicht-verkippten Zustand zwei Hebeblöcke mit passenden Stiften greifen, die an einer Hebestange befestigt sind, und so durch eine lineare Schiebedurchführung

vertikal bewegt werden. Die Hebestange wird von den beiden Querhaltern geführt. Durch diese Konstruktion wird gleichzeitig auch eine Verkippung der Probenträgeraufnahme bei nicht abgesenktem Kühlkörper verhindert, da der Kühlkörper neben der Kühlung auch der Fixierung des Probenträgers dient. Aufgrund der Anschrägung der Grundplatte im Bereich der Endposition des Trägers besteht andernfalls bei stärkerer Verkippung die Gefahr, dass der Träger seitlich von der Grundplatte herunter rutschen könnte.

Zur Durchführung der Schattenbedampfung kann die Grundplatte zusammen mit dem Probenträger und dem abgesenkten Kühlkörper verkippt werden. Zu diesem Zweck ist die Grundplatte mit einer Welle verschraubt, auf der ein größeres kegelradförmiges Zahnrad befestigt ist. Welle und Kegelrad sind in einem Käfig aufgehängt, der über vier Stangen am unteren Querhalter befestigt ist. Die Welle wird in diesem Käfig durch zwei Rillenkugellager geführt. In das größere Kegelrad, das bezogen auf seinen gesamten Umfang über 75 Zähne verfügt, greift senkrecht von oben ein kleineres Kegelrad mit 15 Zähnen ein, das an einer Welle befestigt ist, die von zwei Rillenkugellagern in den Querträgern geführt wird, und die über eine Wellenkupplung mit einer Rotationsdurchführung im oberen Flansch des Rezipienten verbunden ist. Durch die Verwendung dieser zwei Kegelräder konnte so gleichzeitig die Umlenkung der Welle um 90° und eine Übersetzung im Verhältnis 5:1 realisiert werden. Der Fehler in Bezug auf die Winkelausrichtung der Probe in dieser Achse, der so erreicht werden kann, liegt bei unter $\pm 0.5^\circ$. Abbildung 3.37 zeigt diesen Bereich der Aufhängung vergrößert. Der tatsächliche Fehler des Aufdampfwinkels liegt jedoch wahrscheinlich über diesem Wert. Der Innendurchmesser am Boden der Tiegel liegt bei etwa $2r_Q \approx 20$ mm, der Abstand zwischen Tiegel und Substrat bei etwa $L \approx 280$ mm. Unter der Annahme, dass Material aus dem gesamten Tiegelbereich gleichmäßig und isotrop verdampft wird, würde sich so unter Berücksichtigung des Radius der Wafer von $r_W = 12.7$ mm bei senkrechter Bedampfung eine geometriebedingte Abweichung des Aufdampfwinkels von $\pm \arctan((r_Q + r_W)/L) \approx 4.6^\circ$ ergeben. Diese Abschätzung stellt jedoch mit hoher Wahrscheinlichkeit nur eine pessimistische, obere Schranke dar, da bei der Verwendung von Elektronenstrahlverdampfern die Wärme räumlich sehr beschränkt zugeführt wird, so dass damit zu rechnen ist, dass primär aus dem unmittelbaren Auftreffbereich der Elektronen das Material verdampft wird. Der Einsatz eines zusätzlichen, aus langen, dünnen Rohren bestehenden Kollimators³⁰ zur Beschränkung des Winkelbereichs hat sich im Rahmen dieser Arbeit als nicht notwendig herausgestellt. Auch Streuprozesse des verdampften Materials an Gasteilchen stellen kein Problem dar. Selbst für die kurzzeitig zu Beginn des Verdampfens auftretenden Drücke bis zu Werten von $1 \cdot 10^{-5}$ mbar liegt die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle mit Werten von 10 m und darüber immer noch weit über den Abmessungen des Rezipienten [Leyb87, Leyb98]. Da mit fallendem Druck die mittlere freie Weglänge wächst, ist hier aufgrund des herrschenden Drucks ein gerichtetes Aufdampfen³¹ immer gewährleistet.

³⁰E. Olsen et al. haben zur Beschränkung des Aufdampfwinkels einen solchen Kollimator zum Einsatz gebracht [Ols94].

³¹Durch den Einsatz eines Prozesses mit vier Resistlagen auf Basis der auch im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Resiste aus PMMA und PMMA/MAA, die jedoch zum Teil mit C₆₀ versetzt wurden, konnten U. Hübner et al. durch Kathodenzerstäubung und Lift-off metallische Drähte mit Breiten herunter bis zu 60 nm präparieren [Hüb01]. Aufgrund des hohen Prozessdrucks ist bei der Kathodenzerstäubung, die in Abschnitt 3.7.2 näher betrachtet wird, die mittlere freie Weglänge üblicherweise kleiner als der Abstand von Materialdepot und Substrat, so dass das verdampfende Material an den Gasmolekülen des Prozessgases gestreut wird. Die 4-lagige Resistsschicht erfüllt hierbei auch die Funktion eines Kollimators. Schattenbedampfung kann wahrscheinlich nicht mit diesem Resistssystem durchgeführt werden.

3.5.2 Thermische Belastung

Als sehr großes Problem hat sich im Rahmen der vorliegenden Arbeit die thermische Belastung der Probe während des Bedampfens herausgestellt. Aufgrund der sehr hohen Temperaturen, die zum Verdampfen von Aluminium notwendig sind, ist die Situation hier besonders kritisch. Die für den Prozess tolerierbare Temperatur ist hier durch die kleinste *Glastemperatur* T_G der Resiste bestimmt. Im Gegensatz zu den meisten niedermolekularen Stoffen, die auskristallisieren, erstarren Polymere, und damit auch die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Resiste, in einem glasartigen Zustand und ähneln daher eher „erstarrten“ Flüssigkeiten. Sie erreichen im Allgemeinen nicht oder zumindest nicht vollständig den thermodynamisch stabilsten Zustand eines kristallinen Festkörpers. Dies liegt an der Länge der Molekülketten und an der Unordnung entlang der Ketten, die etwa durch die unregelmäßige Abfolge von Seitengruppen in den Ketten verursacht werden kann. Das Erstarren bzw. das Lösen dieser Erstarrung bei der Glastemperatur T_G ist keine thermodynamische Phasenumwandlung, so dass mit diesem Übergang keine latente Wärme verbunden ist, und T_G auch nicht thermodynamisch definiert werden kann. Die Glastemperatur hängt hierbei von einer Vielzahl von Parametern ab, die sowohl die chemische Zusammensetzung, die statistische Verteilung, die Vorgeschichte und damit auch die Herstellung und Verarbeitung der Polymere betreffen. Auch die Schichtdicke eines dünnen Polymerfilms kann die Glastemperatur beeinflussen. Sie kann hierbei durchaus hysteretisches Verhalten zeigen. Augenfälligstes Merkmal ist wahrscheinlich die deutliche Änderung der Viskosität bei T_G , die das Polymer unterhalb dieser Temperatur als fest erscheinen lässt [Spr91, Mac00]. Oberhalb von T_G führen die Moleküle und die Molekülgruppen thermisch aktivierte Bewegungen aus, da viele inter- und intramolekulare Bindungen überwunden werden können. Die Moleküle können ihre Bewegungen schnell genug ausführen, so dass ein thermodynamisches Gleichgewicht vorliegt. Unterhalb von T_G werden die Moleküle eingefroren, und können daher in Bezug auf das Volumen einer Änderung der Temperatur nicht schnell genug folgen. Das Volumen eines erstarrten Polymers enthält so einen freien, nicht-relaxierten Anteil [Mac00].

Im vorliegenden Fall bedeutet dies primär, dass bei Überschreitung der jeweiligen Glastemperatur T_G die Resiste zu fließen beginnen und daher ihre durch die Belichtung und Entwicklung definierte Form verlieren. Dieser Vorgang vollzieht sich jedoch nicht schlagartig. Die Glastemperatur von PMMA liegt mit $T_G = 105^\circ\text{C}$ deutlich unter der von PMMA/MAA mit $T_G = 150^\circ\text{C}$ [Allr02], so dass es im Bereich der freitragenden Lackstrukturen zuerst zu thermisch bedingten Formänderungen³² kommen wird.

Von den drei klassischen Mechanismen zum Transport von Wärme, nämlich Konvektion, Wärmeleitung und Strahlung, sind die ersten beiden in Bezug auf den Transport von Wärme vom Verdampfer zur Probe aufgrund des im Rezipienten herrschenden Vakuums, sowie der Wasserkühlung des Elektronenstrahlverdampfers und der beschränkten Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl, aus dem der Rezipient und Teile des Elektronenstrahlverdampfers gefertigt sind, bedeutungslos, so dass zumindest von diesen klassischen Mechanismen nur die Wärmestrahlung einen wichtigen Beitrag liefern kann. Im Prinzip kann der Transport der Wärme auch durch das verdampfte Material in Form von kinetischer oder innerer Energie erfolgen. Da hier, wie bei allen thermischen Verdampfungsverfahren auch, die Verdampfungsrate durch die Temperatur des zu verdampfenden Materials bestimmt ist, wächst mit steigender Aufdampfrate auch die Energie des verdampfenden Materials. Dies sollte also in dem Fall, dass der dominierende Wärmeeintrag der des verdampfenden Materials ist, mit wachsender Aufdampfrate zu einer stärkeren thermi-

³²Das gleiche Problem betrifft prinzipiell auch Photoresiste, die beim Überschreiten der Fließtemperatur ihre Formstabilität verlieren. Bei den AZ-Resisten, die auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden, liegt die Temperatur im Bereich zwischen 110°C und 130°C [MCre03, MC0404]. Die zugehörigen Prozesse werden in Abschnitt 3.7.2 näher betrachtet und erläutert.

schen Belastung der Probe führen. Bei gleichbleibender Schichtdicke ist jedoch vielmehr eine erhöhte thermische Belastung mit wachsender Dauer der Verdampfung, also geringer werdenden Verdampfungsraten beobachtet worden. Dies spricht dafür, dass zumindest der dominierende Anteil der übertragenen Wärme durch Wärmestrahlung hervorgerufen wird. Zwar wächst auch in diesem Fall mit ansteigender Rate auch die abgestrahlte Wärmeleistung, dieser Zuwachs an Wärmeleistung wird jedoch aufgrund der hohen Schwellentemperatur, ab der die Verdampfung einsetzt, durch die niedrigere Verdampfungsdauer bei einer gleichbleibenden angestrebten Schichtdicke mehr als kompensiert. Die Problematik der strahlungsbedingten Erwärmung ist gerade auch bei Verdampfung der hochschmelzenden Metalle³³, und hier insbesondere bei der Verdampfung von Niob, bekannt [Kim02, Dub00]. Hinweise auf dieses Problem enthält auch [Hat88].

Um eine grobe Abschätzung der auf die Probe übertragene Strahlungsleistung und daraus des Temperaturverhaltens der Probe zu erhalten, wird die Verdampfungsquelle als Kugel mit dem Radius $R_Q \approx 1$ cm angenähert. Wird Aluminium aus einem keramischen Liner verdampft, ist diese Näherung gut erfüllt, da aufgrund der thermischen Entkopplung vom wassergekühlten Tiegel der ganze Liner stark erhitzt wird. Wird Aluminium direkt aus dem Tiegel verdampft, liegt aufgrund der Kühlung des Tiegels die Temperatur des Aluminiums in unmittelbarer Nähe des Tiegelbodens sicherlich deutlich unterhalb der notwendigen Verdampfungstemperatur. Da allerdings die Differenz zwischen der Schmelztemperatur des Aluminiums und seiner Verdampfungstemperatur aufgrund der das Aluminium umgebenden Oxidschicht besonders groß ist, liegt das Aluminium hauptsächlich im geschmolzenen Zustand vor. Als Folge verteilt sich aufgrund von Durchmischungsvorgängen innerhalb des geschmolzenen Aluminiums auch die Wärme, so dass in Bezug auf die Wärmestrahlung eine Näherung als Kugel durchaus auch gerechtfertigt erscheint.

Die Wärmestrahlung, die vom Wafer absorbiert wird, ist die, die die Quelle in den Raumwinkel Ω in Richtung des Wafer emittiert. Mit dem halben Öffnungswinkel des zugehörigen Kegels $\gamma = \arctan(r_W/L) \approx 2.6^\circ$ ergibt sich so der Raumwinkel

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \gamma) \quad . \quad (3.9)$$

Aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz [Ger93] erhält man so schließlich die thermisch Strahlungsleistung der Quelle

$$P_Q = \sigma T_Q^4 \cdot 4\pi r_Q^2 \frac{\Omega}{4\pi} \quad , \quad (3.10)$$

wobei T_Q die Temperatur der Quelle, $4\pi r_Q^2$ die Oberfläche der Quelle, $\Omega/4\pi$ der Anteil des Raumwinkels Ω am gesamten Raumwinkel und σ die Stefan-Boltzmann-Konstante³⁴ sind. Mit einer Temperatur der Quelle von $T_Q = 2300$ K ergibt sich so eine Strahlungsleistung von $P_Q \approx 1$ W, die der Wafer bzw. die Resistschichten durch den Verdampfer zusätzlich absorbieren muss³⁵.

Eine Abschätzung der von der Probe ausgehenden Wärmeleistung ist, mit Ausnahme der Konvektion, die wiederum aufgrund des im Rezipienten herrschenden Vakuums bedeutungslos ist, nicht ganz so einfach. Der Beitrag der Wärmestrahlung kann ähnlich zum Vorgehen oben bestimmt werden, wobei hier keine Einschränkungen in Bezug auf den Raumwinkel auftreten. Es

³³Im Englischen werden diese häufig als *Refractory Metals* bezeichnet, wobei die Definitionen, welche Metalle in diese Gruppe gehören, nicht eindeutig ist. Die wahrscheinlich technisch wichtigsten sind Molybdän (Mo), Niob (Nb), Rhenium (Re), Tantal (Ta) und Wolfram (W) [Lip02].

³⁴ $\sigma = 5.670400(40) \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ [NIST, Moh00]

³⁵Liegt die Verdampfungstemperatur T_Q unter etwa 2000°C , so verringert sich die übertragene Strahlungsleistung um einen Faktor $(T_Q/2300\text{K})^4$ und die abgeschätzten Zeiten erhöhen sich entsprechend. Bei einer Verdampfungstemperatur von etwa 1600°C verringert sich so die übertragene Strahlungsleistung um einen Faktor von etwa 0.44, bei etwa 1800°C von etwa 0.66, bei etwa 1300°C von etwa 0.23 und bei etwa 1100°C von etwa 0.14.

gilt so

$$P_W = \sigma T_W^4 (2 \cdot \pi r_W^2 + 2\pi r_W d_W) \quad , \quad (3.11)$$

wobei T_W die Temperatur des Wafers und d_W die Dicke des Wafers ist. Mit einer typischen Dicke eines Wafer von $d_W \approx 525 \mu\text{m}$ und einem Radius $r_W \approx 12.7 \text{ mm}$ ergeben sich so Leistungen P_W von 2.5 mW bei 80 K, also etwa bei der Temperatur von flüssigem Stickstoff, 0.48 W bei 300 K und 1.2 W bei 380 K, also etwa bei der Glasterperatur von PMMA. Eine Interpretation dieser Zahlen ist jedoch bei weitem nicht eindeutig, da neben der Strahlungsleistung des Verdampfers auch der Rezipient und die Probenträgeraufnahme Wärmestrahlung auf die Probe emittieren. In diesem Zusammenhang sorgt die Kühlabdeckung des Verdampfers für eine spürbare Entlastung der Probe. Wenn sie auch nicht die direkte Wärmestrahlung der heißen Quelle abschirmen kann, schirmt sie jedoch weite Teile des Rezipienten ab, so dass die Temperatur dieser Bereiche nicht in dem Maße steigen kann. Darüberhinaus kann so auch keine indirekte Strahlung der Quelle auf die Probe reflektiert werden. Anhand der Leistungswerte lässt sich jedoch sagen, dass der Einfluss der Wärmestrahlung der Probe unterhalb der Glasterperatur von PMMA eher vernachlässigt werden kann.

Der Beitrag des Wärmetransports ist sehr schwierig abzuschätzen, da die Wärme, die in der oberen Resistschicht deponiert wurde, nur über die untere Resistschicht, weiter über den Wafer und anschließend über die Kupferplatte sowie den aus Edelstahl gefertigten Probenträger abfließen kann. Dieser Beitrag zum Wärmetransport, so wichtig er auch für den empfindlichen Wärmehaushalt sein mag, scheint tendenziell jedoch eher gering zu sein, was sich in der Auftauzeit von einigen Stunden niederschlägt, die die Probe trotz Nutzung des Heizers und vorsichtigem Ausblasen des Kühlkörpers mit trockener und sauberer Pressluft nach einer Einkühlung auf etwa 80 K zum Wiedererreichen von Raumtemperatur benötigt.

Das einfachste Modell, mit dem die maximalen Verdampfzeiten abgeschätzt werden können, ergibt sich folglich aus der Annahme, dass auf der Zeitskala eines typischen Verdampfungs Vorgangs, die typischerweise zwischen 10 s und 15 s liegt, keine Wärme von den Resistschichten bzw. der Probe abtransportiert werden kann. Geht man weiterhin davon aus, dass die gesamte Strahlungsleistung, die vom Verdampfer ausgeht, in den Resistschichten oder der Probe absorbiert wird, also keine Anteile der Strahlung reflektiert werden, ergibt sich so eine während des Verdampfungsprozesses kontinuierlich steigende Temperatur. Geht man schließlich noch davon aus, dass innerhalb des betrachteten Objekts, also innerhalb der Resistschichten oder der ganzen Probe, die Wärme sich so verteilen kann, dass keine Temperaturunterschiede entstehen³⁶, ergibt sich ein linearer Temperaturzuwachs, der durch die eingestrahelte Leistung und die Wärmekapazität³⁷ der Resistschichten bzw. der ganzen Probe gegeben ist. Aus der maximal tolerierbaren Temperaturerhöhung ergibt sich so schließlich die maximale Verdampfungszeit. Wird die Probe nicht gekühlt liegt die maximale Temperaturerhöhung bei etwa 80 K, so dass sich für die isolierten Resistschichten eine maximale Aufdampfzeit von 54 ms ergibt. Kann die Wärme sich auch im Wafer verteilen, ergibt sich mit einem Wert von 35 s eine maximale Aufdampfzeit, die jedoch deutlich über der typischen Verdampfungsdauer von Aluminium liegt, so dass keine thermischen Effekte zu erwarten wären. Wird die Probe vor dem Bedampfen auf 80 K abgekühlt, wächst der tolerierbare Temperaturanstieg auf etwa 300 K, was im Fall der thermisch isolierten Resistschichten zu einer maximalen Aufdampfzeit von etwa 200 ms führt. Der Wert, der sich unter Einbeziehung des Wafers im gekühlten Fall ergibt, liegt bei über 130 s.

³⁶Diese Annahme widerspricht zum Teil der Argumentation, die zur Annahme eines vernachlässigbaren Wärmetransports von der Probe weg geführt hat.

³⁷Werden für beide Resistschichten die Daten von PMMA zugrunde gelegt, nämlich die spezifische Wärme von $c_{\text{PMMA}} \approx 1500 \text{ J/K kg}$ [Goo] und die Dichte von $\rho_{\text{PMMA}} \approx 1.19 \text{ g/cm}^3$ [Mer00], ergibt sich aus der Gesamtdicke von 750 nm und dem Waferdurchmesser von 25.4 mm eine Wärmekapazität der Resistschichten von $C_R \approx 6.8 \cdot 10^{-4} \text{ J/K}$. Analog ergibt sich für den Wafer mit einer Dicke von $525 \mu\text{m}$ mit der spezifischen Wärme $c_{\text{Si}} \approx 703 \text{ J/K kg}$ [Goo] und der Dichte von $\rho_{\text{Si}} \approx 2.34 \text{ g/cm}^3$ [Mer00] eine Wärmekapazität des Wafers von $C_W \approx 0.44 \text{ J/K} \approx C_R + C_W$.

Die Abweichungen dieser doch sehr einfachen Abschätzungen von den experimentellen Ergebnissen sind zum Teil sehr deutlich. Trotzdem gibt dieses sehr simple Modell einen guten Einblick in den Verdampfungsvorgang. Im Rahmen dieser Arbeit konnten ohne eine Kühlung der Probe mit flüssigem Stickstoff keine Aluminium-Filme mit verwertbaren Schichtdicken auf einem mit dem in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Resistsystem beschichteten und mittels Elektronenstrahl-lithographie strukturierten Wafer deponiert werden, ohne dabei die Resiststruktur massiv zu schädigen.

Abhilfe schafft jedoch das gekühlte Aufdampfen. Zu diesem Zweck wird mit abgesenktem Kühlkörper die Probe im Durchfluss mit flüssigem Stickstoff gekühlt. Um einerseits sicherzustellen, dass trotz der vielleicht nicht optimalen Wärmeleitung zwischen Kühlkörper und Probe die Temperatur der Probe möglichst niedrig ist, wird sie, nachdem der Kühlkörper eine Temperatur von 80 K erreicht hat, noch mindestens 15 Minuten lang gekühlt. Andererseits wird die Zeit, die der Verdampfer eine hohe Strahlungsleistung emittiert und so zur Erhitzung der Probe beiträgt, möglichst kurz gehalten. Zu diesem Zweck wird der Verdampfer erst nach Ablauf der 15-minütigen Wartezeit eingeschaltet. Hierdurch erhöht sich die Gesamtzeit, die der Verdampfer betrieben werden kann, ohne die Probe thermisch zu überlasten. Hierzu trägt ferner bei, dass das Aluminium direkt aus dem Tiegel verdampft wird, und nicht aus einem keramischen BN-Liner, der langsamer erhitzt werden muss. Zum eigentlichen Verdampfen der typischen Aluminium-Schichtdicke von 15 nm werden in der Regel zwischen 10 s und 15 s benötigt, was durchschnittlichen Aufdampfzeiten im Bereich zwischen 1.0 nm/s und 1.5 nm/s entspricht. Auf eine Regelung der Aufdampfrate durch das Depositions-Kontrollgerät wurde aufgrund des Zusammenspiels der Kürze des Aufdampfprozesses, der thermischen Trägheit des Verdampfers und der Messfrequenz des Depositions-Kontrollgerätes verzichtet. Aus diesem Grund ist eine exakte Vorhersage, welche mittlere Aufdampfrate bei einem vorgegebenem Strom realisiert wird, nicht möglich. Diese scheint insbesondere auch von der Füllmenge des Tiegels abzuhängen. Die momentanen Aufdampfzeiten können so durchaus um einen Faktor 2 oder mehr von den Durchschnittswerten abweichen. Bei den so realisierten Aufdampfzeiten waren keine Schädigungen am Lacksystem erkennbar.

3.5.3 Auswirkungen thermischer Überlastung

Wird diese Aufdampfdauer deutlich überschritten, und wird der Resist länger der thermischen Strahlung ausgesetzt, so setzt bei Erreichen der Glasstemperatur ein schon weiter oben angedeutetes Fließen der Resistschichten ein, durch das die per Elektronenstrahlolithographie definierte Form und Struktur des Resists verändert wird. Häufig kommt es hierbei aufgrund der stark unterschiedlichen Glasstemperaturen der beiden Resiste im Bereich der freitragenden Strukturen zu einer Veränderung des Abstandes zwischen Substratoberfläche und Maske oder sogar zum vollständigen Kollaps der oberen Resistschicht, ohne dass zunächst die untere Resistschicht schon in Mitleidenschaft gezogen wird. Ähnliches gilt auch für das überhängende Lackprofil in den Randbereichen einer Struktur. Auch hier sorgt das einsetzende Fließen der oberen Resiststruktur für ein Zusammenziehen und Absacken der Resistränder, was sich in einer Verbreiterung der Linien mit einer ungleichmäßigen Verteilung des deponierten Materials bemerkbar machen kann. Aber auch hier kann es zu einem vollständigen Kollaps der Resiststruktur kommen. Abgesehen von der Tatsache, dass durch diese Effekte die Geometrie der Maske empfindlich gestört wird, und die Maske zur Schattenbedampfung nicht mehr eingesetzt werden kann, kann ein solcher Kollaps auch dazu führen, dass die Flanken des Resists bedampft werden, oder dass der aufgedampfte Metallfilm das Substrat und die abgesackte Resistschicht miteinander verbindet. In diesen Fällen scheidet sehr häufig das anschließende Entfernen der Resistschichten und des überschüssigen Materials. In diesem Fall kann dann der Resist nicht mehr vom Substrat gelöst werden, oder aber beim Ablösen werden die Metallstrukturen mit abgelöst. Gelingt es doch, wei-

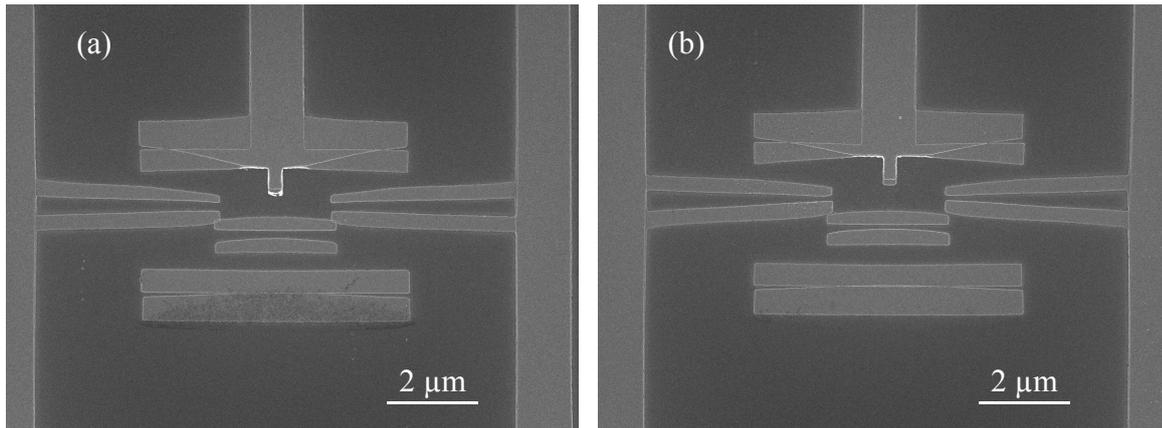


Abbildung 3.38: Zwei SET, bei denen es aufgrund einer thermischen Überbelastung zu einem leichten Fließen der oberen Resistschicht gekommen ist.

sen die Metallstrukturen an ihren Rändern oftmals nach oben gebogene Kanten auf, die während des Abreißens des Metallfilms entstehen.

Abbildung 3.38 zeigt SEM-Bilder zweier Bauelemente, die zusammen auf einem Wafer präpariert wurden. Die Aufdampfzeit lag hier deutlich über 20 s. In beiden Bauelementen beschreiben die Zuleitungen zu den Inseln eine leichte Kurve, wobei jeweils die beiden Strukturen, die während der Schattenbedampfung unter den Winkeln von $+20^\circ$ und -20° entstanden sind, mit abnehmender Distanz zur Insel aufeinander zulaufen. Hiervon sind auch die Inseln der beiden Bauelemente betroffen. Da die eigentliche Struktur in der oberen Resistschicht bei dieser Wahl der Aufdampfwinkel zwischen den beiden Strukturen gelegen hat, ist diese Abnahme des seitlichen Versatzes eindeutig auf die Abnahme des Abstands der Maske von der Oberfläche des Substrats zurückzuführen. Im Fall des in Abbildung 3.38(a) gezeigten Bauelements hätte diese Störung des Resistsystems wahrscheinlich die generelle Funktionsfähigkeit des SET noch nicht gestört, da beide Zuleitungen mit der Insel einen deutlichen Überlapp zeigen, und das Bauelement daher über zwei Tunnelkontakte verfügt hätte. Das Bauelement in Abbildung 3.38(b) hingegen ist nicht funktionsfähig, da hier die Zuleitungen keinen Überlapp mit der Insel haben. Außerdem zeigen beide Bauelemente im vorderen Bereich der Gate-Elektrode einen vollständigen Kollaps der oberen Resistschicht. Beide bei der Schattenbedampfung entstandenen Strukturen fallen hier zusammen, woraus nach (3.1) bei von Null verschiedenen Aufdampfwinkeln eine Höhe $D_1 = 0$ folgt. Auch die hellen Ränder der Strukturen in diesem Bereich deuten darauf hin. Sie sind im Allgemeinen bei dieser Art der Strukturen ein deutliches Anzeichen für eine nach oben gebogene Kante der metallischen Bereiche, wie sie als Folge einer durchgehenden Bedampfung von Resist und Substrat im Rahmen der Entfernung des Resists und des überschüssigen Materials vom Wafer entstehen können.

Ein viel dramatischeres Schadensbild zeigen die Fotos der in in Abbildung 3.39 dargestellten Probe, die nach dem Aufdampfen von Aluminium gemacht wurden. Vor diesem Prozessschritt ist die Probe mit aus Gold bestehenden Zuleitungs- und Peilstrukturen versehen worden, die photolithographisch hergestellt wurden. Anschließend ist sie mit dem in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Resistsystem belackt und mittels Elektronenstrahlithographie mit einer aus $30\ \mu\text{m}$ breiten Brücken bestehenden Teststruktur belichtet worden. Während des Bedampfens mit Aluminium haben sich exakt im Bereich der photolithographisch hergestellten Zuleitungen und Peilmarken große Blasen im Resistsystem gebildet. Einzig der Bereich der Zuleitungen und Peilmarken in unmittelbarer Nähe zu den freigelegten Teststrukturen zeigt diese Blasenbildung nicht. Das räumlich sehr begrenzte Zusammentreffen der aus Gold bestehenden Grobstrukturen und der

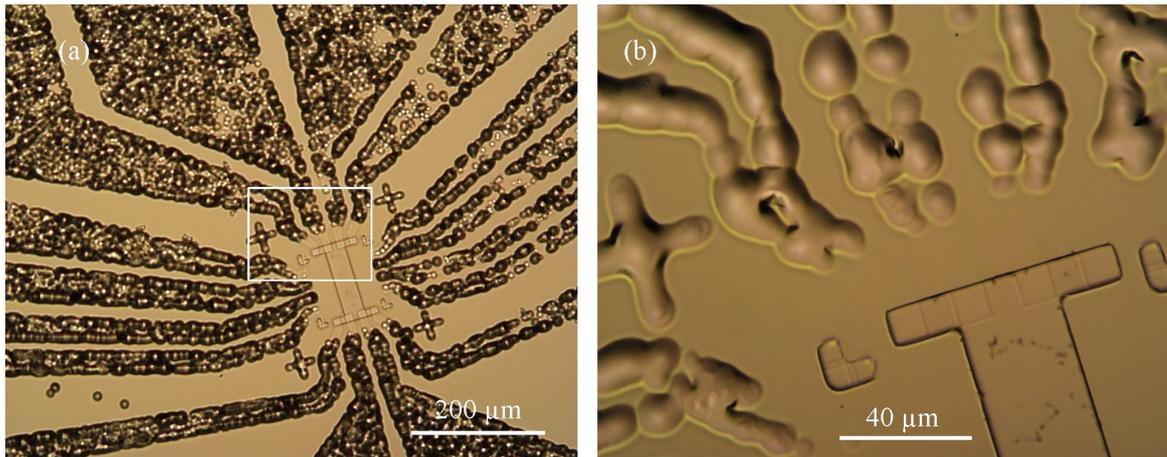


Abbildung 3.39: Thermische Überlastung im Bereich der Zuleitungsstrukturen. In Teilabbildung (a) zeigt das weiße Rechteck den Bildausschnitt von Teilabbildung (b).

Blasenbildung steht mit dem oben geschilderten Ansatz einer von der Wärmestrahlung des Verdampfers dominierten Wärmebelastung gut im Einklang. Aufgrund eines erhöhten Reflektionsvermögens von Gold kann die von der Quelle emittierte Strahlung die Resistschichten zweimal passieren, was in diesen Bereichen der Probe zu einer deutlichen Anhebung der deponierten Wärme in den Resistschichten führen kann. Die vom Wafer absorbierte Wärme führt ja, wie auch die Abschätzungen der Aufdampfdauern zeigen, zu keinem für den Prozess gefährlichen Anstieg der Temperatur des Wafers. So legt diese Beobachtung die zusätzliche Berücksichtigung der endlichen Transparenz der Resistschichten zur Abschätzung der maximalen Aufdampfdauer nahe. In diesem Fall trägt nicht mehr die vollständige Wärmestrahlung der Quelle bei, sondern nur noch der absorbierte Anteil. Liegt dieser im Bereich einiger weniger Prozent erhöhen sich aufgrund der geringeren absorbierten Leistung die oben abgeschätzten maximalen Aufdampfzeiten um etwa ein bis zwei Größenordnungen. Berücksichtigt man zusätzlich noch die vielleicht kleine, aber sicherlich endliche Gesamtwärmeleitfähigkeit des Systems, erhöhen sich die so abgeschätzten maximalen Aufdampfzeiten noch einmal und liegen damit sicher im Bereich der experimentell ermittelten Zeiten.

Das in Abbildung 3.39 gezeigte Schadensbild ist die Konsequenz einer unzureichenden Kühlung der Probe. Der Probenträger, mit dem diese Probe bedampft wurde, ist noch nicht mit der zusätzlichen Ausfräsung um die zentrale Bohrung herum versehen gewesen, so dass hier wahrscheinlich ein erheblicher Anteil der Kühlleistung des Kühlkörpers nicht in die Probe, sondern in den Probenträger geflossen ist, und damit die Temperatur der Probe nicht ausreichend stark abgesenkt werden konnte. Die Blasenbildung selbst ist auf eine Gasentwicklung des hier verwendeten Resistsystems, insbesondere des Copolymers, zurückzuführen, die bei starker Erwärmung auftritt [Kim02, Dub00]. Dass die Blasenbildung nicht in unmittelbarer Nähe der entwickelten Teststrukturen aufgetreten sind, kann daran liegen, dass in diesen Bereichen das entstandene Gas durch Diffusion im Resist an die seitlichen Flanken des Copolymers und von dort aus weiter in das Vakuum des Rezipienten gelangen konnte. Gasförmige Substanzen können sich auch während der Belichtung als Folge der Zertrümmerung der Polymerketten bilden. Dies tritt jedoch nur im Bereich der mittels Elektronenstrahlolithographie strukturierten Bereiche auf, also im Inneren der Schreibfelder, wohingegen die hier beobachteten Blasen nur im nicht per Elektronenstrahlolithographie belichteten Bereich auftreten.

In der Photolithographie ist ein sehr ähnliches Schadensbild bekannt, das jedoch mit dem vorliegenden nur das prinzipielle Auftreten einer Gasentwicklung, die zum Blasenwurf des Resists

und zu Rissen im Resist führen kann, gemeinsam hat. So wird bei der Belichtung von Photoresisten, die auf DNQ³⁸ als Löslichkeitsinhibitor bei der späteren Entwicklung basieren, wie dies beispielsweise auf die AZ-Resiste zutrifft [MCBe03, MC0404, MCPH], die auch bei der photolithographischen Strukturierung im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden, Stickstoff (N₂) freigesetzt, der durch den Resist an die Oberfläche diffundieren muss. Gelingt dies nicht, kann es zur Bildung von Blasen im Resist kommen. Dieser Blasenwurf ist aber im Gegensatz zu dem hier vorliegenden, in Abbildung 3.39 gezeigten Fall auf den in diesem Prozessschritt belichteten Bereich beschränkt. Gerade Proben mit dickeren Photoresistschichten sind hiervon betroffen [MCDi03, MC0404].

3.5.4 Oxidation

Zur Oxidation der Aluminiumschicht kann in den Rezipienten über ein Nadelventil ein Gasgemisch, das aus 1% Sauerstoff (O₂) und 99% Argon (Ar) besteht, eingelassen werden, wie in Abbildung 3.32 schematisch gezeigt ist. Der Grund für die Wahl dieses Prozessgases liegt zum einen in den Eigenschaften des Aluminiums und zum anderen in den technischen Randbedingungen der zur Verfügung stehenden Pumpsysteme.

Aluminium kann schon bei Raumtemperatur sehr einfach durch Einlassen von Sauerstoff oxidiert werden. Hierbei kann durch Wahl des Sauerstoffpartialdrucks p_{O_2} und durch Variation der Oxidationszeit t_{O_2} die Oxidschichtdicke in einem weiten Bereich variiert werden. Für Bauelemente, die auf Einzelladungseffekten beruhen und Tunnelwiderstände $R_T \gtrsim R_K$ aufweisen sollen, hat sich eine Oxidation mit einem Sauerstoffpartialdruck von etwa $p_{O_2} \approx 5 \cdot 10^{-2}$ mbar und einer Oxidationszeit t_{O_2} zwischen 3 und 10 min sehr bewährt [Syp98, Wal02a, Lim02, Del90a], weshalb auch im Rahmen dieser Arbeit Sauerstoffpartialdrücke zwischen $1 \cdot 10^{-2}$ mbar und $1 \cdot 10^{-1}$ mbar angestrebt wurden. Die Oxidationsdauer sollte bei etwa 5 min liegen, wobei die Gesamtprozessdauer, die zusätzlich noch die Abpumpphase der Oxidationsatmosphäre nach der Oxidation umfasst, möglichst unwesentlich länger als die Oxidationsdauer sein sollte.

Der Oxidationsprozess verläuft im Fall des hier angestrebten Druckbereichs grob in zwei Stufen. In der ersten, sehr schnell verlaufenden Phase wächst die Oxidschicht rasch an, bevor sie anschließend in ein deutlich langsames lineares Wachstum übergeht, das einer Sättigung stark ähneln kann. Messungen von M. Martin [Mar93a] haben gezeigt, dass die erste Phase innerhalb von weniger als einer Minute abgeschlossen ist. Aus diesem Grund ist ein möglichst schnelles Einlassen der Oxidationsatmosphäre erstrebenswert.

Der angestrebte Sauerstoffpartialdruck stellt jedoch ein nicht unbeträchtliches Problem dar, wenn die Oxidation im Durchfluss stattfinden soll. Dies ermöglicht es, den durch die Oxidationsreaktion verbrauchten Sauerstoff zu ersetzen, und so einen möglichst konstanten Sauerstoffpartialdruck über die Gesamtdauer der Oxidation zu gewährleisten. Allerdings erfordert das Pumpen eines Gases mit einem Druck von bis zu $1 \cdot 10^{-1}$ mbar mit einer Turbopumpe einen nicht unerheblichen technischen und finanziellen Aufwand, da ohne gesonderte technische Vorkehrungen in diesem Druckbereich der maximal zulässige Gasdurchsatz der Turbopumpe überschritten wird [Pfe01, Leyb87, Leyb98]. Aus diesem Grund ist die Oxidation nicht mit reinem Sauerstoff (O₂), sondern mit einem Gasgemisch durchgeführt worden, das neben dem Edelgas Argon (Ar) nur 1% Sauerstoff enthält. Hierdurch ist es möglich geworden, den Gesamtdruck im Rezipienten um einen Faktor 100 anzuheben, und so statt mit einer Turbopumpe das Prozessgas mit einer Vorpumpe aus dem Rezipienten abzuziehen. Da die an die Anlage angeschlossene Scrolls-Pumpe einen

³⁸DiazoNaphthoQuinon

Enddruck von deutlich weniger als 0.1 mbar erreicht, ist sie an Stelle der ebenfalls angeschlossenen Membranpumpe, die nach Herstellerangaben einen Enddruck von nur 5 mbar erreichen kann, während des Oxidationsprozesses zum Einsatz gekommen. Dies reduziert die Gefahr einer Rückströmung durch die Pumpe erheblich, was die Qualität der Zusammensetzung der Oxidationsatmosphäre verbessern sollte.

Der wichtigste Nachteil, der sich aus der Verwendung dieses Gasgemischs jedoch ergibt, ist die Schwierigkeit, mit Hilfe der zur Verfügung stehenden Druckmessgeräte den Gesamtdruck zu messen. Für den betreffenden Druckbereich verfügt der Rezipient nur über eine Pirani-Messröhre, die auf Basis der Wärmeleitfähigkeit die Druckbestimmung durchführt. Aufgrund dieses Messprinzips sind Messröhren dieser Bauart gassortenabhängig, was im Bereich niedrigerer Drücke durch Einführung eines Kalibrierfaktors berücksichtigt werden kann, der das Verhältnis aus tatsächlichem und gemessenem Druck darstellt. Für Argon, das 99% des Gases ausmacht, liegt der Kalibrierfaktor bei 1.7, für Sauerstoff bei 1.0. Erschwerend kommt jedoch hinzu, dass im vorliegenden Druckbereich die Kennlinie zwischen tatsächlichem und gemessenem Druck einer Ar-Atmosphäre deutlich nicht-linear wird, was die Angabe eines verlässlichen O₂-Partialdrucks sehr stark erschwert [Pfe99]. Wenn dieses Problem auch nicht signifikant die Reproduzierbarkeit des Oxidationsdrucks beeinflusst, ist ein Vergleich der Oxidschichtdicken und daraus resultierend der Tunnelwiderstände anhand der Oxidationsbedingungen alleine mit der Literatur kaum möglich. Der tatsächliche Sauerstoffpartialdruck lag so im Bereich zwischen $5 \cdot 10^{-2}$ mbar und $1.5 \cdot 10^{-1}$ mbar je nach verwendeter Umrechnung zwischen gemessenem und realem Druck. Die Abweichungen des Oxidationsdrucks zwischen verschiedenen Proben lag hierbei jedoch bei unter 5%.

Um die Oxidation möglichst reproduzierbar zu gestalten, muss außerdem gewährleistet werden, dass die Reaktionsgeschwindigkeit nicht aufgrund der beim Verdampfen herabgesetzten Temperatur der Probe sinkt [Rie90, SDC88]. Zu diesem Zweck wurde die Probe, wenn sie noch am gleichen Tag weiterverarbeitet werden sollte, mit Hilfe des in den abgesenkten Kühlkörper integrierten Heizers und durch vorsichtiges Ausblasen des Kühlkörpers mit trockener und sauberer Pressluft über einen Zeitraum von mindestens 3 bis 4 Stunden hinweg aufgetaut. Ist eine Weiterverarbeitung erst am folgenden Tag geplant, ist die Verwendung des Heizers oder das Ausblasen des Kühlkörpers mit Pressluft nicht notwendig. In diesem Fall reicht eine Zeitspanne von etwa 12 Stunden zum Auftauen der Probe vollständig aus.

Vor Beginn der Oxidation werden die Ventile vor und hinter der Turbopumpe geschlossen, und diese heruntergefahren. Am Vakuumverteiler wird der Zugang der Membranpumpe geschlossen und der der Scrolls-Pumpe geöffnet, nachdem diese eingeschaltet wurde, so dass am Bypass die hohe Saugleistung dieser Pumpe zur Verfügung steht. Anschließend wird durch Öffnen des Absperrventils in der Zuleitung des Prozessgases die Oxidation eingeleitet. Hierbei strömt das Gas über ein vorher eingestelltes und fixiertes Nadelventil in den Rezipienten ein. Nach etwa einer Minute liegt der Druck des Prozessgases bei über 80% des Enddrucks im Rezipienten. Überschreitet der Prozessdruck schließlich 90% des Enddrucks wird das Ventil am Bypass des Rezipienten leicht geöffnet. Nach Ablauf der Oxidationszeit, also typischerweise nach 5 Minuten, wird das Absperrventil der Gaszuführung geschlossen und das Ventil am Bypass vollständig geöffnet, so dass nach etwa 8 bis 10 Minuten nach dem Beginn der Oxidation der gemessene Druck im Rezipienten wieder unter $1 \cdot 10^{-1}$ mbar gefallen ist. Anschließend wird der Bypass wieder geschlossen und das Vakuumsystem in den Zustand vor Beginn der Oxidation zurückversetzt. Nach etwa weiteren 20 Minuten ist der Druck im Rezipienten wieder im Bereich des Basisdrucks, was als Zeichen für die Sauberkeit des Prozessgases und der verwendeten Zuleitungen und Pumpen gewertet werden kann.

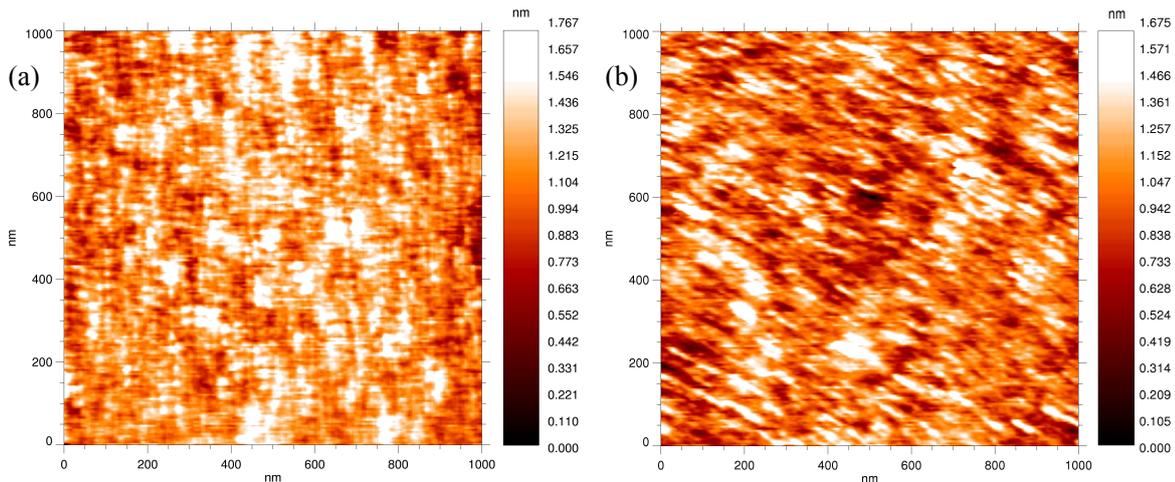


Abbildung 3.40: AFM-Messungen eines 15 nm dicken Al-Films (a) vor und (b) nach der Oxidation.

Im nächsten Schritt wird die Verkippung des Probenhalters bei Bedarf geändert und der zweite Metallfilm aufgebracht. Hierbei wird, auch wenn es sich um das thermisch wesentlich unkritischere Nickel handelt, die Probe analog zum ersten Aluminium-Film gekühlt.

3.5.5 Schichtqualität der Aluminium-Filme

Um die Qualität der Tunnelkontakte besser einschätzen zu können, sind an einem Aluminium-Film AFM-Untersuchungen mit Hilfe des an das Cluster-System angeschlossenen UHV-AFM durchgeführt worden. Der Film stimmt in Bezug auf Dicke und die verwendeten Prozessparameter bei der Beschichtung und der anschließenden Oxidation mit den Prozessparametern überein, die zur Herstellung der im Rahmen dieser Arbeit experimentell untersuchten SET verwendet wurden. Abbildung 3.40 zeigt zwei solche AFM-Messungen eines 15 nm dicken Aluminium-Films in Teilabbildung (a) vor und in Teilabbildung (b) nach der Oxidation, der auf einem thermisch oxidierten Wafer abgeschieden wurde. Während der Bedampfung wurde die Probe mit flüssigem Stickstoff gekühlt, wie dies in Abschnitt 3.5.1 beschrieben worden ist.

Die Oxidation des Aluminium-Films ändert seine Oberflächentopologie kaum. Sowohl vor, wie auch nach der Oxidation weisen die Filme in den dargestellten quadratischen Scanbereichen mit Kantenlängen von jeweils $1\ \mu\text{m}$ eine RMS-Rauigkeit³⁹ zwischen 0.2 nm und 0.3 nm auf. Die RMS-Rauigkeit scheint sich zwar durch die Oxidation tendenziell leicht zu erhöhen, doch liegt diese Erhöhung in der Größenordnung der Messunsicherheit. Auch die typischen Korngrößen werden durch die Oxidation nicht wesentlich geändert, soweit sie aus den AFM-Messungen ableitbar sind. Sie liegen in beiden Fällen im Bereich zwischen 15 nm und 50 nm.

3.5.6 SET-Struktur

Die eigentliche Auslegung der SET-Struktur, wie sie im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und realisiert worden ist, orientiert sich sowohl an den apparativen und prozesstechnischen Rahmenbedingungen, wie auch an den bereits diskutierten Bedingungen, die sich aus der Orthodoxen

³⁹Root Mean Square

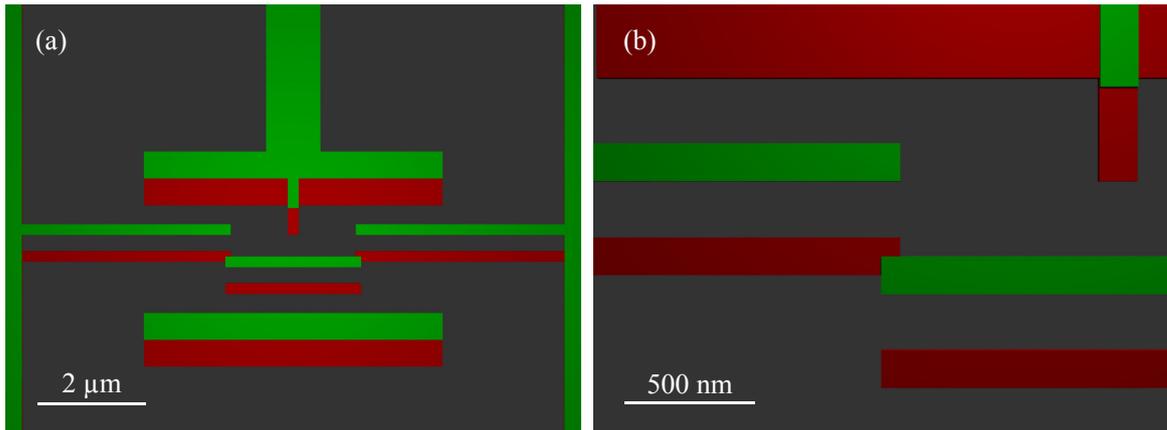


Abbildung 3.41: Schematische Darstellung einer SET-Struktur auf Basis der zur Belichtung verwendeten Strukturdaten. Teilabbildung (b) zeigt vergrößert den Bereich um den linken Tunnelkontakt aus Teilabbildung (a). Den Darstellungen liegt eine Dicke des Copolymers von $D_1 = 680$ nm und die Aufdampfwinkel $\varphi = \pm 20^\circ$ zugrunde.

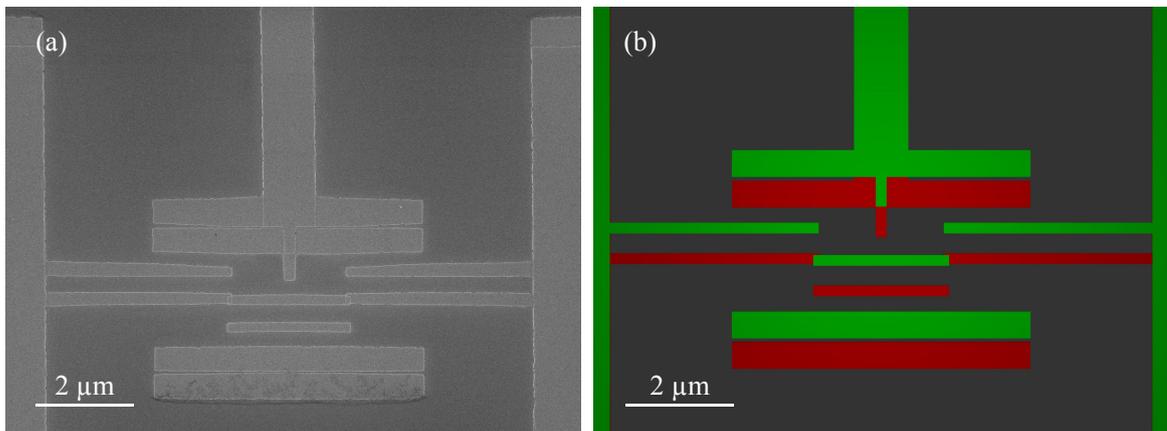


Abbildung 3.42: Gegenüberstellung einer SEM-Aufnahme einer hergestellten SET-Struktur (a) und einer schematischen Darstellung einer SET-Struktur auf Basis der Maskendaten (b). Der schematischen Darstellung in (b) liegt eine Dicke des Copolymers von $D_1 = 780$ nm und die Aufdampfwinkel $\varphi = \pm 20^\circ$ zugrunde.

Theorie ergeben, und Erfahrungen anderer Gruppen bei der Herstellung von Bauelementen, die auf Einzelladungseffekten beruhen. Nicht zuletzt ist sie einer gewissen Schwankung der Prozessparameter gegenüber stabil und erlaubt so, die Herstellung von SET-Strukturen unter nicht optimalen Bedingungen.

Aufgrund der Problematik der thermischen Überlastung der Resiste und der zu erwartenden Oxidschichtdicke ist, wie schon in Abschnitt 3.5.2 erläutert wurde, eine Dicke des Aluminiumfilms von 15 nm und die des Nickelfilms von 20 nm gewählt worden. Für die Auslegung der Maske sind nach (3.1) die Dicke der Copolymerschicht und die Wahl der beiden Aufdampfwinkel entscheidend. Wie bereits in Abschnitt 3.4.2 dargelegt wurde, stellt die nominelle Dicke des Copolymers von $D_1 = 680$ nm, die bei einer Drehzahl von 2000 min^{-1} erreicht wird, einen guten Kompromiss zwischen dem Bestreben, einen großen Abstand zwischen Maske und Substrat zu realisieren, und der Verarbeitungsfähigkeit des Resists dar. Die Wahl der Aufdampfwinkel von $\varphi = \pm 20^\circ$ stellt darüberhinaus, wie schon in Abschnitt 3.5.1 dargestellt wurde, eine gute Abwägung zwischen der Genauigkeit des angestrebten Winkels, den Eigenschaften des Resists in Bezug auf den er-

zielbaren Unterschnitt, der in Abschnitt 3.4.4 diskutiert wurde, und die Stabilität der oberen Resistschicht dar.

Gerade die Stabilität der oberen Resistschicht lässt sich nur bedingt quantitativ erfassen. Zwar kann mit Hilfe des in Abschnitt 3.5.2 entwickelten Modells der thermisch bedingte Kollaps grob beschrieben werden, jedoch ist eine Vorhersage des mechanischen Verhaltens einer konkret vorliegenden Maske im Verdampfungsschritt kaum möglich. Da sich hier die Temperatur der oberen Resistschicht der Glastemperatur T_G des PMMA stark annähert, sind Einflüsse auf die Maske, die über die in Abschnitt 3.5.2 diskutierten Effekte hinausgehen, zu erwarten. Die Erfahrung zeigt, dass gerade längere, dünne, frei tragende Resistbrücken, die sich zwischen eng zusammen liegenden Strukturen in der oberen Resistschicht bilden, besonders leicht dazu tendieren, zu kollabieren. Dies kann beispielsweise dazu führen, dass sich die Öffnungen in der Maske zusammenschließen, und so die Präparation der Probe letztendlich fehlschlägt, obwohl in weiten Teilen der Probe die Strukturierung sonst erfolgreich verlaufen ist.

Eine Erklärung für diese Beobachtung könnte im freien Anteil des Volumens⁴⁰ eines erstarrten Polymers zu suchen sein. Gerade in Bereichen der Maske, die viele Strukturen enthalten, und die mechanisch daher nicht sehr stabil sind, kann es bei Annäherung der Resisttemperatur an die Glastemperatur T_G des PMMA zu einer Relaxation des Polymer-Volumens, also insbesondere zu einer Kontraktion des Polymers kommen, die die beschriebenen Effekte nach sich zieht. Wird allerdings lokal die Glastemperatur des Resists überschritten, die z.B. geometriebedingt lokale Abweichungen zeigen kann, ist durchaus auch das Einsetzen eines lokal begrenzten Fließens denkbar, was nicht zu einer Kontraktion, und damit zum „Reißen“ der Resistschicht, sondern zu den schon in Abschnitt 3.5.3 geschilderten Auswirkungen führen kann. Da beide Effekte gerade im Bereich frei tragender Lackstrukturen auftreten, steht weder das Substrat, noch die Copolymerschicht, deren Glastemperatur ja über der des PMMA liegt, zur Verfügung, um die Formänderungen des PMMA durch Adhäsionskräfte eventuell zu reduzieren oder gar zu verhindern. Die einzige Maßnahme, die sich im Rahmen dieser Arbeit als zuverlässig herausgestellt hat, um solche Defekte zu reduzieren, ist eine nicht zu enge Positionierung von Strukturen, so dass möglichst keine dünnen Resistbrücken entstehen.

Abbildung 3.41 zeigt die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte SET-Struktur nach der Bedampfung auf Basis der zur Belichtung verwendeten Strukturdaten. Die Lage der eigentlichen Maske über dem Substrat liegt, wie schon in Abbildung 3.23(b) gezeigt, zwischen den beiden, unter symmetrischen Winkeln aufgedampften Metallstrukturen. Ihre Form entspricht sowohl den rot dargestellten Metallstrukturen, wie auch den der grün dargestellten. Das Design ist konservativ auf eine möglichst hohe Ausbeute ausgerichtet. Aus den genannten Parametern der Dicke der Copolymerschicht und der Verdampfungswinkel ergibt sich so aus (3.1) ein Versatz zwischen den beiden aufgedampften Strukturen von

$$S = 2s \approx 500 \text{ nm} \quad . \quad (3.12)$$

Um einen Tunnelkontakt der Größe von $100 \text{ nm} \times 100 \text{ nm}$ zu erzielen, können sowohl für die Insel, wie auch für die Zuleitungen 200 nm breite Strukturen verwendet werden, die einen Abstand von 400 nm senkrecht zur Vorzugsrichtung des Bauelements haben. Der Überlapp von Insel und Zuleitung in Richtung der Vorzugsrichtung beträgt 100 nm , so dass sich die in Abbildung 3.41(b) vergrößert dargestellte Tunnelkontakt-Konfiguration nach dem Bedampfen einstellen sollte. Typischerweise haben die Tunnelkontakte Abmessungen im Bereich von etwa 130 nm bis 160 nm . Dies liegt wahrscheinlich an einer leichten Überbelichtung der Struktur, die jedoch keinen fundamental störenden Einfluss auf das entstehende Bauelement haben sollte. Da die Dosisberechnungen in Abschnitt 3.4.4 auf einem quadratischen Raster mit einem Abstand von 25 nm durchgeführt

⁴⁰siehe Abschnitt 3.5.2.

worden sind, sind entsprechende Verbreiterungen der Strukturen in der oberen PMMA-Schicht nicht enthalten. Die Zuleitungen haben jeweils eine Länge von $3.85 \mu\text{m}$.

Sowohl die $1 \mu\text{m}$ breite Zuleitung zur Gate-Elektrode, wie auch der breite Querbalken der Gate-Elektrode und die Stabilisierungsstruktur unterhalb der Insel, die eine Länge von $5.5 \mu\text{m}$, eine Breite von 500 nm und einen Abstand von den Zuleitungen bzw. der Insel, bezogen auf die Maske, von jeweils 850 nm haben, dienen primär der Deposition einer hinreichend großen Dosis zur Erzielung des benötigten Unterschnitts, wie dies schon in Abschnitt 3.4.4 diskutiert wurde. Die kleine zusätzlich an der Gate-Elektrode angesetzte 200 nm breite und 550 nm lange Struktur hat, bezogen auf die Maske, einen Abstand von 900 nm zur Insel. Sie reduziert den Abstand der Gate-Elektrode zur Insel, um einen hinreichend hohen Wert für die Gate-Kapazität C_G zu ermöglichen. Ein Problem, auf das A. Sypli im Rahmen ihrer Arbeit [Syp98, Sch00a] gestoßen ist, war ein zu groß gewählter Abstand zwischen Gate-Elektrode und Insel, so dass im ursprünglichen Design keine Coulomb-Oszillationen gemessen werden konnten. Um dieses Problem von vorne herein auszuschließen, ist die zusätzliche Struktur an der Gate-Elektrode angebracht worden, auch wenn dies in Anbetracht des oben diskutierten Problems der Stabilität der oberen Resistschicht bedeutet, dass zugunsten eines geringen Abstandes der Gate-Elektrode zur Insel diese mit einer Länge von $2.5 \mu\text{m}$ sehr lang ausgelegt werden musste.

Abbildung 3.42(a) zeigt die SEM-Aufnahme einer SET-Struktur. Im Vergleich zur Abbildung 3.41 fällt auf, dass diese Struktur deutlich breitere Tunnelkontakte aufweist, und dass gerade im Randbereich der Stabilisierungsstruktur und des breiten Querbalken der Gate-Elektrode, ein Zwischenraum zwischen den beiden Strukturen zu erkennen ist. Ebenso zeigen die Insel und die beiden Zuleitungen von ihren jeweiligen Geisterstrukturen einen größeren Abstand voneinander, als Abbildung 3.41 dies zeigt. Der Grund hierfür ist wahrscheinlich in einer zu dicken Copolymerschicht begründet. Entgegen dem in (3.12) berechneten Abstand der beiden Metallstrukturen zeigt dieses Bauelement einen Versatz zwischen den Strukturen von $S \approx 570 \text{ nm}$, was bei einem symmetrischen Aufdampfwinkel von $\varphi = \pm 20^\circ$ nach (3.1) einer erhöhten Schichtdicke des Copolymers von $D_1 \approx 780 \text{ nm}$ gegenüber dem nominellen Wert von 680 nm entspricht. Abbildung 3.42(b) zeigt auf Basis der Strukturdaten die Auswirkungen einer entsprechend größeren Resistdicke. Die Übereinstimmung ist bis auf einige auf eine Überbelichtung zurückzuführende Verrundungen der Strukturen sehr gut.

Der Resist, mit dem diese Probe präpariert worden ist, ist mit einem Alter von über 6 Monaten vergleichsweise alt gewesen. Wahrscheinlich ist Lösungsmittel im Laufe der Zeit verdampft, so dass der Feststoffgehalt leicht gestiegen ist. Als Folge ist die Schichtdicke der Copolymerschicht bei gleichbleibender Drehzahl beim Aufschleudern des Resists leicht angestiegen. Um auch solche alterungsbedingten Variationen des Prozesses, aber auch um unvorhergesehene Komplikationen kompensieren zu können, sind gerade die seitlichen Abstände der Strukturen untereinander mit einem leichten Sicherheitspolster ausgestattet worden, da sonst die Gefahr von Kurzschlüssen beispielsweise über die Gate-Elektrode bestehen könnte. Ist die bei gleichen Belackungsbedingungen erhöhte Schichtdicke bekannt, kann sie durch eine leichte Verringerung der Aufdampfwinkel kompensiert werden. Im vorliegenden Fall hätte eine Reduktion auf $\varphi \approx \pm 18^\circ$ einen seitlichen Versatz von insgesamt etwa 500 nm erbracht.

Dass die Struktur auch gegen eine geringfügig kleinere Dicke der Copolymerschicht gewappnet ist, wie sie zu Beginn einer thermischen Überlastung auftreten kann, zeigt die SEM-Aufnahme in Abbildung 3.38(a). Liegt die Dicke der Copolymerschicht über etwa 550 nm , so reicht bei einer symmetrischen Wahl der Aufdampfwinkel von $\varphi = \pm 20^\circ$, der Abstand zwischen Insel und Zuleitung von 400 nm im Prinzip aus, einen Tunnelkontakt bilden zu können. Liegt die Dicke der Copolymerschicht unterhalb dieser Grenze, tritt der in Abbildung 3.38(b) gezeigte Fall ein. Eine

solche thermische Überlastung hätte höchstens durch eine Vergrößerung des Aufdampfwinkels kompensiert werden können.

3.5.7 Lift-off

Im folgenden Prozessschritt wird von dem Wafer das Resistsystem und das überschüssige Material entfernt. Dieser Prozessschritt wird im Allgemeinen als *Lift-off* bezeichnet. Hierzu wird im vorliegenden Fall die Probe in mehrere Bäder mit heißem Aceton⁴¹ gegeben. Der Wechsel der Bäder dient hierbei dem Entfernen bereits abgelöster Metallfilmfragmente aus dem Aceton-Bad, um ein Wiederabsetzen zu verhindern. Aus diesem Grund wird die Probe beim Wechsel der Bäder auch mit Aceton abgespült. Da sich absetzende Metallfilme zum Teil kaum aus den verwendeten Bechergläsern wieder entfernt werden können, werden mit dem Fortschreiten dieses Prozessschrittes nur noch Bechergläser verwendet, die keine Kontaminationen erkennen lassen.

Um den Lift-off auch in Bereichen der Probe erfolgreich durchzuführen, wo der Resist kollabiert ist, also vorwiegend im Bereich der Ecken an größeren Strukturen, wird, wenn mit bloßem Auge auf der Probe kein überschüssiges Metall mehr erkennbar ist, die Probe in einem mit Aceton gefüllten Becherglas für 2 Minuten in einem Ultraschallbad bei sehr kleiner Leistung gesäubert. Anschließend wird die Probe ein letztes Mal für etwa 10 bis 15 Minuten in einem Bad aus heißem Aceton gereinigt, um möglichst alle Resistreste von der Probenoberfläche zu entfernen. Abschließend wird die Probe in einem Bad aus warmem Isopropanol gereinigt und mit Stickstoff trocken geblasen.

3.6 Nachbearbeitung

Nach dem Lift-off kann die Probe mit dem SEM begutachtet werden. Hierbei ist jedoch eine gewisse Vorsicht im Bereich der Tunnelkontakte anzuraten, da nicht ausgeschlossen werden kann, dass aufgrund des Beschusses mit Elektronen die Tunnelkontakte beschädigt werden können [Dep03, Kel96, Kel97]. Ohnehin ist nach der Präparation der Tunnelkontakte eine erhöhte Gefahr gegeben, dass durch elektrostatische Aufladungen Teile der auf dem Wafer enthaltenen Proben beschädigt oder vollständig zerstört werden können. Eine Zerstörung kann nur durch eine ausreichende Erdung der Probe verhindert werden. Handelt es sich um einen Wafer ohne thermisch oxidierte Oberfläche, wird diese Gefahr im alltäglichen Laborbetrieb dadurch erheblich gemindert, dass die Leitfähigkeit des Substrats bei Raumtemperatur einen niederohmigen Kurzschluss für die Tunnelkontakte darstellen kann [Del90a, Del90b].

Mit Hilfe eines handelsüblichen Diamantritzers können die Wafer vorzugsweise parallel oder senkrecht zu ihrem Flat angeritzt und anschließend gebrochen werden, da entlang dieser beiden Richtungen die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Wafer besonders leicht brechen⁴². Hierdurch können aus dem Wafer einzelne Chips heraus gebrochen werden, die dann beispielsweise auf einen Probenträger aufgeklebt und kontaktiert werden können.

⁴¹Dieses Verfahren ist aufgrund des sehr niedrigen Flammpunkts von Aceton, der bei -18°C liegt [CDC], und der damit erhöhten Brandgefahr nicht ungefährlich [MCR03, MC0404]. Unabhängig hiervon hat sich jedoch auch in anderen Gruppen dieses Verfahren zum Lift-off sehr bewährt (siehe z.B. [Ste01]).

⁴²siehe auch Abschnitt 3.1.2

3.7 Grobstrukturen

Neben den eigentlichen mesoskopischen Bauelementen erfordert eine funktionsfähige Probe eine Vielzahl weiterer Komponenten. Zu diesen zählen vor allem die Zuleitungen zu den Bauelementen und die Kontaktflächen, mit denen die Bauelemente auf dem Substrat an die zur Messung notwendigen Infrastruktur angeschlossen werden sollen. Gerade in diesem Zusammenhang sind auch Orientierungshilfen in Form großer, mit bloßem Auge oder mit nur geringfügigen Vergrößerungen erkennbarer Strukturen hilfreich und wichtig. Handelt es sich außerdem um einen mehrstufigen Prozess, so sind zusätzlich, den folgenden Prozessschritten angepasste Peilmarken erforderlich, deren Positionen auf dem Wafer mit möglichst hoher Genauigkeit bekannt sein sollten, um eine Ausrichtung der Probe mit ausreichender Genauigkeit in den folgenden Prozessschritten zu ermöglichen.

Gerade im Fall eines Gesamtprozesses, bei dem ein Teilschritt den Einsatz der Elektronenstrahlolithographie erfordert, kann die Vorstrukturierung der Probe den Prozess signifikant beschleunigen, da die Elektronenstrahlolithographie, wie sie im Rahmen dieser Arbeit angewendet worden ist, nicht auf die Herstellung großflächiger Strukturen ausgelegt ist. Die Hilfsstrukturen definieren in diesem Fall geschickterweise Schreibfelder, die in einem weiteren Prozessschritt mit Hilfe der Elektronenstrahlolithographie strukturiert werden können, und führen die Zuleitungen bis in die Schreibfelder herein.

Im Prinzip bieten sich zur Präparation dieser Hilfsstrukturen für Proben, wie die im Rahmen dieser Arbeit hergestellten und untersuchten Proben durch Verdampfung metallischer Filme entstanden sind, drei Möglichkeiten an:

1. mechanische Masken
2. Photolithographie
3. Elektronenstrahlolithographie

Alle drei Verfahren erlauben den Einsatz von Verdampfern oder anderen Depositionsquellen für Metallfilme, so dass sich die Herstellung dieser Strukturen nur gering von der der eigentlichen Bauelemente unterscheidet.

3.7.1 Mechanische Masken

In diesem Fall stellt die Maske, durch die der Metallfilm auf dem Substrat deponiert wird, ein vom Substrat separates, mechanisches Bauteil dar, das auf der oder über der Probe fixiert wird. Prinzipiell kann im Rahmen eines Verdampfungsvorgangs mit einer solchen Maske eine zu anderen Verfahren vergleichbare minimale Strukturgröße erreicht werden. Voraussetzung hierfür ist allerdings, dass sie selbst mit Verfahren hergestellt wurde, die eine entsprechende Auflösung ermöglichen. Darüberhinaus sollte die Maske ebenfalls über eine ausreichende mechanische Stabilität verfügen. Ein technologisch sehr beeindruckendes Beispiel stellt das in Abschnitt 3.2.2 kurz angesprochene Verfahren von K. Ono et al. dar, mit dessen Hilfe Masken präpariert werden können, die sogar die Herstellung von metallischen Einzelladungseffekt-Bauelementen ermöglichen [Ono96b, Ono96a, Ono97].

Viel häufiger bezieht sich der Ausdruck „mechanische Maske“ jedoch auf Masken, die ohne den Einsatz moderner Methoden der Nanostrukturierung hergestellt werden. Sie bieten üblicherweise keine Auflösungen im Sub-Mikrometer-Bereich, sondern sind vielmehr auf minimale Strukturgrößen von etwa $10\ \mu\text{m}$ und darüber beschränkt. Ein Beispiel für eine solche wiederverwendbare

Maske ist von F. Herbstritt aus einer $35\ \mu\text{m}$ dicken Cu-Folie hergestellt worden, die photolithographisch strukturiert und mit Hilfe einer handelsüblichen Lösung zum Ätzen von Leiterplatten hergestellt wurde [Her98].

Sind die Anforderungen an die minimalen Strukturbreiten geringer, können auch mittels Laser- oder Wasserstrahl geschnittene Bleche bzw. gefräßte oder gebohrte Bauteile als Maske verwendet werden. Mit Hilfe einer solchen mechanischen Maske⁴³ sind die Probenträger hergestellt worden, mit denen die Messungen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt worden sind.

3.7.2 Photolithographische Herstellung der Grobstrukturen

Die photolithographische Strukturierung verläuft in ihrer einfachsten Form ähnlich zur Strukturierung mittels Elektronenstrahlithographie. Auch hier wird die Probe mit einem Resist beschichtet, belichtet und entwickelt, so dass die Probe weiter mit einem oder mehreren Metallfilmen beschichtet und anschließend vom Resist und dem überschüssigen Metall im Rahmen eines Lift-off-Prozesses befreit werden kann.

Zur Belichtung der Proben stehen am Walther-Meissner-Institut prinzipiell zwei Methoden zur Verfügung. Zum einen können mit Hilfe eines Projektionsbelichters [Oka03] Photomasken im Maßstab zwischen 1:1.6 und 1:100 verkleinert auf die Oberfläche des Substrats bzw. des Photoresists abgebildet werden. Als Lichtquelle wird hier eine Hochdruck-Hg-Dampflampe verwendet. Die Auflösung, die mit diesem Belichtungsverfahren erreicht werden kann, liegt zwischen $1\ \mu\text{m}$ und $2\ \mu\text{m}$. Eine ausführliche Beschreibung der Anlage und der die Auflösung beschränkenden Eigenschaften ist in [Sch00c] enthalten. Der Vorteil dieser Belichtungsmethode liegt in ihrer hohen Flexibilität und ihrer im Vergleich zur Elektronenstrahlithographie hohen Geschwindigkeit. Als Masken können Dias verwendet werden, die schnell und preiswert im Hause hergestellt werden können. Alternativ können aber auch hier mechanische Masken verwendet werden, wenn besonders hohe Ansprüche an die Transparenz und den Kontrast der Photomaske gestellt werden müssen. Neben der geringen Auflösung gestaltet sich die großflächige Belichtung einer Probe mit dieser Anlage problematisch, da die maximal nutzbare Belichtungsfläche einen Durchmesser von unter $9\ \text{mm}$ hat, und zur Erzielung höherer Auflösungen die Probe kurz anentwickelt und anschließend die Objektive gewechselt werden müssen. Die beiden letzten Punkte beschränken den Einsatz des Projektionsbelichters zur Strukturierung der Grobstrukturen massiv, da es hierdurch kaum bzw. nur mit sehr erheblichem Aufwand möglich ist, auf dem Wafer verteilt Peilmarken, deren kleinste Abmessung bei etwa $2\ \mu\text{m}$ liegt, mit einer Genauigkeit von deutlich mehr als $5\ \mu\text{m}$ zu platzieren. Der Projektionsbelichter bietet aber die Möglichkeit, schnell und unkompliziert Teststrukturen mit Abmessungen von über $2\ \mu\text{m}$ in einzelne Schreibfelder zu belichten.

Zum anderen können die Grobstrukturen durch Kontaktbelichtung [Oka03] mit Hilfe eines Mask-Aligners vom Typ MJB-3 HP/350 UHV400 der Firma Karl Süss hergestellt werden [Kar01]. Hierbei wird die Photomaske, die die Strukturen im Maßstab 1:1 enthält, unmittelbar auf die Photoresistschicht gepresst und von oben mit einer Hochdruck-Hg-Dampflampe belichtet. Mit Hilfe eines Mask-Aligners können im Idealfall Strukturen mit Abmessungen unterhalb von $1\ \mu\text{m}$ strukturiert werden. Hierzu ist es jedoch unabdingbar, dass die Maske plan auf der Probe aufliegt. Bei dem Belackern der Wafer bildet sich an seinen Rändern üblicherweise ein kleiner Wulst, der beispielsweise durch eine hoch dosierte Belichtung des Randes und anschließender Entwicklung entfernt werden kann. Eine solche Randentlackung⁴⁴ hat sich für die hier angestrebten minimalen

⁴³siehe auch Abbildung 4.3(a) auf Seite 176

⁴⁴Im Falle kleinerer, eckiger Proben ist die Wulstbildung deutlich ausgeprägter und erfordert im Allgemeinen

Strukturgrößen im Bereich von $2\ \mu\text{m}$ jedoch als nicht notwendig herausgestellt, wenn die Belichtung im *Vakuumkontakt-Modus* durchgeführt wird. Hierbei wird ein leichter Unterdruck von etwa 0.2 bar im Bereich der Probe erzeugt. Zu diesem Zweck wird ein spezieller Vakuumprobenhalter verwendet, der den Probenraum mit einer Dichtlippe abdichtet, die direkt gegen die Maske drückt.

Der Mask-Aligner ermöglicht es, innerhalb kürzester Zeit mit einer vergleichsweise hohen Auflösung den ganzen Wafer in einem einzigen Durchgang zu belichten. Hierdurch bietet diese Belichtungsmethode die Möglichkeit, mit der Genauigkeit, die die Maske erlaubt, alle für die weitere Verarbeitung und den späteren Messeinsatz notwendigen Strukturen in einem Arbeitsgang zu belichten. Insbesondere ermöglicht es der Mask-Aligner, auf einfache Art und Weise mit einer Genauigkeit von deutlich unter $5\ \mu\text{m}$ die Peilmarken der einzelnen Schreibfelder zu positionieren.

Das größte Problem, das dieses Verfahren jedoch aufweist, stellt die Beschaffung der Maske selbst dar. Sie besteht im Allgemeinen aus Quarzglas, auf das eine Chromschicht aufgebracht wurde, die mittels Elektronenstrahlschreiber strukturiert werden muss. Die Fertigung einer solchen Maske kann nicht im Hause durchgeführt werden, sondern muss extern erfolgen oder zugekauft werden, so dass dieses Belichtungsverfahren deutlich unflexibler ist als die Projektionsbelichtung und sich daher eher für Standardbelichtungen eignet. Die verwendeten Masken sind quadratisch mit einer Kantenlänge von 3 bis 4 Zoll. Um den Platz, den eine solche 4 Zoll große Maske bietet, möglichst optimal nutzen zu können, sind im Rahmen der Arbeit von M. Schonecke [Sch98b] und im Rahmen dieser Arbeit zwei Maskenhalter gebaut worden. Um sie besonders widerstandsfähig zu machen und um so Beschädigungen der Maske durch Kratzer im Maskenhalter vorzubeugen, sind sie nach ihrer Fertigstellung hart-verchromt worden. Da die Maske mit leichtem Vakuum an den Halter angesaugt wird, sind die Maskenhalter mit Schnellkupplungen an den Vakuumschlauch des Mask-Aligners angeschlossen, um einen unkomplizierten Wechsel der Halter zu ermöglichen.

Einen weiteren Nachteil stellt die Tatsache dar, dass die Maske in Kontakt mit der Resistschicht und der Dichtlippe kommt. Hierdurch wird diese durch den Resist und Abrieb der Dichtlippe kontaminiert, so dass sie einer gewissen Alterung unterworfen ist. Eine gründliche Reinigung der Maske, die über das einfache Abspülen mit Aceton und Isopropanol hinaus geht, ist schwierig und birgt die erhöhte Gefahr, die Maske signifikant zu beschädigen. Eine Beschreibung eines sehr ähnlichen Mask-Aligners, eine genauere Diskussion der Auflösung sowie der Maskenhandhabung und -pflege ist ebenfalls in [Sch00c] enthalten.

Wafer- und Chiplayout

Im Rahmen dieser Arbeit ist zusammen mit T. Kemen [Kem01] ein Wafer-Layout erstellt worden, auf Basis dessen zwei Mask-Aligner-Masken gefertigt wurden. Abbildung 3.43(a) zeigt das Foto einer Probe, die mit einem nur leicht überarbeiteten Layout photolithographisch vorstrukturiert wurde. Teilabbildung (b) zeigt zur besseren Übersicht die Struktur direkt auf Basis der eigentlichen Maskendaten.

Das Wafer-Design enthält neben den neun durchnummerierten Chips, eine Vielzahl weiterer Strukturen außerhalb der Chips, die in drei Kategorien unterteilt werden können. Neben den Peilmarken, die zur Justage des Koordinatensystems im Rahmen einer nachfolgenden Strukturierung mittels Elektronenstrahlithographie verwendet werden können, sind außerdem Justage-

eine Randentlackung [Sch00c].

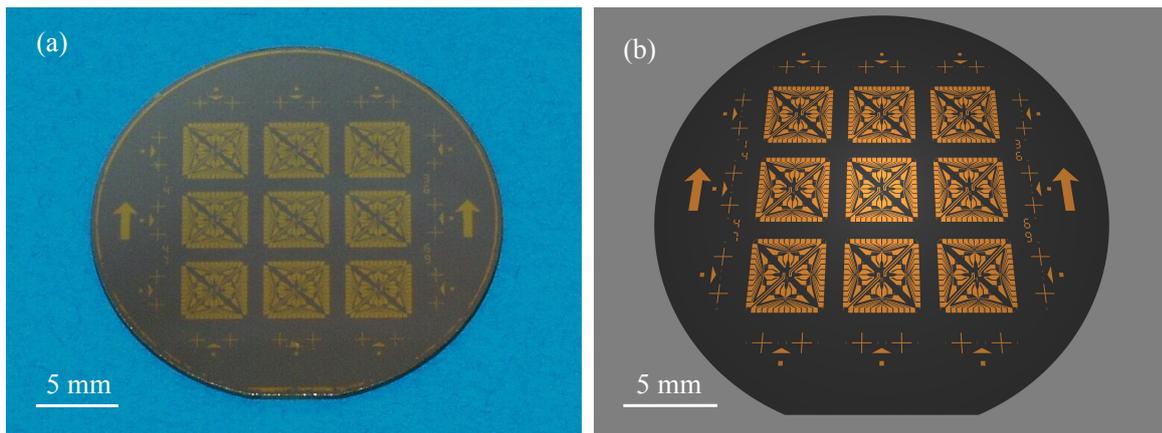


Abbildung 3.43: (a) Foto eines strukturierten Wafers. (b) Darstellung der Grobstruktur auf Basis der Maskendaten.

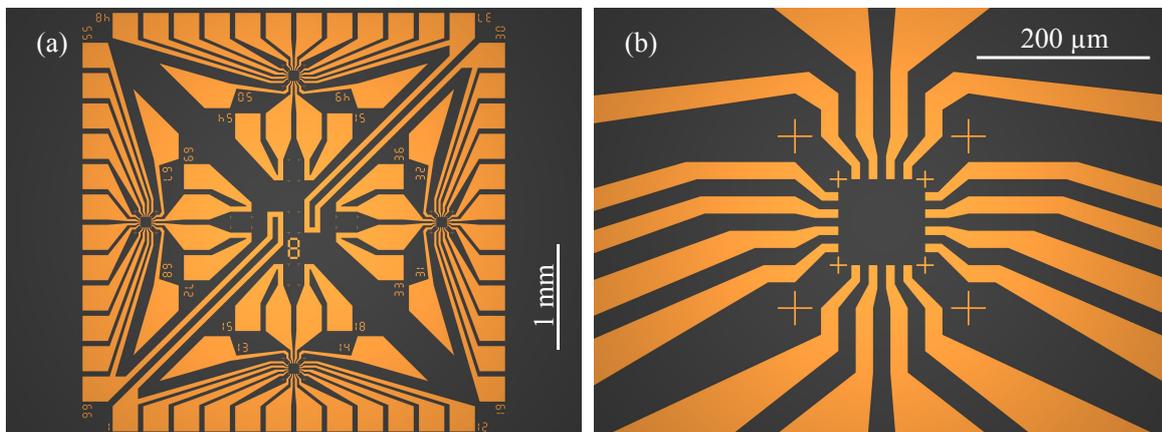


Abbildung 3.44: Chiplayout (a) und $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ -Schreibfeld (b). Die in (b) dargestellten Kreuze dienen als Peilmarken für die automatische und die manuelle Alignment-Prozedur im Rahmen eines Mix&Match-Prozesses.

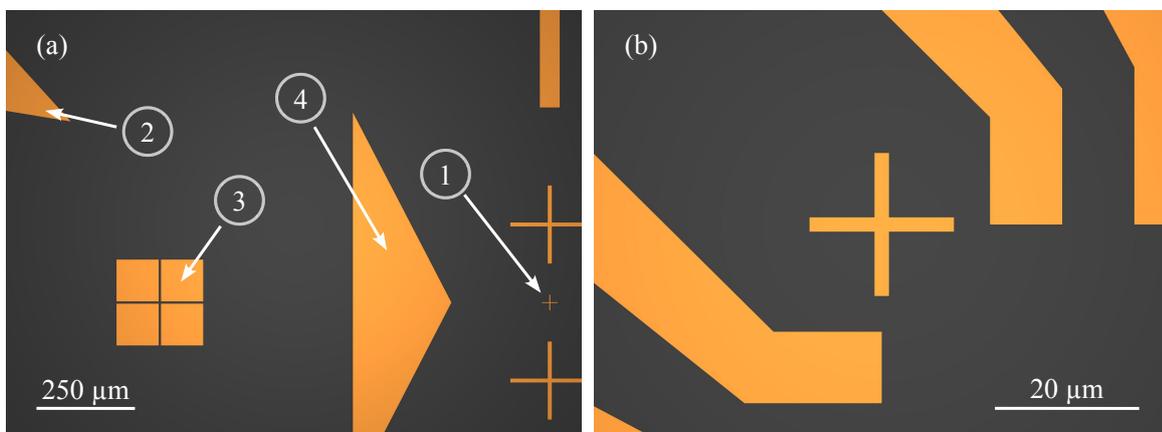


Abbildung 3.45: (a) Peil- und Orientierungsmarken im Außenbereich des Wafers mit einer Peilmarke zum Abgleich des Koordinatensystems im Rahmen der Elektronenstrahlolithographie (1), der pfeilförmigen Orientierungshilfe (2), einer Alignment-Markierung für die Photolithographie (3) und einer Orientierungshilfe (4) zum Auffinden der Peilmarke (1). (b) Vergrößerung einer Peilmarke des $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ -Schreibfeldes.

marken und Orientierungshilfen im Randbereich des Wafers zu finden. Die Justagemarken dienen der Ausrichtung der Probe und der Maske für weitere photolithographische Schritte mit dem Mask-Aligner bei einem Mix&Match-Prozess. Sie sind in Abbildung 3.45(a) ebenso vergrößert dargestellt, wie die Peilmarken für die Elektronenstrahlithographie. Hinzu kommen Orientierungshilfen, von denen die beiden auffälligsten sicherlich die beiden Pfeile links und rechts am Rand des Wafers sind. Sie erlauben eine einfache Ausrichtung der Probe bei ihrem Einbau in das SEM oder in den Probenträger des Verdampfers. Um beim Herausbrechen der einzelnen Chips aus dem Wafer die Orientierung zu erleichtern, sind die Nummern der angrenzenden Chips links und rechts im Randbereich der Probe so groß dargestellt, dass sie problemlos mit bloßem Auge erkannt werden können.

Die Chips sind quadratisch, haben eine Kantenlänge von 4 mm und sind jeweils horizontal und vertikal in einem Abstand von 1 mm angeordnet. Dieser Abstand der Chips voneinander ermöglicht ein leichtes Ritzen des Wafers und Herausbrechen der einzelnen Chips. Abbildung 3.44(a) zeigt auf Basis der Maskendaten beispielhaft den Chip mit der Nummer 8, der in der Mitte der untersten Reihe auf dem Wafer zu finden ist. Neben der Nummer des Chips und den nummerierten Kontaktflächen, die mindestens eine Größe von $240\ \mu\text{m} \times 240\ \mu\text{m}$ und einen Mindestabstand von $50\ \mu\text{m}$ vom nächsten Kontaktpad haben, enthält ein Chip vier Schreibfelder mit je 16 Zuleitungen und fünf weitere Schreibfelder, zur Durchführung von Messungen an einfachen Brücken. Diese Schreibfelder haben eine Größe von je $200\ \mu\text{m} \times 200\ \mu\text{m}$, zu denen je zwei breite Zuleitungen führen. Um eine Strukturierung mittels Elektronenstrahlithographie zu ermöglichen, sind vier kreuzförmige Peilmarken in den Schreibfeldern enthalten. Die Breite der Balken des Kreuzes beträgt $2\ \mu\text{m}$, ihre Gesamtlänge $40\ \mu\text{m}$.

Die vier Schreibfelder mit je 16 Zuleitungen⁴⁵, von denen eines in Abbildung 3.44(b) dargestellt ist, haben eine Größe von $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ zwischen den Zuleitungen der Schreibfelder. Die Mittelpunkte der inneren kreuzförmigen Peilmarken liegen auf den vier Eckpunkten des Schreibfeldes. Ihre Balken haben ebenfalls eine Breite von $2\ \mu\text{m}$, aber eine Gesamtlänge von nur $20\ \mu\text{m}$. Der Abstand zwischen den Peilkreuzen und der nächsten Zuleitung beträgt $5\ \mu\text{m}$, und stellt somit die Toleranz für die Positioniergenauigkeit der Probe im Rahmen der Elektronenstrahlithographie dar. Die Zuleitungen haben eine Breite von $10\ \mu\text{m}$. Ebenso beträgt der Abstand zweier benachbarter Zuleitungen $10\ \mu\text{m}$. Abbildung 3.45(b) zeigt auf Basis der Maskendaten vergrößert einen Ausschnitt eines $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ großen Schreibfeldes mit einer solchen Peilmарke für die Elektronenstrahlithographie.

Neben dem vollständigen Wafer-Layout mit Kontaktflächen, Peilmarken und Zuleitungen sind auf den Masken auch Teil-Layouts enthalten, die zusammen mit entsprechenden Justagemarken nur die Peilmarken und die Orientierungshilfen bzw. zusammen mit entsprechenden Justagemarken nur die Kontaktflächen und die Zuleitungen zu den Schreibfeldern enthalten. Mit Hilfe dieser Teil-Layouts ist es möglich, die Zuleitungen und Kontaktflächen erst nach der Präparation der mesoskopischen Strukturen herzustellen.

Positiv-Prozess

Zur Belichtung der Proben wird der Photoresist AZ 5214 E der Firma Clariant verwendet [AZ52]. Ähnlich zu den für die Elektronenstrahlithographie verwendeten Resists handelt es sich bei diesem auch um einen Positiv-Resist, bei dem die belichteten Bereiche vom Entwickler gelöst und

⁴⁵Bei der Verwendung der insgesamt neun Schreibfelder auf einem Chip und der Planung der Layouts der einzelnen Schreibfelder muss die teilweise Doppelbelegung der Kontaktflächen unbedingt berücksichtigt werden. Dies gilt insbesondere auch für die untereinander verbundenen Kontaktflächen 30 und 37, sowie 1 und 66.

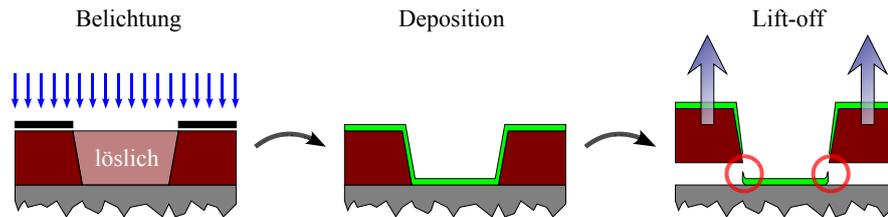


Abbildung 3.46: Schematische Darstellung des photolithographischen Prozesses mit stark vereinfachter Darstellung des Problems des Hochreißens der Resistränder.

somit die darunter liegenden Gebiete des Substrats freigelegt werden. Auf die Probe wird bei einer Drehzahl von 4000 min^{-1} für eine Dauer von 40 s eine $1.4 \mu\text{m}$ dicke Resistschicht aufgeschleudert, die bei 110°C für 70 s auf einer Heizplatte ausgeheizt wird, um den Restlösungsmittelanteil der Resistschicht zu reduzieren, so dass zum einen die Haftung des Resists auf dem Wafer verbessert und gleichzeitig die Verschmutzung der Maske bei der Belichtung reduziert wird [Bie02, MCBa03, MC0404]. Die Probe wird anschließend für 4 s durch die Maske hindurch mit dem Mask-Aligner belichtet und für etwa 60 s in einer 1:1-Mischung aus dem Entwickler AZ DEVELOPER und destilliertem Wasser entwickelt⁴⁶. Zum Stoppen der Entwicklung wird der Wafer anschließend in zwei Wasserbädern abgespült.

Im folgenden Prozessschritt wird eine Goldschicht (Au) mit Dicken zwischen 20 nm und 50 nm deponiert. Da Gold Silizium sehr schlecht benetzt und eher zur Bildung von Clustern als zum Aufwachsen eines gleichmäßigen Filmes tendiert, ist eine deutliche Verringerung der Schichtdicken ohne den Einsatz eines Haftvermittlers wie Chrom oder Titan nur sehr bedingt möglich. Für das Material, aus dem die Grobstrukturen präpariert werden sollten, fiel die Wahl auf Gold, da dieses zum einen keine nennenswerte Tendenz zur Bildung von Oxiden besitzt, so dass die Hoffnung bestand, zwischen den Zuleitungen und den Strukturen im Inneren der Schreibfelder zuverlässig niederohmige Kontakte herstellen zu können. Zum anderen zeigt Gold bei Verwendung des Sekundärelektronen-Detektors des SEM eine sehr hohe Sekundärelektronenausbeute, was die automatische Markenerkennung bei der Belichtung im Rahmen der Elektronenstrahlolithographie deutlich vereinfachen kann. Das Gold wurde mit verschiedenen Techniken abgeschieden. Hierzu zählen vor allem die beiden thermischen Verdampfungstechniken des Elektronenstrahlverdampfens und der resistiv-beheizten Verdampfung aus Schiffchen, die das zu verdampfende Material enthalten, aber auch die Kathodenzerstäubungstechnik, die im Allgemeinen als *Sputter-Technik* bezeichnet wird und eine vergleichsweise schnelle und einfache Beschichtung erlaubt [Sch00c, HTFP95, Ehr03, Hay98]. Anschließend wird in einem Lift-off-Prozess, der sehr ähnlich zu dem für die Elektronenstrahlresiste in Abschnitt 3.5.7 erläuterten verläuft, der Resist zusammen mit dem überschüssigen Material von der Probe entfernt.

Die Verwendung eines einfachen Positiv-Resists stellte sich als eine von mehreren Problemquellen im Zusammenhang mit der Kontaktierung der mittels Elektronenstrahlolithographie belichteten Strukturen heraus. Mit diesem, vergleichsweise einfachen photolithographischen Verfahren war es nicht möglich, eine zuverlässig niederohmige Verbindung zwischen den Zuleitungen und den Strukturen im Inneren des Schreibfeldes herzustellen.

Dies liegt wahrscheinlich daran, dass die Flanken von positiv arbeitenden Photoresisten häufig eine Flankensteilheit aufweisen, die im Bereich zwischen 75° und 85° liegt [AZ52, MCIR03, MC0404, MCPH]. Diese deutlich vom idealen Wert von 90° abweichenden Flankensteilheiten

⁴⁶Diese Verdünnung des Entwicklers führt zu einer Erhöhung des Kontrastes der entwickelten Lackstrukturen, die jedoch zu Lasten der Entwicklungsgeschwindigkeit geht [AZ-D].

liegen darin begründet, dass die bei der Belichtung eingestrahlenen Photonen durch die Resistmoleküle absorbiert werden, wodurch die Löslichkeitsunterschiede zwischen belichtetem und unbelichtetem Resist im Entwickler entstehen [MCBe03, MCBa03, MCIR03, MC0404, MCPH, Oka03]. Dies führt jedoch weiter dazu, dass die Intensität der Strahlung mit zunehmender Tiefe im Resist abnimmt. Gerade im Randbereich einer belichteten Struktur spiegelt sich so die abnehmende Intensität der Strahlung in der Menge des belichteten und entwickelten Resists wieder, was zu den endlichen Flankensteilheiten führt. Bei der Bedampfung mit Gold wird dieses dann nicht nur *auf* dem Resist und dem Substrat, sondern auch auf den Flanken des Resists abgeschieden, was zu den schon im Zusammenhang mit den thermischen Eigenschaften der Elektronenstrahlresiste diskutierten Problemen in Abschnitt 3.5.3 beim Lift-off führen kann. Im vorliegenden Fall scheint das Hochreißen der Ränder der Strukturen auf dem Wafer die wichtigste Konsequenz zu sein, wie es schematisch stark vereinfacht in Abbildung 3.46 dargestellt ist. Hierbei scheint es eher unwahrscheinlicher zu sein, dass, wie in Abbildung 3.46 angedeutet, der Resist vollständig vom Wafer entfernt wird. Wahrscheinlicher verbleiben im Randbereich der Strukturen sowohl Resist, wie auch metallische Überreste. Unabhängig vom genauen Verlauf und vom genauen Punkt des Abrisses entstehen hierdurch an den Rändern der Zuleitungsstrukturen „Abrisskanten“, die wahrscheinlich ein geschlossenes Wachstum eines darüber gedampften Filmes verhindern. Allerdings treten, wie die folgenden Beispiele zeigen werden, auch deutlich erkennbarere Schäden im Zusammenhang mit der Bedampfung der Flanken auf.

Der Effekt der Kantenbildung ist erst auffällig geworden, als die Grobstrukturen mit Hilfe einer kleinen Sputteranlage vom Typ MCS010 der Firma Bal-Tec hergestellt wurden, die über drei separate Sputter-Quellen verfügt. Im Gegensatz zu den thermischen Verdampfungsquellen, die im Allgemeinen im Hoch- oder Ultrahochvakuum betrieben werden, operieren Sputterquellen systembedingt häufig im Feinvakuum. In ihnen wird ein Sputtergas in einem Plasma ionisiert, das vor dem häufig auch als *Target* bezeichneten Materialdepot gezündet wird. Als Sputtergas kommt sehr oft Argon (Ar) zum Einsatz. Durch Anlegen einer Spannung zwischen Substrat und Target werden die Argon-Ionen (Ar^+) auf das Target hin beschleunigt und schlagen dort vornehmlich neutrale Atome des Targetmaterials heraus, das durch den Rezipienten diffundiert und sich auf der Probe niederschlägt [Sch00c, HTFP95, Ehr03, Hay98]. Im vorliegenden Fall beträgt der Druck des Sputtergases $5 \cdot 10^{-2}$ mbar, woraus sich eine mittlere freie Weglänge von etwa 1.3 mm für Argon ergibt [Leyb87, Leyb98]. Da diese mittlere freie Weglänge deutlich über dem Abstand zwischen Probe und Target von etwa 50 mm liegt, werden die Au-Atome mehrfach durch das Sputtergas gestreut, so dass sie im Gegensatz zu den thermischen Verdampfungsquellen keinen gerichteten Strahl mehr darstellen, sondern eine deutlich isotropere Verdampfungscharakteristik aufweisen. Als Folge werden auch die Flanken des Resists stärker bedampft, was die Problematik im Bereich des Lift-off verstärkt. Im Gegensatz zu den thermischen Verdampfungsquellen weist das aufgesputterte Gold jedoch eine deutlich bessere Haftung auf dem Wafer auf [Hüb01].

Abbildung 3.47 zeigt zwei SEM-Bilder des Resistprofils einer auf diese Art und Weise hergestellten Probe, die mit einer 20 – 30 nm dicken Goldschicht besputtert wurde, um zum einen die Aufladung der Probe bei der Begutachtung mit dem SEM deutlich zu verringern und um zum anderen das Verhalten des Resists beim Lift-off mit einer realistischen Schichtdicke untersuchen zu können. Die Flanken des Resists verlaufen direkt von der Substratoberfläche an unter einem steilen Winkel nach oben, wobei sie kaum Anzeichen eines Unterschnitts zeigen, der die Bildung dieser Abrisskanten unterdrücken könnte. Sie zeigen jedoch sehr deutlich ein Wellenmuster, das auf die Ausbildung einer stehenden Welle bei der Belichtung zurückzuführen ist, die sich aus den einfallenden und den an der Oberfläche des Substrats reflektierten Lichtwellen ergibt. Hierdurch kommt es zur Ausbildung von Schichten im Resist, in denen die Wellen konstruktiv oder destruktiv interferieren, so dass im einen Fall der Resist belichtet wird, während er im anderen Fall unbelichtet bzw. unterbelichtet bleibt. Der Abstand zweier belichteter oder unterbelichteter

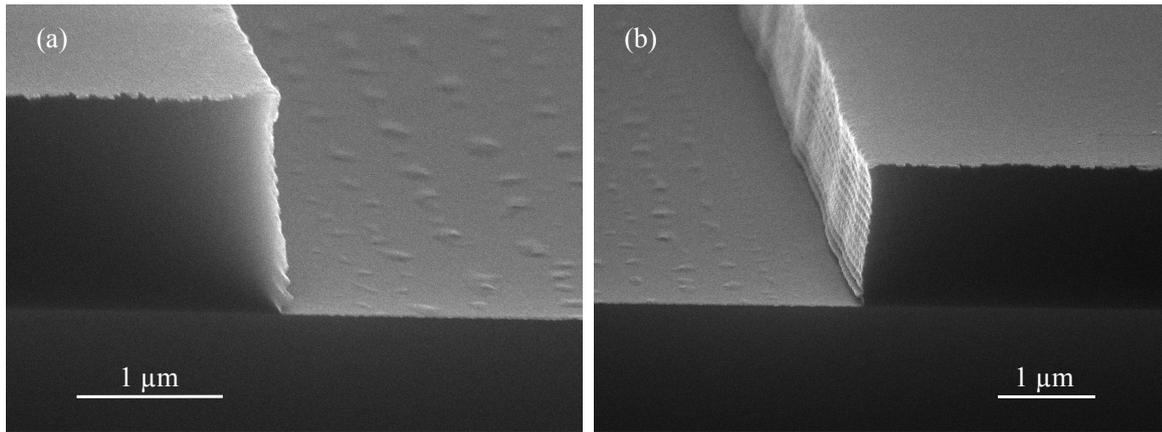


Abbildung 3.47: Resistprofile des Positiv-Prozesses am Beispiel zweier Lackkanten.

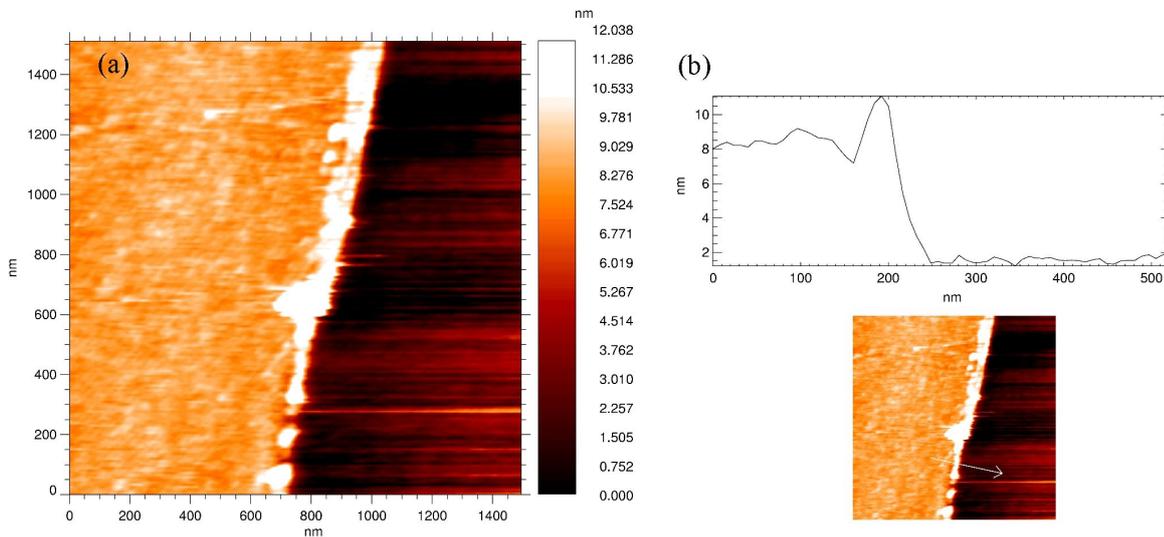


Abbildung 3.48: AFM-Messungen im Bereich einer Kante der Zuleitungen. (a) Höhenmessung, (b) Profil, wobei der Pfeil in der Abbildung darunter den Bereich der Profilmessung zeigt.

Schichten liegt somit bei $d_{\text{Schichten}} = \lambda/2 n$, wobei λ die Wellenlänge der zur Belichtung verwendeten Strahlung und n der Brechungsindex des Resists ist. Für die typischen Wellenlängen einer Hochdruck-Hg-Dampfampe ergeben sich so unter Berücksichtigung der spektralen Sensibilität des verwendeten Photoresists AZ 5214 E und der jeweiligen Brechungsindizes Abstände dieser Schichten $d_{\text{Schichten}}$ zwischen 107 nm und 132 nm [AZ52, AZ-T, MCIR03, MC0404, MCPh].

Nach dem Lift-off kommt es zur Bildung der beschriebenen Abrisskanten, was mit einem AFM durchgeführte Messungen bestätigen, wie sie in Abbildung 3.48 gezeigt sind. Auf SEM-Bildern sind diese Kanten nur schwer erkennbar, wie Abbildung 3.49 am Beispiel einer Zuleitung zeigt. Auffällig an diesen Aufnahmen, insbesondere an dieser Probe, sind jedoch Anomalien, die eindeutig auf die Bedampfung der Flanken zurückzuführen sind. So zeigt Abbildung 3.49(a) oben links in der Zuleitung einen dunkleren, welligen Bereich, bei dem es sich um Resist der Flanke handeln muss, der die oben beschriebenen Interferenzerscheinungen aufweist. Weiter zeigt Abbildung 3.49(b) vergrößert den Bereich links unten der in Teilabbildung (a) dargestellten Zuleitung. Hier ist ein im SEM-Bild hell glühender Faden sichtbar, der zur Kante der Struktur hin einen dunklen Bereich begrenzt. Hierbei handelt es sich wahrscheinlich ebenfalls um bedampfte

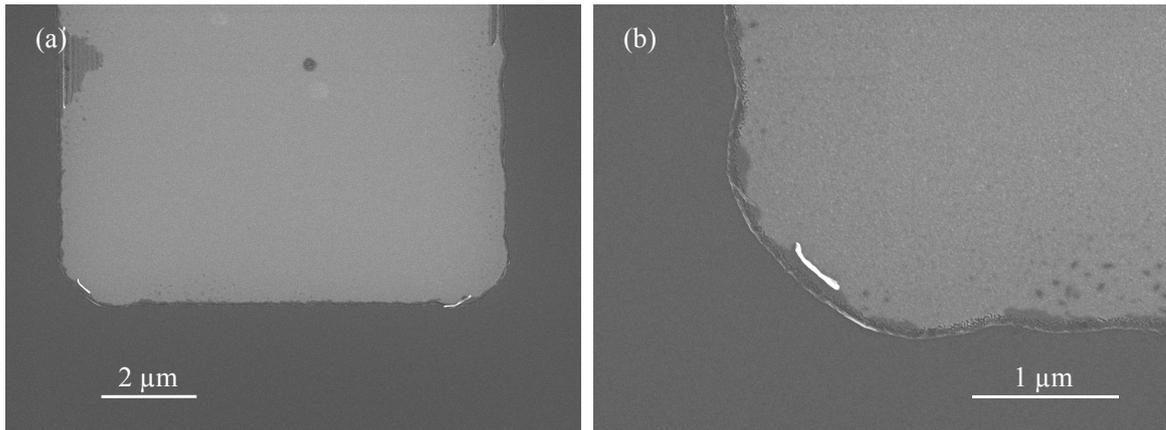


Abbildung 3.49: SEM-Bilder einer Zuleitung nach dem Lift-off. Teilabbildung (b) zeigt einen vergrößerten Bereich von (a).

Überreste der Flanke des Resists, die nach dem Lift-off auf der Zuleitung zu liegen gekommen sind. Die dunklen Ränder um die Zuleitungen herum deuten somit an, dass im Randbereich der Zuleitungen Resistreste nicht mehr im Rahmen des Lift-off abgelöst werden konnten.

Letztendlich kann es so nicht wirklich verwundern, dass im vorliegenden Fall keine leitende Verbindung zwischen den Zuleitungen und den Strukturen im Inneren des Schreibfeldes zu Stande kam, da im Allgemeinen noch erschwerend hinzu trat, dass die Schichtdicken der Filme im Inneren der Schreibfelder kleiner als die der Zuleitungen war.

T-Profil-Prozess

Um eine leitende Verbindung zwischen den Zuleitungen und dem Schreibfeld zu ermöglichen, sollte die Bildung solcher Kanten möglichst unterbunden werden. Falls sie trotzdem auftreten, sollte ihre Höhe und Form jedoch so beschaffen sein, dass ein darüber wachsender metallischer Film wenig durch ihr Vorhandensein gestört wird. Im Rahmen der Arbeit [Sch98c] hat sich gezeigt, dass die Abrisswahrscheinlichkeit eines Metallfilms bei der Überwindung eines Höhenunterschieds durch flach auslaufende Kanten deutlich reduziert werden kann. Beides kann im Prinzip dadurch erreicht werden, dass ein Resistprofil mit einem ausgeprägten Unterschnitt zusammen mit einem Beschichtungsverfahren verwendet wird, das in seiner Depositionscharakteristik einen deutlichen isotropen Anteil aufweist. Einen solchen Depositionsprozess stellt das Sputtern dar, wie im letzten Abschnitt diskutiert wurde.

Im Gebiet der Photolithographie haben sich zur Erstellung von Resistprofilen mit durchaus ausgeprägten Unterschnitten im Lauf der Zeit zwei Methoden bewährt. Zum einen können die oberen Schichten des Resists durch den gezielten Einsatz von Chemikalien in ihren Eigenschaften verändert werden. Hier hat sich gerade die Methode des Eintauchens der fertig belackten Probe in Chlorbenzol bewährt [Del90a, Gro00]. Allerdings ist aufgrund der gesundheitlichen Risiken, die mit dem Umgang von Chlorbenzol verbunden sind, sein Einsatz nur sehr bedingt empfehlenswert [CDC, Gro00]. Als Alternative zu diesem Vorgehen hat sich der Einsatz sogenannter Bildumkehr- oder *Image-Reversal*-Resiste sehr bewährt. Einen solchen Resist stellt auch der AZ 5214 E der Firma Clariant dar. Die Image-Reversal-Eigenschaften des Resists beruhen im Fall dieses Resists auf einem Wirkstoff, der zu einer Quervernetzung der Resistmoleküle führt. Aktiviert wird die Quervernetzung nur in den belichteten Gebieten der Probe durch Temperaturen von über 110°C,

wodurch aufgrund des Zusammenwirkens des Quervernetzungs-Wirkstoffs mit den belichteten photo-aktiven Komponenten des Resists diese Bereiche des Resists in einem Standard-Entwickler für Positiv-Resiste kaum noch löslich sind.

Die ersten Prozessschritte im Rahmen der Image-Reversal-Prozessierung [MCIR03, MC0404, MCPH, AZ52] unterscheiden sich nicht von der Vorgehensweise bei Verwendung des einfacheren Positiv-Prozesses. So wird nach der Beschichtung des Substrats mit dem Resist und dem Ausheizen der Lackschicht die Probe zunächst normal mit Hilfe einer Maske belichtet. Anstatt aber die Entwicklung jetzt vorzunehmen, wird die Probe ein zweites Mal ausgeheizt. Im Rahmen dieses zweiten Backschritts, der häufig auch als *Reversal-Bake* bezeichnet wird, kommt es zur Quervernetzung der Resistmoleküle in den belichteten Bereichen der Probe, so dass diese im Entwickler später kaum noch angegriffen werden. Da aufgrund der schon im letzten Abschnitt diskutierten Absorption der UV-Strahlung im Resist während der ersten Belichtung die im Resist deponierte Dosis an seiner Oberfläche höher als im Bereich der Substratoberfläche ist, ist gerade im Randbereich der belichteten Strukturen der Grad der Quervernetzung in den oberen Resistschichten größer, als der in den unteren, so dass die Löslichkeitsrate im Entwickler später mit zunehmender Tiefe im Resist zunimmt, und es so nach der Entwicklung hier zu einem Lackprofil mit einem deutlichen Unterschnitt kommen wird. Um die bis jetzt unbelichteten Bereiche allerdings im Entwickler entfernen zu können, müssen vorher auch diese Bereiche großflächig belichtet werden. Dies geschieht im Rahmen der *Flood-Exposure*, bei der das ganze Substrat ohne eine Maske vollständig belichtet wird. Hierbei wird häufig eine höhere Dosis, also eine größere Belichtungsdauer verwendet, als bei einer gewöhnlichen Belichtung im Rahmen des Positiv-Prozesses. Im Anschluss hieran wird die Probe wieder analog zum Vorgehen im Rahmen des Positiv-Prozesses entwickelt. Da sich aufgrund der Quervernetzung nach dem Reversal-Bake in den ursprünglich belichteten Bereichen der Resist nicht mehr bei der Entwicklung löst, ergibt sich so ein negatives Bild der ursprünglichen zur Belichtung verwendeten Maske. Der Resist weist zwar so einen deutlichen Unterschnitt auf, schlägt aber durch diese Prozessierung in einen negativ arbeitenden Resist um.

Den kritischsten Prozessschritt stellt die Wahl der richtigen Temperatur für das Ausheizen der Probe im Rahmen des *Reversal-Bake* dar. Die hier gewählte Temperatur muss auf der einen Seite oberhalb der Schwelltemperatur zum Quervernetzen der Moleküle in den belichteten Gebieten des Resists liegen, auf der anderen Seite darf sie aber nicht zu hoch angesetzt werden, da sonst die Quervernetzung auch in den unbelichteten Gebieten des Resists einsetzt, so dass die Strukturierung der Probe nicht mehr möglich ist.

Da eine Image-Reversal-Prozessierung den Resist zu einem negativ arbeitenden Resist umschlagen lässt, ist ein abweichender Prozess implementiert worden, der in [AZ52] angedeutet ist, um eine erneute, externe Herstellung einer Mask-Aligner-Maske unnötig zu machen. Dieser Prozess basiert auf dem Image-Reversal-Prozess, es werden allerdings einige Prozessschritte abgeändert. Nachdem der Wafer belackt und ausgeheizt wurde, wird durch eine kurze, 0,5 s lange Flood-Exposure im ganzen Resist eine geringe Menge der belichteten photo-aktiven Substanzen erzeugt. Aufgrund der Absorption der Photonen werden die belichteten photo-aktiven Substanzen hauptsächlich in den obersten Schichten des Resists erzeugt. Im folgenden Reversal-Bake-Schritt werden die oberen Schichten des Resists teilweise quervernetzt, wobei gerade in diesem Schritt die Stabilität der Temperatur für die Reproduzierbarkeit des Prozesses entscheidend zu sein scheint [AZ52]. So wurde die Probe für eine Dauer von 2 Minuten bei einer Temperatur von 130°C gehalten. Die Abweichungen der Temperatur konnten in diesem Zeitraum auf deutlich unter $\pm 1^\circ\text{C}$ begrenzt werden. Im nächsten Prozessschritt wird die eigentliche Belichtung der Struktur durchgeführt. Hierbei wird die Struktur für 3,5 – 4,0 s im Vakuummodus des Mask-Aligners belichtet. Zur Entwicklung wird wiederum eine 1:1-Mischung des Entwicklers AZ Developer und

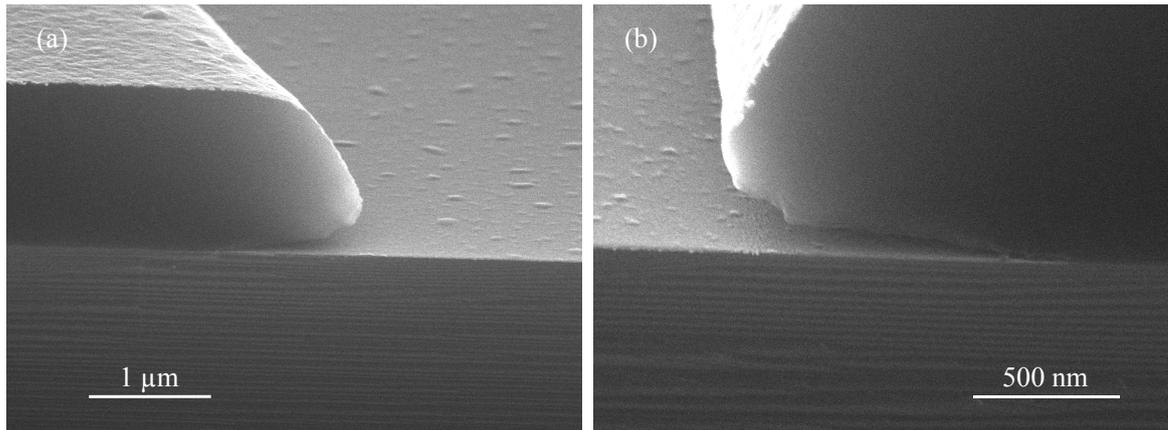


Abbildung 3.50: Resistprofile des T-Profil-Prozesses am Beispiel zweier Lackkanten.

destilliertes Wasser verwendet. Beendet wurde sie wieder durch Eintauchen der Probe in zwei Wasserbäder. Aufgrund der stärkeren Quervernetzung in den oberen Schichten des Resists weisen diese Bereiche eine viel geringere Löslichkeit im Entwickler auf als tiefer liegende Schichten, so dass es zur Ausbildung überhängender Kanten im Resistprofil kommt, weshalb dieser Prozess auch als *T-Profil-Prozess* bezeichnet wird.

Auffällig waren allerdings die extrem großen Unterschiede der Entwicklungszeiten zwischen verschiedenen, nominell gleich prozessierten Proben. Sie schwankten typischerweise zwischen 6 und 12 Minuten. Das Ende der Entwicklung ist in jedem Fall optisch bestimmt worden, wobei typischerweise dem so bestimmten Zeitpunkt noch einmal 30 s Entwicklungszeit zugeschlagen worden sind. Einen problematischen Prozessparameter stellt aufgrund des mechanischen Aufbaus des Mask-Aligners sicherlich die sehr kurze Belichtungszeit während der Flood-Exposure dar. Die beobachteten Unterschiede der Entwicklungszeit könnten auf eine unterschiedliche, tatsächliche Belichtungsdauer und damit auf ein unterschiedliches Maß an belichteten photo-aktiven Komponenten zurückzuführen sein. Im Prinzip kann die Entwicklung durch eine unverdünnte Verwendung des AZ Developers beschleunigt werden [AZ-D]. In diesem Fall scheint die Entwicklungsgeschwindigkeit etwa um einen Faktor 8 zu wachsen. Allerdings verliert der Entwickler hierbei seine Fähigkeit, höhere Kontraste zu realisieren [AZ-D]. Im Rahmen dieser Arbeit ist es mit dem unverdünnten Entwickler und dem ansonsten unveränderten T-Profil-Prozess nicht gelungen, die metallischen Strukturen der Schreibfelder und der Zuleitungen zuverlässig zu verbinden.

Abbildung 3.50 zeigt das Profil zweier Lackkanten einer Probe, die auf diese Art und Weise präpariert wurde. Auch diese Probe wurde wieder mit einem 20 nm bis 30 nm dicken Goldfilm besputtert, um einerseits Aufladungen durch das SEM zu reduzieren und damit die Auflösung des SEM zu erhöhen, und um andererseits das Verhalten beim Lift-off zu untersuchen. Im Gegensatz zu dem Lackprofil des einfachen Positiv-Prozesses, das in Abbildung 3.47 zu sehen ist, zeigt dieses Lackprofil einen substantiellen Unterschnitt, der von der senkrechten Kante aus gemessen bei über $1\ \mu\text{m}$ liegt.

Aufgrund dieses Unterschnitts kann nun bei einem Beschichtungsverfahren wie dem Sputtern, dessen Depositionscharakteristik einen nicht unerheblichen isotropen Anteil aufweist, das zu deponierende Material in den Bereich der überhängenden Resistflanke gelangen. Da schon aufgrund geometrischer Erwägungen weniger Material unter einem solchen Winkel auf die Probe als unter direktem senkrechtem Einfall gelangt, ist nach dem Lift-off in diesem Bereich eine tendenziell sanfter abfallende Kante des deponierten Materials zu erwarten.

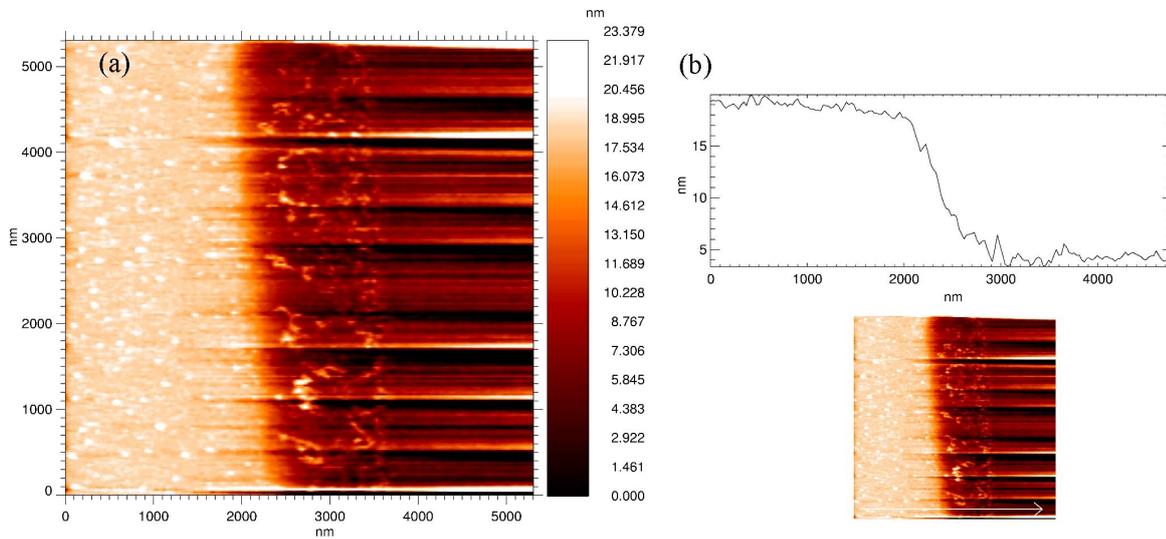


Abbildung 3.51: AFM-Messungen im Bereich einer Kante der Zuleitungen. (a) Höhenmessung, (b) Profil, wobei der Pfeil in der Abbildung darunter den Bereich der Profilmessung zeigt.

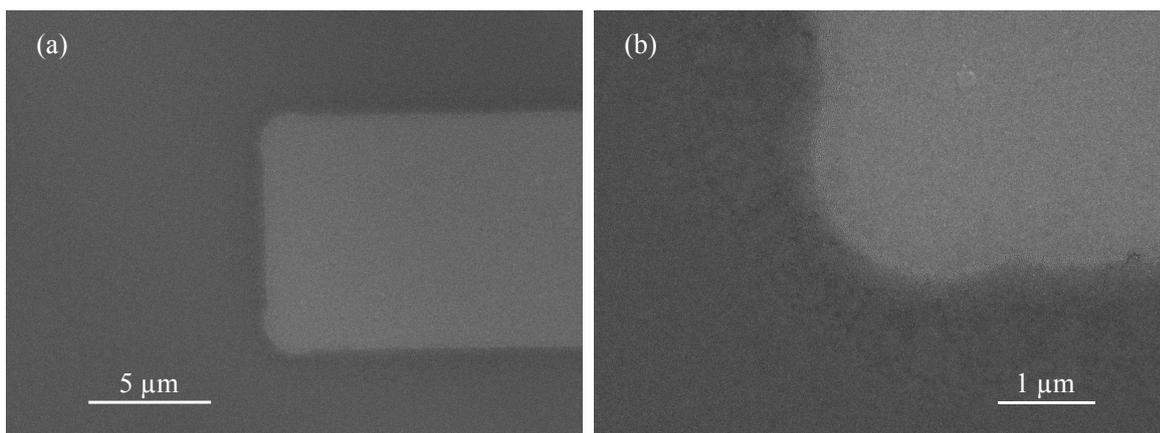


Abbildung 3.52: SEM-Bilder einer Zuleitung nach dem Lift-off. Teilabbildung (b) zeigt einen vergrößerten Bereich von (a).

AFM-Messungen an einer solchen Probe sind in Abbildung 3.51 dargestellt. Die Schichtdicke des Goldfilms, der vor dem Lift-off auf die Probe mittels Sputtern aufgebracht wurde, liegt wieder im Bereich zwischen 20 nm und 30 nm. Die Messungen bestätigen die Erwartungen an den T-Profil-Prozess. Das in Teilabbildung (b) dargestellte Profil weist eine maximale Steigung im Bereich der Flanke auf, die deutlich unter 3° liegt. Insbesondere ist das Auftreten einer Abrisskante, wie sie Abbildung 3.48(b) im Fall des Positiv-Prozesses gezeigt hat, nicht zu erkennen.

Auffällig ist jedoch ein Bereich auf dem Wafer um die Zuleitung herum, der im Vergleich zum Wafer sehr rauh ist. In Abbildung 3.52 sind SEM-Bilder der gleichen Probe dargestellt, wobei Teilabbildung (a) den an ein Schreibfeld heran reichenden Bereich einer Zuleitung als Übersicht und Teilabbildung (b) vergrößert einen Ausschnitt des Randbereichs der Zuleitung zeigt. Der Vergleich der AFM-Messung und der SEM-Bilder zeigt, dass das Gebiet der erhöhten Rauigkeit mit einem dunklen Streifen um die Zuleitung herum zusammentrifft. Die dunkle Färbung dieses Streifens legt die Vermutung nahe, dass es sich auch hier wieder um eine Kontamination des Wafers mit Überresten des Photoresists handelt. Die Breite dieses Kontaminationsstreifens schwankt zwischen etwa $0.7 \mu\text{m}$ und etwa $2 \mu\text{m}$. Wie jedoch schon die AFM-Messungen gezeigt haben, liegt die Rauigkeit dieses Bereichs deutlich unter der typischen Dicke des anschließend aufgetragenen Films. Nur an einzelnen, nicht zusammenhängenden Stellen weist dieser Bereich lokale Spitzen auf, die ein Filmwachstum in diesem Bereich gefährden könnten. Allerdings sind sie nicht so häufig, dass für hinreichend groß dimensionierte Kontaktflächen im Inneren der Schreibfelder ein vollständiges Abreißen des zweiten aufgedampften Films zu erwarten ist.

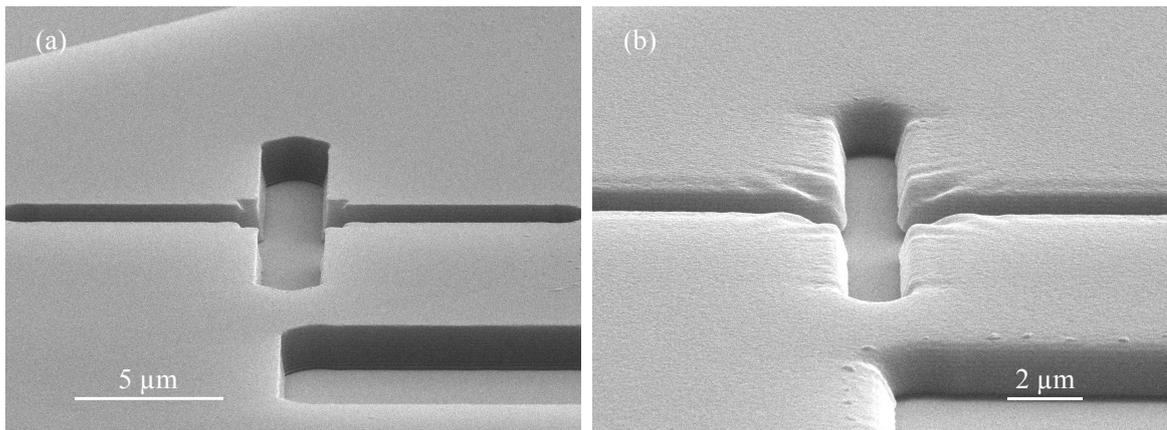


Abbildung 3.53: Vergleich der Resistschichten des einfachen Positiv-Prozesses (a) und des T-Profil-Prozesses (b).

In den beiden Abbildungen 3.53 und 3.54 sind jeweils zwei SEM-Aufnahmen einer Resistschicht einander gegenüber gestellt, die mit Hilfe des einfachen Positiv-Prozesses und des aufwändigeren T-Profil-Prozesses hergestellt worden sind. Auch hier sind die wesentlichen Unterschiede zwischen den beiden Prozessen zu sehen. Während der einfache Positiv-Prozess keinen bzw. keinen nennenswerten Unterschnitt hervor bringt, zeigt der T-Profil-Prozess einen deutlichen Unterschnitt. Beide Prozesse zeigen die durch Interferenzeffekte hervorgerufenen Wellenmuster an den Resistflanken, wobei diese aufgrund der geringeren Intensitätsunterschiede der einfallenden und der reflektierten Strahlung durch die Absorption im Resist gerade in den unteren Resistschichten, also im Bereich der Waferoberfläche, besonders ausgeprägt sind.

Zur Bestimmung der Kontaktwiderstände zwischen den Aluminiumstrukturen im Inneren der Schreibfelder und den mittels T-Profil-Prozess hergestellten Zuleitungen, sind auf entsprechend photolithographisch vorstrukturierte und bedampfte Wafer breite, mittels Elektronenstrahlolithographie in die Schreibfelder strukturierte Aluminium-Brücken präpariert worden. Anschließend

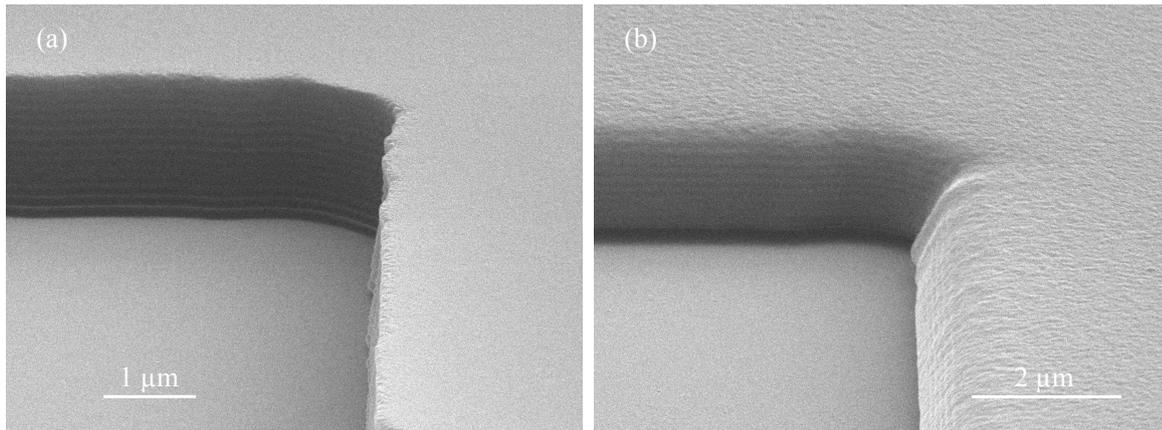


Abbildung 3.54: Detailvergrößerung des Vergleichs der Resistsschichten des einfachen Positiv-Prozesses (a) und des T-Profil-Prozesses (b).

sind bei Raumtemperatur und bei 77 K Widerstandsmessungen in einer 2-Punkt-Konfiguration durchgeführt worden.

Mit Hilfe des T-Profil-Prozesses konnten so Kontaktwiderstände bei einer $10\ \mu\text{m} \times 10\ \mu\text{m}$ großen Überlappfläche von Zuleitung und Struktur im Inneren der Schreibfelder im günstigsten Fall von etwa $40\ \Omega$ realisiert werden. Die maximalen gemessenen Kontaktwiderstände liegen etwa einen Faktor 3 darüber. Allerdings traten auch hier Fälle auf, bei denen auf diese Art und Weise kein Kontakt zwischen den Zuleitungsstrukturen und denen im Inneren des Schreibfeldes realisiert werden konnten⁴⁷.

Außerdem scheint der Prozess empfindlich auf die Dicke des Metallfilms zu reagieren. Mit steigender Schichtdicke zeigen Untersuchungen mit dem SEM, dass die Flanken steiler werden. Filme, die eine Dicke von deutlich mehr als 20 – 30 nm aufweisen, haben auch hier keinen Kontakt der beiden metallischen Strukturen mehr gezeigt.

Für die Schwankungen des Kontaktwiderstandes und möglicherweise auch für das Nichtzustandekommen eines metallischen Kontakts zwischen den Zuleitungen und den Strukturen im Inneren des Schreibfeldes kommen zwei mögliche Erklärungsansätze in Frage. Ein Ansatz zur Erklärung geht auf die Bildung eines Lokalelementes im Bereich der Grenzfläche zurück [Sch02]. Durch das Vorhandensein von Wasser zwischen den beiden Metallschichten kommt es im Rahmen dieser Erklärung aufgrund elektrochemischer Prozesse zu einer Degradation des Aluminiums. Das notwendige Wasser für diesen Erklärungsansatz könnte aus der Restatmosphäre im Inneren des Rezipienten, aber auch aus den Resisten stammen.

Andererseits könnten die beiden beobachteten Störphänomene auch in der Wahl der Materialien ihren Ursprung haben. Unter bestimmten Umständen scheinen Aluminium und Gold dazu zu neigen, eine isolierende Zwischenschicht auszubilden [Syp98, Sch00a]. So sind Gold und Aluminium dafür bekannt, aufgrund eines thermisch aktivierten Diffusionsprozesses⁴⁸ intermetallische Ver-

⁴⁷Kontaktwiderstände über $40\ \text{k}\Omega$ wurden in diesem Zusammenhang als nicht leitend bewertet.

⁴⁸Auch Aluminium und Nickel neigen zu einer Interdiffusion. Hier dient jedoch die Oxidschicht des Aluminiums, die das Dielektrikum für die Tunnelkontakte darstellt, als Diffusionsbarriere [Ege01]. Ob hierbei Nickel in die spätere Tunnelbarriere eindringen und so aufgrund seiner nicht abgeschlossenen $3d$ -Schale als magnetische Streuzentren wirken kann, scheint zumindest nicht ausgeschlossen zu sein. Hierdurch könnte es dann zu einer Wechselwirkung zwischen den tunnelnden Elektronen und den magnetischen Streuzentren kommen, was letztendlich zu einer Herabsetzung der beobachtbaren tunnelmagnetoresistiven Effekte führen würde. R. Jansen und

bindungen einzugehen, zu deren wichtigsten Vertretern wahrscheinlich Au_2Al und AuAl_2 gehören [Ina81, Wea70, Wea62]. An Bilagen aus Gold- und Aluminiumfilmen sind so unter anderem Änderungen des elektrischen Widerstandes beobachtet worden, die auf die Bildung entsprechender Verbindungen zurückgeführt werden konnten [Wea70]. Für diesen Erklärungsansatz spricht auch, dass im Rahmen von Versuchen, bei denen sowohl die Zuleitungs- wie auch die Teststrukturen im Inneren der Schreibfelder aus Gold bestanden haben, keine signifikanten Schwierigkeiten im Bereich der Kontaktierung aufgetreten sind.

Häufig werden deshalb zwischen den Zuleitungen aus Gold und den Strukturen aus Aluminium Zwischenschichten aus Kupfer (Cu) im Bereich des Überlapps deponiert, um einen guten elektrischen Kontakt zu gewährleisten [Cle92]. Hierbei wird das Kupfer erst kurz vor dem Aluminium verdampft, um eine Oxidation und damit eine Schädigung der Oberfläche des Kupfers zu verhindern. Alternativ werden unmittelbar nach der Präparation der letzten Aluminiumschicht, ohne das Vakuum zu brechen, größere aus Kupfer bestehende Bereiche zur späteren Kontaktierung präpariert, wobei die Bereiche um die Tunnelkontakte ausgespart werden [Syp98, Wal02a, Lim02].

Um eine Verbesserung der Kontaktierungsqualität zu erreichen, ist probeweise auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit Kupfer als Material für die Zuleitungen eingesetzt worden. Dies ist zum einen im Rahmen des oben beschriebenen T-Profil-Prozesses und zum anderen im Rahmen eines dreistufigen Prozesses geschehen, bei dem im ersten Prozessschritt aus Gold und Chrom die Peilmarken für die Elektronenstrahlolithographie präpariert wurden. Das Chrom ist hierbei als Haftvermittler eingesetzt worden. Im zweiten Prozessschritt sind mittels Elektronenstrahlolithographie die Testbrücken strukturiert und mittels des UHV-Elektronenstrahlverdampfers präpariert worden. Im abschließenden dritten Prozessschritt sind dann photolithographisch die Zuleitungen aus Kupfer präpariert worden. Sowohl bei dem ersten, wie auch bei dem dritten Prozessschritt ist der einfache Positiv-Prozess zum Einsatz gekommen. Sowohl in Bezug auf die Ausbeute, wie auch in Bezug auf die realisierten Kontaktwiderstände zeigte dieser Prozess keine signifikante Verbesserung der Ergebnisse. Der Grund hierfür liegt wahrscheinlich in der notwendigen *ex-situ* Prozessierung zwischen den einzelnen Prozessschritten, die entweder Kupfer oder Aluminium der Atmosphäre aussetzt. Auch wenn der im Rahmen der photolithographischen Strukturierung verwendete Entwickler AZ Developer auf einen möglichst geringen Angriff von Aluminium ausgelegt ist, weshalb er nicht auf TMAH ⁴⁹ basiert, sondern auf Basis von Natriummetasilikat, ist eine Beeinflussung⁵⁰ des Aluminiums durch diesen Entwickler nicht ausgeschlossen [AZ-D]. Die Kupferschichten sind im Rahmen dieses Prozesses immer mit Hilfe der kleinen Sputteranlage präpariert worden.

Als Alternative wäre eine Variation des drei-stufigen Prozesses denkbar, bei dem im Rahmen des zweiten Prozessschrittes nicht nur die beiden Aluminiumschichten aufgebracht werden, die später die beiden Elektroden der Tunnelkontakte bilden, sondern abschließend auch eine dünne Kupferschicht im Bereich der Kontaktflächen, um eine Interdiffusion von Gold und Aluminium zu reduzieren. Da aufgrund der Konzeption der verwendeten Anlagen und des Probenlayouts eine bewegliche mechanische Maske, die das Innere der Schreibfelder abdecken kann, nur schwer zu realisieren gewesen wäre, müsste im Rahmen eines dritten Aufdampfwinkels eine entsprechende Struktur im Außenbereich der Schreibfelder implementiert werden. Dies stellt jedoch gerade an die Elektronenstrahlresiste, und hier insbesondere an den Unterschnitt, eine erneute Verschärfung der Randbedingungen dar.

J. S. Moodera konnten so durch ein gezieltes Einbringen einer Submonolage Nickel in eine Al_2O_3 -Barriere eine mit der Nickelmenge linear anwachsende Reduktion des Tunnelmagnetowiderstands nachweisen [Jan98].

⁴⁹Tetramethylammoniumhydroxid

⁵⁰siehe auch Abschnitt 3.4.5

3.7.3 Präparation der Zuleitungen durch Elektronenstrahlithographie

Um die eher unbefriedigende Ausbeute, sowie die recht hohen Werte und die enttäuschende Stabilität der erzielten Kontaktwiderstände der photolithographisch präparierten Kontaktierung der Bauelemente zu umgehen, können die Zuleitungen und Kontaktflächen im Prinzip auch mittels Elektronenstrahlithographie präpariert werden, wozu ELPHY die notwendigen Voraussetzungen zur Verfügung stellt. Ein entsprechender Prozess ist im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und umgesetzt worden. Anwendbar ist ein solches Verfahren natürlich nur dann, wenn keine physikalischen Gründe dagegen sprechen, dass Zuleitungen und Bauelemente aus den gleichen Materialien bestehen. Durch die weiten Eingriffsmöglichkeiten in die Elektronenoptik, die ELPHY bietet, können neben Änderungen in Bezug auf die Fokussierung des Elektronenstrahls insbesondere auch der Strahlstrom durch Variation der Spot-Size und die Vergrößerung eingestellt werden. Hierdurch ist es möglich, auch größere Bereiche als ein einzelnes Schreibfeld mit einer Größe von $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ mit Hilfe der Elektronenstrahlithographie zu strukturieren, ohne auf die als *Stitching* bezeichnete Technik zurückgreifen zu müssen, bei der kleinere Schreibfelder aneinander gesetzt werden.

Zu diesem Zweck werden in einem ersten Teilschritt die feinen Strukturen der Bauelemente und die notwendige Infrastruktur, die im Inneren eines Schreibfeldes der Größe $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ liegen, für alle Chips auf dem Wafer belichtet. Anschließend wird die Vergrößerung so eingestellt, dass ein Schreibfeld jetzt einen Bereich von mehr als $1\ \text{mm} \times 1\ \text{mm}$ umfasst, und der Strahlstrom wird um etwa einen Faktor 20 angehoben. In dem nun folgenden zweiten Teilschritt der Belichtung werden für alle Chips auf dem Wafer die Zuleitungen und die Kontaktflächen, auf die im Rahmen der Vorbereitung der Messungen später gebondet wird, strukturiert. Das hier gewählte Vorgehen, zuerst die Strukturen aller Chips zu belichten, die eine hoch genaue Fokussierung des Elektronenstrahls erfordern, und erst anschließend die groben Zuleitungsstrukturen der Chips zu belichten, reduziert die Anzahl der notwendigen Eingriffe in das System der Elektronenoptik. Dies ist schon deswegen von Vorteil, da grundsätzlich nicht ausgeschlossen werden kann, dass durch den häufigen Wechsel der Vergrößerung und der Spot-Size die Genauigkeit der Fokussierung des Elektronenstrahls trotz Fokuspachführung nicht signifikant nachlässt. Aufgrund der verwendeten Laserstage ist das somit notwendige Wiederauffinden der bereits geschriebenen Strukturen mit einer ausreichenden Genauigkeit zur Belichtung der Grobstrukturen kein Problem.

Gegenüber der *Stitching*-Methode hat dieses Verfahren zudem den Vorteil, dass nur eine einzige Schnittstelle auftritt, nämlich zwischen der Grobstruktur und der Feinstruktur, während bei der *Stitching*-Methode im Allgemeinen eine Vielzahl von Schnittstellen zwischen den einzelnen Schreibfeldern auftreten, wobei an jeder eine Leitungsunterbrechung auftreten kann. Sie bietet außerdem den Vorteil, dass die jeweils optimalen Parameter für die Belichtung einzelner Strukturen gewählt werden können. Im Bereich der späteren Bauelemente kann so eine auf höchste Auflösung optimierte Strahleinstellung verwendet werden, wobei im Bereich der Zuleitungen auf eine für die Elektronenstrahlithographie typische Auflösung von deutlich unter $1\ \mu\text{m}$ zu Gunsten einer hohen Schreibgeschwindigkeit verzichtet werden kann. Einzig in unmittelbarer Nähe der Schnittstellen der einzelnen Zuleitungen ist im Inneren der kleinen Schreibfelder wahrscheinlich nur eine reduzierte Auflösung erreichbar, da die Zuleitungen mit einer deutlich höheren Dosis geschrieben werden, als zur Belichtung eigentlich notwendig wäre, um ihre vollständige Belichtung sicherzustellen.

Abbildung 3.55(a) zeigt auf Basis der zur Lithographie verwendeten Strukturdaten schematisch die Zuleitungs- und Kontaktierungsstruktur, die zur Anbindung aller im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen an SET an die Messtechnik zum Einsatz gekommen ist. Ein solcher quadratischer Chip hat eine Kantenlänge von $1\ \text{mm}$. Die Schnittstellen dieses Chips im

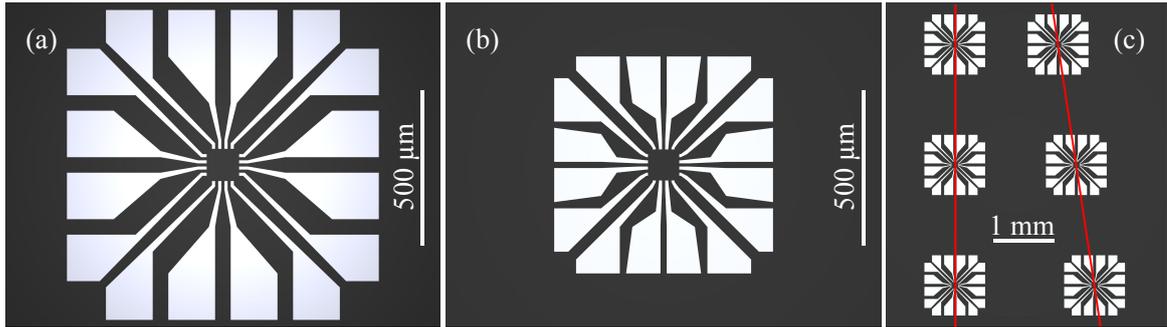


Abbildung 3.55: Schematische Darstellung auf Basis der Strukturdaten eines $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ großer Chips (a), eines $700\text{ }\mu\text{m} \times 700\text{ }\mu\text{m}$ großer Chips (b) und der asymmetrische Anordnung von 6 Chips (c). Der Abstand zweier Chips in einer Zeile erhöht sich hier von $700\text{ }\mu\text{m}$ in der obersten Zeile jeweils um $300\text{ }\mu\text{m}$ je Zeile. Die roten Linien dienen nur zur besseren Orientierung in Teilabbildung (c). Die Maßstäbe der Teilabbildungen (a) und (b) sind identisch.

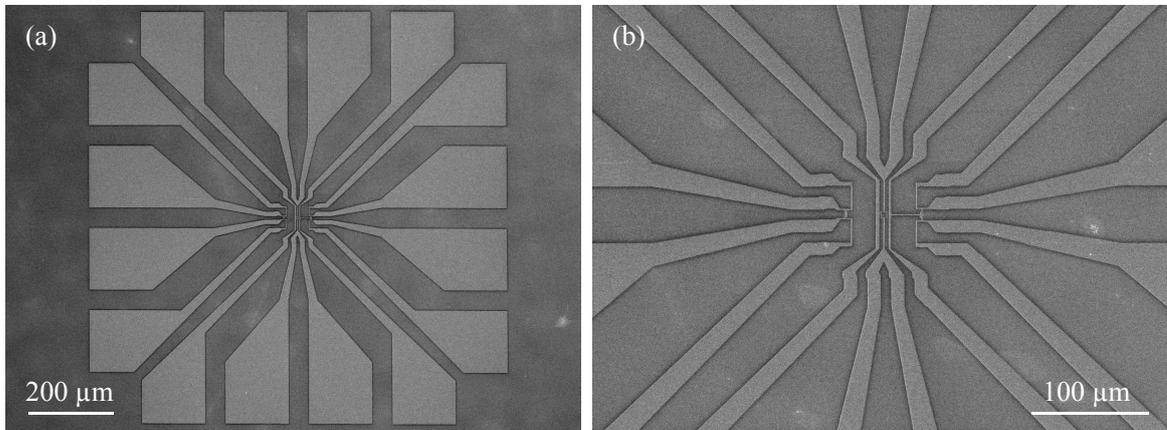


Abbildung 3.56: SEM-Bilder einer hergestellten Zuleitungsstruktur. Teilabbildung (b) zeigt den Bereich des kleinen Schreibfeldes von Teilabbildung (a) vergrößert.

Bereich der kleinen Schreibfelder stimmen mit der in den Abbildungen 3.43 und 3.44 dargestellten Grobstruktur überein, die photolithographisch hergestellt werden kann. Hierdurch ist es möglich, ohne eine gesonderte Anpassung der Feinstrukturen vornehmen zu müssen, diese mit dem hier vorgestellten und im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahren der mittels Elektronenstrahlolithographie strukturierten Zuleitungen zu kontaktieren, wie auch mit photolithographisch strukturierten Zuleitungen. Neben diesem Chip mit einer Kantenlänge von $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ ist im Rahmen dieser Arbeit zuvor ein Chip auf Basis eines knapp über $700\text{ }\mu\text{m}$ großen Schreibfeldes mit einer Kantenlänge von $700\text{ }\mu\text{m} \times 700\text{ }\mu\text{m}$ entworfen und hergestellt worden, das in Abbildung 3.55(b) auf Basis der Strukturdaten dargestellt ist. Hier stellte sich jedoch schnell heraus, dass die Kontaktflächen zu klein und zu eng dimensioniert waren, um eine zuverlässige Kontaktierung zu gewährleisten. Insbesondere störend wirkte sich der geringe Abstand von nur $20\text{ }\mu\text{m}$ zwischen den Kontaktflächen aus. Die mittleren Kontaktflächen weisen eine Fläche von etwa $110\text{ }\mu\text{m} \times 150\text{ }\mu\text{m}$ auf. Die Grundseite der Eckfelder hat eine Länge von $140\text{ }\mu\text{m}$. Demgegenüber verfügen die Kontaktflächen des $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ großen Chips alle über eine Fläche von mindestens $150\text{ }\mu\text{m} \times 105\text{ }\mu\text{m}$. Insbesondere der auf $50\text{ }\mu\text{m}$ vergrößerte Abstand zwischen den Kontaktflächen ermöglicht ein leichteres Bonden. Im Allgemeinen ist es bei diesem Design mit seinen deutlich größeren Kontaktflächen problemlos möglich, jede Kontaktfläche mit zwei Bonddrähten zu bestücken.

Im Vergleich zur photolithographischen Strukturierung der Hilfsstrukturen ist dieser Prozess jedoch deutlich langsamer. Zur Belichtung eines solchen 1 mm großen Chips benötigt das hier verwendete System etwa 90 bis 120 Minuten. Hinzu kommt die Strukturierung der Bauelemente im Inneren des kleinen Schreibfeldes, die je nach Komplexität und Größe der zu belichtenden Bereiche typischerweise zwischen 15 und 30 Minuten in Anspruch nimmt. Die Belichtung eines einzigen Chips erfordert also etwa 2 Stunden Zeit. Ein Beispiel für einen solchen Chip, wie er im Rahmen dieser Arbeit hergestellt wurde, ist in Abbildung 3.56 gezeigt. Um nicht noch zusätzliche Zeit zur Strukturierung von Orientierungshilfen aufbringen zu müssen, bietet es sich an, die Chips asymmetrisch auf dem Wafer anzuordnen, wie dies beispielsweise für sechs Chips in Abbildung 3.55(c) schematisch dargestellt ist. Die Chips der rechten „Spalte“ sind von Zeile zu Zeile um jeweils $300\ \mu\text{m}$ gegeneinander verschoben. Die roten Linien sind nur zur Verdeutlichung der Anordnung der Chips eingezeichnet. Eine solche einfache Orientierungshilfe genügt jedoch zur Ausrichtung der Probe vor dem Verdampfungsschritt vollkommen aus. Diese Anordnung der Chips ist zur Ausrichtung und zur Orientierung bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Proben zum Einsatz gekommen.

Im Vergleich zu photolithographisch strukturierten Zuleitungs- und Kontaktierungsstrukturen weist dieses Verfahren neben der Ausbeute von nahezu 100% in Bezug auf die Kontaktierung einige weitere Vorteile auf. So sind die Chips frei auf dem Wafer positionierbar. Dies bedeutet insbesondere, dass Bereiche auf dem Wafer ausgespart werden können, die Auffälligkeiten im Bereich des Resists aufweisen. Die „Integrationsdichte“ der Chips, gemessen als Zahl der Schreibfelder pro Flächeneinheit der späteren Probe, unterscheidet sich kaum von der photolithographisch strukturierter Chips, wobei der Abstand zwischen den äußeren Kontaktflächen und den Bruchkanten der späteren Probe nicht berücksichtigt wird. Aufgrund der geringeren Größe der Kontaktflächen liegt die Integrationsdichte eines einzelnen Chips bei $1\ \text{mm}^{-2}$ gegenüber $0.25\ \text{mm}^{-2}$ im Falle der photolithographisch strukturierten Chips. Soll die spätere Probe jedoch mehr als 1 Schreibfeld enthalten, muss aufgrund der Anordnung der Kontaktflächen ein gewisser Mindestabstand zwischen den Chips eingehalten werden, um auch einen Anschluss der innen liegenden Kontaktflächen an die Messelektronik zu ermöglichen. Liegt dieser ebenfalls bei 1 mm, so ergibt sich für eine quadratische Anordnung von insgesamt 4 Chips eine Integrationsdichte von $0.44\ \text{mm}^{-2}$. Hinzu kommt, dass aufgrund der geringen Zahl an Prozessschritten, die eine so kontaktierte Probe durchläuft, auch die Kontamination des Wafers signifikant kleiner ist. Die häufig auf dem Wafer verbleibenden Reste des Photoresists mit typischen Durchmessern von deutlich weniger als 50 nm werden beispielsweise so vollständig vermieden. Allerdings werden diese bestechenden Vorteile dieses Verfahrens dadurch erkauft, dass ein Freiheitsgrad, nämlich die Wahl des Kontaktierungsmaterials, entfällt. Auch die Kontaktstrukturen bestehen hier aus den Materialien, die zur Herstellung der Bauelemente verwendet werden.

Im Prinzip kann dieser Prozess auch durch Anwendung der Stitching-Methode erweitert werden. Dies ermöglicht es dann, auch größere und bei Bedarf auch komplexere Chiplayouts zu realisieren. H. Knoglinger hat so im Rahmen seiner Arbeit [Kno04] diesen Prozess auf einen $3\ \text{mm} \times 3\ \text{mm}$ und einen $5\ \text{mm} \times 5\ \text{mm}$ großes Chiplayout erweitert.

Messaufbau

4.1 Mischkühler und Probenkontaktierung

4.1.1 Mischkühler und Probenaufnahme

Die im Rahmen dieser Arbeit an Einzelladungs-Transistoren durchgeführten Messungen sind in einem kleinen und kompakten $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischkühler¹ erfolgt, der am Walther-Meissner-Institut entwickelt und gebaut worden ist. Der Mischkühler kann prinzipiell in jedem ausreichend hohen Kryostaten oder Behälter für flüssiges Helium (He) betrieben werden, der über eine Bohrung mit einem Durchmesser von 50 mm verfügt. So ist beispielsweise auch der Betrieb direkt in den Transportbehältern für flüssiges Helium möglich. Der hier verwendete Mischkühler wird im Hause als flexible Messplattform für zum Teil sehr verschiedene Experimente eingesetzt. Diese hohe Flexibilität des Messsystems bedeutet andererseits auch, dass spezielle Anforderungen, die einzelne Versuche stellen, nur sehr bedingt berücksichtigt werden können. Ein Beispiel hierfür ist die bereits in Abschnitt 2.6.1 angesprochene, fehlende Filterung der Zuleitungen im GHz-Bereich, die ohne einen erheblichen Eingriff in das Gesamtsystem des Mischkühlers nicht realisiert werden konnte. Um aber überhaupt in das Messsystem die Proben einbauen zu können, musste neben dem Aufbau der eigentlichen Messtechnik im Rahmen dieser Arbeit zumindest eine an das vorhandene System adaptierte Probenhalterung entworfen und gebaut werden, sowie ein Verfahren zur Kontaktierung der Probe entwickelt werden. Der Probenhalter wird hierbei direkt mit der Probenplattform des Mischkühlers verschraubt, auf den dann der Chipcarrier, der die eigentliche Probe enthält und über den auch die elektrische Kontaktierung der Bauelemente erfolgt, geklebt wird.

Die Messungen, die im Rahmen dieser Arbeit entstanden sind, sind während der Entwicklungsphase der Messelektronik der Einfachheit halber in Transportkannen für flüssiges He durchgeführt worden. Später ist der Mischer in einem Kryostaten betrieben worden, in den ein kompensierter, supraleitender Magnet der Firma Klaus Schaefer eingebaut ist. Dieser kann bei 4.2 K, ein Magnetfeld von bis zu $\mu_0 H \approx 7 \text{ T}$ entlang der Symmetrieachse des Kryostaten erzeugen.

Der Mischkühler verfügt über eine vom Boden der Mischkammer thermisch entkoppelte Probenplattform mit einem Durchmesser von etwa 36 mm, die zur Reduzierung von Wirbelströmen,

¹Die Funktionsweise eines $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischkühlers ist beispielsweise in [Fro78] erklärt.

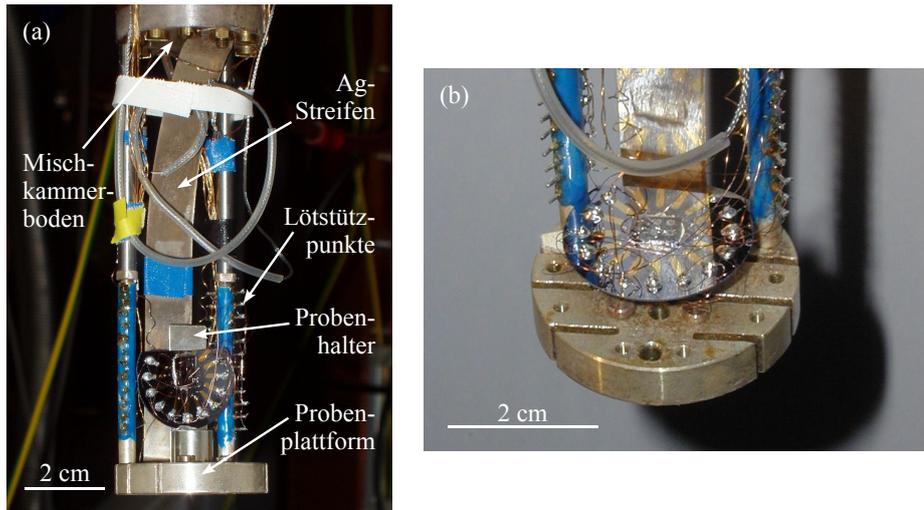


Abbildung 4.1: Die Probenplattform des $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischkühlers mit zwei Probenaufnahmen, die die Ausrichtung der Probe entlang der Symmetrieachse des Mischkühlers (a) und senkrecht zu dieser ermöglicht (b).

die in zeitlich verändernden Magnetfeldern erzeugt werden, geschlitzt ist. Sie ist, wie in Abbildung 4.1 dargestellt, über zwei dünnwandige Röhren, die als Aufhängung der Plattform dienen, mit dem Boden der Mischkammer verschraubt. Über einen etwa 1 cm breiten Silber-Streifen ist die Probenplattform thermisch schwach an die Mischkammer angekoppelt. Hierdurch kann ihre Temperatur im Bereich bis zu einigen Kelvin geregelt werden, ohne allzu großen Einfluss auf den Mischkühler zu nehmen. Dabei wird die Probenplattform bzw. der Silber-Streifen über einen elektrischen Widerstand beheizt. Die Probenplattform verfügt über zwei geeichte Dickschichtwiderstände, die mittels Lock-in-Technik in einer Brückenschaltung zur Messung der Temperatur herangezogen werden. Die Regelung der Temperatur erfolgt PC-gestützt über eine im Hause entwickelte Messelektronik, die aus mehreren Komponenten besteht. Die Endtemperatur des Mischkühlers liegt unter 30 mK. Die Mehrzahl aller Messungen ist bei einer Temperatur der Probenplattform von etwa 40 mK durchgeführt worden. Hierzu ist die Probenbühne mit einer Heizleistung in der Größenordnung von etwa 10 nW beheizt worden. Bei höheren Temperaturen steigt die benötigte Heizleistung deutlich an. Gerade im Bereich unterhalb von 100 mK hat sich die Heizleistung als sehr empfindlicher Indikator zum Aufspüren von Störungen oder zusätzlichen parasitären Wärmeeinträgen im Mischerbetrieb herausgestellt.

Der Mischkühler verfügt über 2×12 Messleitungen, die mehrfach thermisch abgefangen sind und im Bereich der Probenbühne an 2×12 elektrisch isolierten Lötstützpunkten in den Aufhängungsstreben der Probenbühne enden, wie Abbildung 4.1(a) dies zeigt. Im Kopfbereich des Mischers werden die jeweils 12 Messleitungen der beiden Lötstützpunktzeilen auf zwei 12-polige Stecker verteilt. Im Rahmen der hier durchgeführten Messungen sind nur 12 Messleitungen einer Lötstützpunktzeile verwendet worden, so dass nur ein 12-poliges Messkabel zum Kopf des Mischkühlers geführt werden musste. Neben den beiden Steckern für die Messleitungen verfügt der Mischkühler über zwei weitere Stecker, über die die zum Betrieb des Mischers und zur Kontrolle der Temperatur der Probenplattform notwendigen Leitungen geführt werden. Über diese Leitungen sind unter anderem einige weitere Temperatursensoren angeschlossen, mit deren Hilfe die Überwachung des Betriebszustands des Mischers möglich ist. Alle Leitungen, die über diese 4 Stecker in den Mischer geführt werden, sind im Kopfbereich des Mischers, also bei Raumtemperatur, mit verschiedenen RLC-Tiefpassfiltertypen gefiltert, deren Grenzfrequenzen ν_G oberhalb von 100 kHz liegen. Eine Filterung in diesem Frequenzbereich ist schon deshalb sehr wichtig, da die Photonen, die in diesem Frequenzbereich über die Zuleitungen zur Probe und damit auch zur

Probenplattform gelangen, aufgrund ihrer Energie zu einer echten Erhöhung der Temperatur der Probe und der Probenplattform führen können. Im Gegensatz hierzu ist die fehlende Filterung im GHz-Bereich für den eigentlichen Betrieb des Mischkühlers weniger relevant, da die Leistung der über die Zuleitungen transportierten Photonen in diesem Frequenzbereich im Allgemeinen zu gering ist, einen signifikanten Beitrag zum Rauschen zu liefern oder zu einer merklichen Erhöhung der Temperatur der Probenplattform und der Probe zu führen [Syp98]. Eine Ausnahme stellt hier selbstverständlich, wie ja auch schon in Abschnitt 2.6.3 erläutert wurde, die elektronische Temperatur der Probe dar, da die Photonen mit Frequenzen im GHz-Bereich den Quasiteilchen im Bereich der SET eine ausreichende Energie zur Verfügung stellen können, die Coulomb-Blockade zu überwinden. Die GHz-Photonen erhöhen so die Tunnelraten der Quasiteilchen, was häufig durch eine erhöhte effektive Temperatur der Probe beschrieben wird.

Zur mechanischen Fixierung der Proben auf der Probenplattform sind im Rahmen dieser Arbeit zwei Probenaufnahmen konstruiert und gebaut worden, die in Abbildung 4.1(a) und (b) dargestellt sind. Beide Aufnahmen sind aufgrund der mechanischen und thermischen Eigenschaften im Bereich einiger Millikelvin aus Sterling-Silber [Pro03, Neu03] hergestellt worden und können mit einer ebenfalls aus Sterling-Silber hergestellten M3-Senkkopfschraube von unten mittig mit der Probenplattform verschraubt werden. Die in Abbildung 4.1(a) dargestellte Probenaufnahme hat einen Durchmesser von 8 mm und eine Gesamthöhe von 30 mm. Der Chipcarrier wird auf die senkrecht verlaufende Fläche mit Hilfe von Leitsilber geklebt. Diese Fläche ist hierbei leicht hinter die Symmetrieachse des Probenhalters und damit auch der Probenplattform versetzt, um die Oberfläche der Probe möglichst nahe an der zentralen Symmetrieachse des Mischkühlers und damit an dem Zentrum des Magnetfeldes zu positionieren. Mit ihrer Hilfe ist es so möglich, mit dem hier zur Verfügung stehenden Magnetsystem ein Magnetfeld in der Ebene der Metallfilme anzulegen. Abbildung 4.1(b) zeigt eine Probenaufnahme, die es ermöglicht, ein Magnetfeld senkrecht zur Ebene der Metallfilme anzulegen. Diese Probenaufnahme ist zylinderförmig und hat einen Durchmesser von 10 mm und eine Höhe von ebenfalls 10 mm. Auch diese Probenaufnahme kann mit der Probenplattform verschraubt werden. Die Fixierung des Chipcarriers auf dieser Aufnahme erfolgt wiederum mit Leitsilber.

4.1.2 Chipcarrier

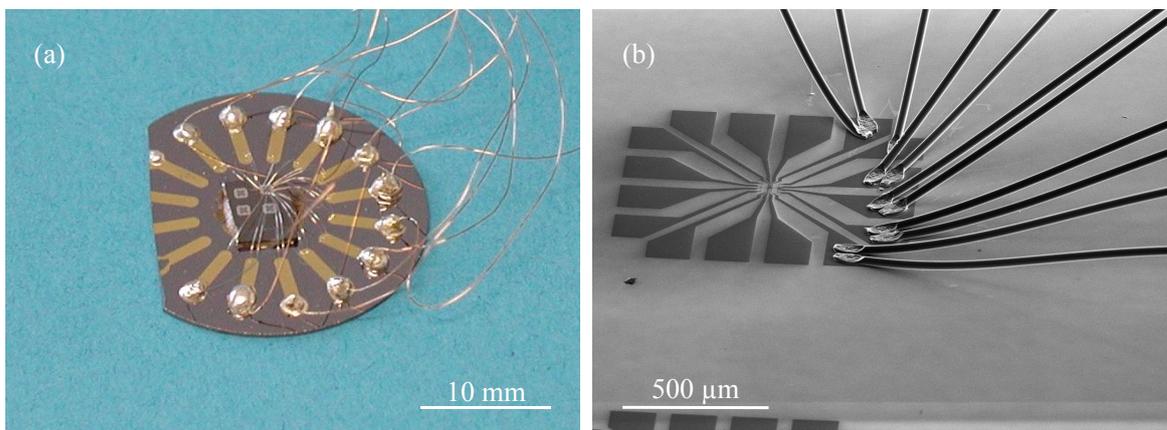


Abbildung 4.2: (a) Foto einer zur Messung vorbereiteten Probe auf einem Chipcarrier. (b) SEM-Aufnahme eines gebondeten Chips auf einer Probe.

Die zu vermessende Probe wird nach dem Brechen des Wafers mit Leitsilber auf einen Chipcarrier geklebt und mit Hilfe eines Ultraschall-Wedgebonders kontaktiert. Abbildung 4.2(a) zeigt ein

Aufnahme einer zur Messung vorbereiteten und bereits gebondeten Probe auf einem Chipcarrier. Die redundante Kontaktierung durch jeweils zwei Bonddrähte, die auch Abbildung 4.2(b) zeigt, verringert die Gefahr, durch schlecht haftende oder mechanisch überbeanspruchte Bonddrähte die spätere Messung aufgrund einer unterbrochenen Kontaktierung abbrechen zu müssen.

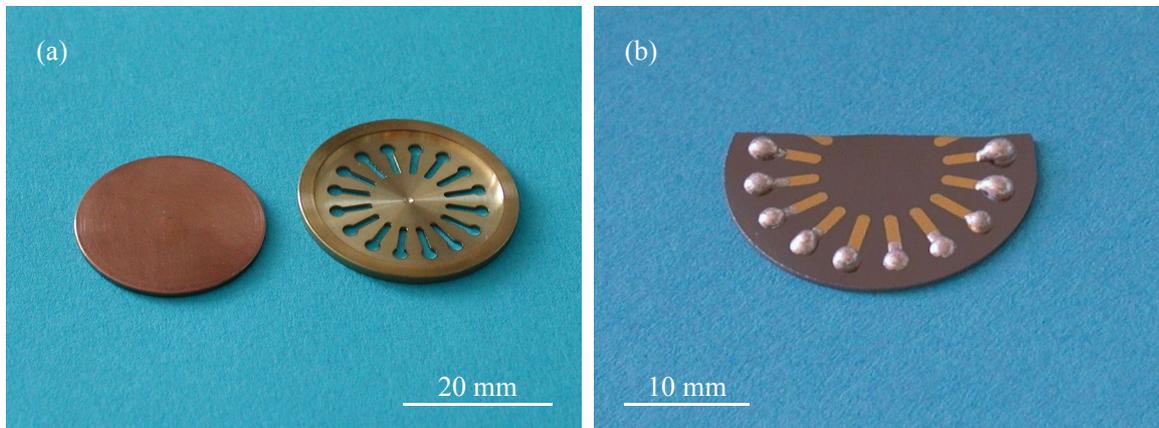


Abbildung 4.3: (a) Die mechanische Maske, durch die die Bond- und Lötfelder mit Hilfe der Sputter-Technik auf einem 1-Zoll-Wafer, der als Chipcarrier dienen soll, abgeschieden werden. (b) Chipcarrier mit SnIn-Lötstellen. Um auch mit der in Abbildung 4.1(b) dargestellten Probenaufnahme verwendet werden zu können, müssen von den ursprünglich 16 vorhandenen Lötstellen mindestens 4 entfernt werden.

Die Chipcarrier, die im Rahmen dieser Arbeit konzeptioniert und hergestellt wurden, basieren auf Si-Wafern mit einem Durchmesser von 1 Zoll, die nur über ihre natürliche Oxidschicht verfügen. Die Wafer bieten aufgrund ihrer hohen Leitfähigkeit bei Raumtemperatur einen natürlichen Schutz für die mesoskopischen Bauelemente vor Spannungsspitzen und anderen Entladungen, während sie bei tiefen Temperaturen im Millikelvin-Bereich und den typischen Abständen zwischen den Zuleitungen als isolierend angesehen werden können [Del90a, Del90b]. Nicht zuletzt eignet sich die Verwendung von Silizium aufgrund seiner thermischen Eigenschaften bei den tiefen Temperaturen, die mit Hilfe eines $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischkühlers erreicht werden können [Pro03].

Nach einer gründlichen, ultraschallunterstützten Reinigung des Wafers in mehreren Aceton- und IPA-Bädern, wird mit Hilfe der schon in Abschnitt 3.7.2 beschriebenen Sputteranlage der Firma Bal-Tec durch eine mechanische Maske ein 20 nm dicker Chromfilm (Cr) und anschließend ein 240 nm dicker Goldfilm (Au) auf den Wafer aufgebracht. Dieses Materialsystem hat sich als sehr widerstandsfähig gegenüber leichtem Kratzen und den Belastungen beim Bonden erwiesen. Die mechanische Maske ist in Abbildung 4.3(a) dargestellt und besteht neben der eigentlichen Maske noch aus einer Kupferscheibe mit einem Durchmesser von 1 Zoll, die den Wafer von unten vor sich abscheidendem Material beim Sputtern schützt. Die eigentliche Maske verfügt über 16 Zuleitungen mit einer Breite von 1 mm, an deren Enden sich Kontaktstellen² mit einem Durchmesser von 2 mm befinden, die auf einem Kreis mit einem Durchmesser von 20 mm angeordnet sind. Die Zuleitungen enden im Inneren des Wafers auf einem Kreis mit einem Durchmesser von 10 mm, dessen Mittelpunkt mit dem des Wafers übereinstimmt.

Soll der spätere Chipcarrier zusammen mit der in Abbildung 4.1(b) dargestellten Probenaufnahme verwendet werden, muss aufgrund der Lage des Silberstreifens und der daraus resultierenden Einschränkung des zur Verfügung stehenden Platzes ein Teil des Wafers entfernt werden.

²Die Maske ist ursprünglich im Rahmen dieser Arbeit als Versuchsträger für einen Chipcarrier eines Mischers entwickelt und gebaut worden, bei dem die Kontaktierung der Probe durch Federstifte, die von oben auf die Kontaktflächen drücken, erfolgen sollte. Dieser Mischer konnte jedoch bis zum Abschluss der vorliegenden Messung nicht in Betrieb genommen werden.

Üblicherweise bleiben so von den ursprünglich 16 Lötstellen höchstens 12 erhalten. Hierzu bietet es sich an, unmittelbar nach dem Bedampfen den Wafer wiederum mit Hilfe eines Diamantritzers anzuritzen und ihn dann entlang der entstandenen Kerbe zu spalten. Auch in diesem Schritt sollten die in Abschnitt 3.1.2 erwähnten Eigenschaften des Wafers bezüglich seiner bevorzugten Spaltrichtungen und der Orientierung des Flats des Wafers beachtet werden.

Anschließend werden die Kontaktstellen des Chipcarriers zum späteren Anlöten der Zuleitungen mit möglichst geringen Mengen einer eutektischen SnIn-Legierung, die einen Sn-Anteil von etwa 48% bezogen auf die Stoffmenge aufweist, als Lot versehen. Die Schmelztemperatur dieser Legierung liegt bei etwa 117°C [Han58, WLde, Hai00]. Hierbei wird als Flussmittel KESTER FORMULA NO. 1544 der Firma Kester verwendet. Das überschüssige Flussmittel wird möglichst schnell durch Eintauchen in Aceton- und IPA-Bäder und durch Abspülen mit Aceton und IPA von dem Chipcarrier entfernt. Wird erst nach dem Aufbringen der Lötunkte der Chipcarrier verkleinert, gehen aufgrund der Größe der SnIn-Tropfen häufig mehr als 4 Lötstellen verloren. Abbildung 4.3(b) zeigt einen solchen Chipcarrier mit verzinnnten Kontaktstellen.

Im Anschluss hieran werden lackisolierte Kupferdrähte mit den Lötunkten des Chipcarriers auf der einen Seite und mit einem Stück kupferbeschichteten Platinenmaterials auf der anderen Seite verlötet, über das im weiteren Verlauf der Kontaktierung bis zum Einbau in den Mischkühler die Probe geerdet werden kann. Neben dem Aspekt der Erdung ist das frühzeitige Anlöten der Kontaktdrähte, die die spätere elektrische Verbindung zu den Lötstützstellen des Mischkühlers herstellen, aufgrund der guten Wärmeleitfähigkeit des Si-Wafers notwendig. Obwohl die Schmelztemperatur der verwendeten SnIn-Legierung bei nur etwa 117°C liegt, erfordert der hohe Wärmetransport durch den Si-Wafer signifikant höhere Temperaturen der Lötspitze beim Anlöten. Bei diesen Temperaturen wird das als Kleber verwendete Leitsilber wieder flüssig, so dass eine Fixierung der Probe auf dem Chipcarrier und des Chipcarriers auf der Probenaufnahme nicht mehr gewährleistet ist. Hinzu kommt, dass das Leitsilber anfangen könnte zu fließen, und so unter ungünstigen Bedingungen einen Kurzschluss zwischen einzelnen Zuleitungen auf dem Chipcarrier hervorrufen könnte. Frühere Versuche, mit verschiedenen, höher schmelzenden Loten auf den Si-Wafern zu löten, sind fehlgeschlagen.

Ist der Chipcarrier vorbereitet, wird die Probe mit Leitsilber aufgeklebt und mit Hilfe eines Ultraschall-Wedgebonders kontaktiert. Gerade in diesem Arbeitsschritt ist die Erdung der Probe von großer Wichtigkeit, um die empfindlichen Tunnelkontakte vor Spannungsspitzen und Entladungen zu schützen [Kel97]. Abbildung 4.2(a) zeigt eine solche, zum Einbau in den Mischkühler vorbereitete Probe.

Der Chipcarrier wird mit Leitsilber auf den Probenhalter geklebt, der mit der Probenplattform verschraubt wird. Anschließend werden die Kupferdrähte, die mit dem Chipcarrier verlötet sind, auf die passende Länge zugeschnitten, ihre Isolierung im Bereich der frischen Schnittkanten entfernt und anschließend mit den Lötstützpunkten des Mischkühlers verlötet.

4.2 Messtechnik

4.2.1 Einleitung

Ziel dieses Unterabschnitts ist es, die wichtigsten Konzepte, die zur Realisierung des verwendeten Messaufbaus berücksichtigt wurden, kurz einzuführen. Zu diesen zählen insbesondere die Wahl,

ob eine strom- oder spannungsgetriebene Messmethode zum Einsatz kommt, und die Betrachtung der zur Erzielung der benötigten Auflösung unumgänglichen Abschirmung und Erdung des Versuchsaufbaus.

4.2.2 4-Punkt- und 2-Punkt-Messmethode

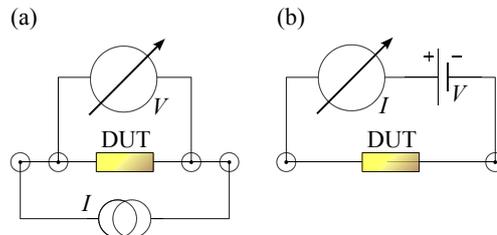


Abbildung 4.4: Schematischer Vergleich des Aufbaus einer 4-Punkt-Technik (a) und einer 2-Punkt-Technik zur Messung des elektrischen Widerstands eines Bauelements (DUT, engl. **D**evice **U**nder **T**est).

Die beiden einfachsten Methoden, ein Bauelement³ im Gleichstrombetrieb elektrisch zu charakterisieren, sind die 4-Punkt-Methode und die 2-Punkt-Methode, die schematisch in Abbildung 4.4 einander gegenüber gestellt sind. Bei der in Teilabbildung (a) dargestellten 4-Punkt-Methode wird der Strom I , der von einer Stromquelle geliefert wird, dem zu untersuchenden Bauelement aufgeprägt, wobei die am Bauelement abfallende Spannung V durch ein dem Bauelement parallel geschaltetes Spannungsmessgerät aufgezeichnet wird. Der systematische Fehler, der mit dieser Messmethode verbunden ist, besteht darin, dass die Stromquelle sowohl den Strom liefern muss, der durch das Bauelement fließt, wie auch den Strom, der durch das Spannungsmessgerät fließt. Die Größe, die diesen systematischen Fehler beschreibt, ist das Verhältnis der beiden Gesamtwiderstände der beiden Stromäste, die sich jeweils aus den nicht eingezeichneten Widerständen der Zuleitungen und dem Innenwiderstand des Messgerätes bzw. dem Widerstand des Bauelements zusammensetzen. Die Widerstände von Zuleitungen, die zu beiden Ästen gehören, werden dabei nicht mit betrachtet. Das bedeutet, dass dieses Verfahren insbesondere dann anwendbar ist, wenn der Gesamtwiderstand des Astes, der das Bauelement enthält, sehr viel kleiner als der des Astes ist, der das Messgerät enthält. Es wird auch dann eingesetzt, wenn die Zuleitungen zu dem Bauelement einen im Verhältnis zum eigentlichen Bauelement hohen Widerstand besitzen. In diesem Fall kann, da ja Widerstände, die zu beiden Ästen gehören, nicht berücksichtigt werden, durch eine möglichst nahe Positionierung der Abzweigungen am Bauelement der Einfluss der verbleibenden Zuleitungen reduziert werden. Die Randbedingung an das Verhältnis der Gesamtwiderstände der beiden Äste bleibt hierbei selbstverständlich erhalten. Im Prinzip ist dieses Verfahren also zur Messung niederohmiger Proben prädestiniert.

Das in Abbildung 4.4(b) dargestellte Verfahren der 2-Punkt-Messmethode ist im Prinzip noch einfacher als die 4-Punkt-Methode. Hier wird eine Spannungsquelle, die die Spannung V liefert, in Serie zu dem zu untersuchende Bauelement und einem Strommessgerät geschaltet, das den durch die Schaltung fließenden Strom I misst. Der systematische Fehler dieser Messanordnung liegt im Spannungsabfall über dem Strommessgerät, den Zuleitungen und der Spannungsquelle begründet. Die charakteristische Größe, die diesen Fehler beschreibt, ist der Gesamtwiderstand der Zuleitungen und die Innenwiderstände des Strommessgerätes und der Spannungsquelle, die in Abbildung 4.4(b) nicht eingezeichnet sind. Ist der Gesamtwiderstand der Messinfrastruktur sehr viel kleiner als der des Bauelements, so kann dieser im Allgemeinen vernachlässigt werden.

³In Abbildung 4.4 ist das Bauelement als *DUT* (engl. **D**evice **U**nder **T**est) bezeichnet.

Diese Messmethode eignet sich also primär für Bauelemente, deren Widerstand groß im Vergleich zu dem Gesamtwiderstand der Messinfrastruktur ist, wie dies auch im Rahmen der hier durchgeführten Messungen der Fall ist. So liegt etwa der Widerstand der Zuleitungen, gemessen zwischen dem Kopf des Kryostaten und den Lötstützpunkten im Bereich der Probenplattform, bei unter $40\ \Omega$, wohingegen die Bauelemente, wie schon in Abschnitt 3.1 erläutert, im Bereich einiger R_K liegen, also etwa in der Größenordnung von $100\ \text{k}\Omega$.

Jedoch nicht nur aus diesem Grund hat sich die 2-Punkt-Messmethode zur Untersuchung von Bauelementen, die auf Einzelladungseffekten beruhen, durchgesetzt, weshalb sie auch im Rahmen dieser Arbeit angewendet wurde. Sie stellt vielmehr aufgrund der Beschreibung durch die Orthodoxe Theorie die „natürliche“ Messmethode für diese Bauelemente dar. So wird ja im Rahmen der Orthodoxen Theorie das Verhalten der Bauelemente als Funktion von angelegten Spannungen beschrieben, und hier insbesondere als Funktion der Transportspannung V_{SD} , wie dies auch in Abschnitt 2.4 getan wurde. Der Grund für diesen Ansatz der Orthodoxen Theorie liegt primär nicht einmal an den hohen Tunnelwiderständen, sondern vielmehr an den im Vergleich zu den parasitären Kapazitäten der Umgebung geringen Kapazitäten der Tunnelkontakte und der Inseln der Bauelemente, also an der geringen Größe der Kapazität C_Σ , wie sie für den SET etwa in (2.31) definiert wurde. Zu diesen parasitären Kapazitäten zählen so beispielsweise die Kapazitäten der Zuleitungen.

Während die Spannungsänderung, und damit auch die Energieänderung, die durch das Tunneln eines einzelnen Ladungsträgers hervorgerufen werden, für die Tunnelkontakte und die Bauelemente selbst durchaus erheblich sein können, wie dies ja schon im einführenden Kapitel 2 dargestellt wurde, ist die Spannungsänderung, die durch eine durch das Bauelement hindurch transportierte Ladung hervorgerufen wird, für die signifikant größeren Kapazitäten der Umgebung im Allgemeinen bedeutungslos. Dies hat zur Folge, dass die Kapazitäten der Umgebung für das Bauelement wie eine Spannungsquelle wirken, so dass selbst im Falle eines stromgetriebenen Einzelladungsbaulements sein Verhalten durch die an ihm anliegende Spannung der parasitären Kapazitäten bestimmt wird, die ihrerseits durch den eigentlich dem Bauelement aufgeprägten Strom geladen werden [Dev92].

Unabhängig hiervon sind alle im Rahmen dieser Arbeit vermessenen Bauelement für Messungen in der 4-Punkt-Konfiguration kontaktiert worden, auch wenn die eigentlichen Messungen in der 2-Punkt-Konfiguration durchgeführt worden sind. Neben einer zusätzlichen Redundanz der Kontaktierung ist es so möglich, bereits vor dem Abkühlen die Zuleitungen zu den Bauelemente zu testen, ohne eine Beschädigung der hoch empfindlichen Tunnelkontakte durch das Anlegen eines Stroms oder einer Spannung riskieren zu müssen.

4.2.3 Abschirmung und Erdung

Um hochaufgelöste Messungen an Bauelementen auf Basis von Einzelladungseffekten zu realisieren, ist es unabdingbar, den Versuchsaufbau in Bezug auf seine Rauscheigenschaften zu optimieren. Als Rauschen wird in diesem Zusammenhang jedes elektrische Signal verstanden, das nicht zu den ursprünglich beabsichtigten Signalen gehört. Das Rauschen kann hierbei grob in zwei Kategorien unterteilt werden, nämlich in Beiträge aufgrund innerer physikalischer Phänomene und in externe Störsignale. Während das intrinsische Rauschen der Probe und auch anderer Komponenten im Allgemeinen immer vorhanden ist, kann im Prinzip durch den Einsatz geeigneter technischer Maßnahmen, wie etwa Filterung, der Beitrag der externen Störsignale, wenn auch nicht vollständig eliminiert, so jedoch zumindest minimiert werden [Ott76].

Zu den intrinsischen Rauschbeiträgen zählen vor allem das *thermische Rauschen*, das auch als *Johnson-Nyquist-Rauschen* bezeichnet wird, und auf die Bewegung der Ladungsträger in einem elektrischen Leiter mit einem endlichen Widerstand zurückzuführen ist, und das Schrotrauschen⁴, das auch als Schottky-Rauschen bezeichnet wird, und auf der diskreten Natur der Ladungsträger beruht. Die spektrale Zusammensetzung beider Rauschquellen ist konstant, weshalb ihr Rauschen auch in Anlehnung an die Optik als *weißes Rauschen* bezeichnet wird. Eine weitere, sehr wichtige Klasse von Rauschquellen, die in der Natur sehr häufig vorkommt, verfügt über eine konstante spektrale Leistung pro Oktave⁵, also über eine spektrale Leistungsdichte, die proportional zu $1/\nu$ ist, wobei ν die Frequenz bezeichnet. In der allgemeinen Sprechweise wird Rauschen mit dieser spektralen Zusammensetzung als $1/f$ -Rauschen oder im Englischen auch als *pink noise* bezeichnet [Man02, Ott76]. Ein gezieltes Vorgehen gegen diese Rauschquellen ist, wenn überhaupt, häufig nur mit sehr großem technischem Aufwand möglich. Ein Beispiel wurde schon in Abschnitt 2.6.1 aufgezeigt. Dort wurde erwähnt, dass zur Reduzierung des thermischen Rauschens der Filter in den Zuleitungen selbst diese massiv gekühlt werden müssen, und dass häufig mehrstufige Filter zum Einsatz kommen müssen, um die notwendige Reduzierung der Störsignale an der Probe zu gewährleisten. Gerade an diesem Beispiel zeigt sich, dass bei der Bekämpfung von Störsignalen durchaus auch intrinsische Rauschquellen wichtig werden und die Unterdrückung der Störsignale erheblich erschweren können.

Im Allgemeinen ist jedoch im Vergleich zur Reduzierung des intrinsischen Rauschens die Bekämpfung der Störsignale deutlich einfacher. Zu den vielleicht wichtigsten Störsignalen, deren Einfluss auf die Messung möglichst gering gehalten werden muss, gehören das 50-Hz-Netzbrummen, Spannungsstöße aus den elektronischen Komponenten und der Umgebung des Messaufbaus, aber auch höherfrequente Störungen im Frequenzbereich zwischen 10 kHz und etwa 10 MHz, die von digitalen Komponenten in der näheren Umgebung des Messaufbaus erzeugt werden, und für die die Zuleitungen wie Antennen wirken.

Neben der direkten Einkopplung der Störungen beispielsweise in die Signalleitungen über sich zeitlich ändernde elektrische oder magnetische Wechselfelder, also durch elektromagnetische Wellen, sind die gegenseitigen Beeinflussungen verschiedener Komponenten über gemeinsame Leitungen mit endlichen Impedanzen die vielleicht wichtigsten Wege zur Einkopplung von Störsignalen [Ott76]. Hierzu zählen beispielsweise die gegenseitigen Wechselwirkungen zwischen verschiedenen Komponenten über eine gemeinsame Erdung oder Stromversorgung, sowie die Einkopplung externer Störungen über Signalleitungen oder andere Zuleitungen, wie etwa der Energiezuleitungen. Eine sehr wichtige und häufig übersehene Quelle für Störungen stellt so die Energieversorgung des Messaufbaus dar. Um die Einkopplung von Störungen auf diesem Wege zu vermeiden, muss eine möglichst störungsfreie Stromversorgung zum Einsatz kommen, oder die Störungen sollten vor dem Anschluss der Energiequelle an den Messaufbau von diesem beispielsweise durch den Einsatz eines Netzfilters [Wal02a] entkoppelt werden. Neben diesen Maßnahmen stellen jedoch wahrscheinlich eine ausreichende Abschirmung und Erdung, sowie eine ausreichende Filterung und Symmetrisierung des Messaufbaus die wichtigsten Gegenmaßnahmen im Kampf gegen die Störsignale dar.

Abschirmung

Eine gute Abschirmung des Versuchsaufbaus ist in der Lage, die Einkopplung von Störungen in den Messaufbau erheblich zu senken. Die wesentlichen Mechanismen, über die die Einkopplung

⁴engl. *shot-noise*

⁵Wie in der Akustik auch, bezeichnet eine Oktave den Frequenzbereich von ν bis 2ν , wobei ν die Frequenz ist.

der Störsignale tatsächlich stattfindet, sind die *kapazitive Kopplung*, die *induktive Kopplung* und die *Kopplung über elektromagnetische Felder*, die im Grunde eine Kombination der ersten beiden Kopplungen darstellt.

Elektrische Wechselfelder, die beispielsweise von stromführenden Leitungen oder auch von Taktgebern oder anderen digitalen Komponenten emittiert werden, koppeln aufgrund der endlichen Kapazität eines im gleichen Raum vorhandenen Objekts, also z.B. einer Messleitung, gegenüber dieser Störquelle und aufgrund der endlichen Kapazität dieses Objekts gegenüber Masse an das Objekt und erzeugen dort eine Störspannung gegenüber Masse. Diese kapazitive Einkopplung von Störungen kann durch eine metallische Abschirmung des Objekts, die auf Massepotenzial gelegt wird, im Prinzip vollständig unterdrückt werden [Ott76, Mor77]. In diesem Fall fällt die Wechselfeldspannung vollständig über der Kapazität zwischen Schirmung und Störquelle ab, da aufgrund der Verbindung der Schirmung zu Masse diese konstant auf dem Potenzial der Masse liegt. Aufgrund des konstanten Potenzials der Schirmung erreichen – ein vollständiges Umschließen des eigentlichen Objekts durch die Schirmung vorausgesetzt – keine Spannungsfluktuationen das Objekt. Aus diesem Grund empfiehlt es sich beispielsweise, die Schirmung von Coaxialkabeln nicht zur Führung von Signalen zu verwenden. Ist die Abschirmung nicht vollständig, so existiert neben der Kapazität zur Schirmung auch eine kleinere, endliche Kapazität des Objekts gegenüber der Störquelle, so dass in diesem Fall auch eine Störspannung auf das Objekt übertragen wird. Diese ist jedoch meist deutlich kleiner als im Fall ohne Abschirmung [Ott76].

Ähnlich zur kapazitiven Kopplung können auch aufgrund der endlichen, wechselseitigen Induktivitäten verschiedener Objekte zueinander über magnetische Wechselfelder Störungen von einem Objekt auf ein anderes übertragen werden. Werden durch einen stromdurchflossenen Leiter magnetische Wechselfelder erzeugt, können diese an ein Objekt, beispielsweise eine Leiterschleife, koppeln und dort gemäß dem Induktionsgesetz eine Störspannung erzeugen. Die charakteristische Größe, die diese Spannungen im Wesentlichen beeinflusst, ist die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses, der das Objekt oder Teile des Objekts durchdringt. Um Störspannungen durch diesen Mechanismus möglichst zu unterbinden, ist eine Minimierung des magnetischen Flusses notwendig, was im Prinzip durch eine Reduktion der Magnetfelder, eine optimierte Ausrichtung des Objekts und durch eine Reduzierung der effektiven Fläche des Objekts erreicht werden kann. Während die Magnetfelder, außer durch den Einsatz magnetischer Abschirmungen, nur durch eine Vergrößerung des Abstandes zur Störquelle reduziert werden können, und auch eine Ausrichtung des Objekts häufig keine praktikable Lösung darstellt, ist eine Reduzierung der effektiven Fläche durch eine geschickte Erdung und durch den Einsatz verdrillter Kabelpaare im Allgemeinen deutlich leichter möglich.

Eine Reduzierung der induktiven Kopplung durch eine geerdete Abschirmung, wie sie zur Reduzierung der kapazitiven Kopplung verwendet werden kann, die nicht aus einem magnetischen Metall besteht, ist bei niederfrequenten Messungen kaum zu realisieren [Ott76]. Vielmehr besteht bei einer nicht sorgfältig geplanten Erdung des Messaufbaus die Gefahr, dass sich aufgrund von Erdschleifen durch magnetische Felder hohe Störspannungen und damit auch entsprechende Ströme in der Abschirmung des Versuchsaufbaus aufbauen. Diese können dann wiederum aufgrund der induktiven Kopplung zwischen der Abschirmung und dem abgeschirmten Objekt Störspannungen in den Messaufbau und die Signalleitungen einkoppeln. Daher sollte bei der Konzeption des Versuchsaufbaus das Fließen hoher Ströme im Bereich der Abschirmung auf alle Fälle vermieden werden, was im Wesentlichen durch eine klar strukturierte und durchdachte Erdung erreicht werden kann.

Erdung

Bei der Konzeption der Erdung eines Versuchsaufbaus sind zwei Aspekte sehr wesentlich. Zum einen müssen, wie bereits im letzten Teilabschnitt erläutert wurde, Erdschleifen möglichst unterbunden werden. Zum anderen sollte das Entstehen von Rauschspannungen aufgrund von Strömen, die in verschiedenen Teilen des Versuchsaufbaus ihren Ursprung haben und über eine gemeinsame Masse mit einer endlichen Impedanz abfließen, minimiert werden [Ott76].

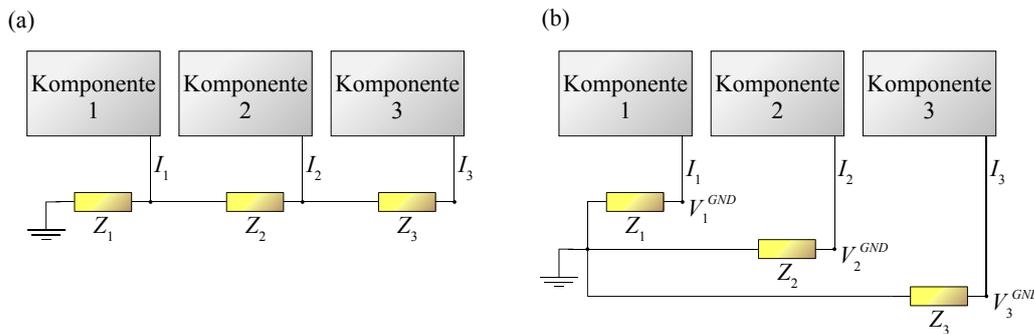


Abbildung 4.5: Schematische Darstellung eines seriell geerdeten (a) und eines sternförmig geerdeten Versuchsaufbaus (b). Die Komponente i ($i = 1, 2, 3$) belastet die Masse jeweils mit dem Strom I_i . Die Impedanz der jeweiligen Erdung bzw. des entsprechenden Erdungsabschnitts beträgt Z_i .

Die Erdung eines auf niedrige Frequenzen⁶ ausgelegten Versuchsaufbaus sollte zur Vermeidung von Erdschleifen prinzipiell an einem einzigen Punkt erfolgen. Dies gilt insbesondere auch für einzelne Komponenten eines komplexeren Versuchsaufbaus, bei denen häufig aufgrund anderer experimenteller Randbedingungen eine mehrfache Erdung gar nicht auffällt oder nur schwer vermieden werden kann. Um solche Erdschleifen doch aufzubrechen bzw. gar nicht erst entstehen zu lassen, können verschiedene Techniken eingesetzt werden, bei denen beispielsweise einzelne Komponenten induktiv miteinander gekoppelt werden [Ott76]. Alternativ kann eine Kopplung zweier Komponenten bei einer gleichzeitigen Trennung der Masseverbindung über Optokoppler realisiert werden. Da Optokoppler häufig nur eine eingeschränkte Linearität besitzen, eignen sie sich nicht so sehr für den Bereich analoger, sondern vielmehr für den Bereich digitaler Signale. Gerade die Ansteuerung von Messgeräten durch PC-gestützte Systeme ist so mit Hilfe von Optokopplern durchaus üblich.

Die Erdung kann im Prinzip seriell oder sternförmig erfolgen, wie dies in Abbildung 4.5 dargestellt ist. Im Fall der in Teilabbildung (a) dargestellten seriellen Erdung sind die einzelnen Komponenten hintereinander an den zentralen Erdungspunkt geschaltet, während sie bei der sternförmigen Erdung in Teilabbildung (b) parallel an den Erdungspunkt angeschlossen sind. Gerade bei niedrigen Frequenzen bietet die sternförmige Erdung erhebliche Vorteile gegenüber der seriellen. Belasten die einzelnen Komponenten i die Erdung mit den Strömen I_i , wobei als positive Stromrichtung der Stromfluss aus Komponente i zum Erdungspunkt definiert ist, so ergeben sich aufgrund der endlichen Impedanzen Z_i der Erdungskabel die Spannungsabfälle V_i^{GND} , die letztendlich die „Erdpotenziale“ der einzelnen Komponenten definieren. Bei einer sternförmigen Erdung beeinflussen sich die einzelnen Komponenten gegenseitig nicht. In diesem Fall beträgt das Erdpotenzial der Komponente i

$$V_i^{GND} = Z_i \cdot I_i \quad , \quad (4.1)$$

während es im Fall der seriellen Erdung sehr wohl zu einer gegenseitigen Beeinflussung der Erdpotenziale der einzelnen Komponenten untereinander kommt. In dieser Konfiguration ergibt

⁶In diesem Zusammenhang wird in [Ott76] eine Grenzfrequenz von typischerweise 1 MHz angegeben.

sich so das Erdpotenzial

$$V_i^{GND} = \sum_{j=1}^i \left(Z_j \cdot \sum_{k=j}^3 I_k \right) \quad (4.2)$$

für Komponente i .

Die optimale Erdung kann in der Realität jedoch häufig nicht strikt eingehalten werden, da die Zahl der Komponenten eines typischen Messaufbaus eine Vielzahl von Erdungskabeln erfordern würde, oder andere Randbedingungen, wie etwa die strikte Vermeidung von Erdschleifen, dies sogar erheblich erschweren kann. Aus diesem Grund bietet es sich häufig an, eine Mischform zu verwenden, bei der zumindest einige parallele Erdungsstränge verwendet werden. Bei der einfachsten Trennung sollten so wenigstens drei verschiedene Erdungsstränge verwendet werden, die an einem zentralen Sternpunkt zusammengeführt werden können. Komponenten, die hohe Spannungsfluktuationen auf der Masse erzeugen, wie Pumpen, Kompressoren und Motoren, sollten über eine „schmutzige Erde“ geerdet werden, während Komponenten, die die Masse mit geringeren Strömen belasten, wie etwa Messgeräte oder ähnliche Komponenten, an die *Gehäuseerde* angeschlossen werden sollten. Um gerade eine Beeinträchtigung der eigentlichen Messsignale mit geringen Signalpegeln zu minimieren, sollte ihre Schirmung getrennt von den anderen Erdungen in Form der *Signalerde* geführt werden. Innerhalb eines solchen Erdungsstrangs ist eine serielle Führung durchaus möglich, wenn auch sicher nicht optimal. Gerade für die Signal- und die Gehäuseerde eignet sich der Schutzleiter des normalen Stromnetzes im Allgemeinen nicht [Ott76]. Hier bietet sich die Verwendung einer separaten Erdung, etwa in Form einer Tiefenerde an.

Filterung

Zur Erzielung hoch aufgelöster Messungen ist neben einer gezielten Schirmung und Erdung des Versuchsaufbaus zum Schutz vor Störungen, die über elektrische oder magnetische Wechselfelder in den Aufbau einkoppeln, auch ein Schutz vor Störungen notwendig, die sich entlang der Signalwege, also insbesondere entlang der Messkabel ausbreiten, da diese im Allgemeinen nicht durch gezielte Schirmungs- oder Erdungsmaßnahmen aufgehalten bzw. abgeschwächt werden können. Abhilfe schaffen hier im Bereich bis zu einigen 10 kHz bereits einfache Filter, wie beispielsweise *RC*-Glieder. Im Bereich höherer Frequenzen ist jedoch häufig eine aufwändigere Filterung notwendig.

Erdung und Abschirmung des Messaufbaus

Abbildung 4.6 zeigt das so im Rahmen dieser Arbeit realisierte Erdungskonzept schematisch, wobei die zum eigentlichen Betrieb des Mischkühlers notwendige Infrastruktur nicht mit eingezeichnet wurde. Neben der bereits angesprochenen PC-unterstützten Temperaturregelung der Probenplattform zählen hierzu insbesondere Drucksensoren, Pumpen und ein Kompressor. Diese zuletzt genannten Komponenten wurden am normalen Stromnetz betrieben und über dieses auch geerdet. Sie waren durch den Einsatz verschiedener, geeigneter Maßnahmen vollständig vom eigentlichen Versuchsaufbau und insbesondere auch vom Mischkühler und dem Kryostaten galvanisch getrennt. Mit Ausnahme des Magnetnetzteils IPS 120-10 der Firma Oxford Instruments, dessen Erdung und Stromversorgung im weiteren Verlauf dieses Abschnitts erläutert wird, sind alle weiteren zur Messung notwendigen Geräte und Instrumente über eine separate Tiefenerde geerdet und, mit Ausnahme eines im Rahmen dieser Arbeit gebauten Messverstärkers, der in

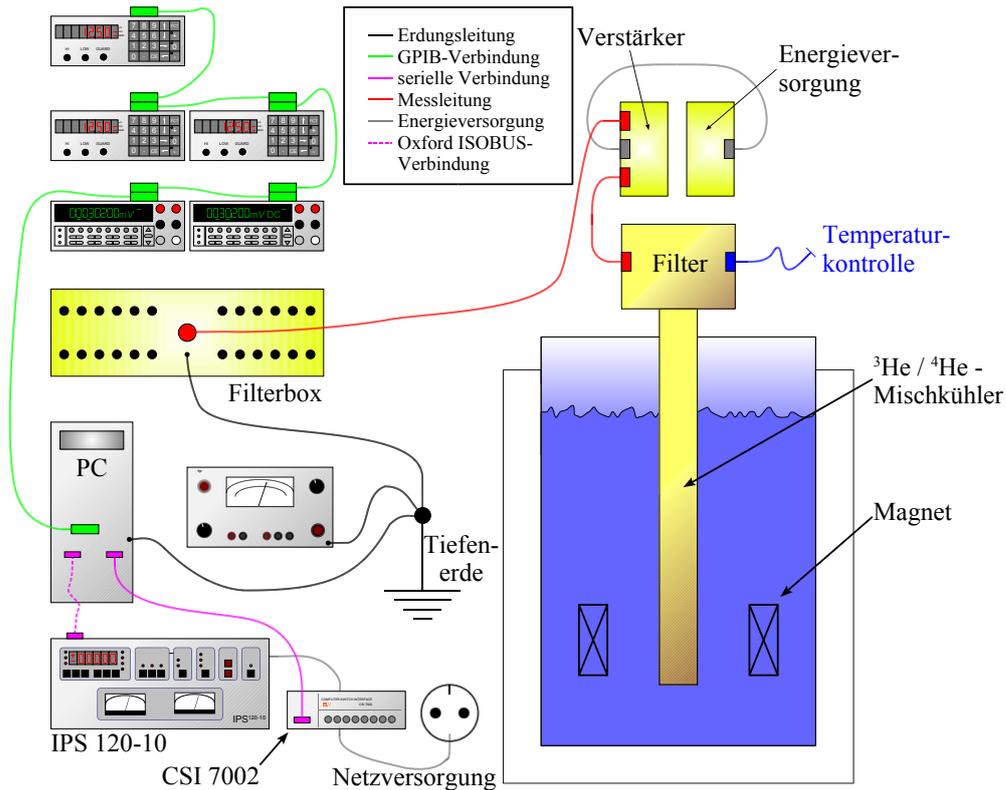


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung der Erdung. Mit Ausnahme des Magnetnetzteils IPS 120-10 der Firma Oxford Instruments und der Infrastruktur des Mischkühlers, die nicht eingezeichnet ist, sind alle Komponenten an einer Tiefenerde betrieben worden.

Abschnitt 4.2.5 näher betrachtet wird, über einen im Keller des Gebäudes aufgestellten Generator mit einer Wechselspannung von 220 V vom normalen Stromnetz getrennt betrieben worden, wodurch der Eintrag von Störungen über die Energieversorgung in den Messaufbau und hier insbesondere in die Messgeräte und Stromquellen gegenüber dem Betrieb am öffentlichen Stromnetz erheblich reduziert werden konnte. Während der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen ist darüberhinaus nur der vorliegende Versuchsaufbau an diesem Generator betrieben worden, so dass auch keine anderen laufenden Experimente über die Energieversorgungsleitungen Störungen verursachen konnten. Die Schutzleiter der Stecker der Geräte wurden hier jeweils abgeklebt, um die Ausbildung von Erdschleifen über die Verbindung der Schutzleiter in Mehrfachsteckdosen zu unterbinden.

Die hinter einem zentral liegenden Sternpunkt vollständige Trennung der Signalerde von der Gehäuseerde, sowie jeweils ihre sternförmigen Ausgestaltungen hinter dem zentralen Sternpunkt konnte allerdings aufgrund verschiedener Randbedingungen und Erwägungen nur bedingt realisiert werden. Von der Tiefenerde ausgehend ist über einen zentralen Erdungspunkt die Mehrzahl der zum eigentlichen Versuchsaufbau gehörenden Geräte und Komponenten geerdet. Die Erdung der Gehäuse der Messgeräte erfolgt hierbei im Wesentlichen in Form einer langen Kette, wobei der zur Steuerung des Versuchs und zur Aufnahme der Messwerte verwendete PC direkt mit dem zentralen Erdungspunkt verbunden war. Über die zur Ansteuerung und zum Auslesen der Messgeräte notwendige GPIB-Verkabelung sind bis zu drei Stromquellen vom Typ DC-CALIBRATOR J-152 der Firma Knick und die beiden Multimeter vom Typ 2010 und 2000 der Firma Keithley Instruments geerdet worden.

Die einzigen Ausnahmen hiervon bilden der schon erwähnte Messverstärker, der Verstärker vom

Typ 6824A der Firma Hewlett-Packard (Harrison Division), der mit einer direkten Verbindung zum zentralen Sternpunkt der Erdung verbunden wurde, und dem schon erwähnten Magnetnetzteil IPS 120-10 der Firma Oxford Instruments. Dieses wurde, um einerseits eine Überlastung des Generators ausschließen zu können und um andererseits im Falle einer Fehlfunktion des Magnetnetzteils einen hohen Stromfluss über die Erdung des übrigen Versuchsaufbaus zu verhindern, wie einige andere Komponenten auch, direkt am Stromnetz betrieben, über das es auch beim Betrieb geerdet wurde. Außer mit dem Schutzleiter des Stromnetzes war es jedoch über keine andere Verbindung geerdet. Um dies zu erreichen wurde es statt mittels einer GPIB-Verbindung über eine ISOBUS-Verbindung der Firma Oxford Instruments mit dem PC verbunden [Isob], bei der die Datenleitungen durch Verwendung von Optokopplern zwischen den einzelnen Geräten von einander elektrisch isoliert sind. Um die Übernahme von Störungen der „schmutzigen Erde“ des Stromnetzes möglichst vollständig zu unterbinden, ist das Magnetnetzteil nur dann mit dem Stromnetz und der Erdung über den Schutzleiter verbunden worden, wenn eine Änderung des Magnetfeldes notwendig war. Um trotzdem automatisiert Messungen durchführen zu können, ist das IPS 120-10 nicht direkt am Stromnetz, sondern über eine vom PC aus steuerbare Relaisbox vom Typ CSI 7002 der Firma ELV betrieben worden, die über eine serielle Schnittstelle mit dem PC verbunden und über diese Verbindung auch geerdet wurde [ELV02]. Die Relaisbox ist so angepasst worden, dass sie neben der Phase und dem N-Leiter auch den Schutzleiter unterbricht. Sie wurde auch über den Generator mit Strom versorgt.

Die Erdung des übrigen Messaufbaus erfolgt primär über die Abschirmungen der Messkabel und das metallische Gehäuse des Kryostaten und des Mischkühlers. Im bisher betrachteten Teil des Versuchsaufbaus konnte die Trennung zwischen Signal- und Gehäuseerde strikt befolgt werden. So werden die Messkabel nur bis zu den Eingängen der Messgeräte mit einer Abschirmung geschützt, die mit der Signalerde verbunden ist. Eine direkte Verbindung zwischen der Erdung der Gehäuse der Messgeräte und der der Messkabel, die zu ihnen führen, existiert nicht. Ohnehin sind alle Messkabel, die bei den Messungen im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden, wenigstens einfach, insbesondere im Bereich der kleinen Messsignale jedoch, doppelt geschirmt und hierbei stets paarweise verdreht ausgeführt worden, um den Versuchsaufbau sowohl gegen kapazitiv einkoppelnde, wie auch gegen induktiv einkoppelnde Störungen möglichst resistent zu machen und höhere Ströme in den Abschirmungen zu vermeiden.

Im weiteren Teil des Versuchsaufbaus hätte eine so strikte Trennung zwischen Signal- und Gehäuseerde des Kryostaten und des Mischkühlers aufgrund konstruktiver Rahmenbedingungen nur dadurch realisiert werden können, dass der zentrale Sternpunkt der Erde am Kopf des Kryostaten bzw. des Mischers verankert worden wäre. Diese Alternative ist jedoch nicht gewählt worden, da so Störungen der Messelektronik, und hier insbesondere des PC, die sich entlang der Erdung ausbreiten, der Abschirmung der nicht-verstärkten Messsignale räumlich sehr viel näher gekommen wären. Im Rahmen des in dieser Arbeit realisierten Erdungskonzepts ist so die Filterbox, die als Schnittstelle zwischen den Messgeräten und dem Mischkühler dient und in Abschnitt 4.2.7 näher betrachtet wird, direkt mit dem zentralen Sternpunkt der Erdung verbunden worden. Von dort aus ist zunächst über das doppelt geschirmte Messkabel die Verstärker-Box und weiter der Kopf des Mischkühlers geerdet worden. Sowohl die Verstärker-Box, wie auch ihre Energieversorgung sind als kleine HF-abgeschirmte Kästchen ausgeführt und vom Mischkühler selbst und voneinander galvanisch isoliert am Kopf des Mischkühlers befestigt worden. Die Erdung der Energieversorgung wird über die Abschirmung des Stromversorgungskabels realisiert. Die Verstärker-Box enthält die im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten Messverstärker, die das eigentliche Herzstück des Versuchsaufbaus darstellen und in Abschnitt 4.2.5 näher betrachtet werden. Über den metallischen Kontakt des Mischkühlers mit dem Kopf des Kryostaten ist dieser geerdet. Die zur Regelung der Temperatur der Probenplattform notwendige PC-gesteuerte Kontrolle ist über die doppelte Abschirmung des Sensorkabels mit dem Kopf des Mischkühlers

verbunden und über diesen ebenfalls mit der Tiefenerde verbunden.

Gerade die Erdung der Temperaturkontrolle an der Signalerde stellt den größten Nachteil des hier beschriebenen Erdungskonzepts dar. Aufgrund ihrer mehrkomponentigen Auslegung mit zum Teil mehrfach untereinander verbundenen Komponenten ist es nicht möglich, diesen Teil des Versuchsaufbaus vollständig erdschleifenfrei aufzubauen, selbst wenn alle Schutzleiter abgeklebt sind und die Führung der Kabel optimiert wird. Hierdurch werden Spannungsfuktuationen auf der Masse verursacht, die nahe an die Abschirmung der nicht-verstärkten Messsignale herangeführt werden und zu Strömen in der Abschirmung führen, die ihrerseits kapazitiv und induktiv in die Messsignalwege einkoppeln können. Dies wird, wie Abschnitt 4.3 zeigen wird, einen Einfluss auf die erzielbare Messgenauigkeit haben.

4.2.4 Überblick über den Messaufbau

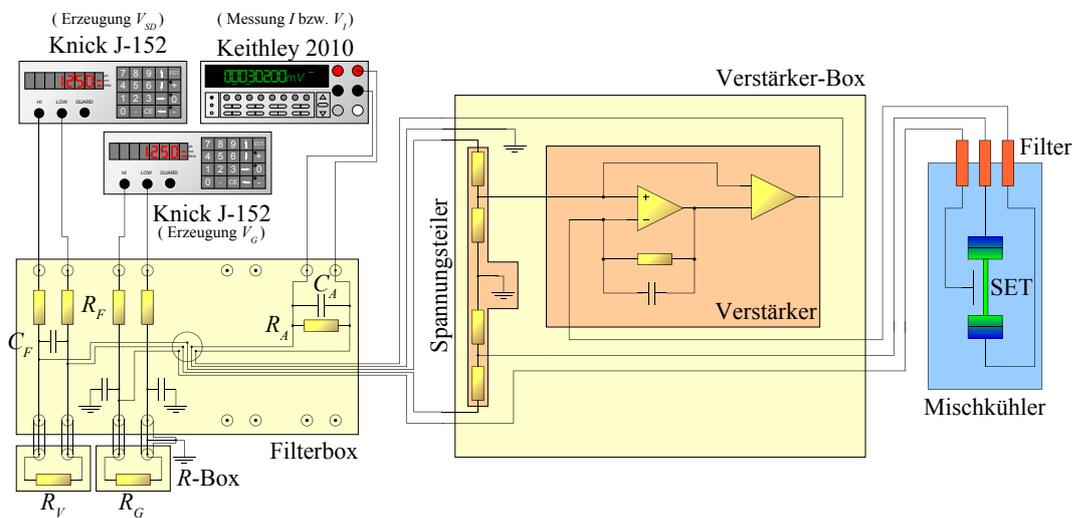


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung des Messaufbaus zum Anlegen einer Transportspannung V_{SD} und der Gatespannung V_G und zur Messung des durch den SET fließenden Stroms I .

Abbildung 4.7 zeigt schematisch und stark vereinfacht den vollständigen Versuchsaufbau zum Anlegen der Transportspannung V_{SD} und der Gatespannung V_G an einen SET und zum Messen des fließenden Stroms I , wie er im Rahmen dieser Arbeit realisiert wurde. Alle Komponenten werden im Lauf der nächsten Abschnitte einzeln näher betrachtet. Zur Erzeugung der Transportspannung V_{SD} und der Gatespannung V_G werden zwei Stromquellen vom Typ DC-CALIBRATOR J-152 der Firma Knick verwendet. Zur Messung des Stroms, der durch den SET fließt, wird ein Multimeter vom Typ 2010 der Firma Keithley Instruments verwendet. Hierbei wird nicht der Strom direkt gemessen, sondern eine dem Strom I proportionale⁷ Spannung V_I . Die zur Spannungserzeugung verwendeten Quellen werden in Abschnitt 4.2.6 genauer betrachtet.

Die Messgeräte sind direkt mit einer Filterbox verbunden. Sie enthält neben sechs ungefilterten Messleitungen, sechs weitere, die mit zwei verschiedenen Typen von RC -Filterstufen bestückt sind. An die Filterbox können direkt HF-geschirmte Boxen über BNC-Stecker angeschlossen werden, die Widerstände enthalten, mit denen der von den Stromquellen gelieferte Strom in ein Spannungssignal verwandelt wird. Da diese Boxen Widerstände enthalten, werden sie im Weiteren auch als R -Boxen bezeichnet. Weiterhin werden in ihr die 12 Messleitungen auf einen

⁷bis auf einen Offset

Stecker geführt, an den ein doppelt geschirmtes Messkabel angeschlossen werden kann, das die Verbindung zur Verstärker-Box herstellt. Die Filterbox wird zusammen mit den R -Boxen in Abschnitt 4.2.7 näher betrachtet.

Die zentrale Komponente dieses Versuchsaufbaus ist die Verstärker-Box, die neben dem eigentlichen Messverstärker auch einen Spannungsteiler enthält, mit dem die am Bauelement anliegende Transportspannung V_{SD} gegenüber der angelegten Spannung im Verhältnis 1:1000 heruntergeteilt wird. Die Verstärkerschaltung dient sowohl als Spannungsquelle, wie auch als Strommessgerät. Sie liefert die dem Strom I proportionale Spannung V_I und wird in Abschnitt 4.2.5 näher betrachtet. Der Messverstärker ist über die in den Kopf des Mischkühlers integrierten RLC -Filter an den zu untersuchenden SET angeschlossen.

4.2.5 Messverstärker

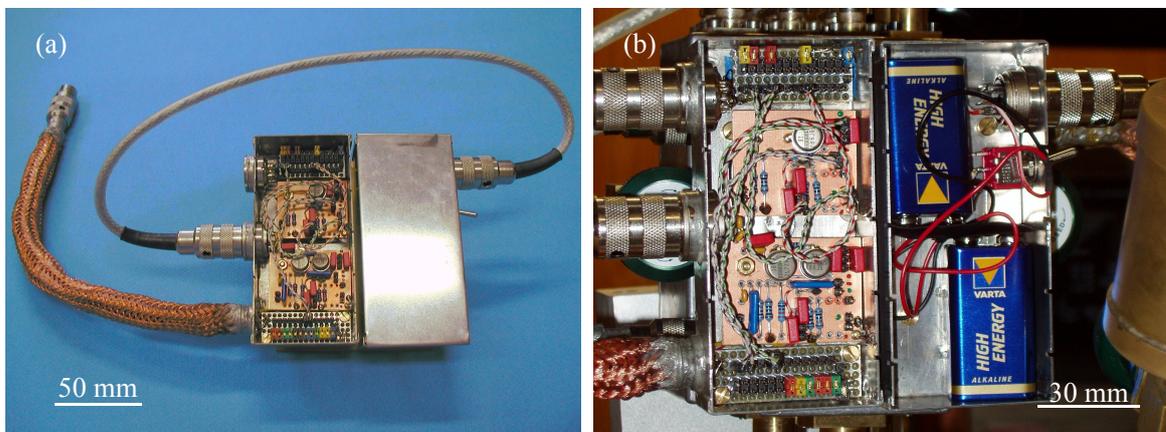


Abbildung 4.8: Fotos der Verstärker-Box mit ihrer Energieversorgung. Teilabbildung (a) zeigt die Box im Überblick, während Teilabbildung (b) die am Kopf des Mischkühlers angebrachte Verstärker-Box vergrößert mit den beiden Verstärkerschaltungen darstellt.

Das Herzstück des vorliegenden Versuchsaufbaus ist die Verstärker-Box mit den eigentlichen Verstärkern, die in den Fotos in Abbildung 4.8 zu sehen sind. Die Verstärker-Box hat eine Breite von etwa 50 mm, eine Länge von etwa 105 mm und eine Dicke von etwa 30 mm. An ihrer linken Seite sind zwei Stecker und ein etwa 250 mm langes, doppelt geschirmtes 12-poliges Kabel mit paarweise verdrehten Kabeln angeschlossen, an dessen Ende wiederum ein 12-poliger Stecker angeschlossen ist, der mit einem entsprechenden Stecker am Kopf des Mischkühlers verbunden werden kann. Dieses Kabel stellt die Verbindung zwischen Verstärker-Box und Mischkühler dar. Bei dem oberen Stecker handelt es sich ebenfalls um einen 12-poligen Stecker, an den das von der Filterbox kommende Messkabel angeschlossen wird. Der mittlere 3-polige Stecker stellt die Verbindung zur Energieversorgung dar. Diese wird über zwei 9 V-Blockbatterien gewährleistet, die die Verstärker mit einer Betriebsspannung von ± 9 V bezüglich Masse versorgen können und in Abbildung 4.8 jeweils in der rechten HF-abgeschirmten Box untergebracht sind. Sie verfügt über einen Schalter, mit dem die Spannungsversorgung unterbrochen werden kann. Nach etwa 24 bis 48 Stunden Messbetrieb sind die Batterien vorsorglich ausgetauscht worden. Zu diesem Zeitpunkt war jeweils eine geringe Abnahme der Quellspannung der Batterien festzustellen, die jedoch noch weit innerhalb der Spezifikationen der verwendeten Operationsverstärker und Messverstärker lag [OPA128, OPA111, INA116].

Im Inneren der Verstärker-Box enden sowohl die 12 Messleitungen am Eingang oben, wie auch

die 12 Messleitungen am Ausgang unten auf jeweils zwei parallel geschalteten Reihen vergoldeter Kupferstifte. Parallel zu diesen beiden Stiftreihen verläuft eine dritte Stiftreihe, die auf Massepotenzial liegt. Zum Schutz der Probe und der Messelektronik kann so sowohl am Eingang, wie auch am Ausgang jede der insgesamt 24 Messleitungen mit Hilfe einer metallischen Brücke⁸ auf Massepotenzial gelegt werden. Über die zweite der parallel geschalteten Stiftreihen können die insgesamt 24 Messleitungen mit den Verstärkerschaltungen oder direkt miteinander verbunden werden. Da in allen verwendeten Messkabeln die Leitungen jeweils paarweise verdreht ausgeführt sind, um das Einfangen magnetischen Flusses zu minimieren, sind auch im Inneren der Verstärker-Box nur paarweise verdrehte Kabelpaare zum Einsatz gekommen, solange nicht nur einzelne Kabel, etwa zum Anlegen der Gate-Spannung V_G an die Gate-Elektrode, verwendet werden mussten.

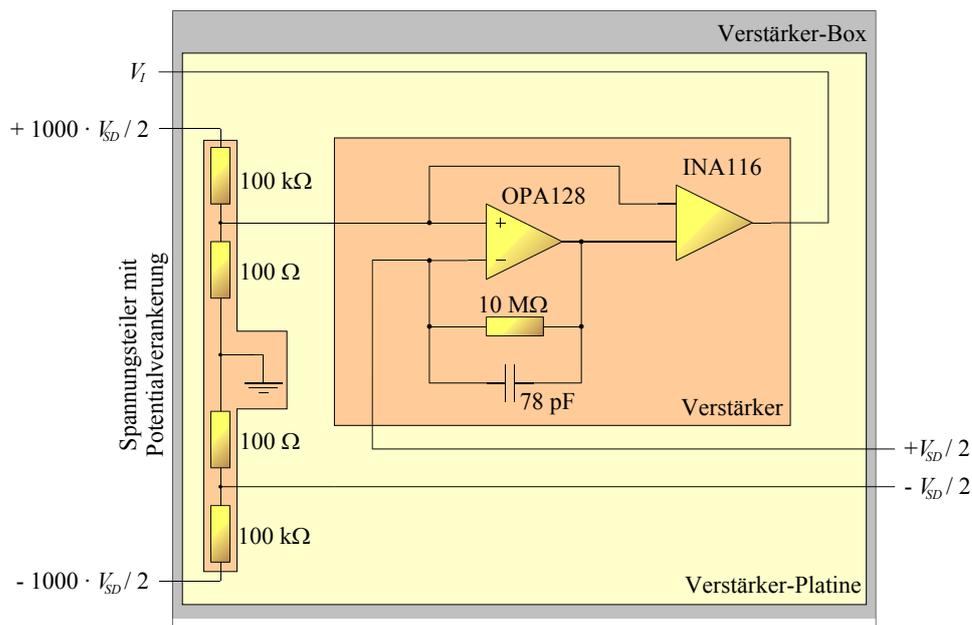


Abbildung 4.9: Schematische Darstellung der Verstärker-Box mit dem Messverstärker und dem Spannungsteiler mit Potenzialverankerung.

Im Rahmen dieser Arbeit sind zwei verschiedene Verstärker gebaut und erprobt worden, die in [Wal02a] beschrieben sind. Der erste der beiden Verstärker ist ein vergleichsweise einfach aufgebautes System, dessen Konzeption beispielsweise in [Hor96] und [BB94] erläutert ist. Abbildung 4.9 zeigt schematisch seinen Aufbau und seine Integration in die Verstärker-Box. In den Fotos in Abbildung 4.8 handelt es sich jeweils um die obere der beiden zentralen Platinen. Der zweite Messverstärker ist deutlich komplizierter aufgebaut und von seiner Konzeption her auf eine deutlich höhere Auflösung ausgelegt, die jedoch auch nach einer zeitintensiven Optimierung des Systems im Experiment nicht realisiert werden konnte. Letztendlich ist aus diesem Grund der zweite Verstärker nur zu Erprobungszwecken eingesetzt worden. Alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit gezeigten Messungen an SET-Strukturen sind, abgesehen von Testmessungen, mit dem ersten Verstärker durchgeführt worden. Abbildung 4.12 zeigt schematisch den Aufbau und die Integration des zweiten Messverstärkers in die Verstärker-Box. In den Fotos in Abbildung 4.8 handelt es sich jeweils um die untere der beiden zentralen Platinen.

⁸In der Elektronik und EDV-Technik werden diese häufig verwendeten Brücken auch als *Jumper* bezeichnet.

Messverstärker 1

Wie bereits erwähnt wurde, zeigt Abbildung 4.9 die Schaltung des ersten Messverstärkers schematisch. Er besteht in erster Linie aus zwei funktionellen Baugruppen, nämlich einem Spannungsteiler, der die Transportspannung V_{SD} im Verhältnis 1:1000 herunter teilt, und dem eigentlichen Verstärker, der gleichzeitig als Spannungsquelle und als Strommessgerät fungiert.

Um einerseits den Einfluss von Störungen, die über das Messkabel zwischen Filterbox und Verstärker-Box übertragen werden, zu reduzieren, und um andererseits die Erzeugung der Transportspannungen V_{SD} leichter handhabbar zu gestalten, wird die zum Verstärker geführte Spannung durch einen Spannungsteiler, der auf der Platine des Verstärkers integriert ist, im Verhältnis 1:1000 herunter geteilt. Der Spannungsteiler ist völlig symmetrisch aufgebaut, wie Abbildung 4.9 zeigt. Der Mittelpunkt des Spannungsteilers ist hierbei mit Masse verbunden. Diese Potenzialverankerung ermöglicht unter geeigneten Bedingungen das Anlegen einer bezüglich Masse symmetrischen Transportspannung von $\pm V_{SD}/2$ an das Bauelement mit nur einer einzigen Spannungsquelle, die in Abschnitt 4.2.6 näher betrachtet wird.

Die so herunter geteilte halbe Transportspannung dient dem eigentlichen Messverstärker als Eingangsgröße. Der Verstärker ist vom Prinzip her wie ein gegengekoppelter Strom-Spannungswandler aufgebaut [Hor96, Sch95, BB94, Bak93]. Die herunter geteilte Spannung $+V_{SD}/2$ wird als Referenzspannung an den nicht-invertierenden Eingang eines Operationsverstärkers vom Typ OPA128 der Firma Burr-Brown bzw. Texas Instruments in der LM-Ausführung angeschlossen, der sich durch sehr geringe Ströme an seinen Eingängen (engl. *Input Bias Current*) von typischerweise ± 40 fA und maximal von ± 75 fA auszeichnet [OPA128, Man02, Car01, Kar98], so dass im Allgemeinen der Anteil des Stroms, der in den Operationsverstärker fließt, im Vergleich zu den sonst fließenden Strömen sehr gering ist. Der Ausgang des OPA128 ist über einen Rückkopplungswiderstand von $10\text{ M}\Omega$ mit seinem invertierenden Eingang und parallel zu diesem Eingang mit der Probe verbunden. Die Rückkopplung führt nun dazu, dass in sehr guter Näherung⁹ auch am invertierenden Eingang des OPA128, und damit auch an der parallel geschalteten Probe, die Spannung $+V_{SD}/2$ anliegt. Fließt nun aufgrund der an der Probe insgesamt anliegenden Transportspannung V_{SD} der Strom I über sie, wird dieser Strom ebenfalls vom Operationsverstärker OPA128 zur Verfügung gestellt. Um nun gleichzeitig den Strom I bereitstellen zu können und aufgrund der Rückkopplung an den invertierenden Eingang des OPA128 dort das Anlegen der Spannung $+V_{SD}/2$ zu gewährleisten, muss der Operationsverstärker zusätzlich ebenfalls an seinem Ausgang die über den $10\text{ M}\Omega$ -Rückkopplungswiderstand abfallende Spannung zur Verfügung stellen. Da aufgrund der bereits erwähnten, sehr geringen Eingangsströme und des sehr hohen differentiellen Eingangswiderstands¹⁰ des OPA128 von $10^{13}\ \Omega$, sowie des sehr hohen Eingangswiderstands gegenüber Masse¹¹ von $10^{15}\ \Omega$ [OPA128, Car01, Man02, Kar98] der in den OPA128 abfließende Anteil des erzeugten Stroms sehr gering ist, kann dieser im Allgemeinen vernachlässigt werden, so dass der gesamte, vom OPA128 erzeugte Strom dem über die Probe fließenden Strom I entspricht. Der OPA128 erzeugt somit an seinem Ausgang eine Spannung

⁹Wird der Operationsverstärker mit Ausnahme der endlichen Spannungsverstärkung ohne Rückkopplung (engl. *Open-Loop Voltage Gain*) a als idealer Operationsverstärker beschrieben [Man00, Man02], wird also insbesondere auch die im Allgemeinen endliche Eingangs Offset Spannung (engl. *Input Offset Voltage*) vernachlässigt [Car01, Kar98, Man02], stellt sich zwischen dem invertierenden und dem nicht-invertierenden Eingang des Operationsverstärkers eine kleine Spannungsdifferenz ein. Fließt in der in Abbildung 4.9 gezeigten Schaltung kein Strom, ist die Spannungsdifferenz um den Faktor $(1 + a)$ kleiner als die Spannung, die am nicht-invertierenden Eingang des Operationsverstärkers anliegt. Bei dem hier verwendeten OPA128LM liegt unter den Standardbetriebsbedingungen dieses Operationsverstärkers die Spannungsverstärkung a typischerweise bei 128 dB oder $2.5 \cdot 10^6$ [OPA128, Man02, Stö94, Ott76].

¹⁰*Input Differential Impedance*

¹¹*Input Common-Mode Impedance*

V_{out} , für die in sehr guter Näherung

$$V_{out} = +\frac{V_{SD}}{2} + 10 \text{ M}\Omega \cdot I \quad (4.3)$$

gilt. Sowohl die am nicht-invertierenden Eingang des OPA128 anliegende Referenzspannung $+V_{SD}/2$, wie auch die Ausgangsspannung V_{out} des OPA128 wird abgegriffen und einem Differenzverstärkers für Spannungen vom Typ *INA116* der Firma Burr-Brown bzw. Texas Instruments in der UA-Ausführung zugeführt. Der Differenzverstärker wird hierbei ohne interne Verstärkung betrieben, so dass sein Ausgangssignal V_I gegenüber Masse unter Vernachlässigung eines eventuell vorhandenen Offsets in sehr guter Näherung proportional zum fließenden Strom I ist, wobei der Konversionsfaktor zwischen Strom und Spannung bzw. die Proportionalitätskonstante durch die Größe des Rückkopplungswiderstands bestimmt ist. Es gilt so bis auf einen Spannungs-Offset des Differenzverstärkers

$$V_I = 10^7 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot I \quad (4.4)$$

Der hier verwendete Verstärker zeichnet sich insbesondere durch sehr geringe Ströme an seinen Eingängen (engl. *Input Bias Current* und *Input Offset Current*) von typischerweise $\pm 3 \text{ fA}$ bzw. $\pm 1 \text{ fA}$ und maximal $\pm 100 \text{ fA}$ unter Standardbetriebsbedingungen aus [INA116, Man02, Car01, Kar98]. Aufgrund dieser sehr kleinen Eingangsströme des Differenzverstärkers ist ein Einfluss des Differenzverstärkers aufgrund der direkten Verbindung eines seiner beiden Eingänge mit dem Spannungsteilers oder aufgrund eventuell über Masse fließender Ströme, die zu einer Verschiebung der aufgeprägten Spannung führen könnten, nicht zu erwarten [Wal02a].

Dem $10 \text{ M}\Omega$ großen Rückkopplungswiderstand ist eine Kapazität parallel geschaltet, die der Stabilisierung des Operationsverstärkers dient. Wird gerade der invertierende Eingang eines Operationsverstärkers durch eine größere Kapazität belastet, wie sie schon durch die Kapazität weiterführender Messkabel gegen Masse oder aber auch durch andere Streukapazitäten erzeugt werden kann, kann es bei hohen Ohmschen Rückkopplungswiderständen, wie sie bei Verstärkern dieser Bauart im Allgemeinen zum Einsatz kommen, zu einem ungünstigen Einfluss auf die Phasenlage der rückgekoppelten, höherfrequenten Signal- bzw. Störanteile kommen. Dies kann unter bestimmten Umständen sogar zu Oszillationen des Verstärkers und damit zu einem signifikant erhöhten Rauschen führen, was auf eine positive Rückkopplung des Verstärkers zurückzuführen sind. Als Gegenmaßnahme bietet sich hier eine dem Rückkopplungswiderstand parallel geschaltete Kapazität zur Kontrolle der Phasenlage bei höheren Frequenzen an [BB94, Bak93, Tie93, Hor96, Man02], wie sie auch in der in Abbildung 4.9 gezeigten Schaltung in Form der dem Rückkopplungswiderstand parallel geschalteten 78 pF Kapazität zum Einsatz kommt. Gleichzeitig beschränkt sie auch die zur Verfügung stehende Bandbreite des Verstärkers [BB94, Bak93], und trägt somit zu einer Reduzierung des Rauschens bei.

Bei den meisten im Rahmen dieser Arbeit an SET durchgeführten Messungen ist die Ansteuerung der Gate-Elektrode direkt erfolgt, also ohne zusätzliche Komponenten im Inneren der Verstärker-Box. Zu diesem Zweck ist der entsprechende Eingang der Verstärker-Box direkt mit dem zur Gate-Elektrode des Bauelements führenden Ausgang der Verstärker-Box verbunden worden, wie dies Abbildung 4.10(a) schematisch zeigt. Bei einigen Messungen ist jedoch auch im Bereich der Ansteuerung der Gate-Elektrode ein Spannungsteiler im Inneren der Verstärker-Box zum Einsatz gekommen, wie er schematisch in Abbildung 4.10(b) dargestellt ist. Er besteht aus einer Serienschaltung eines $100 \text{ k}\Omega$ -Widerstandes und eines $1 \text{ k}\Omega$ -Widerstandes, über den die eigentliche Gate-Spannung V_G abgegriffen wird. Er teilt so die anliegende Spannung etwa im Verhältnis 1:100 herunter und wird direkt auf die betreffenden Anschlüsse im Inneren der Verstärker Box gesteckt. Abbildung 4.10(c) zeigt ein Foto dieses Gate-Spannungsteilers. Eine merkliche Verbesserung der Qualität der Messergebnisse konnte durch diesen zusätzlichen Spannungsteiler jedoch nicht festgestellt werden.

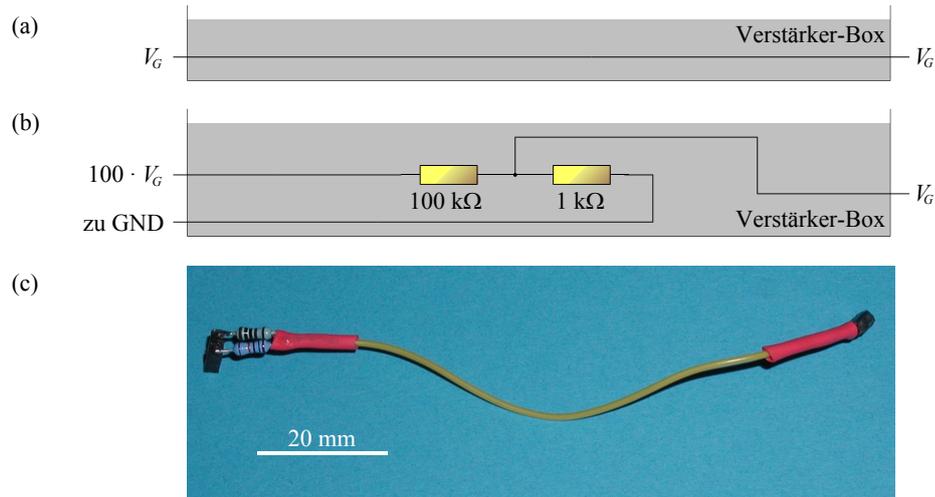


Abbildung 4.10: Vergleich der Führung der Gatespannung V_G über eine direkte Kabelverbindung durch die Verstärker-Box (a) oder über einen zusätzlichen Spannungsteiler mit einem Teilungsverhältnis von 1:100 in der Verstärker-Box (b) und (c).

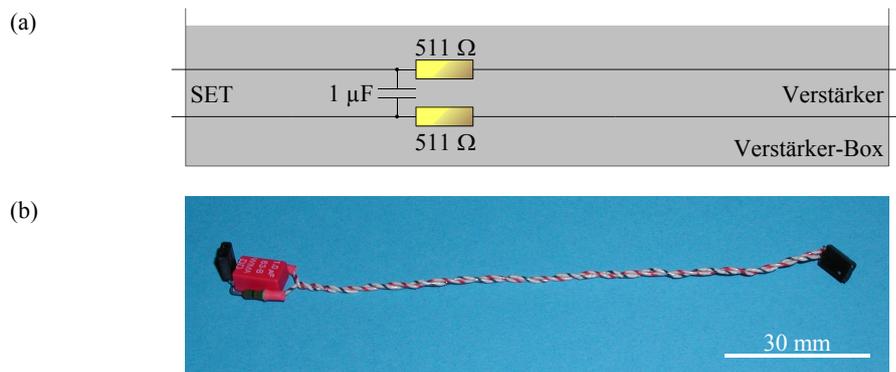


Abbildung 4.11: Zusätzliches RC -Filterglied, das im Inneren der Verstärker-Box zwischen die Messverstärker und den zum SET führenden Anschlüssen geschaltet werden kann. Teilabbildung (a) zeigt das Schaltbild (b) ein Foto des Filters. Auch hier sind die Kabel als verdrehte Paare ausgeführt.

Neben dem Spannungsteiler für die Gate-Elektrode ist im Rahmen dieser Arbeit eine weitere, optionale Komponente im Inneren der Verstärker-Box gebaut und getestet worden. Bei dieser Komponente handelt es sich um ein zusätzliches RC -Filterglied, das zwischen die Anschlüsse der Messverstärker für den SET und den SET selbst geschaltet werden kann. Abbildung 4.11(a) zeigt den Filter schematisch, während Teilabbildung (b) ein Foto dieses Filters zeigt. Mit Hilfe dieses Filters sollten höherfrequente Störungen, die beispielsweise im Inneren der Messverstärker entstehen könnten, heraus gefiltert werden. Zu diesem Zweck wird der Eingang des Filters, der sich in Abbildung 4.11 jeweils rechts befindet, an den Messverstärker und der Ausgang des Filters, der sich in Abbildung 4.11 entsprechend jeweils links befindet, an den SET angeschlossen. Der Filter ersetzt also das Verbindungskabel im Inneren der Verstärker-Box, mit dem die Verstärker und die Bauelemente kontaktiert werden. Um das Einfangen magnetischen Flusses zu minimieren, sind die Kabel auch bei diesem Filter als verdrehte Kabelpaare ausgeführt worden, wie Abbildung 4.11(b) dies zeigt. Auf Basis der in 4.11(a) gezeigten Schaltung ergibt sich eine Filtercharakteristik mit einer Dämpfung von 6 dB/Oktave und einer Grenzfrequenz von

$$\nu_G = \frac{1}{4\pi RC} \approx 156\text{ Hz} \quad . \quad (4.5)$$

Der Einsatz dieses zusätzlichen Filters hat jedoch nicht zu einer merklichen Verbesserung der Messergebnisse geführt. Vielmehr erhöhen sich die Zuleitungswiderstände um die beiden $511\ \Omega$ -Widerstände, so dass diese um mehr als eine Größenordnung von ursprünglich unter $40\ \Omega$ auf etwa $550\ \Omega$ je Zuleitung anwachsen. Unter Berücksichtigung beider zum Bauelement führender Zuleitungen ergeben sich so Zuleitungswiderstände, die im Bereich von etwa 1% der Tunnelwiderstände liegen, und dann im Rahmen der Auswertung der Messungen berücksichtigt werden müssen. Da insgesamt die Nachteile die Vorteile des Einsatzes dieses Filters überwiegen, ist der in Abbildung 4.11 gezeigte Filter nur zu Testzwecken verwendet worden.

Messverstärker 2

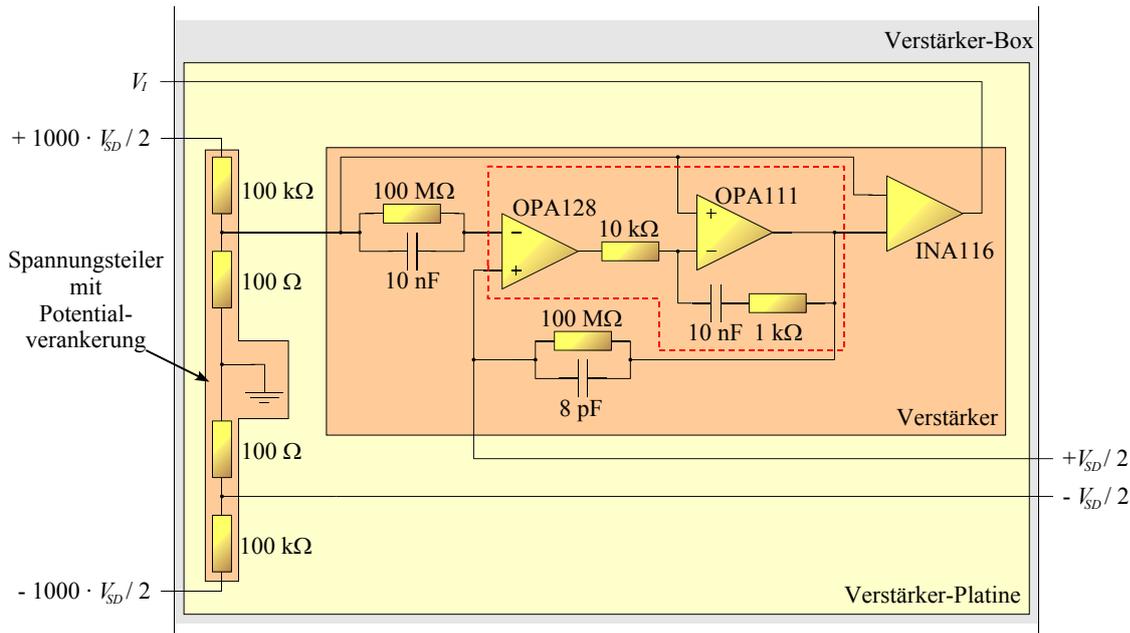


Abbildung 4.12: Schematische Darstellung der Verstärker-Box mit dem zweiten, komplexeren Messverstärker, der neben der eigentlichen Verstärkerschaltung wieder aus einem Spannungsteiler mit Potentialverankerung besteht. Im Vergleich zu dem in Abbildung 4.9 dargestellten Messverstärker 1 ist der dort verwendete Operationsverstärker vom Typ OPA128 durch eine aus zwei Operationsverstärkern bestehende Baugruppe mit einer internen Rückkopplung ersetzt worden. Diese Baugruppe ist durch eine rot gestrichelte Linie umschlossen. Da der zweite Messverstärker auch nach der Anpassung einiger Kapazitäten keine höhere Messauflösung ermöglicht hat als der in Abbildung 4.9 dargestellte Messverstärker 1, ist Messverstärker 2 außer zu Test- und Erprobungszwecken nicht zum Einsatz gekommen.

Abbildung 4.12 zeigt schematisch den zweiten im Rahmen dieser Arbeit gebauten Messverstärker, der in den Fotos in Abbildung 4.8 jeweils als untere Platine in der Verstärker-Box abgebildet ist. Auch dieser Messverstärker besteht, wie schon der erste Messverstärker, aus einem Spannungsteiler mit Potenzialverankerung in seiner Mitte, der die angelegte Spannung im Verhältnis 1:1000 herunter teilt und mit auf der Platine des Verstärkers enthalten ist, und dem eigentlichen Messverstärker. Dieser ist jedoch viel stärker auf ein niedriges Rauschen hin ausgelegt als der erste Messverstärker, auch wenn die grundsätzliche Funktionsweise identisch ist.

Der vielleicht wichtigste Unterschied zwischen den beiden Messverstärkern ist, dass in Messverstärker 2 der einzelne OPA128 des Messverstärkers 1 gegen die in Abbildung 4.12 rot eingerahmte Baugruppe ausgetauscht wurde, die im Wesentlichen aus einer Verschaltung zweier Operationsverstärker mit einer internen Rückkopplung besteht, deren Einsatz gegenüber dem einzelnen Operationsverstärker in Messverstärker 1 einige Vorteile verspricht, die weiter unten

näher erläutert werden. Wie auch bei Messverstärker 1 wird hier die herunter geteilte und symmetrisch zu Masse aufgeteilte Transportspannung $+V_{SD}/2$ durch eine Rückkopplung der Operationsverstärkerschaltung an die Probe weitergegeben. Der durch die Probe fließende Strom I erzeugt über einen Rückkopplungswiderstand einen Spannungsabfall, der von der Operationsverstärkerschaltung zusätzlich zum eigentlichen Anteil der an der Probe anliegenden Transportspannung $+V_{SD}/2$ erzeugt wird. Wie auch bei Messverstärker 1 wird sowohl diese Spannung, wie auch die Referenzspannung $+V_{SD}/2$ wieder abgegriffen und dem Differenzverstärker vom Typ INA116 zugeführt, der ohne interne Verstärkung betrieben wird und so dem über die Probe fließenden Strom I proportionale Spannungssignal V_I dem übrigen Versuchsaufbau als Messsignal zur Verfügung stellt. Die Proportionalitätskonstante zwischen I und V_I ist wiederum durch den Rückkopplungswiderstand gegeben, der im Unterschied zur ersten Verstärkerschaltung in Abbildung 4.9 allerdings hier als $100\text{ M}\Omega$ -Widerstand ausgeführt wird, was zu einer Verstärkung von 10^8 V/A führt, so dass analog zu (4.4)

$$V_I = 10^8 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot I \quad (4.6)$$

gilt, wobei wiederum ein eventuell auftretender Spannungs-Offset in dieser Beziehung nicht berücksichtigt ist.

Auch hier ist wiederum zur Kontrolle der Phasenlage des Rückkopplungssignals dem Rückkopplungswiderstand eine Kapazität parallel geschaltet, die gleichzeitig auch die zur Verfügung stehende Bandbreite des Verstärkers beschränkt [BB94, Bak93], und somit zu einer Reduzierung des Rauschens beiträgt.

Das Konzept der Verschaltung zweier Operationsverstärker mit einer internen Rückkopplung bietet gegenüber der Verwendung eines einzelnen Operationsverstärkers mehrere Vorteile. So können zum einen die Aufgaben des einzelnen Operationsverstärkers des Messverstärkers 1 in Abbildung 4.9 auf zwei Operationsverstärker verteilt werden, die gezielter anhand ihrer Eigenschaften auf die einzelnen Aufgaben hin ausgesucht werden können. In der in Abbildung 4.12 gezeigten Schaltung übernimmt der OPA128 im Wesentlichen die Kontrolle der an der Probe anliegenden Transportspannung $+V_{SD}/2$. In dieser Funktion zeichnet sich der verwendete OPA128LM gerade aufgrund seiner sehr geringen Eingangsströme aus. Hierdurch wird der Fehler bei der Strombestimmung, der durch den über den nicht-invertierenden Eingang des Operationsverstärkers abfließenden Anteil des Gesamtstroms entsteht, im Vergleich zu vielen anderen Operationsverstärkern sehr gering gehalten. So liegt der als *Input Bias Current* bezeichnete mittlere Strom, der in die beiden Eingänge des Operationsverstärkers bei verschwindender Ausgangsspannung des Operationsverstärkers fließt [Car01, Kar98, Man02], bei typischerweise $\pm 40\text{ fA}$ und maximal bei $\pm 75\text{ fA}$ unter Standardbetriebsbedingungen¹² [OPA128]. Ebenso liegt die als *Input Offset Current* bezeichnete Differenz der beiden Ströme in den Eingängen des Operationsverstärkers bei verschwindender Ausgangsspannung des Operationsverstärkers und bei Standardbetriebsbedingungen bei typischerweise 30 fA [OPA128]. Demgegenüber liegen beispielsweise der *Input Bias Current* und der *Input Offset Current* des als zweiten Operationsverstärkers verwendeten OPA111BM unter Standardbetriebsbedingungen typischerweise bei $\pm 500\text{ fA}$ und $\pm 250\text{ fA}$ und maximal bei $\pm 1000\text{ fA}$ und $\pm 750\text{ fA}$ [OPA111].

Der OPA111BM zeichnet sich jedoch durch seine Rauscheigenschaften aus. So liegt beispiels-

¹²Die wesentliche Einschränkung der Standardbetriebsbedingungen des im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten und realisierten Messaufbaus liegt in der Versorgungsspannung der Operationsverstärker. Die Standardbetriebsbedingungen schreiben hier insbesondere eine Versorgungsspannung als *Rated Voltage* bzw. als typischer Spannungswert von $\pm 15\text{ V}$ vor [OPA128, OPA111, INA116], während im Rahmen dieser Arbeit die Energieversorgung mit Hilfe zweier 9 V -Blockbatterien realisiert wurde, die Versorgungsspannungen von etwa $\pm 9\text{ V}$ zur Verfügung stellen. Zum Betrieb der Komponenten ist eine Versorgungsspannung zwischen $\pm 4.5\text{ V}$ und $\pm 18\text{ V}$ [INA116] bzw. $\pm 5\text{ V}$ und $\pm 18\text{ V}$ erforderlich [OPA128, OPA111].

weise unter Standardbetriebsbedingungen die spektrale Dichte des Spannungsrauschens bei einer Frequenz von 10 Hz typischerweise bei $30 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ und maximal bei $60 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ [OPA111], während der OPA128LM eine typische spektrale Dichte des Spannungsrauschens bei 10 Hz von $92 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ aufweist [OPA128]. Auch in anderen Frequenzbereichen liegt das Spannungsrauschen des OPA111BM deutlich unter dem des OPA128LM. Aus diesem Grund wird in der in Abbildung 4.12 gezeigten Schaltung des zweiten Messverstärkers ein OPA111BM zur Erzeugung der an der Probe anliegende Transportspannung verwendet.

Die interne Rückkopplung der beiden Operationsverstärker besteht aus einem zwischen den Ausgang des OPA128 und den invertierenden Eingang des OPA111 geschalteten $10 \text{ k}\Omega$ -Widerstand, sowie einer Serienschaltung einer 10 nF -Kapazität und eines $1 \text{ k}\Omega$ -Widerstands, die den Ausgang des OPA111 mit seinem invertierenden Eingang verbindet. Sie beeinflusst die Frequenzabhängigkeit der Verstärkung und damit auch die Rauscheigenschaften des Verstärkers [BB94]. Bei sehr kleinen Frequenzen, also im Gleichspannungs-Bereich, blockiert die Kapazität die interne Rückkopplung der beiden Operationsverstärker. In diesem Fall ergibt sich so ein effektiver Verstärker mit einem Verstärkungsfaktor, der sich aus dem Produkt der beiden einzelnen Verstärker zusammensetzt. Unter idealen Voraussetzungen würde sich so aus den beiden Einzelverstärkungen von 128 dB für den OPA128LM und 125 dB für den OPA111BM im vorliegenden Fall eine nominelle Verstärkung von 253 dB oder etwa $4.5 \cdot 10^{12}$ ergeben [OPA128, OPA111, Stö94, Ott76]. Im Bereich mittlerer Frequenzen reduziert die Serienschaltung des $10 \text{ k}\Omega$ -Widerstands und der 10 nF -Kapazität die effektiv erzielbare Verstärkung der Schaltung über die natürliche Abnahme der Verstärkung des OPA128 als Funktion der Frequenz hinaus. Die Verstärkung des OPA111 beeinflusst aufgrund der endlichen Rückkopplungsimpedanz der Serienschaltung bei endlichen Frequenzen die resultierende Gesamtverstärkung nicht mehr¹³. Bei hohen Frequenzen, die über der durch die RC -Zeit der Serienschaltung der internen Rückkopplung gegebenen Grenzfrequenz liegen, also im vorliegenden Fall bei deutlich über 16 kHz, dominiert der $1 \text{ k}\Omega$ -Widerstand die Impedanz der Serienschaltung, und es ergibt sich so eine Gesamtverstärkung die im vorliegenden Fall aufgrund des Verhältnisses der beteiligten Widerstände bei 0.1 der Verstärkung des OPA128 liegt. Ein Verzicht auf den $1 \text{ k}\Omega$ -Widerstand ist jedoch aufgrund des Einflusses, den dieser bei sehr hohen Frequenzen auf die Phasenlage des insgesamt zurück gekoppelten Signals hat, nicht möglich, da sonst wiederum die Gefahr von Oszillationen des Verstärkers, und damit die eines erhöhten Rauschens besteht [BB94].

Ein weiterer Unterschied zwischen den beiden Verstärkern liegt in der symmetrischen, resistiven Belastung des Eingangs des OPA128 durch die beiden $100 \text{ M}\Omega$ -Widerstände. Wird auf eine symmetrische Belastung dieser Art verzichtet, wie dies im Fall des ersten Messverstärkers der Fall ist, besteht die Gefahr, dass es zu thermisch bedingten Veränderungen der Potenziale in der Verstärkerschaltung kommt. Der Grund hierfür liegt in der starken Temperaturabhängigkeit der Eingangsströme der Operationsverstärker, und hier insbesondere der des Input Bias Current [Man02, Car01, Kar98]. Als Faustformel gilt hier, dass sich dieser bei einer Erhöhung der Temperatur um etwa 11°C jeweils verdoppelt [OPA128, OPA111]. Dies bedeutet, dass sich aufgrund des mit steigender Temperatur erhöhenden Stroms, der über den Operationsverstärker abfließt, auch der Spannungsabfall über dem Rückkopplungswiderstand ändert. Dies kann bei einer Erhöhung der Temperatur und den für diese Verstärkertypen durchaus typischen hohen Rückkopplungswiderständen zu einer merklichen Änderung des Potentials an dem durch den Rückkopplungswiderstand belasteten Eingang des Operationsverstärkers führen. Werden beide Eingänge hingegen etwa symmetrisch belastet, wie dies Abbildung 4.12 zeigt, wird diese Temperaturabhängigkeit deutlich reduziert [BB94, Bak93]. Die dem $100 \text{ M}\Omega$ -Widerstand am inver-

¹³In einer Standardverschaltung eines idealen Operationsverstärkers zu einem invertierenden Verstärker wird die Verstärkung nur durch das Verhältnis der beteiligten Widerstände, nicht jedoch durch die im idealen Fall unendliche Verstärkung des Operationsverstärkers bestimmt. Beispiele sind z.B. in [Man00, Hor96, Man00] enthalten.

tierenden Eingang des OPA128 parallel geschaltete 10 nF-Kapazität in dem in Abbildung 4.12 dargestellten Messverstärker dient primär als weiteres RC -Glied, um höherfrequente Störungen zu unterdrücken [Wal02a, Bak93].

In beiden Messverstärkern ist gezielt auf eine Kompensation der Offset-Spannungen der Operationsverstärker und der Differenzverstärker verzichtet worden, um einerseits Änderungen der Temperatur dieser Komponenten möglichst gering zu halten, und um andererseits keine eventuell schwingungserzeugenden Komponenten in die Verstärker zu integrieren. Der Nachteil dieser Lösung besteht allerdings darin, dass sowohl die an die Probe angelegte Transportspannung V_{SD} , wie auch die Messung des fließenden Stroms I mit einem Offset behaftet sind, um den die Messdaten korrigiert werden müssen. Aufgrund der abnehmenden Quellspannung der die Stromversorgung bildenden 9 V-Block-Batterien ändern sich diese Offsets im Laufe von 24 Stunden kaum merklich.

4.2.6 Spannungsquellen

Die Anforderungen an die Spannungsquellen, die sowohl die Transportspannung V_{SD} , als auch die Gate-Spannung V_G erzeugen sollen, ergeben sich primär aus den Rahmenbedingungen, die die Orthodoxe Theorie, aber auch die messtechnischen und präparativen Gegebenheiten diktieren. Neben nahe liegenden Rahmenbedingungen, wie einem hinreichend großen Spannungsbereich und einer hinreichend guten Auflösung, muss die Spannungsquelle PC-gestützt ansteuerbar sein, um automatisierte Messungen zu ermöglichen. Um die insgesamt notwendige Messauflösung zu erhalten, sollten die einzelnen Komponenten selbst möglichst wenig Eigenrauschen aufweisen und andere Störsignale, beispielsweise auf der Gehäuse- oder Signalerde, erzeugen. Darüber hinaus sollte die Spannungsquelle bipolar aufgebaut sein, also möglichst keine Sprünge oder andere Auffälligkeiten beim Durchgang vom positiven Spannungs- oder Strombereich in den negativen oder umgekehrt aufweisen.

Neben diesen experimentell und präparativ bedingten Randbedingungen stellen die Orthodoxe Theorie, wie sie in Abschnitt 2.4 beschrieben wurde, aber auch die Erläuterungen aus Abschnitt 2.3.2 eine weitere, wichtige Randbedingung an die Spannungsquelle: Sie muss in der Lage sein, eine zu Masse symmetrische Spannung zu erzeugen. Ist sie das nicht, sollten zwei Spannungsquellen zur Erzeugung der Transportspannung V_{SD} herangezogen werden, die jeweils $\pm V_{SD}/2$ liefern. Wird eine von der symmetrischen Aufteilung abweichende Verteilung der Transportspannung gewählt, muss das Potenzial der Insel über Anlegen einer Gatespannung V_G der jeweiligen Transportspannung angepasst werden. So stimmt beispielsweise im Falle eines vollständig symmetrischen SET das Potenzial der Insel bei einer symmetrischen Aufprägung der Transportspannung und verschwindender Gatespannung, sowie einer verschwindenden effektiven Hintergrundladung immer mit dem Potenzial der Masse überein. Wird andererseits eine Seite dieses SET geerdet, muss die Gatespannung der Transportspannung gemäß $V_G = V_{SD}/2$ angepasst werden, um den gleichen Zustand des SET wie im symmetrischen Fall der Spannungsaufprägung zu erhalten. Die Symmetrie des Bauelements schlägt sich bei einer unabhängigen Ansteuerung von V_{SD} und V_G im Fall einer asymmetrischen Transportspannungsaufteilung nicht mehr in den Strom-Spannungskennlinien oder den Messungen der Abhängigkeit des Stroms von der Gatespannung nieder.

Eine Spannungsquelle, die diese Anforderungen erfüllt, kann aus einer Stromquelle vom Typ DC-CALIBRATOR J-152 der Firma Knick, der ein RC -Tiefpass erster Ordnung mit einer Dämpfung von 6 dB/Oktave nachgeschaltet ist, aufgebaut werden. Hierbei wird die zu erzeugende Spannung V parallel zu einem Widerstand R_V als Spannungsabfall $V = R_V \cdot I$ über diesem abgegriffen, wobei I der von der Stromquelle erzeugte Strom ist. Aufgrund der Parallelschaltung des Wider-

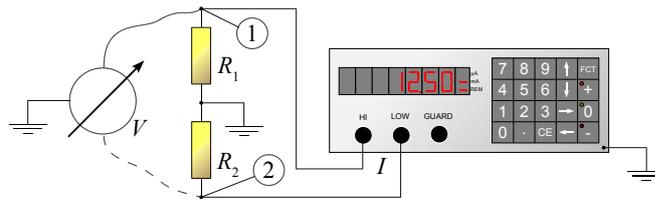


Abbildung 4.13: Die Stromquelle Knick J-152 liefert den Strom I . An den Punkten 1 und 2 kann mit Hilfe eines Spannungsmessgerätes das Potenzial dieser Punkte gegenüber Masse bestimmt werden. Es ergeben sich so die in Spannungen in (4.7) und (4.8).

stands R_V und des Verbrauchers bei der Bauart dieser Spannungsquelle, muss der Widerstand bzw. die Impedanz des Verbrauchers betragsmäßig deutlich größer als R_V sein, um eine Änderung der anliegenden Spannung aufgrund des durch den Verbraucher fließenden Stroms zu verhindern.

Den vielleicht heikelsten Punkt stellt die Forderung nach der symmetrischen Spannungsaufteilung bezüglich Masse dar. Abbildung 4.13 zeigt schematisch einen Messaufbau, der vielleicht trivial erscheint, mit dem aber die Fähigkeit des Knick J-152 gezeigt werden kann, als symmetrische Spannungsquelle zu dienen. Wird ein Knick J-152 über seine GPIB-Verbindung zum Messrechner geerdet, wie dies schon in Abbildung 4.6 auf Seite 184 gezeigt wurde, und an eine Serienschaltung zweier Widerstände R_1 und R_2 angeschlossen, deren Mitte mit Masse verbunden wird, so können mit Hilfe eines Spannungsmessgerätes die Spannungen V_1 und V_2 an den beiden in Abbildung 4.13 dargestellten Punkten 1 und 2 gegenüber Masse bestimmt werden. Die so gemessenen Spannungen entsprechen betragsmäßig dem Spannungsabfall, den der fließende Strom I in den einzelnen Widerständen hervorruft, also

$$V_1 = R_1 \cdot I \quad (4.7)$$

und

$$V_2 = -R_2 \cdot I \quad , \quad (4.8)$$

wobei I der vom Knick J-152 erzeugte Strom ist. Das Vorzeichen von V_2 ist eine Folge der Potenzialverankerung in der Mitte der Serienschaltung. Während der Gesamtspannungsabfall durch den eingestellten Strom I und den Serienwiderstand der beiden beteiligten Widerstände R_1 und R_2 gegeben ist, kann so durch eine einfache Potenzialverankerung an Masse das Potenzial der beiden Ausgänge des Knick J-152 gegenüber Masse durch geeignete Wahl des Verhältnisses von R_1 zu R_2 beliebig verschoben werden. Durch eine symmetrische Aufteilung der Widerstände, wie sie in den Spannungsteilern der beiden im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Messverstärker vorgenommen wurde, die in den Abbildungen 4.9 und 4.12 gezeigt sind, kann so die geforderte symmetrische Aufteilung der Transportspannung bezüglich Masse realisiert werden, wobei die Spannung als Spannungsabfall über einen Widerstand R_V abgegriffen und dem Messverstärker als Eingangssignal zugeführt wird. Je nach Spannungsbereich und Messfrequenz werden so Widerstände zwischen $R_V = 100 \Omega$ und $R_V = 10 \text{ k}\Omega$ verwendet.

Abbildung 4.14 zeigt einen Ausschnitt einer Messung des Stroms I_{ist} des zur Erzeugung der Transportspannung V_{SD} verwendeten Knick J-152. Die Messung ist mit einem Multimeter vom Typ 2010 der Firma Keithley durchgeführt worden, das auch zur Messung des Ausgangssignals V_I der Messverstärker verwendet wurde. Der Knick J-152 zeigt im Bereich um den Sollwert des Stroms $I_{\text{soll}} = 0$, abgesehen von einem geringen Strom-Offset $I_{\text{Offset}} \approx -0.11 \mu\text{A}$, kein anomales Verhalten. Insbesondere sind keine signifikanten Sprünge des herausgegebenen Stroms I_{ist} erkennbar. Abgesehen von dem bereits erwähnten Offset des Stroms, der für die Verwendung des Knick J-152 als Spannungsquelle vernachlässigbar klein ist, liegt der Fehler der Proportiona-

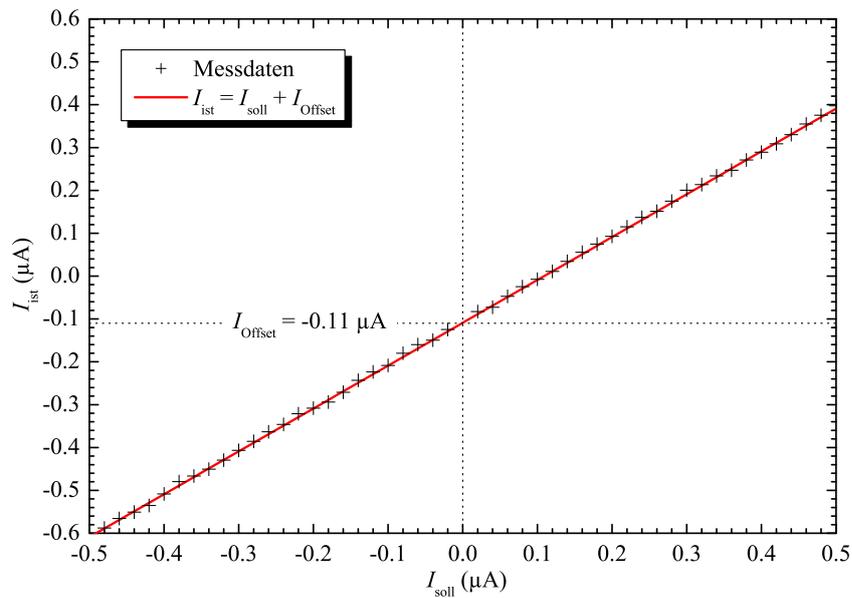


Abbildung 4.14: Messung des Stroms I_{ist} des zur Erzeugung der Transportspannung V_{SD} verwendeten Knick J-152 als Funktion des Sollwertes I_{soll} .

litätskonstanten zwischen eingestelltem und gemessenem Strom im untersuchten Strombereich deutlich unter 10^{-3} .

Die Bürdenspannung des Knick J-152 liegt bei ± 20 V [J152]. Das bedeutet, dass aufgrund der in den Messverstärkern integrierten Spannungsteilern die Transportspannung V_{SD} auf ± 20 mV beschränkt ist, was jedoch zur Untersuchung der Einzelladungseffekte an den im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Bauelementen völlig ausreicht¹⁴. Die Auflösung der erzeugten Spannungen liegt je nach verwendetem Widerstand R_V und dem verwendeten Strombereich des Knick J-152 so nominell zwischen $1 \mu\text{V}$ und $100 \mu\text{V}$ vor bzw. zwischen 1 nV und 100 nV hinter dem Spannungsteiler [J152]. Zur Unterdrückung des Rauschens wird dem Knick J-152 ein RC -Tiefpassfilter nachgeschaltet, der in der Filterbox untergebracht ist, die auch die Umsetzung auf das 12-polige Messkabel übernimmt, das zur Verstärker-Box und damit zum Kopf des Mischkühlers führt.

4.2.7 Filterbox

Die Filterbox, die im Rahmen dieser Arbeit für den hier beschriebenen Messaufbau gebaut wurde und in den Fotos in Abbildung 4.15 gezeigt ist, ist aus verschraubten Messingblechen hergestellt worden. Außer dem Deckel sind die einzelnen Bleche zusätzlich hart-verlötet worden, um das Eindringen von HF-Störungen über elektromagnetische Wellen durch Spalte und andere Öffnungen zu minimieren. In ihrer Frontplatte ist mittig ein 12-poliger Stecker untergebracht, an den das Messkabel angeschlossen werden kann, das zur Verstärker-Box am Kopf des Kryostaten führt. Unterhalb dieses Steckers ist eine M4-Messingschraube angebracht, mit der die Filterbox direkt mit dem zentralen Sternpunkt der Erdung verbunden wird. Alle Komponenten im Inneren der Box, die eine Verbindung zu Masse erfordern, sind sternförmig über Drähte mit der Erdungs-

¹⁴Zur Untersuchung von Abweichungen der linearen Strom-Spannungs-Charakteristik im Rahmen des Simmons-Modells [Sim63, Wol85] werden typischerweise Spannungen von mehr als 20 mV je Tunnelkontakt benötigt [Wah98b, Wah95]. Zur gezielten Untersuchung dieser Effekte ist daher wahrscheinlich eine Herabsetzung des Teilungsverhältnisses der Spannungsteiler unumgänglich.

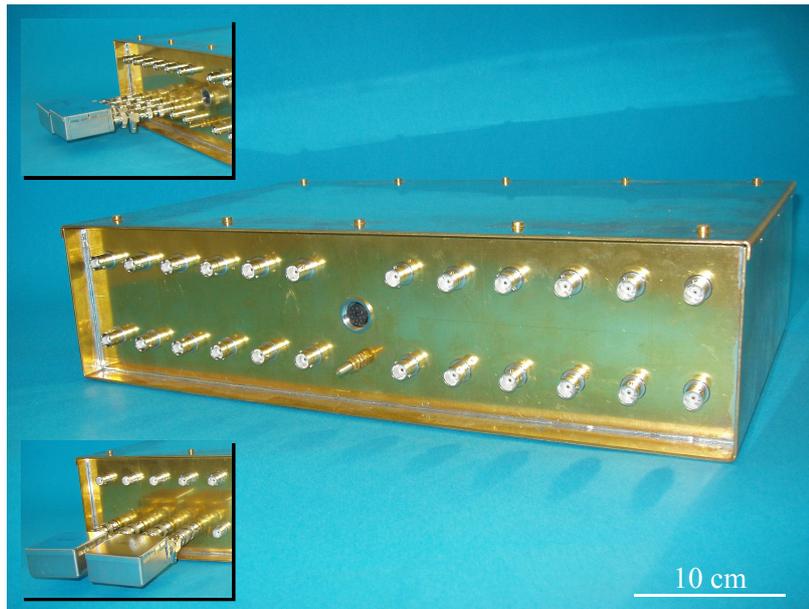


Abbildung 4.15: Fotos der Filterbox. Sie ist aus Messingblechen hergestellt und hart-verlötet worden. Die kleinen Fotos zeigen zwei *R*-Boxen, die ihrerseits aus HF-geschirmt sind und mittels BNC-Verbindungs- und -T-Stücken direkt an die Filterbox angebracht werden können.

schraube verbunden, ohne einen Kontakt der entsprechenden Komponenten mit dem Gehäuse erforderlich zu machen.

Neben diesen beiden Anschlussmöglichkeiten verfügt die Filterbox über 24 BNC-Buchsen, die zwei Reihen mit je 12 Buchsen bilden und in Abbildung 4.16 als Reihe a und Reihe b bezeichnet sind. Hierbei bildet eine jede BNC-Buchse der oberen Reihe ein Paar mit ihrem darunter angeordneten Gegenstück. Ihre Außenleiter stehen mit der Filterbox in sehr gutem elektrischen Kontakt. Über diese BNC-Buchsen werden die weiteren, zum Versuchsaufbau gehörenden Messgeräte angeschlossen, zu denen in erster Linie zwei Knick J-152 und ein Multimeter vom Typ 2010 der Firma Keithley gehören, die bei Bedarf um eine weitere Stromquelle vom Typ J-152 der Firma Knick und ein Multimeter vom Typ 2000 der Firma Keithley erweitert werden können, wie dies in Abschnitt 4.4 erläutert ist. Alle externen Messgeräte sind hierbei über verdrehte Paare von BNC-Kabeln mit der Filterbox verbunden. Die Außenleiter der BNC-Kabel, und mit ihnen die Signalerde, sind hierbei nicht mit der Erdung der Messgeräte verbunden, um das Entstehen von Erdschleifen zu verhindern. Um Änderung des magnetischen Flusses durch sich bewegende Kabel oder Kabelpaare und damit ebenfalls Fluktuationen auf der Masse bzw. der Signalerde zu verhindern, sind alle Messkabel fixiert worden, soweit dies möglich war.

Abbildung 4.16 zeigt schematisch sowohl die Anschlusskonfiguration der zur Untersuchung von SET im Rahmen des hier geschilderten Versuchsaufbaus notwendigen externen Messgeräte, wie auch die interne Verschaltung der Filterbox. Von den insgesamt 24 BNC-Buchsen sind 6 Buchsen, die zu 6 verschiedenen Paaren gehören, nicht kontaktiert¹⁵ worden. Sie sind während der Messungen je nach Erfordernis entweder mit BNC-Abdeckkappen oder BNC-Erdungstreckern bestückt worden, um eine Einkopplung hochfrequenter Störungen zu unterbinden. In Abbildung 4.16 handelt es sich hierbei um die Buchsen 7 bis 12 der Reihe b. Die zugehörigen BNC-Buchsen der Reihe b sind jeweils mit einem Pin des 12-poligen Verbindungssteckers verbunden, über den die Verstärker-Box im Messbetrieb angeschlossen wird. Zusätzlich sind zwei der BNC-Buchsen,

¹⁵Sie sind trotzdem eingebaut worden, um eine zukünftige Nutzung der Box über die Experimente hinaus, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, zu ermöglichen.

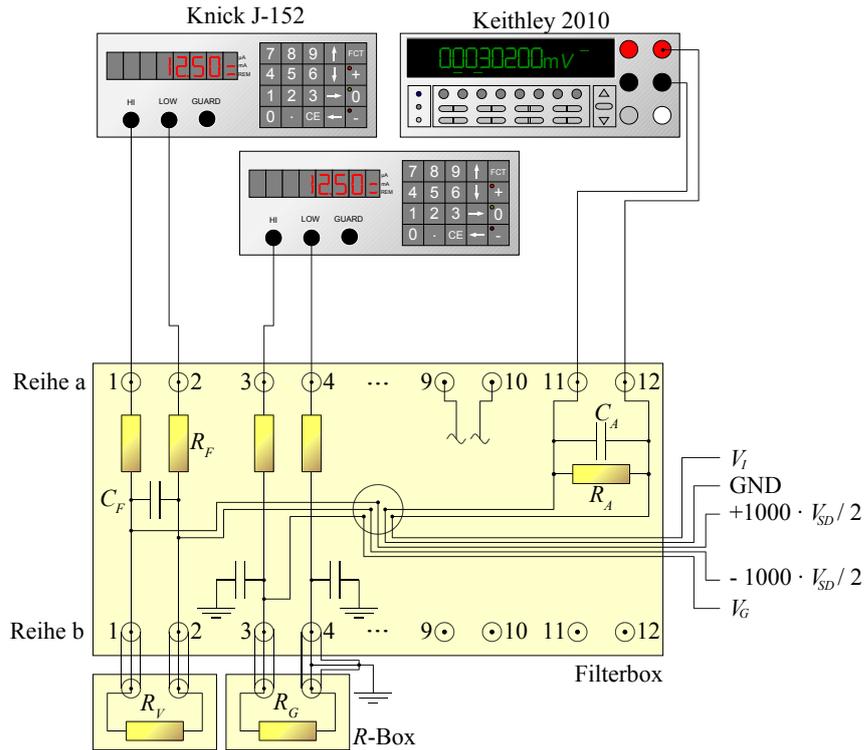


Abbildung 4.16: Vereinfachte schematische Darstellung der Filterbox im Messbetrieb, bei der auf die Darstellung einiger, sich wiederholender Komponenten verzichtet wurde. Alle Filter sind aus nominell identischen Komponenten (Widerstände R_F und Kapazitäten C_F) aufgebaut. Nur die mit dem Ausgang der Messverstärker verbundenen Kontakte sind mit abweichenden Komponenten (Widerstand R_A und Kapazität C_A) bestückt. Weiterhin sind zwei R -Boxen dargestellt, die zusammen mit jeweils einem Knick J-152 eine Spannungsquelle bilden. Die Filter an den Kontakten 1 und 2 unterscheiden sich hierbei von denen, die an den Anschlüssen 3, 4, 5 und 6 zum Einsatz kommen. Die Anschlüsse der Reihe a dienen hier dem Anschluss der Messgeräte und der Stromquellen, während die der Reihe b dem Anschluss der R -Boxen dienen, soweit sie benötigt werden.

in Abbildung 4.16 handelt es um die Buchsen 11a und 12a, über eine Parallelschaltung eines Widerstands $R_A = 10 \text{ k}\Omega$ und einer Kapazität $C_A = 470 \text{ pF}$ miteinander verbunden. An diese beiden Ausgänge werden der Ausgang der Messverstärker mit dem Signal V_I und Masse vom Messverstärker geführt. Beide Komponenten sind in die Filterbox eingebaut worden, um die Differenzverstärker vom Typ INA116 der beiden Messverstärker definiert resistiv und kapazitiv zu belasten, was auch zu einer besseren Stabilität der Messergebnisse geführt hat. Die resistive Belastung entspricht so beispielsweise gerade den Standardbetriebsbedingungen des INA116 [INA116]. Die 6 restlichen BNC-Buchsenpaare sind über 2 Typen einstufiger RC -Tiefpassfilter¹⁶ mit einer nominellen Dämpfung von jeweils 6 dB/Oktave bestückt [Hor96, Stö94], wobei die BNC-Buchsen der Reihe a an die Eingänge und die der Reihe b an die Ausgänge der Filter angeschlossen sind. Die Ausgänge der Filter sind darüberhinaus jeweils mit einem Pin des 12-poligen Steckers in der Mitte der Frontplatte verbunden. Im Messbetrieb werden an die BNC-Buchsen 1b bis 4b bzw. 1b bis 6b über BNC-Verbindungs- und -T-Stücke HF-abgeschirmte Boxen angeschlossen, die ihrerseits auch mit BNC-Buchsen versehen sind und in die zwischen den Innenleitern der BNC-Buchsen Widerstände eingelötet sind, weshalb diese Boxen auch als R -Boxen bezeichnet werden. Diese Widerstände werden für die eigentliche Erzeugung der Spannungen aus den von den Stromquellen gelieferten Strömen I verwendet. Abbildung 4.16 zeigt schematisch die Kontaktierung der R -Boxen für die Transportspannung V_{SD} an den Anschlüssen 1 und 2 und für

¹⁶Hinzu kommen die zusätzlich im Kopf des Mischkühlers integrierten RLC -Filterstufen mit Grenzfrequenzen jenseits von 100 kHz.

die Gate-Spannung V_G an den Anschlüssen 3 und 4. Diese Aufteilung schlägt sich sowohl in der Konzeption der Filter, wie auch in der Verankerung des Potentials nieder. Während im Fall der Transportspannung, wie bereits oben ausgeführt wurde, die Verankerung des Potentials als Teil des Spannungsteiler ausgeführt ist, geschieht die Verankerung der Gate-Spannung direkt über einen BNC-Erdungsstecker auf einem T-Stück an Kontakt 4b der Filterbox. Hieraus ergibt sich auch die Wahl der verschiedenen RC -Filtertypen im Inneren der Filterbox. Während die Filter an den Anschlüssen 3 bis 6 konventionell ausgeführte RC -Tiefpassfilter gegen Masse sind, ist der Filter zwischen Anschluss 1 und 2 massefrei und symmetrisch zu beiden Anschlüssen ausgeführt, wie Abbildung 4.16 zeigt, da ja im Fall der Transportspannung beide Anschlüsse auf einem Potential $\pm 1000 \cdot V_{SD}/2$ bezüglich Masse liegen, und so eine Kopplung an Masse tendenziell unerwünscht ist. Alle für die Filterung eingesetzten Widerstände R_F und Kapazitäten C_F sind nominell identisch. Bei ihnen handelt es sich um 512Ω -Widerstände und $40 \mu\text{F}$ -Kapazitäten.

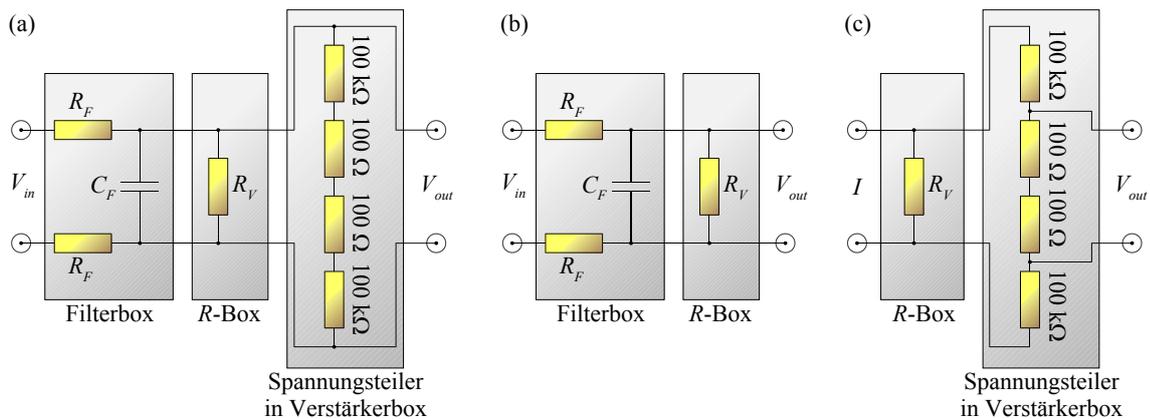


Abbildung 4.17: (a) Schematische Darstellung der effektiven Filterschaltung zur Erzeugung der Transportspannung mit dem auf den Platinen der Messverstärker enthaltenen Spannungsteiler. (b) Schematische Darstellung der zur Bestimmung der Filtercharakteristik verwendeten effektiven Schaltung. (c) Schematische Darstellung des effektiven Widerstands der R -Boxen.

Zusammen mit den Widerständen der R -Boxen und dem Gesamtwiderstand des Spannungsteilers¹⁷ bilden die in der Filterbox integrierten RC -Glieder Tiefpassfilter, die aufgrund ihrer Charakteristik Störsignale herausfiltern, aber auch die mögliche Messgeschwindigkeit nachhaltig beeinflussen, da zwischen der Aufnahme zweier Messpunkte mehrere RC -Zeiten verstreichen sollten, um einen stationären Spannungszustand zu gewährleisten. Abbildung 4.17(a) zeigt schematisch die resultierende effektive Schaltung des Filters, der bei der Erzeugung der Transportspannung verwendet wurde, wobei das Herabsetzen der Spannung durch den Spannungsteiler nicht mit berücksichtigt wird.

Gerade dieser Filter begrenzt die möglichen Messfrequenz deutlich stärker als die Filter, die zur Erzeugung der Gate-Spannung herangezogen wurden. Dies liegt daran, dass aufgrund der gewählten Schaltung der Strom I , der die Transportspannung erzeugt, auch die beiden Filterwiderstände R_F passieren muss, so dass die von der Stromquelle erzeugte Spannung $(2R_F + R_V) \cdot I$ beträgt, auf die sich auch die Bürdenspannung der Stromquelle als maximale Spannung bezieht. Im Fall einer höher aufgelösten Messung im Bereich der Transportspannung V_{SD} zwischen -1.5 mV und $+1.5 \text{ mV}$ bietet sich unter Berücksichtigung der im Faktor 1:1000 herunter geteilten Transportspannung die Verwendung eines Widerstands zur Spannungserzeugung von $R_V = 100 \Omega$

¹⁷Aufgrund der beiden im Spannungsteiler verbauten 100Ω -Widerstände, die der Probe bzw. dem Messverstärker parallel geschaltet sind, kann der Einfluss des Messverstärkers aufgrund der sehr geringen Eingangsströme der Operationsverstärker und des Differenzverstärkers von unter 1 pA und den extrem hohen Eingangsimpedanzen dieser Feldeffekt-Bauteile von typischerweise mehr als $10^{13} \Omega$, sowie der Einfluss der Probe mit typischen Widerständen von $100 - 150 \text{ k}\Omega$ vernachlässigt werden [OPA128, OPA111, INA116].

an. Mit diesem kann so ein maximaler Spannungsbereich von $\pm 1.7 \text{ mV}$ erreicht werden. Um höhere Spannungen erzeugen zu können, muss ein entsprechend größerer Widerstand R_V eingesetzt werden. Mit einem Widerstand $R_V = 10 \text{ k}\Omega$ ist so der Spannungsbereich von etwa $\pm 18 \text{ mV}$ zugänglich. Ein so hoher Widerstand beschränkt jedoch den nutzbaren Frequenzbereich deutlich mehr als ein 100Ω -Widerstand. Zur Erzeugung der Gate-Spannung sind hingegen keine höheren Widerstände R_G als 100Ω notwendig, da so Spannungen bis zu $\pm 1.7 \text{ V}$ zur Verfügung stehen.

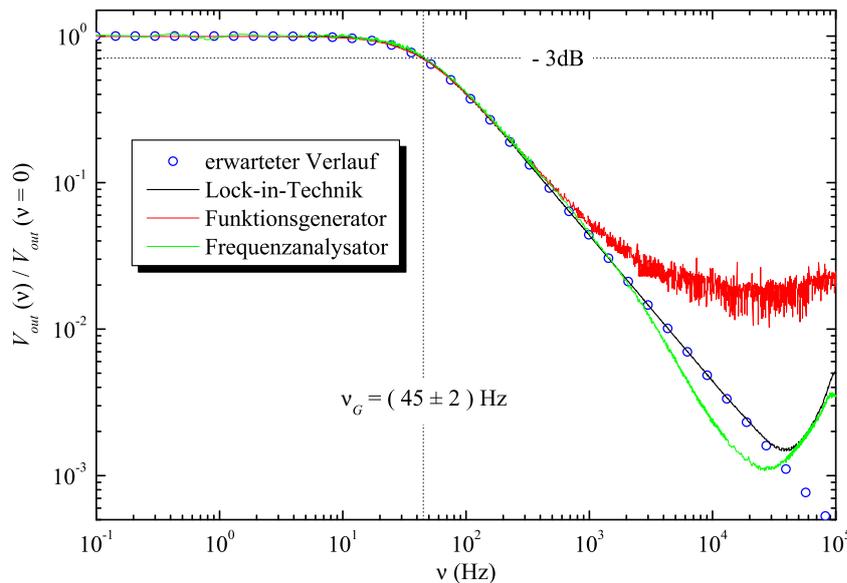


Abbildung 4.18: Messung der Filtercharakteristik des zur Erzeugung der Transportspannung verwendeten Aufbaus mit einem spannungserzeugenden Widerstand $R_V = 100 \Omega$.

Experimentell ist daher primär der zur Erzeugung der Transportspannung verwendete Filter für verschiedene R_V -Widerstände untersucht worden. Zu diesem Zweck sind verschiedene Messsysteme verwendet worden, bei denen jeweils anstelle des Knick J-152 eine Spannungsquelle an die Eingänge 1a und 2a der Filterbox angeschlossen wurde, die eine Wechselspannung $V_{in}(\nu)$ der Frequenz ν erzeugt. Über BNC-Verbindungs- und -T-Stücke ist, wie bei einer Messung an einem SET auch, eine R -Box, die den entsprechenden Widerstand R_V enthält, an die Anschlüsse 1b und 2b der Filterbox angeschlossen worden. Parallel zu diesem Widerstand wird an zwei BNC-T-Stücken die Spannung $V_{out}(\nu)$ abgegriffen und gemessen. Der bei den eigentlichen Messungen auf den Platinen der Messverstärker enthaltenen Spannungsteiler ist bei der Charakterisierung der Filter hier nicht berücksichtigt worden, da er tendenziell nur zu einer geringen Korrektur des Widerstands R_V führt.

Die Charakterisierung der Filter ist im Frequenzbereich zwischen 0.1 Hz und 100 kHz mit verschiedenen Messsystemen durchgeführt worden. Gerade im Bereich sehr kleiner Frequenzen ist die sinusförmige Spannung durch einen Funktionsgenerator vom Typ 33250A der Firma Agilent erzeugt worden und mit Hilfe eines digitalen Oszilloskops vom Typ TDS754D der Firma Tektronix gemessen worden. Im Frequenzbereich ab einigen Hertz konnte sowohl zur Spannungserzeugung, wie auch zur Messung ein Lock-in-Verstärker vom Typ 5210 der Firma EG&G verwendet werden. Im gesamten Frequenzbereich konnte zusätzlich mit Hilfe eines Frequenzanalysators vom Typ SR785 der Firma Stanford Research die Filtercharakteristik bestimmt werden. Abbildung 4.18 zeigt für einen Widerstand $R_V = 100 \Omega$ den Verlauf der Dämpfung $V_{out}(\nu)/V_{out}(\nu = 0)$ als Funktion der Frequenz ν aller drei Messsysteme, wobei es sich bei allen angegebenen Spannungen jeweils um die Amplituden der Wechselspannungen handelt.

Zusätzlich zu den Messdaten enthält Abbildung 4.18 den auf Basis der in Abbildung 4.17(b) gezeigten Schaltung erwarteten Verlauf der Dämpfung in Form offener Kreise. Hierbei gilt

$$\frac{V_{out}(\nu)}{V_{in}(\nu)} = \frac{R_V}{\sqrt{(2R_F + R_V)^2 + (4\pi\nu R_V R_F C_F)^2}} \quad (4.9)$$

Wird, wie in Abbildung 4.18 gezeigt, die Dämpfung nicht auf die Eingangsspannung $V_{in}(\nu)$, sondern auf die am Ausgang zur Verfügung stehende Gleichspannung $V_{out}(\nu = 0)$ bezogen, folgt aus der Konstanz der Eingangsspannung mit der Frequenz ν , also aus

$$V_{in}(\nu) = V_{in}(\nu = 0) \quad , \quad (4.10)$$

und mit Hilfe von (4.9)

$$\frac{V_{out}(\nu = 0)}{V_{in}(\nu = 0)} = \frac{R_V}{2R_F + R_V} \quad (4.11)$$

schließlich

$$\frac{V_{out}(\nu)}{V_{out}(\nu = 0)} = \frac{R_V}{\sqrt{(2R_F + R_V)^2 + (4\pi\nu R_V R_F C_F)^2}} \cdot \frac{2R_F + R_V}{R_V} \quad (4.12)$$

Die Übereinstimmung der Messergebnisse der drei Messsysteme, soweit sie bei den entsprechenden Frequenzen eingesetzt werden konnten, mit dem nach (4.12) berechneten Verlauf der Dämpfung ist bis etwa 100 Hz sehr gut. Ab etwa 200 Hz weichen die mit dem Funktionsgenerator und dem digitalen Oszilloskop durchgeführten Messungen deutlich von den übrigen Messungen und der Vorhersage ab, was mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit auf die eingeschränkte Messgenauigkeit des Oszilloskops zurückzuführen ist. Die mit dem Frequenzanalysator durchgeführten Messungen zeigen, abgesehen von einem im Vergleich zu dem erwarteten Verlauf und der Lock-in-Messung leicht erhöhten Signal im Bereich einiger Hundert Hertz, einen deutlichen Knick bei etwa 2 kHz, der im Gegensatz zu der leichten Überhöhung auch bei anderen Messungen, die mit diesem Gerät durchgeführt wurden, aufgetreten ist. Der Grund für diese Abweichung ist nicht bekannt. Die in Lock-in-Technik erhaltenen Messergebnisse stimmen hingegen zwischen etwa 5 Hz bis etwa 10 kHz hervorragend mit dem nach (4.12) erwarteten Verlauf überein. Im Bereich ab etwa 20 kHz weichen die gemessenen Charakteristiken alle von den Vorhersagen ab und zeigen einen deutlichen Anstieg bis zur maximal untersuchten Frequenz von 100 kHz. Da dieser zumindest tendenziell in allen Messungen auftritt, ist ein reines Messartefakt eher unwahrscheinlich. Die gemessene Dämpfung liegt, abgesehen von den mit dem Funktionsgenerator und dem Oszilloskop durchgeführten Messungen, unabhängig von der verwendeten Messtechnik im Bereich zwischen 10 kHz und 100 kHz bezüglich des Gleichspannungssignals deutlich über 40 dB, also $V_{out}(\nu)/V_{out}(\nu = 0) \leq 10^{-2}$ [Hor96, Stö94, Ott76]. Wird die Grenzfrequenz des Filters ν_G auch hier analog zum allgemein üblichen Vorgehen bei Tiefpassfiltern erster Ordnung bei einer Dämpfung von 3 dB definiert, ergibt sich so eine Grenzfrequenz von

$$\nu_G = (45 \pm 2) \text{ Hz} \quad \text{für} \quad R_V = 100 \Omega \quad . \quad (4.13)$$

Abbildung 4.19 zeigt im direkten Vergleich die Filtercharakteristiken des zur Erzeugung der Transportspannung verwendeten Filtersystems mit einem Widerstand $R_V = 100 \Omega$, einem Widerstand $R_V = 10 \text{ k}\Omega$ und den jeweils nach (4.12) berechneten Verläufen im Bereich zwischen 0.1 Hz und 2 kHz. In diesem Frequenzbereich stimmt der erwartete und der gemessene Verlauf der Dämpfung $V_{out}(\nu)/V_{out}(\nu = 0)$ sehr gut mit dem erwarteten überein. Im Fall des zur Spannungserzeugung eingesetzten 10 k Ω -Widerstands ergibt sich auf Basis der bereits oben genannten Definition der Grenzfrequenz des Filters eine Grenzfrequenz von

$$\nu_G = (4.5 \pm 1) \text{ Hz} \quad \text{für} \quad R_V = 10 \text{ k}\Omega \quad . \quad (4.14)$$

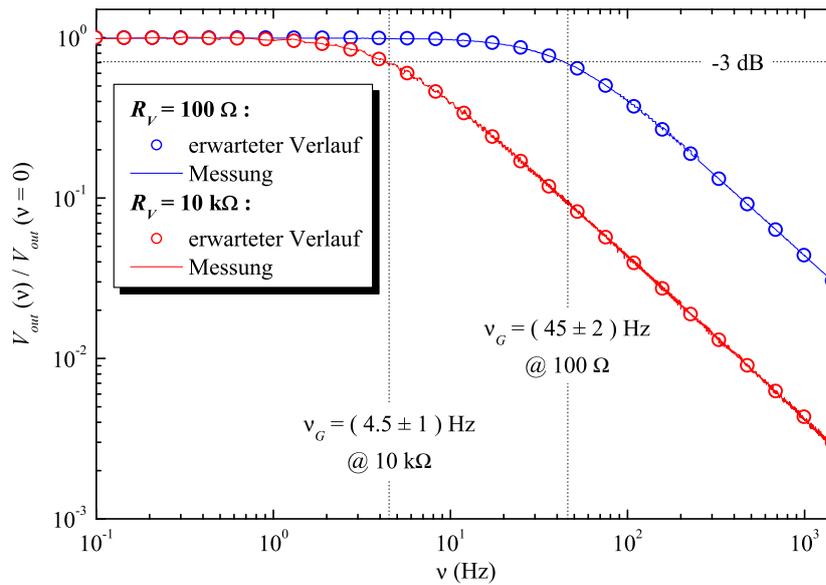


Abbildung 4.19: Vergleich der Filtercharakteristiken des zur Erzeugung der Transportspannung verwendeten Aufbaus mit spannungserzeugenden Widerständen $R_V = 100 \Omega$ und $R_V = 10 \text{ k}\Omega$.

Diese nur um etwa einen Faktor 10 gegenüber dem Fall des 100Ω -Widerstands herabgesetzte Grenzfrequenz ist eine Folge der beiden in (4.12) eingehenden Filterwiderstände $R_F = 512 \Omega$. Unabhängig hiervon zeigt dieses Ergebnis jedoch das Problem der Messfrequenz bei hohen R_V -Widerständen. Während aufgrund der Grenzfrequenz von über 40 Hz im Fall des 100Ω -Widerstands problemlos 2 Messpunkte pro Sekunde aufgenommen werden können, sollte im Fall eines $10 \text{ k}\Omega$ -Widerstands nicht mehr als ein Messpunkt in 2 Sekunden aufgenommen werden, um sicherzustellen, dass an der Probe die beabsichtigte Transportspannung anliegt.

Gerade bei den höheren R_V -Widerständen muss außerdem bei der Umrechnung der gesetzten Stromwerte in die Transportspannungen die Parallelschaltung des Spannungsteilers und des Widerstands R_V berücksichtigt werden. Mit Hilfe der in Abbildung 4.17(c) dargestellten effektiven Schaltung ergibt sich aus dem Strom I eine Transportspannung V_{SD} gemäß

$$V_{SD} = \frac{200 \Omega}{200.2 \text{ k}\Omega} \cdot \frac{R_V \cdot 200.2 \text{ k}\Omega}{R_V + 200.2 \text{ k}\Omega} \cdot I \quad , \quad (4.15)$$

wobei der erste Faktor auf den Spannungsteiler und der zweite auf die eigentliche Parallelschaltung des Spannungsteilers und R_V zurückzuführen sind. Die Widerstände, die im Rahmen dieses Versuchsaufbaus verwendet wurden, sind grundsätzlich Metallschichtwiderstände mit einer Toleranz von 1%, deren tatsächliche Widerstände vor ihrem Einbau kontrolliert wurden. Verwendet wurden nur Widerstände mit möglichst geringen Abweichungen von ihren nominellen Werten. Hierdurch weichen die verwendeten Widerstände im Bereich kleinerer Widerstände typischerweise weniger als 0.5% und im Bereich höherer Widerstände typischerweise weniger als 0.1% von ihrem nominellen Wert ab. Bei einer angestrebten Genauigkeit unterhalb eines Prozent bei der Bestimmung der Transportspannung kann so der erste Faktor in (4.15) gut durch 10^{-3} genähert werden. Aber gerade in Bezug auf den zweiten Faktor können sich für die höheren Widerstandswerte von R_V jedoch durchaus Abweichungen von bis zu einigen Prozent ergeben, die bei der Bestimmung von V_{SD} berücksichtigt werden müssen.

4.3 Auflösungsgrenze und Leistungsfähigkeit des Messaufbaus

Um die Leistungsfähigkeit und die Auflösungsgrenze des Messaufbaus zu bestimmen, ist eine Reihe von Experimenten durchgeführt worden. Um insbesondere die Qualität der Abschirmung und der Erdung des Versuchsaufbaus zu bestimmen, ist mit Hilfe eines analogen Oszilloskops, das zur differentiellen Messung von Spannungen eingesetzt werden kann, die an einem SET abfallende Spannung differentiell gemessen worden, ohne dass hierbei eine Transportspannung V_{SD} oder eine Gate-Spannung an das Bauelement angelegt wurden. Die am Bauelement gemessene Spannung wies so im zugänglichen Frequenzbereich einen Unterschied zwischen den Scheitelwerten von deutlich unter $50 \mu\text{V}$ auf, was der Auflösungsgrenze des Oszilloskops entspricht.

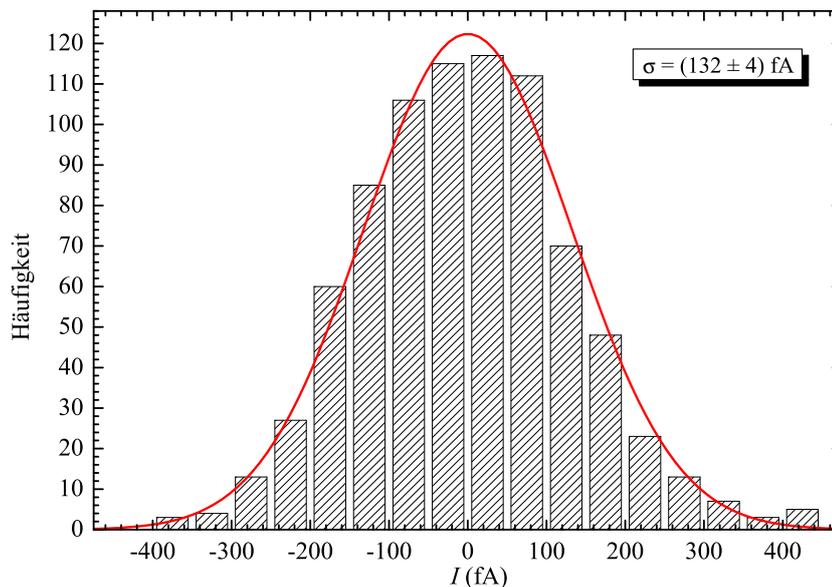


Abbildung 4.20: Histogramm einer Messung des Stroms I mit Hilfe des Messverstärkers 1. Die Verteilung kann gut durch eine Gaußverteilung mit einer Standardabweichung $\sigma = (132 \pm 4) \text{ fA}$ beschrieben werden. Der Unterschied zwischen minimalem und maximalem gemessenem Strom ΔI_{P-P} liegt bei etwa 830 fA , die RMS-Abweichung des Stroms ΔI_{RMS} bei etwa 105 fA .

Um darüberhinaus auch das Auflösungsvermögen der Messverstärker zu bestimmen, sind an einem aus Aluminium (Al) und Nickel (Ni) gefertigten SET Messungen des Stroms I bei einer Transportspannung $V_{SD} \approx 0$ und einer Gatespannung $V_G \approx 0$ als Funktion der Zeit t durchgeführt worden. Hierbei ist die Supraleitung des Aluminiums nicht durch Anlegen eines Magnetfeldes unterdrückt worden, so dass im Transportspannungsbereich um $V_{SD} = 0$ herum der Haupttransportkanal des Stroms durch Quasiteilchen aufgrund der supraleitenden Energielücke erheblich unterdrückt ist. Nur durch Prozesse höherer Ordnungen oder durch thermisch aktivierte bzw. durch Photonen oder Spannungsfluktuationen angeregte Quasiteilchen kann hier ein Stromtransport durch den SET erfolgen. In diesem Fall sind so auch Fluktuationen des fließenden Stroms, die durch Änderungen des Widerstands der Probe oder andere den Leitwert der Probe und des Versuchsaufbaus beeinflussende Faktoren hervorgerufen werden können, stark unterdrückt.

Abbildung 4.20 zeigt so das Histogramm einer bei $V_{SD} \approx 0$ im supraleitenden Zustand der Probe mit Messverstärker 1 aufgenommenen Zeitspur des Stroms $I(t)$ über eine Dauer von etwa 1200 s . Die Abweichung des Stroms zwischen seinen Scheitelwerten, die auch als *Peak-to-Peak*-

Abweichung bezeichnet wird und die durch

$$\Delta I_{P-P} = \max I(t) - \min I(t) \quad (4.16)$$

definiert wird, beträgt hier etwa $\Delta I_{P-P} \approx 830$ fA. Die *RMS-Abweichung* des Stroms I , die durch

$$(\Delta I_{RMS})^2 = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \left(I(t) - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt \right)^2 dt \quad (4.17)$$

definiert ist, liegt bei etwa $\Delta I_{RMS} \approx 105$ fA. Die Verteilung der gemessenen Stromwerte zeigt in sehr guter Näherung eine Gaußverteilung mit einer Standardabweichung von $\sigma = (132 \pm 4)$ fA, wie Abbildung 4.20 zeigt.

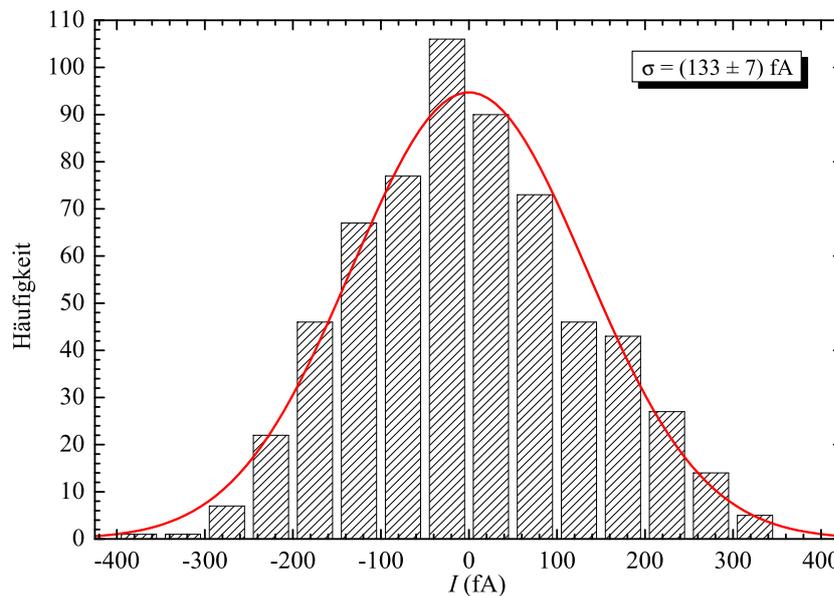


Abbildung 4.21: Histogramm einer Messung des Stroms I mit Hilfe des Messverstärkers 2. Die Verteilung kann ebenfalls gut durch eine Gaußverteilung mit einer Standardabweichung $\sigma = (133 \pm 7)$ fA beschrieben werden. Der Unterschied zwischen minimalem und maximalem gemessenen Strom ΔI_{P-P} liegt bei etwa 705 fA, die RMS-Abweichung des Stroms ΔI_{RMS} bei etwa 95 fA.

Unter sehr ähnlichen Bedingungen ist auch der zweite Messverstärker nach seiner Optimierung auf den vorliegenden Messaufbau untersucht worden. Abbildung 4.21 zeigt das Histogramm einer entsprechenden Messung, die mit diesem Messverstärker durchgeführt worden ist. Die Peak-to-Peak-Abweichung dieser Messung liegt bei etwa 705 fA und die RMS-Abweichung bei etwa 95 fA. Auch hier kann die Verteilung der Messwerte sehr gut durch eine Gaußverteilung mit einer Standardabweichung $\sigma = (133 \pm 7)$ fA beschrieben werden. Wie bereits in Abschnitt 4.2.5 angedeutet wurde, konnte mit diesem Messverstärker, obwohl er von seiner Konzeption her viel stärker auf ein niedrigeres Rauschen und eine höhere Messauflösung ausgelegt ist, keine signifikant bessere Auflösung als mit dem ersten Messverstärker erzielt werden. Alle im Rahmen dieser Tests ermittelten Parameter liegen zwar leicht unter denen des ersten Messverstärkers, sind jedoch im direkten Vergleich nur unwesentlich besser. Mit Hilfe entsprechender Messverstärker konnten C. Walliser und B. Limbach Auflösungen¹⁸ von 200 fA mit Hilfe eines Messverstärkers vom ersten

¹⁸Die in [Wal02a] spezifizierten Auflösungen sind nicht eindeutig definiert und können daher nur bedingt mit den im Rahmen dieser Arbeit gebauten Messverstärkern verglichen werden. Anhand der in [Wal02a] gezeigten Abbildung 4.5 kann die Peak-to-Peak-Auflösung des Messverstärkers vom Typ 2 auf etwa 100 fA abgeschätzt werden, liegt damit also etwa einen Faktor 2 über dem spezifizierten Wert der Auflösung.

Typ und von etwa 50 fA mit Hilfe eines Messverstärkers vom zweiten Typ realisieren [Wal02a, Lim02].

Der Grund für dieses eher enttäuschende Abschneiden des zweiten Messverstärkers ist unklar. Grundsätzlich bieten sich hier zwei Erklärungsansätze an. Zum einen kann der zweite Messverstärker für die im Vergleich überraschend geringe Messauflösung verantwortlich sein, oder aber der Grund ist in dem Messaufbau zu suchen. In diesem Fall wären beide Verstärker, die ja etwa die gleiche Auflösung ermöglichen, in ihrer Auflösung durch den restlichen Versuchsaufbau limitiert.

Im Bereich des zweiten Messverstärkers könnte eine mögliche Ursache in der Toleranz der verwendeten Komponenten zu suchen sein, obwohl ja, wie bereits geschildert wurde, ihre Auswahl sehr sorgfältig durchgeführt worden ist. Einen weiteren, schwer einzuschätzenden Punkt stellt sicherlich die Anpassung der im zweiten Messverstärker verbauten Kapazitäten dar. Vor der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Optimierung wiesen gerade die Peak-to-Peak-Abweichungen des gemessenen Stroms im Vergleich zu den danach durchgeführten Messungen zum Teil dreifach größere Werte auf, was auf kurzzeitig stark erhöhte Messwerte zurückzuführen ist. Die RMS-Abweichungen lagen hierbei aber im Vergleich zu den Messungen nach Abschluss der Optimierungen nur auf einem leicht erhöhten Niveau. Die Anpassung der Kapazitäten hat gerade diese kurzzeitigen Erhöhungen in ihrer Häufigkeit und Größe reduziert, während die RMS-Abweichung deutlich schwächer beeinflusst wurde.

Unter der Annahme, dass die vergleichsweise geringe Auflösung hingegen eine Folge des übrigen Messaufbaus ist, liegt es hier nahe, die Filterung der Messleitungen, sowie die Abschirmung und die Erdung des Versuchsaufbaus in Frage zu stellen. Für diesen Erklärungsansatz spricht zum einen, dass sowohl die Auflösung beider Messverstärker etwa identisch ist, und dass zum anderen die Temperatur-Kontrolle des Mischkühlers die Messauflösung ebenfalls reduziert. Aufgrund ihrer mehrkomponentigen Auslegung und ihrer zum Teil mehrfach untereinander verbundenen Komponenten, tendiert sie zur Bildung von Erdschleifen, die wiederum die Signallerde mit Strömen belasten, mit der sie ja direkt verbunden ist, wie dies auch Abbildung 4.6 auf Seite 184 zeigt. So sind die zuvor beschriebenen Zeitspur-Messungen an dem gleichen SET im supraleitenden Zustand wiederholt worden, wobei allerdings auf eine Regelung der Temperatur der Probenplattform des Mischkühlers verzichtet wurde. Hierbei ist die Temperatur-Kontrolle vollständig vom Versuchsaufbau getrennt und abgeschaltet worden. So konnten mit Hilfe des ersten Messverstärkers Abweichungen des Stroms von $\Delta I_{PP} \approx 605$ fA und $\Delta I_{RMS} \approx 80$ fA realisiert werden. Beide Werte liegen unter denen, die bei aktiver Temperatur-Kontrolle mit Hilfe des zweiten Messverstärkers realisiert werden konnten. Einschränkend muss natürlich hierbei bemerkt werden, dass bei diesem Versuch die Temperatur der Probenbühne nicht bekannt war, aber sicherlich unterhalb der sonst verwendeten 40 mK lag, so dass eine Verbesserung der Auflösung nur aufgrund der geringeren Temperatur der Probe nicht ausgeschlossen werden kann. Ohnehin ist es durchaus auch denkbar, dass die erzielte Messauflösung auf tatsächlich durch die Probe fließende Ströme zurückzuführen ist. In diesem Fall würde die Probe und damit auch das gewählte Testverfahren selbst die Messgenauigkeit definieren. Ströme könnten so aufgrund thermischer Anregungen, Anregungen durch Photonen oder niederfrequente Spannungsfluktuationen, oder aufgrund von Prozessen höherer Ordnung bzw. einer Kombination dieser Anregungen und Prozesse durch das entsprechende Bauelement fließen. Hierfür sprechen die sehr ähnlichen Fluktuationswerte beider Messverstärker, wenn auch eine abschließende Klärung dieser Frage sicherlich im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich ist.

Unabhängig hiervon liegt die mit beiden Messverstärkern erzielte Auflösung um deutlich mehr als eine Größenordnung über der zu Beginn des Kapitels 3 geforderten Auflösung von etwa

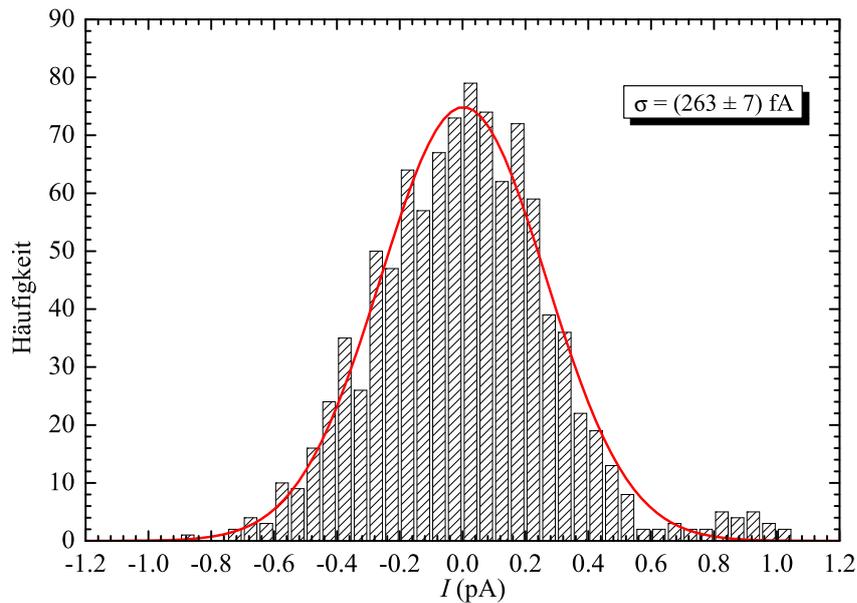


Abbildung 4.22: Histogramm einer Messung des Stroms I mit Hilfe des Messverstärkers 1. Die Verteilung kann durch eine Gauß-Verteilung mit einer Standardabweichung $\sigma = (263 \pm 7) \text{ fA}$ beschrieben werden.

10 pA. Wird die Bestimmung der Auflösung nicht im Bereich der supraleitenden Energielücke durchgeführt, sondern beispielsweise durch Anlegen eines hinreichend starken Magnetfeldes an die Probe in ihrem normalleitenden Zustand, spielen aufgrund der nun zum Stromtransport zur Verfügung stehenden Quasiteilchen auch die Eigenschaften der Bauelemente eine wichtige Rolle. Unter ähnlichen Bedingungen, wobei allerdings der Strom I nur für etwa 450 s gemessen wurde, ergeben sich unter optimalen Bedingungen so Peak-to-Peak-Schwankungen $\Delta I_{\text{PP}} \approx 1.5 \text{ pA}$ bzw. RMS-Schwankungen von etwa $\Delta I_{\text{RMS}} \approx 270 \text{ fA}$. Einige Zeitspuren, die im normalleitenden Bereich gemessen wurden, weisen eine Messwertverteilung auf, die durch eine Gauß-Verteilung beschrieben werden kann. Ein solches Beispiel zeigt Abbildung 4.22. Die Standardabweichung der eingezeichneten Gauß-Verteilung liegt hier bei $\sigma = (263 \pm 7) \text{ fA}$ und damit ebenfalls im Bereich der RMS-Schwankungen, die unter optimalen Bedingungen erzielt werden können. Eine Diskussion der Einflüsse und Störungen auf die durch den SET fließenden Strom I ist in Abschnitt 5.3 enthalten. Unabhängig hiervon erlaubt die Auflösung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und aufgebauten Messsystems also mit beiden Messverstärkern problemlos die Messung von Fluktuationen des Stroms, die auf die Probe selbst zurückzuführen sind.

Im Rahmen dieser Arbeit ist fast ausschließlich der erste Messverstärker zum Einsatz gekommen, da der zweite Messverstärker keinen deutlichen Vorteil bezüglich der erzielbaren Messauflösung gegenüber dem ersten Messverstärker bietet. Hinzu kommt, dass aufgrund der dritten aktiven Komponente dieser Verstärker einen höheren Energieverbrauch als der Messverstärker 1 aufweist, der nur über zwei aktive Komponenten verfügt. Dieser erhöhte Energieverbrauch führt zu einer weiteren Verkürzung der durch die Batterien begrenzten ununterbrochenen Messzeit. Darüberhinaus ist der maximal zugängliche Strombereich dieses Verstärkers aufgrund des höheren Rückkopplungswiderstands von $100 \text{ M}\Omega$ gegenüber den $10 \text{ M}\Omega$ des ersten Messverstärkers etwa um einen Faktor 10 kleiner. Legt man, konservativ abgeschätzt, ein maximales Signal der Messverstärker V_I von 5 V zugrunde, ergibt sich für den ersten Messverstärker ein maximaler Strom I von etwa 500 nA . Im Fall des zweiten Messverstärkers liegt dieser bei nur 50 nA . Hinzu kommt, dass mit steigender Ausgangsspannung der Operationsverstärker wiederum ihr Energieverbrauch steigt, so dass der höhere Rückkopplungswiderstand erneut zu einer Erhöhung des

Energieverbrauchs dieses Verstärkers, und damit zu einer weiteren Verringerung der Betriebsdauer führt.

4.4 Erzeugung und Ansteuerung der Magnetfelder

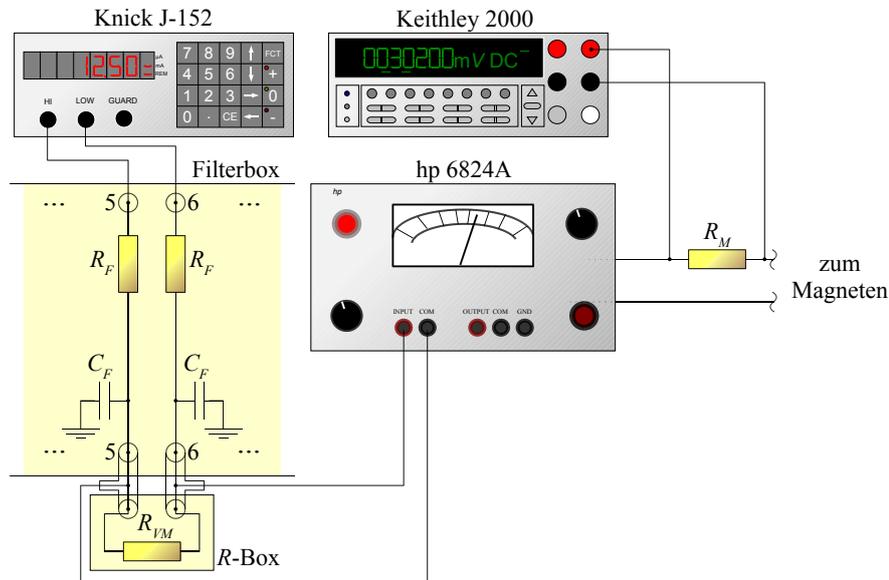


Abbildung 4.23: Alternative Ansteuerung des Magneten über einen Verstärker vom Typ 6824A der Firma Hewlett Packard. Die Ansteuerung des hp6824A erfolgt wieder über einen Knick J-152. Zur Bestimmung des Magnetfeldes wird der Spannungsabfall über einem Widerstand $R_M = (2.53 \pm 0.05) \Omega$ Hochleistungswiderstand gemessen.

Zur Ansteuerung des supraleitenden Magneten ist im Wesentlichen ein Magnetnetzteil vom Typ IPS 120-10 der Firma Oxford Instruments verwendet worden. Um jedoch gerade im Bereich kleinerer Magnetfelder einerseits den durch den Magneten fließenden Strom genauer definieren zu können, und andererseits aus Sorge, das Magnetnetzteil könnte aufgrund seiner digitalen Auslegung eine Quelle hochfrequenter Störungen sein, ist eine alternative, analoge Ansteuerung des Magneten realisiert worden, die schematisch in Abbildung 4.23 gezeigt ist und hauptsächlich bei der Untersuchung der Bauelemente im Bereich kleinerer Magnetfelder zum Einsatz gekommen ist. Als eigentliche Stromquelle für den Magneten, dient ein Verstärker vom Typ 6824A der Firma Hewlett Packard / Harrison Division, die als invertierender¹⁹ Spannungs-Strom-Wandler betrieben wird. Der Verstärker wird hierbei von einer Spannungsquelle angesteuert, die analog zu der in den Abschnitten 4.2.6 und 4.2.7 beschriebenen Spannungsquelle zur Ansteuerung der Gate-Elektrode mit der entsprechenden Filterstufe aufgebaut ist. Hierbei liefert eine Stromquelle vom Typ J-152 der Firma Knick einen Strom I , der, nachdem er durch zwei in der Filterbox integrierte RC -Glieder gefiltert wurde, über einem Widerstand $R_{VM} = 1 \text{ k}\Omega$ einen Spannungsabfall $R_{VM} \cdot I$ erzeugt, der dem Verstärker vom Typ 6824A als Steuerspannung zugeführt wird. Der Verstärker liefert so einen Strom I_M , der durch den Magneten fließt und ein magnetisches Feld von 0.12025 T/A hervorbringt [Scha89]. Der Strom I_M wird hierbei über einen seriell zum Magneten geschalteten Widerstand $R_M = (2.53 \pm 0.05) \Omega$ geleitet. Der resultierende Spannungsabfall wird durch ein Multimeter vom Typ 2000 der Firma Keithley gemessen und ermöglicht so die Bestimmung von I_M und damit des vom Magneten erzeugten Feldes. Die extrem hohe

¹⁹Der Hi-Ausgang des Knick J-152 ist aus diesem Grund in Abbildung 4.23 mit dem COM-Eingang des 6824A verbunden.

Induktivität des Magneten L von 8.3 H bildet hierbei zusammen mit dem Messwiderstand R_M bezüglich des durch den Magneten fließenden Stroms einen Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz $\nu_G = R/2\pi L$ von unter 50 mHz. Fluktuationen des Magnetfeldes aufgrund in den Magnetstromkreis einkoppelnder Spannungen sind daher kaum zu erwarten.

Das normalleitende Regime

5.1 Einleitung

Um den Nachweis antreten zu können, dass die im Rahmen dieser Arbeit mit dem in Kapitel 3 beschriebenen Prozess hergestellten Bauelemente tatsächlich Einzelladungseffekte zeigen, sind sie zunächst im normalleitenden Regime untersucht worden. Neben dem bloßen Nachweis der Existenz von Einzelladungseffekten ermöglicht eine detaillierte Charakterisierung der Bauelemente im normalleitenden Regime darüberhinaus auch einen qualitativen, und nicht zuletzt auch quantitativen Vergleich der Messdaten mit theoretischen Vorhersagen. Gerade dieser quantitative Vergleich der Messergebnisse mit verschiedenen theoretischen Ansätzen ermöglicht zudem eine Bestimmung der Parameter der Bauelemente und eine Einschätzung der Rahmenbedingungen, unter denen die verschiedenen theoretischen Ansätze untereinander konsistente Werte für die einzelnen Parameter liefern. Letztendlich ist eine detaillierte Analyse der Eigenschaften der Bauelemente im normalleitenden Regime schon deshalb unumgänglich, da ohne das entsprechende Wissen über das grundsätzliche Verhalten der Bauelemente eine fundierte Einschätzung ihres Verhaltens im supraleitenden und ferromagnetischen Regime, das in Kapitel 6 betrachtet wird, unmöglich ist.

Um diese Analyse durchführen zu können, wurden die SET durch Anlegen eines hinreichend starken äußeren Magnetfeldes im normalleitenden Modus betrieben. Hierbei wurden Magnetfelder $\mu_0 H$ mit einer Stärke zwischen 1 T und 2 T entweder senkrecht zum Substrat oder auch in der Ebene des Substrats, entlang der Vorzugsrichtung der Bauelemente angelegt. Diese Felder reichen aus, um die Supraleitung der aus Aluminium bestehenden Komponenten der SET zu unterdrücken. Darüberhinaus sind die hier verwendeten äußeren Magnetfelder in der Lage, die Magnetisierungen der ferromagnetischen Komponenten der Bauelemente zu fixieren, so dass sowohl tunnelmagnetoresistive Effekte, wie auch eine von Null verschiedene Spinakkumulation auf den Inseln der SET unterdrückt werden können.

Im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit werden die Messergebnisse analysiert, die an zwei Bauelementen, in diesem Kapitel als SET A und SET B bezeichnet, gewonnen wurden. Beide SET befinden sich auf einem Wafer und sind zeitgleich hergestellt worden. Sie sind jeweils in zwei Messserien untersucht worden, zwischen denen die Probe für etwa 2 Monate unter normalen Umweltbedingungen gelagert wurde.

5.1.1 Bestimmung der Parameter

Die wesentlichen Parameter, die zur Beschreibung des Verhaltens der Bauelemente im Rahmen der Orthodoxen Theorie und ihrer in Abschnitt 2.6 erläuterten Erweiterungen notwendig sind, gliedern sich in drei Gruppen. Die erste Gruppe umfasst die eigentlichen Bauelement-spezifischen Parameter, zu denen insbesondere

- die beiden Tunnelwiderstände R_1 und R_2 ,
- die beiden Tunnelkapazitäten C_1 und C_2 , sowie
- die Gate-Kapazität C_G

gehören. Der wahrscheinlich am leichtesten zu bestimmende Parameter ist die Gate-Kapazität C_G , die beispielsweise direkt aus der Periodizität des Stroms I als Funktion der Gate-Spannung V_G gewonnen werden kann. Aber schon die Bestimmung der in (2.31) und (2.38) definierten Parameter $C_\Sigma = C_1 + C_2 + C_G$ und $R_\Sigma = R_1 + R_2$ stellt ein nicht unerhebliches Problem dar, das in Abschnitt 5.1.3 weiter diskutiert wird. Ohne ein speziell auf die Bestimmung der in realen Bauelementen stets vorhandenen Asymmetrie ausgelegtes Design, ist die Bestimmung der Größe von R_1 , R_2 , C_1 und C_2 , wenn überhaupt, deutlich schwieriger und nur mit großen Unsicherheiten möglich. Das Problem wird in Abschnitt 5.1.2 weiter beschrieben.

Die zweite Gruppe charakterisiert die Umweltbedingungen, unter denen die SET betrieben werden. Die im Rahmen der Orthodoxen Theorie wichtigsten Parameter sind hier

- die Temperatur T der Probe bzw.
- die effektive elektronische Temperatur T_e des Bauelements.

Im Rahmen der in Abschnitt 2.6 erläuterten Erweiterungen der Orthodoxen Theorie um experimentelle Einflüsse treten zusätzlich im Bereich der niederfrequenten Fluktuationen

- die Stärke der Massefluktuationen V_{GND} ,
- die Wahrscheinlichkeitsverteilung und die Wahrscheinlichkeitsdichte der Massefluktuationen,

sowie im Bereich der symmetrischen Hochfrequenzeinkopplung

- die Stärke der Einkopplung V^{PAT} und
- die Frequenz der eingekoppelten Photonen ν

hinzu. Die Bestimmung dieser Parameter erfolgt im Wesentlichen durch den Vergleich zwischen Messdaten und auf Basis der Orthodoxen Theorie und ihren Erweiterungen berechneten Daten. Wird hierbei eine symmetrische Photonen-Einkopplung berücksichtigt, wird den berechneten Kurven im Rahmen der vorliegenden Arbeit grundsätzlich als Temperatur die Temperatur der Probenplattform T zugrunde gelegt, auf die die Temperaturkontrolle des Messaufbaus die Probenplattform regelt.

Die dritte und letzte Gruppe von Parametern betrifft im Wesentlichen nur die Simulationsrechnungen, und hier insbesondere die zur Berechnung notwendige Diskretisierung. So zählen zu dieser Gruppe

- die Anzahl der berücksichtigten Ladungszustände der Insel,
- die Anzahl der Datenpunkte auf der V_{SD} -Achse,
- die Anzahl der Datenpunkte auf der V_G -Achse,
- die Anzahl der Beimischungen, über die im Rahmen der niederfrequenten Spannungsfluktuationen gemittelt wird, und
- die Anzahl der maximal beteiligten Photonen bei Multiphotonenprozessen im Rahmen der Hochfrequenzeinkopplung.

Gerade diese letzte Gruppe von Parametern hat großen Einfluss auf die zur Berechnung eines Datensatzes notwendige Zeit, wobei die benötigte Zeit für die ersten vier Parameter dieser Gruppe im Wesentlichen linear mit der Anzahl der Punkte bzw. Beimischungen und im Fall des fünften Parameters aufgrund der symmetrischen Hochfrequenz-Einkopplung an beiden Tunnelkontakten im Wesentlichen quadratisch mit der Anzahl der beteiligten Photonen wächst. Werden die Parameter jedoch zu klein gewählt, kommt es zu numerischen Artefakten, wie dies am Beispiel der Anzahl der beteiligten Photonen bei Multiphotonenprozessen schon in Abschnitt 2.6.1 und hier insbesondere in Fußnote 27 auf Seite 58 diskutiert wurde.

5.1.2 Beschreibung der Asymmetrie

Mit Hilfe des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und realisierten Designs der SET, das in Abschnitt 3.5.6 beschrieben und diskutiert wurde, ist eine direkte Messung der einzelnen Tunnelwiderstände R_1 und R_2 , sowie der einzelnen Tunnelkapazitäten kaum möglich. Einzig die Gate-Kapazität kann direkt aus Messungen, beispielsweise, wie zuvor erläutert, durch Messung der Periodizität des Stroms I als Funktion der Gate-Kapazität C_G , bestimmt werden. Einen direkteren Zugriff auf die vier Parameter setzt im Allgemeinen eine gesondert hierauf optimierte Struktur voraus, wie sie beispielsweise in [Wal02a, Wal02b] beschrieben ist. Bei dem dort beschriebenen Design handelt es sich um einen SET mit einer im Vergleich zu den Bauelementen der vorliegenden Arbeit großen zentralen Insel mit vier Tunnelkontakten. Durch gezieltes Anlegen der Transportspannung V_{SD} an die vier Zuleitungen zu den Tunnelkontakten können so die einzelnen Tunnelwiderstände der Tunnelkontakte bestimmt werden. Der Hauptnachteil dieses Designs liegt jedoch in der Größe der notwendigen Insel, die sich jedoch gerade bei Verwendung ferromagnetischer Materialien für die Insel aufgrund der möglichen Bildung magnetischer Domänen verbietet.

Ein weiteres Beispiel für eine komplexere Schaltung, die die gezielte Bestimmung der einzelnen Tunnelkapazitäten ermöglicht, zeigen M. W. Keller et al. in [Kel98]. Bei dieser Schaltung handelt es sich um eine Einzelelektronenpumpe mit 7 Tunnelkontakten, in die zur Überwachung der Einzelelektronenpumpe und zur Messung der transferierten Ladung ein SET als Elektrometer integriert ist. Hier kann durch geschicktes Anlegen von Spannungen an die Gate-Elektroden der Einzelelektronenpumpe jeder einzelne Tunnelkontakt in einer einer Single-Electron-Box ähnelnden Konfiguration betrieben und so die einzelnen Tunnelkapazitäten bestimmt werden, wobei der in die Schaltung integrierte SET zur Messung der Ladung auf der entstehenden „Insel“ der Single-Electron-Box dient.

Einen Ausweg aus diesem Problem bietet jedoch die Messung des Gesamtwiderstands $R_\Sigma = R_1 + R_2$ und die Bestimmung der Gesamtkapazität $C_\Sigma = C_1 + C_2 + C_G$, die mit erheblich geringerem Aufwand auch ohne speziell optimierte Strukturen bestimmt werden können. Der folgende Abschnitt 5.1.3 enthält einen kurzen Überblick über die im Rahmen dieser Arbeit angewendeten Verfahren zur Bestimmung dieser beiden Parameter.

Die in allen realen Bauelementen vorhandene Asymmetrie, also die Frage, wie sich der Gesamtwiderstand R_Σ auf die beiden Tunnelwiderstände R_1 und R_2 verteilt, sowie die Frage, wie sich die Gesamtkapazität der Tunnelkontakte $C_1 + C_2 = C_\Sigma - C_G$ auf die beiden Tunnelkapazitäten C_1 und C_2 verteilt, ist nur sehr schwer zu bestimmen und demzufolge mit einer großen Unsicherheit behaftet. Zur Beschreibung der Asymmetrie der Tunnelwiderstände bieten sich im Prinzip zwei

Möglichkeiten an: Zum einen kann dies durch Einführung des Anteils

$$f = \frac{R_1}{R_\Sigma} \quad (5.1)$$

des Tunnelwiderstands R_1 am Gesamtwiderstand R_Σ geschehen¹, zum anderen aber auch über die in (2.154) mit Hilfe von (2.150) definierte dimensionslose Paralleleitfähigkeit g . In der Literatur hat sich die zweite Formulierung durchgesetzt, was im Wesentlichen daran liegt, dass in vielen theoretischen Beschreibungen von Prozessen höherer Ordnungen die dimensionslose Paralleleitfähigkeit als Entwicklungsparameter oder charakteristischer Parameter verwendet wird, wie in Abschnitt 2.5.4 gezeigt wurde. Trotzdem bietet die erste Formulierung der Asymmetrie mit Hilfe des Anteils f des Tunnelwiderstands R_1 am Gesamttunnelwiderstand R_Σ einige Vorteile, die im Weiteren kurz erläutert werden sollen.

Aus der Definition (5.1) ergeben sich umgekehrt die beiden Tunnelkontakte

$$R_1 = f \cdot R_\Sigma \quad (5.2)$$

und

$$R_2 = (1 - f) \cdot R_\Sigma \quad (5.3)$$

Mit Hilfe dieser beiden einfachen Beziehungen kann der Asymmetrieparameter f eindeutig in die dimensionslose Leitfähigkeit

$$g = \frac{R_K}{R_\Sigma} \cdot \frac{1}{f(1-f)} \quad (5.4)$$

überführt werden. Die Rücktransformation ist, außer im Fall eines symmetrischen SET mit $R_1 = R_2 = R_\Sigma/2$ und damit mit $g = 4R_K/R_\Sigma$, hingegen nicht eindeutig. Es gilt vielmehr

$$f = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{R_K}{gR_\Sigma}} \quad (5.5)$$

was sich gerade bei direkten Vergleichen zwischen Messdaten und berechneten Daten als schwerer Nachteil herausstellt, da ein zusätzlicher Parameter, nämlich das in (5.5) zu berücksichtigende Vorzeichen, eingeführt werden muss.

Zur vollständigen Beschreibung eines SET ist im Prinzip ein weiterer Parameter notwendig, der die Verteilung der Gesamtkapazität der Tunnelkontakte ($C_\Sigma - C_G$) auf die beiden Tunnelkapazitäten C_1 und C_2 beschreibt. Dieser Parameter ist jedoch im Allgemeinen noch schwieriger zu bestimmen als der Parameter f , wenn nicht ein hierauf optimiertes Design, wie das von M. W. Keller et al. verwendet werden kann [Kel98]. Um trotzdem die für die numerischen Berechnungen notwendige Aufteilung von C_Σ auf C_1 , C_2 und C_G zu ermöglichen, sind daher zusätzliche Annahmen unumgänglich.

Sowohl die Tunnelkapazitäten C_i , wie auch die Tunnelwiderstände R_i hängen von der Fläche A_i des Tunnelkontaktes i und von der effektiven Dicke seiner Oxidschicht d_i ab, wobei sich die funktionalen Abhängigkeiten jedoch drastisch unterscheiden. Während die Tunnelkapazität C_i proportional zu A_i und invers proportional zu d_i ist, ist der Tunnelwiderstand invers proportional zu A_i und wächst im Wesentlichen exponentiell mit d_i [Wol85]. Die beide Tunnelkontakte eines SET sind allerdings jeweils in den gleichen Prozessschritten in unmittelbarer räumlicher Nähe entstanden, so dass weder signifikante Unterschiede zwischen den beiden Tunnelkontakten bezüglich der Oberflächenrauigkeit des unteren Aluminiumfilms, noch der Oxidationsparameter oder des

¹A. Brataas et al. haben eine ähnliche Formulierung verwendet. Ihr Asymmetrieparameter γ erfüllt die Beziehung $\gamma = 1 - 2f$ [Bra99].

als Gegenelektrode aufgebrachtten Nickelfilms zu erwarten sind. Da außerdem aufgrund der bereits in Abschnitt 3.5.6 beschriebenen, konservativen Auslegung der Bauelemente die Flächen der Tunnelkontakte mit typischen Werten zwischen $100 \times 100 \text{ nm}^2$ und $130 \times 160 \text{ nm}^2$ deutlich über den mittels AFM abgeschätzten Korngrößen mit Werten zwischen 15 nm und 50 nm liegen, bestehen beide Tunnelkontakte eines Bauelements mit einer hohen Wahrscheinlichkeit aus einer Vielzahl von Körnern, so dass im Mittel die effektiven Dicken der Oxidbarrieren

$$d_1 \approx d_2 \quad (5.6)$$

für beide Tunnelkontakte in etwa übereinstimmen sollten. Hieraus folgt, dass sich die Abhängigkeit der Tunnelwiderstände R_1 und R_2 und die der Tunnelkapazitäten C_1 und C_2 im Wesentlichen auf die Fläche der Tunnelkontakte A_1 und A_2 reduziert. Es gilt somit

$$R_i \propto \frac{1}{A_i} \quad (5.7)$$

und

$$C_i \propto A_i \quad , \quad (5.8)$$

wobei i den Tunnelkontakt bezeichnet und die implizit auftretenden Proportionalitätskonstanten sich nicht weiter zwischen den beiden Tunnelkontakten unterscheiden. Diese Arbeitshypothese bedeutet letztendlich, dass die Asymmetrie einzig ein Effekt der sich ändernden Größe der Überlappfläche der Tunnelkontakte ist. Dass diese Hypothese durchaus nicht abwegig ist, zeigen die in den Abschnitten 3.5.3 und 3.5.6 diskutierten Effekte.

Mit Hilfe der Definition (5.1) des Asymmetrieparameters f ergibt sich so aus (5.7)

$$f = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \quad \text{und} \quad 1 - f = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \quad , \quad (5.9)$$

so dass aus (5.8) schließlich

$$C_1 = (1 - f) \cdot (C_1 + C_2) = (1 - f) \cdot (C_\Sigma - C_G) \quad (5.10)$$

und

$$C_2 = f \cdot (C_1 + C_2) = f \cdot (C_\Sigma - C_G) \quad (5.11)$$

folgt. Der Asymmetrieparameter f liefert so über die Arbeitshypothese² (5.6) zusätzlich auch einen Zugang zum Verhältnis der Flächen $A_2/A_1 = f/(1 - f)$ und somit zum Verhältnis der Tunnelkapazitäten zueinander.

5.1.3 Bestimmung der Bauelement-spezifischen Parameter

Aufgrund der Arbeitshypothese (5.6) ist die Zahl der Parameter, die zur Charakterisierung eines SET notwendig sind, von ursprünglich fünf, nämlich R_1 , R_2 , C_1 , C_2 und C_G , auf vier, nämlich R_Σ , C_Σ , f und C_G , gesunken. Von diesen vier Parametern ist die Gate-Kapazität C_G die am einfachsten zu bestimmende Größe, da sie direkt durch **Messung der Periodizität** des Stroms I als Funktion der Gate-Spannung V_G mit Hilfe von (2.37) bestimmt werden kann.

Abgesehen von dieser Analyseverfahren sind die anderen fünf im Rahmen dieser Arbeit angewendeten Methoden zum Teil eng miteinander verbunden. So ergänzen sie sich teilweise, üben

²Ohne eine explizit genannte Begründung beruhen auch die Berechnungen von Y. Nakamura et al. auf der sich aus (5.2), (5.3), (5.10) und (5.11) unter Vernachlässigung der Gate-Kapazität C_G ergebenden Hypothese $R_1/R_2 = C_2/C_1$ [Nak97].

	R_Σ	C_Σ	f	C_G
Periodizität $I(V_G)$				✓
Vergleich Messungen und Simulationen	✓	✓	✓	✓
Tieftemperatur-Leitfähigkeit ($V_{SD} > e/C_\Sigma$)	✓			
Hochtemperatur-Leitfähigkeit	✓	✓	✓	
Excess-Spannung		✓		
Offset-Spannung		✓	(✓)	

Tabelle 5.1: Übersicht über die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Analysemethoden zur Bestimmung der Parameter der Bauelemente. Mit Hilfe des Symbols ✓ sind die Größen gekennzeichnet, die durch die entsprechende Analysemethode bestimmt werden können. Der Asymmetrieparameter f kann nur unter bestimmten Voraussetzungen mit Hilfe der Offset-Spannung bestimmt werden, die im Rahmen dieser Arbeit nicht erfüllt waren (Symbol: (✓)) Details hierzu enthält Abschnitt 5.8.

aber zum Teil auch einen deutlichen Einfluss in Bezug auf ihre Ergebnisse aufeinander aus. Hinter einzelnen Methoden verbergen sich dabei durchaus mehrere Teilmethoden, die verschiedene Aspekte unabhängig voneinander beleuchten. Aus diesem Grund habe ich mich entschlossen, die Präsentation der Ergebnisse der verschiedenen Techniken im Rahmen dieses Kapitels nicht nach der zu bestimmenden Größe, sondern nach der Analysemethode zu gliedern, um gleichzeitig den Hintergrund, die Möglichkeiten und die erzielbaren Ergebnisse, aber auch die Probleme der Analysetechniken kompakt diskutieren zu können. Im Anschluss an die Diskussion der einzelnen Auswertungsmethoden werden die Ergebnisse einer jeden Analysemethode geordnet nach Parametern für alle Parameter in Abschnitt 5.9 zusammengefasst und diskutiert.

Um jedoch vorab einen kurzen Überblick über die verschiedenen Techniken zu geben, die im Rahmen dieser Arbeit angewendet wurden, enthält Tabelle 5.1 eine Zusammenstellung, mit Hilfe welcher Technik welche Bauelement-spezifischen Größen bestimmt werden können. Das Symbol ✓ kennzeichnet hierbei, welche Methode bei der Bestimmung einer Größe eingesetzt werden kann. Im Prinzip kann unter bestimmten Umständen die Offset-Spannungs-Methode auch die Bestimmung des Asymmetrieparameters f ermöglichen, was jedoch aufgrund von Bauelement-spezifischen und experimentellen Randbedingungen im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich war. Aus diesem Grund ist in Tabelle 5.1 die Bestimmung von f durch die Offset-Spannungs-Methode durch das Symbol (✓) gekennzeichnet.

Die Methode, die im Zusammenhang mit anderen Methoden, die vielleicht breiteste Analyse ermöglicht, ist der direkte **Vergleich der Messdaten mit Simulationsdaten** oder daraus abgeleiteter Größen. Zur Analyse des Gesamtwiderstands R_Σ der Bauelemente bietet sich die **Untersuchung des Leitwertes** $G = \partial I / \partial V_{SD}$ im Bereich $|V_{SD}| > e/C_\Sigma$ bei tiefen Temperaturen $T \ll T_C$ an, also außerhalb des Bereichs der Coulomb-Blockade. Im Gegensatz hierzu bietet die Untersuchung des **Leitwertes der SET im Hochtemperatur-Bereich**, also im Bereich $T > T_C$, Zugang zu einer Vielzahl von relevanten Größen. Insbesondere ermöglicht dieses Verfahren auch den Zugang zur Asymmetrie des Bauelements. Dies ist dadurch möglich, dass auch im Bereich $T > T_C$ der Leitwert des Bauelements eine Anomalie bei verschwindender Transportspannung, also bei $V_{SD} \approx 0$ aufweist, die auf Einzelladungseffekte zurückzuführen ist und eine charakteristische Temperaturabhängigkeit aufweist. Dieses Verfahren wird umgekehrt auch zur Messung der Temperatur eingesetzt, wofür sich der Name *Coulomb-Blockade-Thermometrie* eingebürgert hat. Die Methode auf Basis der **Excess-Spannung** und die auf Basis der **Offset-Spannung** sind eng miteinander verwandt. In beiden Fällen wird das Abknicken der Strom-Spannungs-Kennlinien als Funktion der Transportspannung V_{SD} untersucht, wobei gerade die Offset-Spannungs-Methode im Vergleich zur Excess-Spannungs-Methode eine deutlich genauere Bestimmung von C_Σ ermöglicht. Andererseits bietet die Excess-Spannungs-Methode die Möglichkeit, den Einfluss der Umgebungsimpedanz auf die Bauelemente zu untersuchen.

Nicht berücksichtigt wurden Auswertungsmethoden, die auf den supraleitenden Eigenschaften des verwendeten Aluminiums basieren, da nicht klar ist, wie diese durch die ferromagnetischen Eigenschaften der aus Nickel bestehenden Komponenten beeinflusst werden. Hierzu zählen unter anderem die in [Had98, Her95, Joy97, Bou97, Wal02a] aufgeführten und verwendeten Methoden.

5.2 Erster Überblick über die Eigenschaften der Bauelemente

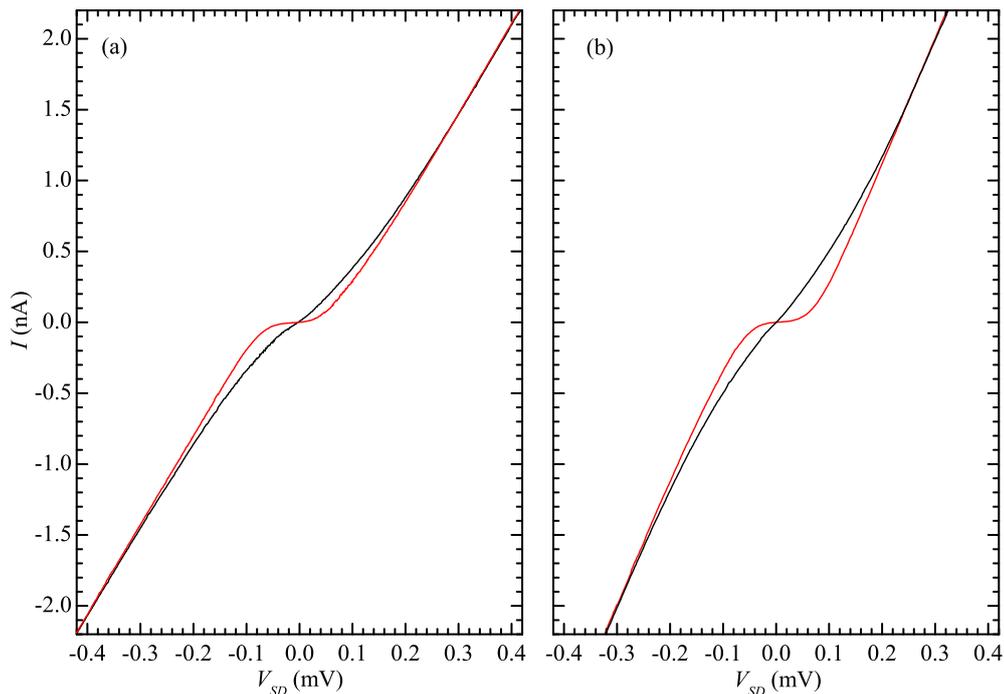


Abbildung 5.1: Vergleich zweier Strom-Spannungs-Kennlinien der beiden untersuchten Bauelemente (a) SET A und (b) SET B bei einer Temperatur der Probenplattform $T = 40$ mK jeweils im Bereich der maximalen und der minimalen Coulomb-Blockade.

Um einen ersten Einblick in das Verhalten der beiden intensiv untersuchten Bauelemente zu erhalten, ist es hilfreich, verschiedene charakteristische Kennlinien der beiden Bauelemente einander gegenüber zustellen, da bereits so die ersten Eigenschaften der SET zu Tage treten. Abbildung 5.1 zeigt als rote Kurve für die beiden Bauelemente jeweils eine Strom-Spannungs-Kennlinie im Bereich der maximalen Coulomb-Blockade, während die jeweils schwarze Kurve eine im Bereich der minimalen Coulomb-Blockade darstellt. Hierbei sind die Messergebnisse von SET A in Teilabbildung (a) und die von SET B in Teilabbildung (b) gezeigt. Die Achsen der beiden Teilabbildungen stimmen überein, so dass ein direkter Vergleich möglich ist. Zunächst einmal zeigen beide Bauelemente eine ausgeprägte Coulomb-Blockade, die durch Änderung der Gatespannung V_G aufgehoben werden kann. Darüberhinaus scheinen sich die Gesamtkapazitäten C_Σ , und damit auch die Coulomb-Energie E_C und die Coulomb-Temperatur T_C der beiden Bauelemente nicht erheblich zu unterscheiden, da die im Bereich der maximalen Coulomb-Blockade gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinien beider Bauelemente bei ähnlichen Spannungen das Verlassen des Blockadebereichs zeigen. Auffällig sind jedoch die für eine Temperatur der Probenplattform von $T = 40$ mK starken Verrundungen der Strom-Spannungs-Kennlinien in diesem Bereich. Dies deutet auf eine erheblich höhere effektive Temperatur des elektronischen Systems T_e bzw. auf eine erhebliche Einstrahlung hochfrequenter Photonen hin.

Gerade im Bereich sehr kleiner Transportspannungen V_{SD} im Inneren der Blockadebereichs zeigt sich ein erster Hinweis auf die Asymmetrie der beiden Bauelemente. Die Strom-Spannungs-Kennlinie im Bereich maximaler Coulomb-Blockade wird von der Strom-Spannungs-Kennlinie, die im Bereich der minimalen Coulomb-Blockade gemessen wurde, asymmetrisch geteilt. Der Grund hierfür liegt in der in (2.32) definierten Asymmetrieladung, die als Folge der Asymmetrie des Bauelements auftritt und die zu einer Transportspannungs-abhängigen Verschiebung der Transportkanäle (2.33) führt. Diese Verschiebung der Transportkanäle als Funktion der anliegenden Transportspannung V_{SD} führt dazu, dass unter idealen Randbedingungen³ im Fall $V_G = 0$ die maximale Coulomb-Blockade nicht mehr erreicht wird. Vielmehr müssen mit Hilfe einer endlichen Gate-Spannung V_G die Transportkanäle so verschoben werden, dass die zusätzliche Verschiebung durch die Asymmetrieladung diese wieder kompensiert. Da die Verschiebung durch die Asymmetrieladung jedoch proportional zur Transportspannung V_{SD} ist, wie (2.32) zeigt, kann im Unterschied zu einem symmetrischen SET die maximale Coulomb-Blockade nicht mehr gleichzeitig für positive und negative Transportspannungen V_{SD} angenommen werden. Im Fall beider in Abbildung 5.1(a) und (b) gezeigten Strom-Spannungs-Kennlinien, die eine ausgeprägte Coulomb-Blockade zeigen, ist die Gate-Spannung V_G gerade so gewählt worden, dass für eine der beiden Stromrichtungen die Coulomb-Blockade maximal wird. Aufgrund der Asymmetrie des Bauelements wird in der dieser Stromrichtung entgegengesetzten Richtung die Coulomb-Blockade nicht mehr maximal. Einen genaueren Rückschluss auf die Asymmetrie ermöglicht diese Beobachtung jedoch kaum, da beispielsweise der Einfluss der in realen Bauelementen immer vorhandenen Hintergrundladungen völlig unbekannt ist.

Ein weiteres, sehr auffälliges Merkmal ist der Gesamtwiderstand R_Σ der beiden Bauelemente, der sich für beide Bauelemente merklich unterscheidet. So zeigt die in Teilabbildung (b) gezeigte Strom-Spannungs-Kennlinie von SET B im Bereich $|V_{SD}| > 0.2 \text{ mV}$ einen deutlich steileren Verlauf als die in Teilabbildung (a) gezeigte Messung an SET A. Der Gesamtwiderstand R_Σ von SET A liegt somit über dem von SET B.

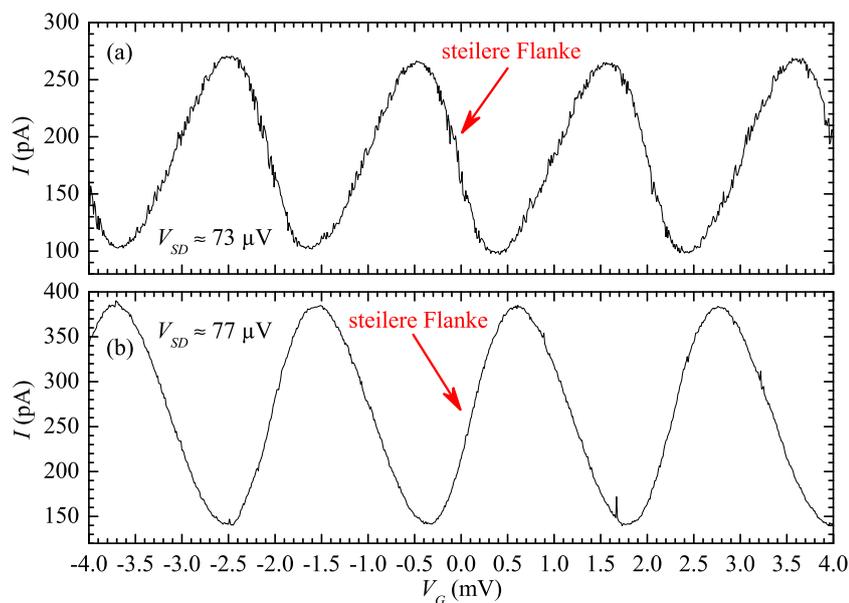


Abbildung 5.2: Vergleich zweier $I(V_G)$ -Abhängigkeiten der beiden untersuchten Bauelemente (a) SET A und (b) SET B im Bereich positiver Transportspannungen V_{SD} bei einer Temperatur $T = 40 \text{ mK}$.

³In diesem Fall müssen sowohl der Einfluss von Hintergrundladungen auf den SET, wie auch experimentelle Störungen, zu denen zum Beispiel ein Offset der Gate-Spannungsquelle gehört, vernachlässigt werden können.

Beide Bauelemente weisen eine klare Modulation des Stroms I als Funktion der Gate-Spannung V_G auf, wie dies Abbildung 5.2 zeigt. Beide dargestellten Messungen sind Teil einer Messserie von I - V_G -Kennlinien für verschiedene Transportspannungen V_{SD} . Der durch die Bauelemente fließende Strom I ist in beiden Messungen für alle Gate-Spannungen V_G immer endlich. Dies liegt daran, dass die Transportspannungen V_{SD} bei den beiden dargestellten Messungen größer als die jeweiligen Schwellenspannungen e/C_Σ der Bauelemente waren, so dass unabhängig vom genauen Wert der Gate-Spannung V_G immer mindestens ein Transportkanal im durch V_{SD} gegebenen Fenster liegt. Darüberhinaus sind aus der Schar der Messungen solche ausgesucht worden, bei denen die Transportspannung V_{SD} jeweils im Bereich der maximalen Amplitude der Coulomb-Oszillationen des Stroms I liegt. Die V_G -Achse der Abbildungen 5.2(a) und (b) stimmt überein, was den direkten Vergleich der beiden Messungen erleichtert.

Die Periodizität beider Bauelemente unterscheidet sich kaum. Beide SET weisen nominell das gleiche, in Abschnitt 3.5.6 diskutierte Design auf, so dass eine vergleichbare Gate-Kapazität C_G zu erwarten ist. Die geringen Unterschiede könnten auf einen leicht unterschiedlichen Abstand zwischen Gate-Elektrode und Insel hindeuten, wie er zum Beispiel aufgrund der in Abschnitt 3.5.3 diskutierten, thermischen Effekte während der Präparation oder aber auch aufgrund von Alterungseffekten des verwendeten Resists entstehen kann, wie sie ebenfalls in Abschnitt 3.5.6 diskutiert und erläutert wurden [Sch00a]. Eine genauere Analyse der Gate-Kapazität C_G ist im folgenden Abschnitt 5.3 enthalten.

Der erste auffällige Unterschied zwischen den beiden Messungen in Abbildung 5.2(a) und (b) ist das deutlich erhöhte Rauschen, das zumindest im Rahmen dieser Messserie an SET A gegenüber der am Vortag durchgeführten Messserie an SET B aufgetreten ist. Mögliche Gründe hierfür werden ebenfalls im folgenden Abschnitt 5.3 weiter diskutiert und analysiert. Der wahrscheinlichste Grund ist die extrem große Empfindlichkeit der SET gegenüber elektrischen Feldern, die von Ladungen in der Umgebung der Inseln erzeugt werden. Aufgrund der Existenz dieser Hintergrundladungen erlaubt auch die absolute Lage der beiden I - V_G -Charakteristiken zueinander keine Aussagen über die beiden Bauelemente.

Beide in Abbildung 5.2 dargestellten I - V_G -Kennlinien zeigen darüberhinaus deutlich Hinweise auf die Asymmetrie der beiden Bauelemente. Diese äußert sich in der asymmetrischen Form der Oszillationen des Stroms I als Funktion der Gatespannung. Im Gegensatz zu der oben diskutierten Verschiebung der Leitungskanäle durch die Änderung der Transportspannung V_{SD} , die letztendlich auf die Asymmetrie der Kapazitäten zurückzuführen ist, scheint hier die Asymmetrie der Tunnelwiderstände ausschlaggebend zu sein, wie einige Vergleichsrechnungen zeigen, die jedoch aus Platzgründen nicht gezeigt werden. Während jedoch bei SET A die fallende Flanke der Coulomb-Oszillation des Stroms I betragsmäßig steiler ist als die ansteigende, ist es bei SET B gerade umgekehrt. Dies deutet darauf hin, dass das eine Bauelement einen Asymmetrieparameter $f > 0.5$, das andere einen Asymmetrieparameter $f < 0.5$ aufweist. Berücksichtigt man den konkreten Anschluss der beiden Bauelemente bedeutet dies, dass im Fall des einen Bauelements Tunnelkontakt 1, im Fall des anderen Bauelements Tunnelkontakt 2 den größeren Tunnelwiderstand besitzt.

Gerade in Bezug auf die Asymmetrie der Bauelemente zeigt der direkte Vergleich der beiden I - V_G -Kennlinien in Abbildung 5.2 noch ein weiteres Detail. Die Asymmetrie der Kennlinie in Teilabbildung (b) scheint etwas geringer zu sein als die in Teilabbildung (a), was darauf hindeutet, dass die Asymmetrie von SET A größer als die von SET B zu sein scheint. Ein quantitativer Vergleich der Verhältnisse der Steigungen der jeweils steileren Flanke der Oszillation zu der flacheren Flanke bestätigt diese Beobachtung. Während im Fall von SET A dieses Verhältnis betragsmäßig bei etwa 2.5 liegt, liegt bei SET B dieser Wert betragsmäßig nur bei etwa 1.4.

Allerdings ist diese Analyse nur bedingt aussagekräftig, da die genaue Form der I - V_G -Kennlinien von einer Vielzahl von Parametern abhängt.

Nach diesem kurzen Überblick über die Eigenschaften der Bauelemente, werden im weiteren Verlauf dieses Kapitels die einzelnen Analysemethoden genauer beschrieben und auf die beiden Bauelemente angewendet.

5.3 Analyse der Periodizität der Coulomb-Oszillationen des Stroms

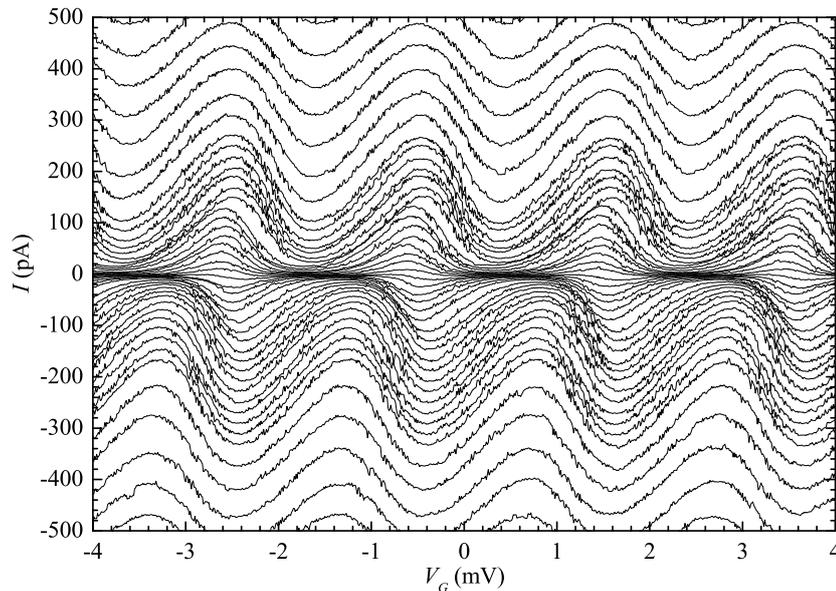


Abbildung 5.3: Schar von I - V_G -Kennlinien von SET A. Der abgebildete Bereich der Transportspannungen liegt etwa bei $-140 \mu\text{V} \lesssim V_{SD} \lesssim 140 \mu\text{V}$, wobei V_{SD} zwischen den Messungen um jeweils $10 \mu\text{V}$ angehoben wurde.

Die Gate-Kapazität C_G ist wahrscheinlich die am genauesten bestimmbare Größe eines SET. Dies liegt, wie schon in Abschnitt 5.1.3 angesprochen und in Abschnitt 2.3.2 erläutert wurde, an der Periodizität der wichtigsten Messgrößen, und hier insbesondere an der des Stroms I als Funktion der Gate-Spannung V_G mit der in (2.37) eingeführten Periode ΔV_G . Der Grund für diese Periodizität der wesentlichen Eigenschaften des SET liegt darin, dass sich bei einer Änderung der Gate-Spannung V_G um ΔV_G nur die Ladungsträgerzahl der Insel um eins ändert, und die Transportkanäle durch den SET hindurch sich entsprechend als Ganzes um den energetischen Abstand zweier Kanäle heben oder senken, wie dies Abbildung 2.12 auf Seite 20 schematisch zeigt. Abgesehen von der Änderung der Inselladung ändern sich die Eigenschaften des SET, die für den Stromtransport wichtig sind, nicht.

Abbildung 5.3 zeigt eine Schar von I - V_G -Kennlinien für SET A für verschiedene Transportspannungen V_{SD} . Zur Bestimmung der Periodizität sind diese mit Hilfe eines im Rahmen dieser Arbeit geschriebenen und in C++ implementierten Programms numerisch gleitend über jeweils 10 Punkte zu beiden Seiten eines Messpunktes differenziert worden. Anschließend ist über die Lage der Nullstellen der auf diese Art differenzierten I - V_G -Kennlinien ihre Periode ΔV_G bestimmt worden. Hierbei liefert eine einzige $I(V_G)$ -Kennlinie typischerweise 6 bis 8 ΔV_G -Werte, da die Periodizität sowohl auf Basis der Positionen der 3 bis 4 sichtbaren Maxima, wie auch der der

zugehörigen Minima ausgewertet werden können. Abbildung 5.4 zeigt das Histogramm der so erhaltenen Periodenlängen ΔV_G .

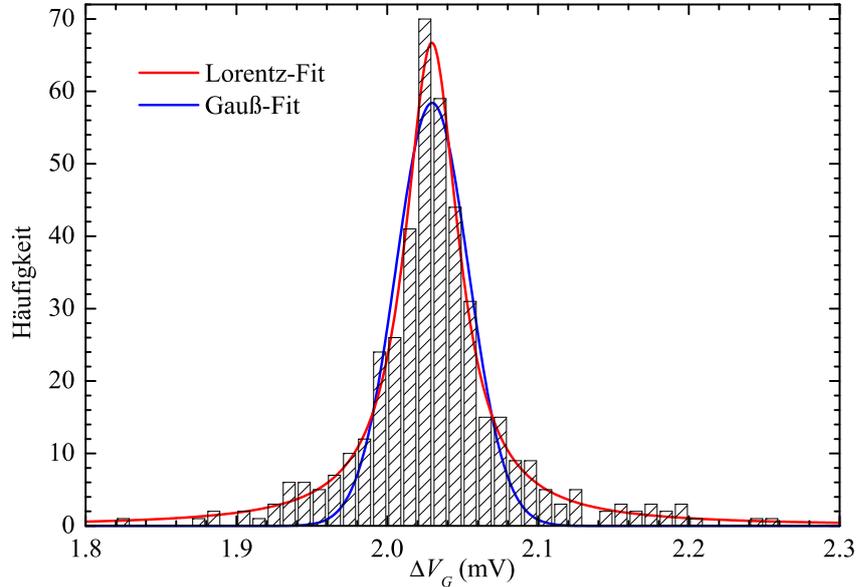


Abbildung 5.4: Histogramm der Periode ΔV_G der in Abbildung 5.3 gezeigten Messserie an SET A. Die rote Kurve stellt das Ergebnis eines Lorentz-Fits nach (5.12) mit $\Delta V_G = (2.030 \pm 0.022)$ mV, die blaue Kurve eines Gauß-Fits nach (5.14) mit $\Delta V_G = (2.030 \pm 0.024)$ mV dar.

Das Histogramm kann sehr gut durch eine Lorentz-Kurve vom Typ

$$P_L(x) = \frac{A_L}{\pi} \cdot \frac{w}{w^2 + (x - x_c)^2} \quad (5.12)$$

beschrieben werden, wobei $P_L(x)$ die Häufigkeit des Auftretens des Wertes x , x_c der Mittelwert der Verteilung und w die Hälfte der Halbwertsbreite der Lorentz-Verteilung sind. Der darüberhinaus auftretende Faktor A_L dient als Proportionalitätskonstante zur Anpassung der Verteilung an das Histogramm. Es ergibt sich so für SET A die Periode ΔV_G der I - V_G -Kennlinien

$$\Delta V_G = (2.030 \pm 0.022) \text{ mV} \quad (5.13)$$

mit der halben Halbwertsbreite w der Verteilung als Fehler der Messgröße.

Neben dem Ergebnis der Lorentz-Verteilung nach (5.12) ist in Abbildung 5.4 auch das Ergebnis eines Fits der Gauß-Verteilung

$$P_G(x) = A_G \cdot e^{-\frac{(x-x_c)^2}{2w^2}} \quad (5.14)$$

ingezeichnet, wobei $P_G(x)$ wiederum die Häufigkeit des Auftretens des Wertes x und x_c der Mittelwert der Verteilung sind. Der Wert w ist hier die Standardabweichung der Gauß-Verteilung und A_G die maximal auftretende Häufigkeit. Mit der Standardabweichung als Fehler erhält man so

$$\Delta V_G = (2.030 \pm 0.024) \text{ mV} \quad (5.15)$$

als Periodenlänge der I - V_G -Charakteristiken. Die Fits mit den beiden unterschiedlichen Verteilungen liefern somit nahezu identische Ergebnisse, wobei allerdings der Lorentz-Fit (5.12) die gemessene Verteilung der ΔV_G -Werte deutlich besser als der Gauß-Fit (5.14) beschreiben kann. Dies ist auf den ersten Blick überraschend, da im Falle einer auf eine reine Messunsicherheit zurückzuführende Verteilung eher eine Gauß-förmige Verteilung zu erwarten gewesen

wäre [Hof04]. Der Gauß-Fit weicht jedoch gerade im Bereich jenseits der doppelten Standardabweichung, also im Bereich $\Delta V_G < 1.98 \text{ mV}$ und $\Delta V_G > 2.08 \text{ mV}$, deutlich von den gemessenen Periodenlängen ab.

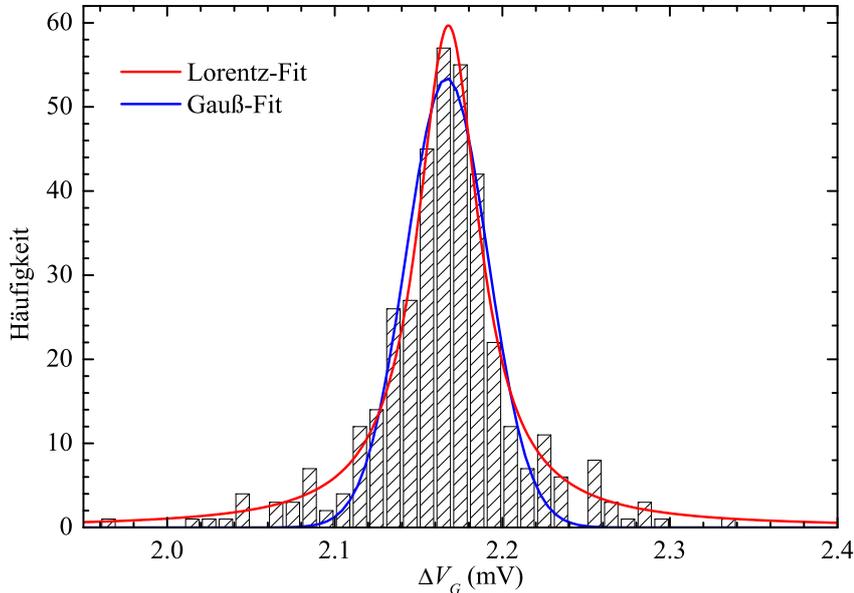


Abbildung 5.5: Histogramm der Periode ΔV_G einer Messserie von I - V_G -Kennlinien an SET B. Die rote Kurve stellt das Ergebnis eines Lorentz-Fits nach (5.12) mit $\Delta V_G = (2.168 \pm 0.023) \text{ mV}$, die blaue Kurve das eines Gauß-Fits nach (5.14) mit $\Delta V_G = (2.167 \pm 0.024) \text{ mV}$ dar.

Das qualitativ gleiche Bild zeigt die Analyse einer Messserie von I - V_G -Kennlinien an SET B. Das in Abbildung 5.5 dargestellte Histogramm der auf gleiche Weise gewonnenen ΔV_G -Werte einer Messserie von I - V_G -Kennlinien an SET B enthält zusätzlich das Ergebnis eines nach (5.12) durchgeführten Lorentz-Fits als rote Kurve und eines nach (5.14) durchgeführten Gauß-Fits als blaue Kurve. Auch hier kann die Verteilung der ΔV_G -Werte sehr gut durch die Lorentz-Verteilung (5.12) beschrieben werden, wobei sich ein Wert von

$$\Delta V_G = (2.168 \pm 0.023) \text{ mV} \quad (5.16)$$

ergibt. Der analog durchgeführte Fit der Daten mit Hilfe der Gauß-Verteilung (5.14) führt zu einem Wert von

$$\Delta V_G = (2.167 \pm 0.024) \text{ mV} \quad (5.17)$$

für die Periodenlänge der I - V_G -Kennlinien von SET B. Auch hier stimmen wiederum beide Ergebnisse innerhalb ihrer Unsicherheiten hervorragend überein. Allerdings zeigt sich auch im Fall von SET B, dass im Fall der Beschreibung durch eine Gauß-Verteilung im Bereich außerhalb der doppelten Standardabweichung, also im Bereich $\Delta V_G < 2.12 \text{ mV}$ und $\Delta V_G > 2.22 \text{ mV}$, eine deutlich höhere Zahl von ΔV_G -Werten liegt, als im Rahmen der Gauß-Verteilung zu erwarten gewesen wäre. Im Vergleich zu den Ergebnissen an SET A in Abbildung 5.4 ist der Anteil der gemessenen Periodenlängen ΔV_G außerhalb des doppelten Fehlers bei SET B in Abbildung 5.5 jedoch kleiner als bei SET A. Dies legt darüberhinaus auch nahe, dass die Zahl der Störungen im Fall von SET B geringer ist als im Fall von SET A, was ja bereits der direkte Vergleich der beiden in Abbildung 5.2 dargestellten I - V_G -Kennlinien der beiden Bauelemente angedeutet hat.

Abbildung 5.6 zeigt auch die größere Störungsaktivität bei SET A am Beispiel von zwei schon in Abbildung 5.3 enthaltenen I - V_G -Kennlinien von SET A. Die senkrechten Linien bezeichnen

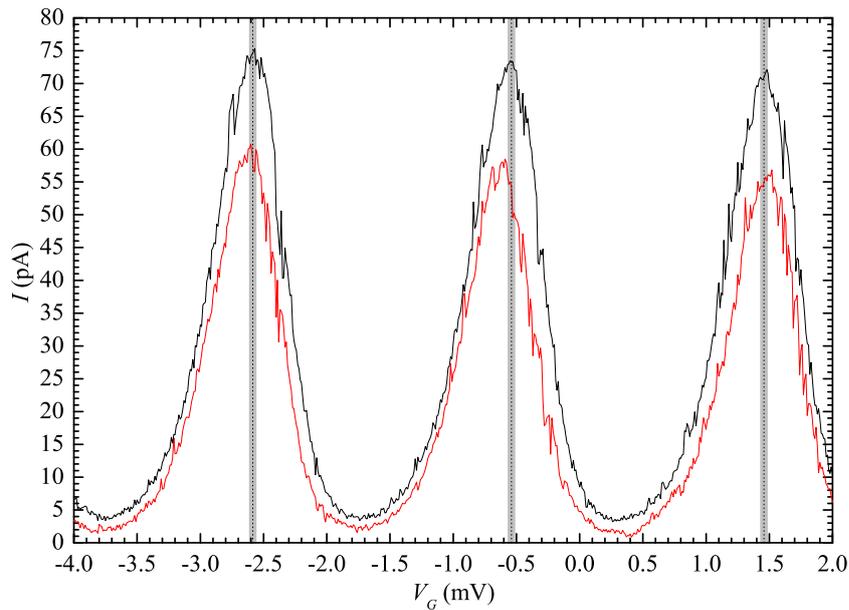


Abbildung 5.6: I - V_G -Kennlinien an SET A für 2 V_{SD} -Werte. Die senkrechten Linien bezeichnen jeweils etwa die Lage des maximalen Stroms der schwarzen Kennlinie. Deutlich sind die Verschiebungen der roten Kennlinie hierzu erkennbar, die zum Teil erheblich über den in (5.13) bzw. (5.15) angegebenen Unsicherheiten liegen (graue Bereiche).

hierbei etwa die jeweilige Lage der V_G -Werte des maximalen Stroms der schwarz eingezeichneten Kennlinie. Die grauen Bereiche um diese Linien kennzeichnen die statistische Unsicherheit von ΔV_G von etwa 0.025 mV als Abschätzung nach (5.13) und (5.15). Schon mit bloßem Auge ist zu erkennen, dass die Lagen der zwei Kennlinien zueinander sich zum Teil erheblich stärker ändern als die statistische Unsicherheit der Gate-Spannungsperiode.

Störquellen

Die vielleicht wichtigste Störquelle bei diesen Messungen sind zeitlich variierende elektrische Felder, die von Ladungen in unmittelbarer Nähe der Insel herrühren können, wie dies bereits in Abschnitt 2.6.3 angedeutet wurde. Die sehr hohe Empfindlichkeit des SET gegenüber elektrischen Feldern ermöglicht es, ihn als hoch empfindliches Elektrometer einzusetzen, wie dies ja schon in Abschnitt 2.3.2 erwähnt wurde. Neben dem elektrischen Feld, das von der Gate-Elektrode erzeugt wird, treten in diesem Fall auch die Felder von Ladungen aus der unmittelbaren Umgebung der Insel hinzu. Gerade solche Hintergrundladungen können sehr einfach durch Einführung einer zusätzlichen, effektiven Änderung der Inselladung δQ beschrieben werden, da ja sowohl in der einfachen Theorie des SET in Abschnitt 2.3.2, als auch im Rahmen der Orthodoxen Theorie aus Abschnitt 2.4.2, der Einfluss der Gate-Spannung V_G auf das Transportverhalten des SET durch eine entsprechende Ladung $C_G V_G$ dargestellt wird. Darüberhinaus wirken, wie schon in Abschnitt 2.7.2 erläutert wurde, auch Fluktuationen von Domänen in den ferromagnetischen Komponenten der Bauelemente wie Änderungen der effektiven Inselladung δQ auf die Transporteigenschaften der SET. Diese können nur durch Fixierung in einem hinreichend starken, externen Magnetfeld reduziert bzw. unterdrückt werden, wie es auch üblicherweise zur Unterdrückung der supraleitenden Eigenschaften des Aluminiums im Rahmen der Messungen, die in diesem Kapitel präsentiert werden, an das Bauelement angelegt wird.

Aber auch Effekte, die in erster Linie nur auf den fließenden Strom I Einfluss nehmen, können die Messung der V_G -Werte, die zu den maximalen bzw. minimalen Strömen I des SET gehören, stören und damit auch die Messung der Periodizität ΔV_G negativ beeinflussen. Hängt vereinfacht der fließende Strom I bei einer als konstant angenommenen Transportspannung V_{SD} nicht nur von der Gate-Spannung V_G ab, sondern auch noch von einem weiteren Parameter p , so gilt

$$\frac{dI(V_{SD}, V_G, p)}{dV_G} = \frac{\partial I}{\partial V_G} + \frac{\partial I}{\partial p} \cdot \frac{dp}{dV_G} \quad (5.18)$$

Ist der Parameter p sowohl mittelbar, wie auch unmittelbar unabhängig von V_G , beeinflusst p die Messung der Lage der maximalen oder minimalen Ströme I nicht. Da jedoch eine Messung eine endliche Zeitspanne in Anspruch nimmt, reicht hier bereits eine zufällige oder systematische Fluktuation von p aus, um eine unmittelbare bzw. implizite Abhängigkeit von p von V_G zu erzeugen. In diesem Fall hängen nämlich sowohl V_G , wie auch p über die Zeit t voneinander ab. Eine Trennung solcher über die Zeit implizit auftretender Abhängigkeiten von anderen direkten Einflüssen, wie sie durch fluktuierende Ladungen entstehen können ist im Allgemeinen nur schwer möglich.

Parameter, die den Stromtransport durch einen SET hindurch beeinflussen können, ohne dabei die effektive Ladung der Insel zu ändern, sind bereits in der um experimentelle Einflüsse erweiterten Orthodoxen Theorie aus Abschnitt 2.6 enthalten. So kann bereits eine zeitliche Veränderung der Amplitude der niederfrequenten Spannungsfluktuationen oder auch der Amplitude der Hochfrequenz-Einstrahlung zu einem solchen Effekt führen. Da die im Rahmen dieser Arbeit hergestellten Bauelemente ferromagnetische Komponenten aufweisen, können prinzipiell auch magnetoresistive Effekte nicht ausgeschlossen werden. So ist im Prinzip eine zeitliche Änderung der Tunnelwiderstände, in die ja die Zustandsdichten der beteiligten Elektroden eingehen, wie (2.12) zeigt, nicht ausgeschlossen. Darüberhinaus kann auch eine Änderung der Widerstände der Zuleitungen zu den Bauelementen solche Effekte hervorrufen. Die in Abbildung 5.6 gezeigten I - V_G -Kennlinien zeigen eine Vielzahl von Fluktuationen, deren Trennung oder Zuordnung zu einzelnen Störquellen nur bedingt möglich ist.

In einigen Fällen ist die Zuordnung jedoch eindeutig. Dies trifft insbesondere auf größere Änderungen der effektiven Inselladung zu, die im Rahmen einer Messung des Stroms I als Funktion der Gate-Spannung V_G auftreten. Abbildung 5.7 zeigt ein solches Beispiel. Die dort dargestellte Messreihe ist systematisch vom Bereich negativer Transportspannungen $V_{SD} < 0$ in den Bereich positiver Transportspannungen $V_{SD} > 0$ und innerhalb einer I - V_G -Kennlinie mit stetig wachsender Gate-Spannung V_G vorgenommen worden.

In Abbildung 5.7 zeigt die rot gekennzeichnete Kennlinie eine deutliche Änderung ihrer Lage im Vergleich zu der unmittelbar zuvor und der im Anschluss aufgenommenen Kennlinie, was besonders deutlich an den durch rote Pfeile markierten Bereichen zu erkennen ist. Der blaue Pfeil markiert den Bereich, in dem die Störung eingetreten ist, und der in der Teilabbildung in Abbildung 5.7 vergrößert dargestellt ist. Bei dieser Störung handelt es sich mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit um eine auf der Zeitskala der Messgeschwindigkeit sprunghafte Änderung der effektiven Inselladung um δQ . Hierfür sprechen einige Gründe. Zum einen zeigt sich an den beiden durch rote Pfeile markierten Maxima der I - V_G -Kennlinie, dass sich die Kurve durch die Störung in V_G -Richtung, nicht jedoch in I -Richtung verschoben hat. Zum anderen handelt es sich nach ihrem Eintreten um eine Störung mit einer großen zeitlichen Konstanz, da sie bis zum Ende der entsprechenden Messserie keine weiteren Änderungen der I - V_G -Kennlinien oder Störung der Lage der I - V_G -Kennlinien zueinander verursacht hat.

Handelt es sich also um eine Änderung der effektiven Inselladung δQ , so kann diese im Prinzip durch Variation der Gate-Spannung V_G kompensiert werden bzw. macht sich durch einen

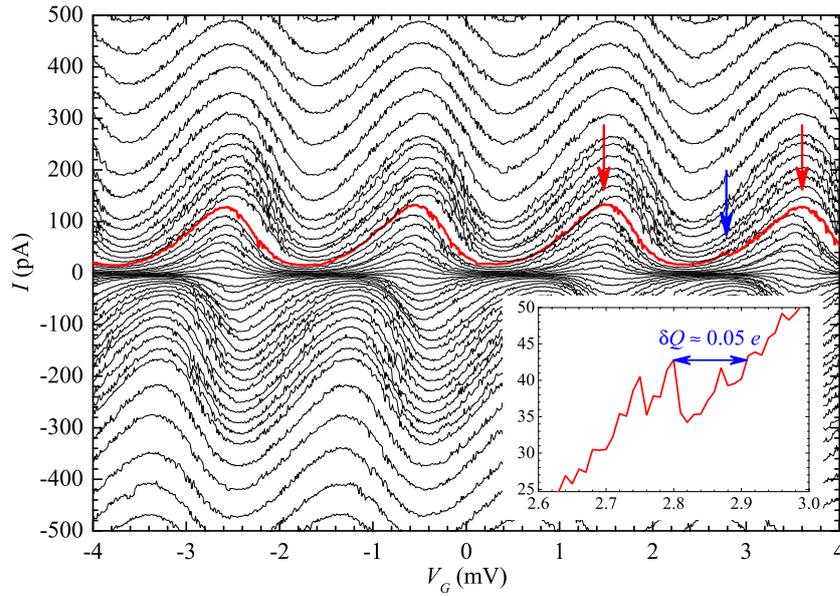


Abbildung 5.7: Die rote I - V_G -Kennlinie zeigt eine Änderung der effektiven Inselladung, wie der Vergleich mit den benachbarten Kennlinien an den roten Pfeilen zeigt. Die Teilabbildung zeigt vergrößert den mit dem blauen Pfeil markierten Bereich der Änderung der Ladung. Die Achsen der Teilabbildung zeigen die gleichen Größen in den gleichen Einheiten.

Sprung δV_G der I - V_G -Kennlinie auf der V_G -Achse bemerkbar. Im vorliegenden Fall beträgt der Sprung $\delta V_G \approx 0.108$ mV, so dass sich mit der Periodenlänge der Kennlinien ΔV_G aus (5.13) eine Änderung der effektiven Ladung der Insel von

$$\delta Q = \frac{\delta V_G}{\Delta V_G} \cdot e \approx 0.05 e \quad (5.19)$$

ergibt, wie dies auch in der Teilabbildung von Abbildung 5.7 eingezeichnet ist, da ja eine Verschiebung um ΔV_G gerade einer Änderung der effektiven Inselladung um eine Elementarladung e entspricht.

Ein weiteres Beispiel für eine erheblich größere Änderung der effektiven Inselladung zeigt Abbildung 5.8 für SET B. Auch hier sind die Messungen beginnend bei negativen Transportspannungen V_{SD} und innerhalb jeder einzelnen I - V_G -Kennlinie beginnend bei negativen Gate-Spannungen V_G durchgeführt worden. Die rot eingezeichnete Kennlinie zeigt bei einer Gate-Spannung von etwa $V_G \approx -3.5$ mV einen erheblichen Sprung, der aus den gleichen Gründen wie bei der Messung zuvor einer Änderung der effektiven Inselladung δQ zugeschrieben werden kann. Insbesondere ist in den zuvor und im Anschluss aufgenommenen Messungen keine Fluktuation des Stroms I in der Größenordnung des Sprungs von etwa 105 pA zu beobachten.

Die Änderung der effektiven Inselladung δQ ist in diesem Fall mit einer Verschiebung der Gate-Spannung $\delta V_G \approx 0.473$ mV verbunden, was einer Änderung der effektiven Inselladung analog zu (5.19) von

$$\delta Q = \frac{\delta V_G}{\Delta V_G} \cdot e \approx 0.22 e \quad (5.20)$$

entspricht, wobei die Periodenlänge der Kennlinien für SET B aus (5.16) zugrunde gelegt wurde.

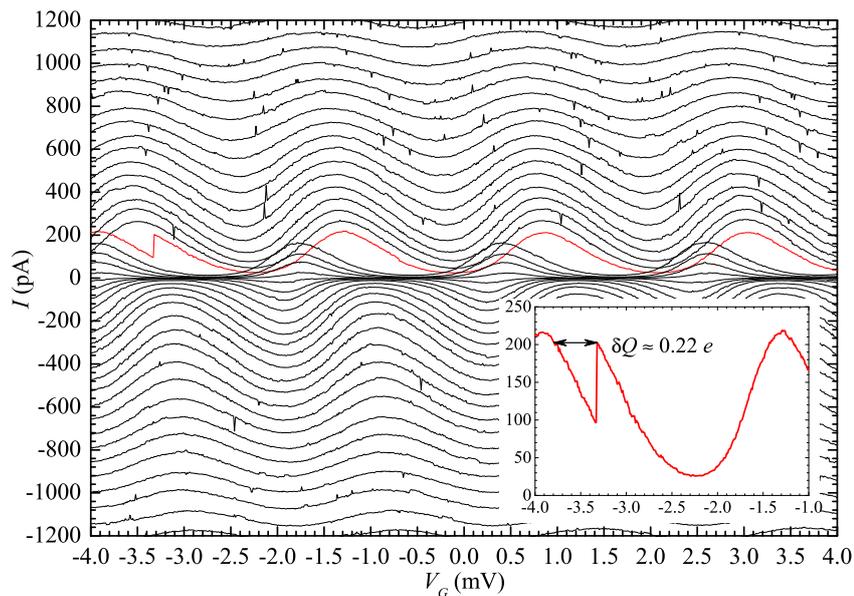


Abbildung 5.8: Die rote I - V_G -Kennlinie zeigt eine deutliche Änderung der effektiven Inselladung. Die Teilabbildung zeigt vergrößert den Bereich der Änderung der Inselladung. Die Achsen der Teilabbildung zeigen die gleichen Größen in den gleichen Einheiten.

Fluktuationen durch mobile Ladungen

Die wichtigste Quelle für die oben beschriebenen Änderungen der effektiven Inselladung sind wahrscheinlich zufällige Fluktuationen von mobilen Ladungen oder geladenen Defekten in unmittelbarer Nähe der Insel, wenn auch der Einfluss von Fluktuationen der Domänen der ferromagnetischen Komponenten letztendlich nicht ausgeschlossen werden kann. In Bezug auf die fluktuierenden Ladungen sind viele Fragen noch offen oder werden zum Teil kontrovers diskutiert.

Eine der vielleicht wichtigsten Fragen, nämlich die nach der Position der Ladungs-Fluktuatoren, wird besonders intensiv diskutiert. Klar scheint zu sein, dass diese in der dielektrischen Umgebung um die Inseln der Bauelemente beheimatet sind [Fle99, Zor96, Kel97], wobei aber unklar ist, ob sie eher in den isolierenden Barrieren [Bou97, Son95, Rog87] oder eher im Substrat anzutreffen sind [Zor96, Zim97, Zim92]. So werden häufig als Argument für das Vorhandensein von Fluktuatoren in den Tunnelbarrieren die zum Teil erheblichen Ladungssprünge von mehreren Zehnteln einer Elementarladung angeführt [Bou97, Son95]. Andererseits zeigen gerade SET, die vertikal aufgebaut sind und bei denen die Gate-Elektrode unterhalb der Insel sitzt, bei denen die Insel also durch die Gate-Elektrode abgeschirmt wird, ein erheblich reduziertes Rauschen [Fle99]. Als Möglichkeit, wie trotz der erheblich größeren Abstände zur Insel Fluktuatoren im Substrat auch hohe Änderungen der effektiven Ladung auf der Insel hervorrufen können, haben N. M. Zimmerman et. al das kohärente Umspringen einer Vielzahl von einzelnen Fluktuatoren vorgeschlagen, von denen jeder einzelne nur eine kleine Änderung der effektiven Ladung der Insel beiträgt [Zim97]. Allerdings kommen ebenso Defekte in Metallfilmen oder an anderen Grenzflächen, als denen der Tunnelkontakte, als Orte in Frage [Zim97].

Die Rauscheigenschaften typischer SET werden in vielen Fällen von $1/f$ -Rauschen dominiert, das wahrscheinlich seinen Ursprung in diesen Fluktuatoren hat. So wurde in vielen Experimenten ein Telegraphen-artiges Rauschen mit zwei oder auch mehreren Zuständen beobachtet, das, ein unkorreliertes Schaltverhalten und eine breite Verteilung der Schaltzeiten und der Energien vor-

ausgesetzt, zu dem beobachteten $1/f$ -Rauschen führen kann [Kel99, Cov00, Bou97, Fle99, Zim81, Zor96, Rog87, Zim97, Zim92]. Die auftretenden Schaltzeiten der Fluktuatoren sind hierbei typischerweise sehr breit verteilt und können zum Teil im Bereich von Minuten liegen [Bou97, Fle99].

Darüberhinaus wird in vielen Experimenten beobachtet, dass der Einfluss der fluktuierenden Ladungen mit zunehmender Dauer der Experimente abnimmt. So berichten beispielsweise M. W. Keller et. al über Fluktuationen der effektiven Inselladung von mehr als $0.1 e$, die kurz nach dem Einkühlen mehrfach in einer Stunde auftraten, aber im Verlauf von einigen Tagen bis Wochen auf Fluktuationen von etwa $0.01 e$ zurückgingen, wobei auch die Zahl der Fluktuationen auf etwa 1 pro Tag fiel [Kel98]. Ein ähnliches Verhalten zeigen auch frühere Experimente dieser Gruppe [Mar94, Kel96]. Durch diese langsamen Relaxationsprozesse baut die Probe metastabile Zustände ab, die jedoch durch Zuführung von Energie wieder reaktiviert werden können [Bau93, Zim81], so dass auch die Fluktuationen von Ladungen in diesem Fall wieder zunehmen. Energie kann der Probe so beispielsweise durch thermische Energie zugeführt werden, wenn also etwa die Probe kurzzeitig aufgeheizt wird, oder aber auch durch Anlegen hoher Spannungen an den SET, also sowohl der Transportspannung V_{SD} , wie auch der Gate-Spannung V_G [Bou97, Zor96, Rog87]. Darüberhinaus können jedoch auch mechanische Beanspruchungen des Substrats, hochfrequente Photonen oder andere langsam ablaufende Relaxationsprozesse der Probe zu einem erneuten Ansteigen bzw. zu einer verzögerten Abnahme der Ladungsfluktuationen führen [Mar94, Bau93, Bou97, Zor96]. Gerade aus diesem Grund befürchten R. Bauernschmitt und Y. U. Nazarov, dass aufgrund der Wanderung lokalisierter Ladungen hoch-dotierte Si-Wafer nur bedingt als Substrate tauglich sind [Bau93]. Aber auch hier zeigt sich, dass sich die geringe HF-Filterung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und realisierten Versuchsaufbaus negativ auf die Leistung der Bauelemente bzw. auf die erzielbare Messgenauigkeit auswirken wird. Schließlich ist nicht zu erwarten, dass nur der Strom I durch die SET von der Einkopplung hochfrequenter Photonen beeinflusst werden wird, wie dies im Rahmen der Erweiterung der Orthodoxen Theorie in Abschnitt 2.6 eingeführt und an einem Beispiel gezeigt wurde, sondern dass auch die Fluktuatoren von den eingestrahlenen Photonen energetisch profitieren.

Zeitspuren

Um eine etwas detailliertere Analyse der Fluktuationen durchführen zu können, sind neben den I - V_G -Kennlinien und den Strom-Spannungs-Kennlinien auch Zeitspuren aufgenommen worden, also Messungen des Stroms $I(t)$ als Funktion der Zeit t , wie sie bereits zur Analyse der Auflösung der Messverstärker in Abschnitt 4.3 verwendet wurden. Gerade diese Methode der Messung erlaubt es, Fluktuatoren aufzuspüren. Allerdings ist es nicht sehr wahrscheinlich, einen einzelnen Fluktuator zu identifizieren, da dieser sich zum einen deutlich von dem Hintergrundrauschen der Messungen abheben und zum anderen klar auf eine Änderung der effektiven Ladung der Insel zurückzuführen sein muss. Erschwerend kommt im vorliegenden Fall hinzu, dass der in Kapitel 4 beschriebene Messaufbau nicht auf eine hohe Messfrequenz ausgelegt ist. Die maximale Messgeschwindigkeit liegt so bei nur etwa 2 Hz, was die Zeitskalen, auf denen Fluktuationen auftreten müssen, die noch detektiert werden sollen, erheblich einschränkt und somit die Wahrscheinlichkeit, einen nur zwischen zwei Zuständen wechselnden Fluktuator aufzuspüren, erheblich senkt.

Abbildung 5.9 zeigt eine an SET B gemessene Zeitspur, die einen solchen Fluktuator zeigen könnte, wobei allerdings nicht klar ist, ob es sich tatsächlich um einen einzelnen Fluktuator oder um ein Ensemble von mehreren handelt, die auf der durch die Messgeschwindigkeit vorgegebenen Zeitskala kohärent zwischen ihren möglichen Zuständen schalten. Wie Abbildung 5.9 zeigt springt der Strom I nach etwa 122 s für eine Dauer von etwa 95 s von einem Wert von $I_{LO} \approx 33.7$ pA auf einen Wert von etwa $I_{HI} \approx 36.6$ pA und wieder zurück, wobei die Größe der Ströme durch

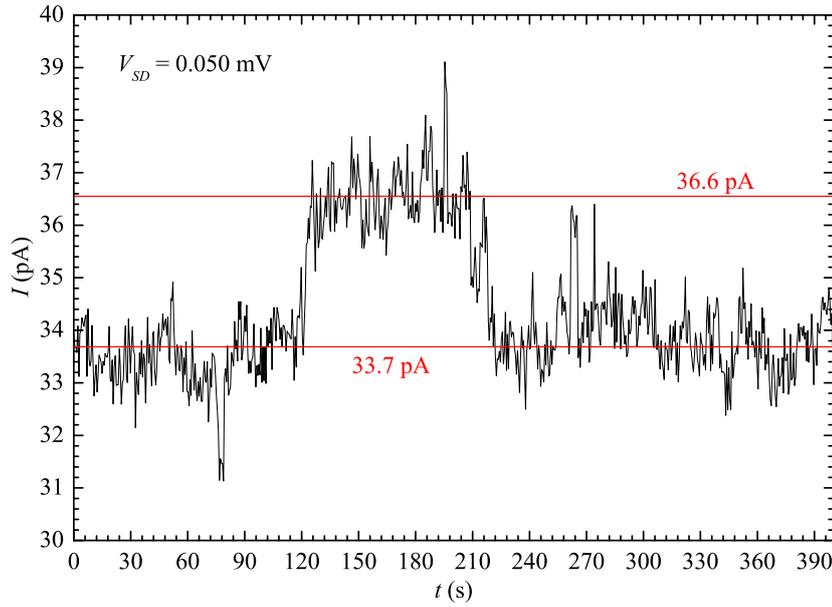


Abbildung 5.9: Zeitspur an SET B bei einer Temperatur $T = 40$ mK und einem entlang der Vorzugsrichtung des SET angelegten Magnetfeldes $\mu_0 H \approx 2$ T. Die Fluktuation des Stroms beträgt $\Delta I_{Fluk} \approx 2.9$ pA.

Mittelung über den Bereich vor dem Sprung und über den Bereich des Sprungs selber erhalten wurden. Die Fluktuation des Stroms beträgt somit etwa

$$\Delta I_{Fluk} = I_{HI} - I_{LO} \approx 2.9 \text{ pA} \quad . \quad (5.21)$$

Ein weiterer Schaltvorgang zurück in den höheren Strom I_{HI} konnte nicht beobachtet werden.

Abbildung 5.10 zeigt das zugehörige Histogramm der Ströme I . Die beiden Zustände des Fluktators bzw. der Fluktatoren sind deutlich erkennbar. Die Standardabweichungen der beiden Gauß-Verteilungen liegen mit $\sigma \approx 700$ fA für den Strom I_{LO} und mit $\sigma \approx 550$ fA für den Strom I_{HI} beide deutlich über der in Abschnitt 4.3 erhaltenen Standardabweichung für einen SET im normalleitenden Bereich. Die leichten Verschiebungen der Maxima der Gauß-Verteilungen in Abbildung 5.10 gegenüber den Werten von I_{LO} und I_{HI} liegen an den limitierten Wertebereichen, über die die beiden Werte bestimmt wurden. Die Verschiebungen liegen in beiden Fällen deutlich unter 200 fA und damit sowohl deutlich unterhalb der Standardabweichungen der beiden Gauß-Verteilungen, wie auch unterhalb der in Abschnitt 4.3 angegebenen Standardabweichung im normalleitenden Regime.

Bei Zeitspuren bleibt allerdings zunächst die Frage offen, wie aus einer reinen Veränderung des Stroms I zu einem bestimmten Zeitpunkt t eine Aussage über die Natur der eingetretenen Störung oder sogar eine quantitative Abschätzung der Störgröße gewonnen werden kann. Da der exakte Zeitpunkt, zu dem die Störung eingetreten ist, nur in sehr seltenen Fällen einem bestimmten Ereignis zuzuordnen ist, bleiben als Größen nur die beteiligten Ströme, also I_{LO} und I_{HI} , die Größe der Fluktuation ΔI_{Fluk} , die in (5.21) definiert wurde, sowie die Transportspannung V_{SD} und die Gate-Spannung V_G , bei denen die Messung der Zeitspur durchgeführt wurden.

Liegt die Vermutung nahe, die Störung sei auf eine Änderung der effektiven Inselladung δQ zurückzuführen, also beispielsweise auf die Bewegung einer oder mehrerer Ladungen in der Umgebung der Insel, und ist darüberhinaus neben der Gate-Spannung V_G auch die effektive Ladung der Insel bekannt, also die absolute „Lage“ der zugehörigen I - V_G -Kennlinie, so ist im Prinzip

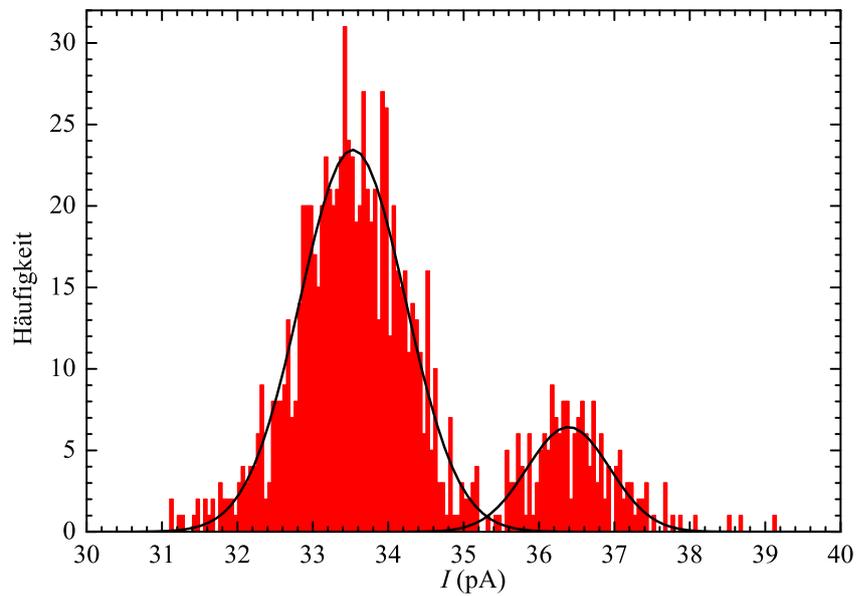


Abbildung 5.10: Histogramm der Ströme I der Zeitspur aus Abbildung 5.9. Die Verteilung der Ströme kann gut durch die Summe zweier Gauß-Verteilungen (5.14) beschrieben werden, wie die eingezeichneten Kurven zeigen.

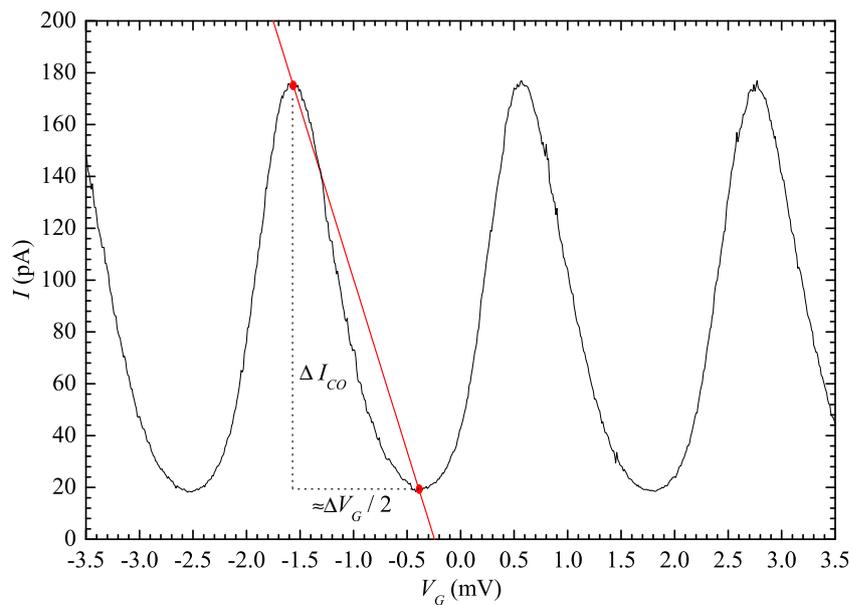


Abbildung 5.11: I - V_G -Kennlinie von SET B im Bereich der Transportspannung V_{SD} der in Abbildung 5.9 gezeigten Zeitspur. Die Gerade zeigt die Näherung (5.23), die zur Abschätzung (5.25) für δQ führt.

eine Analyse analog zum Vorgehen im Zusammenhang mit den Abbildungen 5.7 und 5.8 möglich. Allerdings muss die Messung der zugehörigen I - V_G -Kennlinie mit möglichst geringem zeitlichen Abstand zur Messung der Zeitspur und mit einer hohen Messgeschwindigkeit erfolgen, um das Auftreten zusätzlicher Fluktuationen unwahrscheinlich zu machen, die die Analyse wiederum erschweren. Da zudem das Auftreten einer klar identifizierbaren Störung zufällig und damit nicht vorhersagbar ist, hat sich die Messung von I - V_G -Kennlinien vor und nach der Messung einer Zeitspur als wenig aussagekräftig und praktikabel heraus gestellt.

Liegen diese Informationen nicht oder mit nur einer großen Unsicherheit vor, bietet sich analog der Vergleich der Größe der Fluktuation ΔI_{Fluk} mit der Modulationstiefe der zugehörigen I - V_G -Kennlinie

$$\Delta I_{CO} = \max_{V_G} (I(V_G)) - \min_{V_G} (I(V_G)) \quad (5.22)$$

bei der gleichen Transportspannung V_{SD} an. Die Modulationstiefe ΔI_{CO} kann hierbei im Prinzip sowohl direkt aus einer Messung der I - V_G -Kennlinie bei der entsprechenden Transportspannung V_{SD} , aber auch aus der Messung von Strom-Spannungs-Kennlinien bestimmt werden, die sowohl im Bereich der maximalen, wie auch im Bereich der minimalen Coulomb-Oszillation aufgenommen werden müssen.

Um auch ohne genaue Kenntnis der effektiven Inselladung wenigstens eine Abschätzung für die Änderung der effektiven Inselladung δQ zu erhalten, kann ein leicht vereinfachtes Verfahren angewendet werden, das schon in [Sch98c] zur Abschätzung und Analyse einer ebenfalls periodischen Kennlinie verwendet wurde und in Abbildung 5.11 skizziert ist. Hierbei werden die Flanken der I - V_G -Kennlinie durch Geraden angenähert, so dass die insgesamt periodische I - V_G -Kennlinie durch eine Dreiecks-Funktion beschrieben wird. Die Steigung m der Geraden ist dann zum einen durch die Modulationstiefe ΔI_{CO} der Kennlinie bestimmt. Vernachlässigt man darüberhinaus die Asymmetrie der Bauelemente, so dass die der Näherung zu Grunde liegende I - V_G -Kennlinie symmetrisch bezüglich ihrer Extrema wird, kann zum anderen die Steigung gerade durch die Hälfte der Periode der I - V_G -Kennlinie angenähert werden. Somit ergeben sich, wie in Abbildung 5.11 skizziert ist, die Steigungen der Geraden betragsmäßig zu

$$|m| = \frac{\Delta I_{CO}}{\frac{1}{2}\Delta V_G} = 2 \frac{\Delta I_{CO}}{\Delta V_G} \quad (5.23)$$

Im Rahmen dieser Näherung entspricht somit einer Änderung des Stroms ΔI_{Fluk} eine Änderung der Gate-Spannung

$$\delta V_G \approx \frac{\Delta I_{Fluk}}{|m|} \quad (5.24)$$

und somit analog zu (5.19) und (5.20) weiter einer Änderung der effektiven Ladung der Insel

$$\delta Q \approx \frac{\delta V_G}{\Delta V_G} \cdot e = \frac{1}{2} \frac{\Delta I_{Fluk}}{\Delta I_{CO}} \cdot e \quad (5.25)$$

Diese Näherung ist natürlich im Vergleich zur Bestimmung von δQ direkt an einer I - V_G -Kennlinie mit einer großen Unsicherheit behaftet. Dies liegt im Wesentlichen an der Näherung der Kennlinie durch zwei Geraden, die sowohl im Bereich der Extrema, wie auch im Bereich der maximalen Änderung von $I(V_G)$ zu deutlichen Abweichungen im Vergleich zu einer direkten Analyse der I - V_G -Kennlinie führt. Die Näherung (5.25) liefert daher nur eine mittlere Änderung der effektiven Inselladung als Abschätzung. Abweichungen sind daher unvermeidlich. Eine weitere Fehlerquelle, die jedoch sicherlich weniger gravierend für die im Rahmen dieser Arbeit hergestellten und untersuchten Bauelemente ist, ist die in (5.23) eingegangene Näherung für symmetrische Bauelemente, die ebenfalls Einfluss auf die Unsicherheit nehmen wird. Trotz ihrer sicherlich nicht

unbeträchtlichen Unsicherheiten bietet die Näherung (5.25) gerade die Möglichkeit, auch bei Fehlen einer zeitlich hinreichend nahen Messung der I - V_G -Kennlinie, die nicht oder zumindest nur in geringfügigem Umfang durch andere Störungen beeinflusst wurde, Aussagen über die Größe der Änderung der effektiven Ladung der Insel δQ zu treffen. Im vorliegenden Fall ergibt sich so für diese Fluktuation an SET B mit Hilfe der Abschätzung (5.25) und einer Modulationstiefe der I - V_G -Kennlinie von $\Delta I_{CO} \approx 157$ pA eine Änderung der effektiven Ladung der Insel von etwa

$$\delta Q \approx 0.009 e \quad . \quad (5.26)$$

Es bleibt jedoch die Frage zu klären, ob es sich tatsächlich um eine Fluktuation der effektiven Ladung der Insel handelt, oder ob der gemessene Sprung im Strom I nicht auf andere Effekte zurückzuführen ist. Die Änderung des Stroms ΔI_{Fluk} liegt im Vergleich zu den gemessenen Strömen bei etwa

$$\frac{\Delta I_{Fluk}}{I_{HI}} \approx \frac{2.9 \text{ pA}}{36.6 \text{ pA}} \approx 0.079 \quad (5.27)$$

bzw.

$$\frac{\Delta I_{Fluk}}{I_{LO}} \approx \frac{2.9 \text{ pA}}{33.7 \text{ pA}} \approx 0.086 \quad (5.28)$$

je nach dem zugrunde gelegten Strom. Eine relative Änderung des Stroms I in dieser Größenordnung könnte im Prinzip mit einem magnetoresistiven Effekt erklärbar sein, auch wenn die gemessene relative Änderung hierfür schon recht groß ist. Ohnehin scheinen magnetoresistive Effekte wenig wahrscheinlich zu sein, da während der Messungen ein Magnetfeld $\mu_0 H$ der Stärke 2 T in der Ebene, entlang der Vorzugsrichtung des Bauelements und damit entlang der Stromrichtung an die Probe angelegt wurde, das zum einen die Supraleitung unterdrückt hat und zum anderen die Magnetisierung der ferromagnetischen Komponenten im Wesentlichen fixiert haben sollte. Wie die Diskussion der Messergebnisse im supraleitenden/ferromagnetischen Regime in Kapitel 6 zeigen wird, ist darüberhinaus auch eine Änderung der Zuleitungswiderstände, die einen solch großen Effekt hervorrufen würde, unabhängig davon, ob es sich dabei um einen magnetoresistiven Effekt handelt, aufgrund der beobachteten Größe der relativen Änderung des Stroms kaum vorstellbar. Dies legt die Vermutung nahe, dass es sich bei der in Abbildung 5.9 gezeigten Änderung des Stroms tatsächlich um eine Änderung handelt, die aufgrund eines hin und her schaltenden Fluktuators bzw. um mehrere, auf der Zeitskala der Messung kohärent schaltende Fluktuatoren handelt.

Abbildung 5.12 zeigt ein weiteres Beispiel zweier Messungen des Stroms I als Funktion der Zeit t . Beide Messungen weisen jeweils einen deutlich erkennbaren Sprung im Strom auf, die beide im Rahmen der Näherung (5.25) auf eine Änderung der effektiven Ladung von $\delta Q \approx 0.07 e$ hindeuten. Darüberhinaus besteht die Möglichkeit, dass es sich bei beiden Sprüngen um das Hin- und Herschalten des gleichen Fluktuators bzw. der gleichen Fluktuatoren handelt.

Messung	ΔI_{Fluk} (pA)	ΔI_{CO} (pA)	$ \Delta I_{Fluk}/\Delta I_{CO} $	I_{HI} (pA)	$\Delta I_{Fluk}/I_{HI}$
(a)	4.4	33.0	0.133	13.0	0.34
(b)	-26.7	200.7	0.133	-112.4	0.24

Tabelle 5.2: Übersicht über wichtigsten, charakteristischen Größen der beiden in Abbildung 5.12 gezeigten Zeitspuren an SET B.

Beide Messungen sind an SET B während der Nachtstunden entstanden. Die Messungen sind bei einer Temperatur der Probenplattform von $T = 40$ mK mit einer reduzierten Messgeschwindigkeit von etwa 0.5 Hz durchgeführt worden. Während der Messungen ist ein Magnetfeld $\mu_0 H$ der Stärke 1 T senkrecht zur Filmebene an die Probe angelegt worden, um die supraleitenden

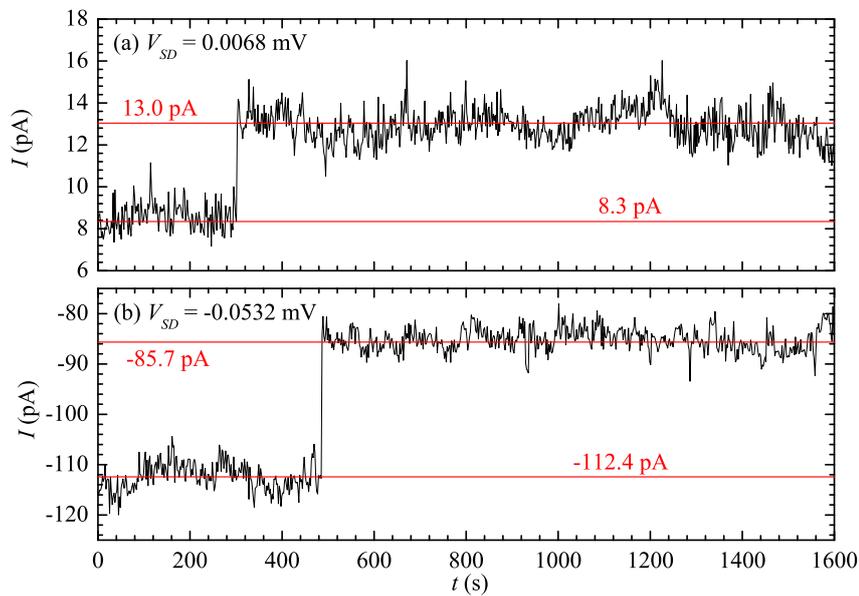


Abbildung 5.12: Zwei Zeitspuren von SET B für unterschiedliche Transportspannungen V_{SD} , die beide einen Sprung zeigen, der in beiden Fällen auf eine Änderung der effektiven Inselladung von etwa $\delta Q \approx 0.07 e$ hindeutet.

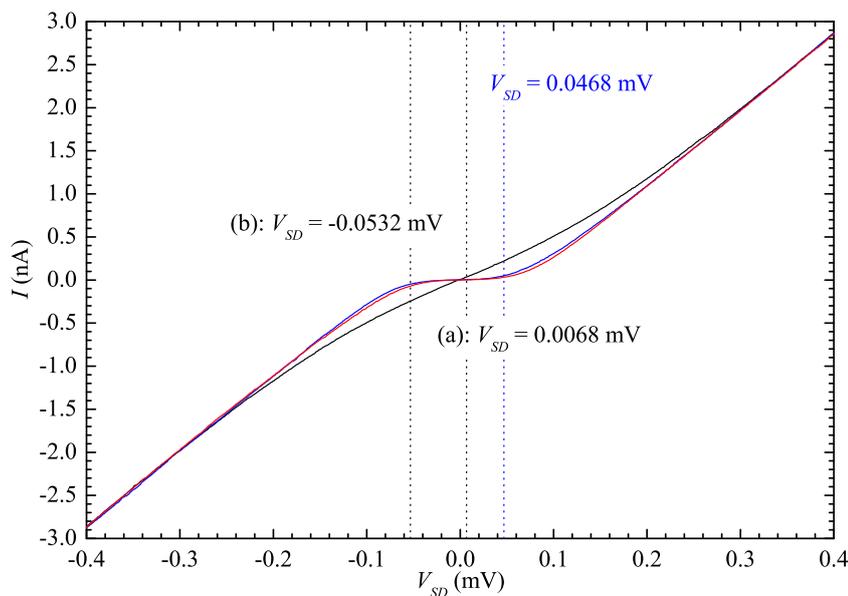


Abbildung 5.13: Die zu den Messungen in Abbildung 5.12 gehörenden Strom-Spannungs-Kennlinien. Die schwarz markierten Transportspannungen zeigen die V_{SD} -Werte der Messungen in Abbildung 5.12. Die blaue Markierung zeigt V_{SD} für die in Abbildung 5.15 gezeigte Messung.

Eigenschaften des Aluminiums zu unterdrücken. Tabelle 5.2 enthält die wichtigsten Größen der in Abbildung 5.12(a) und (b) gezeigten Zeitspuren, also insbesondere ΔI_{Fluk} und I_{HI} , sowie auch die Modulationstiefe ΔI_{CO} des Stroms I als Funktion der Gate-Spannung V_G . Gerade diese letzte Größe ist nicht an I - V_G -Kennlinien bestimmt worden, sondern an den in Abbildung 5.13 dargestellten Strom-Spannungs-Kennlinien des Bauelements.

Der betragsmäßig erhebliche Unterschied der Größe der beiden Sprünge ΔI_{Fluk} ist eine Folge der unterschiedlichen Transportspannungen V_{SD} , wie dies auch in Abbildung 5.13 durch die beiden schwarzen, punktierten Linien dargestellt ist. Während die Messung in Abbildung 5.12(a) bei einer sehr geringen Transportspannung V_{SD} aufgenommen wurde, ist die Messung in Abbildung 5.12(b) eher im V_{SD} -Bereich der maximalen Modulationstiefe der I - V_G -Kennlinien entstanden. Das Verhältnis der Größe der Fluktuation des Stroms ΔI_{Fluk} und der Größe der Modulationstiefe ΔI_{CO} stimmt jedoch für beide Messungen hervorragend überein, wie Tabelle 5.2 zeigt. Dies legt die Vermutung nahe, dass beide Sprünge des Stroms durch eine Änderung der effektiven Inselladung δQ hervorgerufen worden sind. Mit Hilfe der Abschätzung (5.25) ergibt sich so für beide in Abbildung 5.12 dargestellte Zeitspuren ein Änderung der effektiven Inselladung von etwa

$$\delta Q \approx 0.07 e \quad . \quad (5.29)$$

Andererseits ist die Größe der Fluktuationen ΔI_{Fluk} im Verhältnis zu den fließenden Strömen mit deutlich über 0.2 in beiden Fällen zu groß, um sich durch eine Änderung der Zuleitungs- oder Tunnelwiderstände erklären zu lassen, wie die Diskussionen in Kapitel 6 auch zeigen werden.

Somit zeigen die beiden in Abbildung 5.12 dargestellten Zeitspuren mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit den Effekt zweier Änderungen der effektiven Ladung der Insel, die in Bezug auf ihre Größe hervorragend übereinstimmen. Da außerdem der in Teilabbildung (a) dargestellte Sprung von einem Zustand mit betragsmäßig niedrigem Strom in einen Zustand mit betragsmäßig höherem Strom führt, während der in Teilabbildung (b) dargestellte Sprung gerade in die entgegengesetzte Richtung führt, stellt sich automatisch die Frage, ob es sich hierbei um den gleichen Fluktuator bzw. um die gleichen, auf der Zeitskala der Messung kohärent springenden Fluktuatoren handelt.

Die Beantwortung dieser Frage ist naturgemäß hoch spekulativ. Für eine Interpretation der Messergebnisse als das Hin- und Herspringen des gleichen Fluktuators bzw. der gleichen kohärent springenden Fluktuatoren sprechen im Wesentlichen zwei Gründe. Zum einen liegen die zwischen den in Abbildung 5.12 dargestellten Sprüngen auftretenden Fluktuationen keineswegs in einer Größenordnung, die der in (5.29) angegebenen Änderung der der effektiven Inselladung entspricht. Zum anderen wurden die Messungen ohne größere Pausen während der ruhigen Nachtstunden aufgenommen, in denen Störungen, beispielsweise durch laufende Maschinen, geringer sein sollten. Sollte es sich tatsächlich um den gleichen Fluktuator oder die gleichen Fluktuatoren gehandelt haben, so lag der Zustand des hohen Stroms für eine Zeitspanne von etwa

$$\tau_{HI} = (277 \pm 1) \text{ min} \quad (5.30)$$

vor.

Messung & Histogramm	σ_{HI} (pA)	σ_{LO} (pA)
(a)	0.84	0.70
(b)	2.7	2.4

Tabelle 5.3: Übersicht über die Standardabweichungen der eingezeichneten Gauß-Verteilungen der Histogramme in den Abbildungen 5.14(a) und (b).

Die Abbildung 5.14 zeigt die beiden Verteilungen der Ströme I der in Abbildung 5.12 gezeigten Zeitspuren, wobei jeweils die Teilabbildungen (a) und (b) zueinander gehören. Auch hier

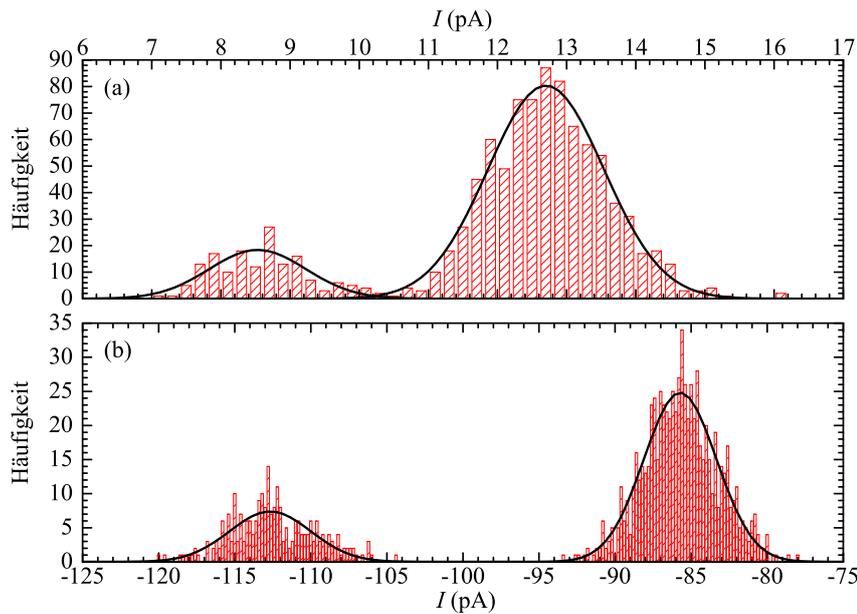


Abbildung 5.14: Histogramme der Ströme I der in den Teilabbildungen 5.12(a) und (b) gezeigten Zeitspuren.

können die Häufigkeits-Verteilungen recht gut durch Gauß-Verteilungen beschrieben werden. Ihre Standardabweichungen sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst. Im Fall beider Messungen sind sie deutlich größer, als die in Abschnitt 4.3 angegebene Standardabweichung im normalleitenden Regime von 263 fA.

Die Mittelwerte der beiden Gauß-Verteilungen, wie sie die numerisch durchgeführten Fits liefern, stimmen auch hier in der Regel nicht ganz mit den in Abbildung 5.12 eingezeichneten Werten überein. Wie schon im Zusammenhang mit den Abbildungen 5.9 und 5.10 erläutert wurde, liegt dies daran, dass bei der Bestimmung der Werte I_{HI} und I_{LO} , wie sie in den Teilabbildungen 5.12(a) und (b) eingezeichnet sind, der Mittelwertbildung ein im Vergleich zur ganzen Zeitspur kleinerer Datenbereich zu Grunde liegt. Die Abweichungen, die sich allerdings so ergeben, liegen alle im Bereich unter 300 fA, und sind damit deutlich kleiner als die in Tabelle 5.3 angegebenen Standardabweichungen der Gauß-Verteilungen bzw. stimmen mit der in Abschnitt 4.3 angegebene Standardabweichung im normalleitenden Regime von 263 fA etwa überein oder liegen darunter.

Auffällig, wenn auch nicht verwunderlich, ist jedoch die massiv unterschiedliche Größe der in Tabelle 5.3 angegebenen Standardabweichungen σ beim Übergang von Messung (a) zu Messung (b). Hierfür ist hauptsächlich die bei Messung (b) betragsmäßig deutlich größere Transportspannung V_{SD} verantwortlich, die auch entsprechend größere Ströme nach sich zieht, so dass auch wachsende Abweichungen und Streuungen zu erwarten sind. Letztendlich sind die anwachsenden Standardabweichungen ein Zeichen für eine Vielzahl nicht zu trennender Störgrößen und Fluktuationen.

Abbildung 5.15 zeigt ein letztes Beispiel einer Zeitspur an SET B. Die bisher gezeigten Zeitspuren stellen klar Ausnahmen in Bezug auf die Deutlichkeit der Sprünge dar. Viel häufiger weisen die Zeitspuren eine Vielzahl von Störungen auf, die im Allgemeinen zwischen mehr als zwei klar erkennbaren Zuständen hin- und herspringen. Darüberhinaus ist die Größe der Sprünge sehr häufig so klein, dass diese Fluktuationen nicht von anderen sauber getrennt werden können. Diese Fluktuationen sind dann vom Hintergrundrauschen der Messungen kaum zu unterscheiden, was

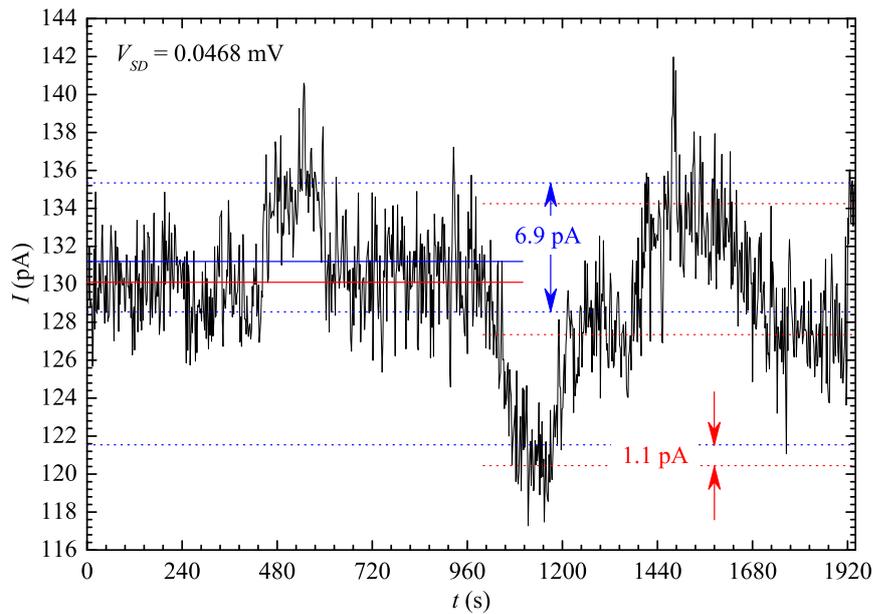


Abbildung 5.15: Messung des Stroms I als Funktion der Zeit t bei der in Abbildung 5.13 blau markierten Transportspannung V_{SD} an SET B. Diese Messung zeigt wahrscheinlich den Einfluss mehrerer Fluktuatoren. Zwischen den punktierten blauen Linien liegen jeweils etwa 6.9 pA , zwischen den roten und blauen Linien jeweils etwa 1.1 pA .

beispielsweise eine mögliche Erklärung für die hohen Standardabweichungen der Zeitspuren im normalleitenden Regime darstellt. Die in Abbildung 5.15 dargestellte Messung stellt ein Beispiel einer Messung dar, die zwar ein deutlich komplexeres Fluktuationsmuster enthält, aber dennoch einige Stufen im Strom erahnen lässt.

Wie die blau gepunktete Markierung in Abbildung 5.13 zeigt, liegt die Transportspannung V_{SD} dieser Messung knapp unterhalb des Bereichs der maximalen Modulationstiefe des Stroms I als Funktion der Gate-Spannung V_G , so dass Änderungen der effektiven Inselladung deutliche Sprünge des Stroms I hervorrufen sollten. Wie bereits angedeutet, ist die Analyse eines solch komplexen Fluktuationsmusters sehr spekulativ. Trotzdem scheinen zwei Fluktuatoren identifizierbar zu sein. Zum einen handelt es sich um einen Fluktuator bzw. um mehrere Fluktuatoren, die wenigstens drei stabile Zustände aufweisen, die jeweils zu einer Änderung des Stroms von etwa 6.9 pA führen. Legt man die aus der Abbildung 5.13 bestimmte Modulationstiefe $\Delta I_{CO} \approx 188 \text{ pA}$ zugrunde, entspräche dies unter Verwendung der Näherung (5.25) einer Änderung der effektiven Ladung der Insel von etwa $\delta Q \approx 0.02 e$, sofern dieser Effekt tatsächlich auf die Änderung der effektiven Inselladung⁴ zurückzuführen ist. Andererseits entspricht eine Änderung des Stroms von etwa 6.9 pA bei einem Strom von etwa 140 pA einer relativen Änderung von etwa 0.05 , was durchaus auch durch Änderungen der Tunnelwiderstände erklärbar wäre. Zum anderen scheint die Zeitspur einen mehrfachen, zum Teil sich auch über mehrere Messpunkte erstreckenden Wechsel zwischen verschiedenen Stromniveaus zu zeigen, die jeweils etwa 1.1 pA auseinander liegen. Geht man wiederum von der spekulativen Hypothese aus, auch dieser Sprung sei auf eine Änderung der effektiven Inselladung zurückzuführen, ergibt sich rein rechnerisch aus der Abschätzung (5.25) ein

⁴Selbst wenn der höchste und der niedrigste in Abbildung 5.15 eingezeichnete Wert des Stroms zur Abschätzung der Änderung der Inselladung nach (5.25) zugrunde gelegt werden, ergibt sich so bei einer Fluktuation des Stroms von etwa $\Delta I_{Fluk} \approx 15 \text{ pA}$ nur eine Änderung effektiven Inselladung von etwa $\delta Q \approx 0.04 e$ und liegt damit deutlich unterhalb der im Zusammenhang mit den Messungen in Abbildung 5.12 diskutierten Änderung der effektiven Ladung der Insel von $0.07 e$.

Wert von $\delta Q \approx 0.003 e$ für die Änderung der effektiven Inselladung. Da allerdings die Änderung des Stroms in diesem Fall deutlich unterhalb von 1% des minimal fließenden Stroms von etwa 120 pA liegt, kann diese Änderung von jedem bisher erwähnten Effekt hervorgerufen werden. Aufgrund der Vielzahl der verschiedenen Stromniveaus und ihres zum Teil sehr geringen Abstandes liefert eine Analyse der Verteilung der Ströme keinen zusätzlichen Aufschluss.

Gate-Kapazität und Zusammenfassung

Trotz des letzten Beispiels, welches in erster Linie die Schwierigkeiten bei der Analyse von Zeitspuren verdeutlichen sollte, zeigen sowohl die Messungen des Stroms I als Funktion der Zeit t , wie auch die Messung der I - V_G -Kennlinien beider SET, dass die Bauelemente mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Messaufbau trotz der geringen Filterung hochfrequenter Strahlung zur Detektion von Änderungen der elektrischen Felder genutzt werden können. Hierbei ist eine sichere Detektion von Feldänderungen möglich, die auf der Insel zu einer Änderung der effektiven Inselladung von etwa $\delta Q \approx 0.05 e$ führen. Unter optimalen Bedingungen können auch noch Änderungen der effektiven Inselladung von $\delta Q \approx 0.01 e$ nachgewiesen werden. Die größte aufgetretene Änderung der effektiven Inselladung, die wahrscheinlich durch eine in unmittelbarer Nähe der Insel fluktuierende Ladung bzw. durch mehrere kohärent fluktuierende Ladungen hervorgerufen wurde, liegt bei etwa $\delta Q \approx 0.22 e$.

Der wahrscheinlich wichtigste Aspekt, der im Rahmen dieses Abschnitts präsentierten Daten und Auswertungen, ist jedoch die Möglichkeit, mit Hilfe von statistischen Analysen der Periodenlänge ΔV_G einer Schar von I - V_G -Kennlinien die Gate-Kapazität C_G zu bestimmen. Die hierbei erzielbare Genauigkeit liegt im Bereich einiger Prozente. Unter Verwendung der Ergebnisse der Fits der Lorentz-Verteilungen (5.13) und (5.16) ergeben sich so die Gate-Kapazitäten

$$C_G = (78.92 \pm 0.85) \text{ aF} \quad (\pm 1.1\%) \quad (5.31)$$

für SET A und

$$C_G = (73.90 \pm 0.78) \text{ aF} \quad (\pm 1.1\%) \quad (5.32)$$

für SET B. Die beim Vergleich mit den jeweiligen Fits durch Gauß-Verteilungen deutlich erhöhte Verteilung der ΔV_G -Werte im Bereich außerhalb der doppelten Standardabweichungen um den zentralen Wert herum ist zumindest nicht verwunderlich, berücksichtigt man die scheinbar hohe Aktivität von Fluktuatoren, die zu einer geringen Änderung der effektiven Inselladung führen und die sicherlich auch zu den erhöhten Standardabweichungen der Gauß-Verteilungen der einzelnen Stromzustände der $I(t)$ -Messungen geführt haben.

5.4 Vergleich numerischer Simulationen mit Messdaten

Die zweite Methode zur Auswertung der Messergebnisse und zur Bestimmung der Bauelement-Parameter ist der Vergleich der Messergebnisse oder daraus abgeleiteter Größen mit den jeweils zugehörigen Ergebnissen numerischer Berechnungen. Hierbei können sowohl die Ergebnisse unmittelbar gemessener Größen, aber auch Ergebnisse von nur mittelbar zugänglichen Größen mit entsprechenden numerischen Resultaten verglichen werden. Zu den unmittelbar zugänglichen Größen gehören so zum Beispiel die Strom-Spannungs-Kennlinie für verschiedene Gate-Spannungen V_G , aber auch die I - V_G -Kennlinien eines SET bei einer bestimmten Transportspannung V_{SD} . Die zweite Gruppe der nur indirekt zugänglichen Größen bilden solche, die aus den eigentlichen Messdaten durch eine einfache oder komplexere vorgeschaltete Auswertung

gewonnen werden. In diese Kategorie gehören so beispielsweise die Amplitude bzw. die Modulationstiefe der I - V_G -Kennlinien als Funktion der Transportspannung oder die Lage der Maxima und Minima der I - V_G -Kennlinien als Funktion der Transportspannung V_{SD} , aber auch die Ergebnisse komplexerer Auswertungen, wie sie beispielsweise in Abschnitt 5.6 verwendet werden. Der Einsatz der in den Abschnitten 2.4.3 und 2.6 beschriebenen Implementierung der um die Umwelteinflüsse erweiterten Orthodoxen Theorie zur numerischen Berechnung charakteristischer Größen beschränkt sich hierbei nicht alleine auf den vorliegenden Abschnitt. Er wird so beispielsweise auch in Abschnitt 5.6 angewendet und die so erhaltenen Resultate dort auch genauer diskutiert, da ein Vorziehen der dortigen Ergebnisse zum einen den Rahmen des vorliegenden Abschnitts sprengen würde und die Ergebnisse der entsprechenden Simulationen zum anderen besser im Zusammenhang mit den dort präsentierten Messergebnissen diskutiert werden können. Aus diesem Grund werden im Rahmen dieses Abschnitts nur solche indirekten Größen diskutiert, die eine vergleichsweise einfache Vorauswertung erfordern und sich auf den Bereich sehr tiefer Temperaturen beziehen.

Der Vergleich von Messgrößen mit numerisch bestimmten Vergleichsgrößen erfordert im Gegensatz zu Auswertungsmethoden, die rein auf experimentellen Daten beruhen, eine vollständige Fixierung aller im Rahmen der um die Umwelteinflüsse erweiterten Orthodoxen Theorie auftretenden Parameter. Durch die Einführung des Asymmetrieparameters f in Abschnitt 5.1.3, der auf einer physikalisch begründeten Hypothese beruht, konnte die Zahl der zu bestimmenden Parameter zwar insgesamt um eins reduziert werden, dennoch stellt die Analyse ein nicht unerhebliches Problem dar, da viele Parameter ein zum Teil komplexes Wechselspiel zeigen.

Dabei fällt die Bedeutung der einzelnen Parameter für bestimmte Abhängigkeiten zum Teil sehr unterschiedlich aus. Während beispielsweise die Gate-Kapazität C_G im Fall einer I - V_G -Kennlinie erheblichen Einfluss auf die Güte der Übereinstimmung von numerischen und experimentellen Daten hat, wie bereits Abschnitt 5.3 gezeigt hat, spielt sie im Fall des Vergleichs mit I - V_{SD} -Kennlinien nur eine sehr untergeordnete Rolle. Dies liegt daran, dass C_G bei den hier untersuchten Systemen im Allgemeinen nur einen geringen Beitrag zu C_Σ liefert, welches seinerseits die Form der Strom-Spannungs-Kennlinie entscheidend beeinflusst, da C_Σ den Abstand der Transportkanäle $\tilde{\Delta}$ durch den SET hindurch nach (2.34) bestimmt und so den Transportspannungsbereich der Coulomb-Blockade maßgeblich definiert. Als Folge dieser zum Teil sehr stark unterschiedlichen Gewichtung der Einflüsse der verschiedenen Parameter auf die verschiedenen Kennlinien und -größen, kommt es durchaus nicht selten vor, dass ein bestimmter Satz von Parametern, der einen Teilaspekt des betrachteten Bauelements sehr gut beschreibt, in Bezug auf einen anderen Teilaspekt erhebliche Defizite aufweist. In diesem Zusammenhang erschweren die Umwelt-spezifischen Parameter den Vergleich weiter, da sie beispielsweise in Form der Temperatur T tendenziell die experimentell beobachtbaren Phänomene der Einzelladungseffekte reduzieren bzw. maskieren können. Es besteht so im Rückschluss die Gefahr, dass Bauelement-spezifische Parameter eine eigentlich nicht vorhandene Abhängigkeit von Umwelt-spezifischen Parametern aufweisen.

Umgekehrt können aufgrund des komplexen Wechselspiels zwischen den Parametern auch deutlich voneinander abweichende Parameter-Sätze zu sehr ähnlichen Ergebnissen in Bezug auf einzelne Teilaspekte des Verhaltens der Bauelemente führen.

Weiterhin müssen in einigen Fällen vor jeder weiteren Betrachtung Korrekturen an den Messdaten vorgenommen werden, die ihrerseits fehlerbehaftet sind, was sich natürlich auf die Unsicherheiten der durch Vergleich mit Simulationsdaten bestimmten Parameter überträgt. Ein einfaches Beispiel hierfür stellt der Vergleich einer numerisch berechneten I - V_G -Kennlinie mit einer experimentell gemessenen Kurve dar. Da die zur Messung verwendeten und in Abschnitt 4.2.5 beschriebenen Messverstärker aus den dort ebenfalls diskutierten Gründen ohne eine Kompensa-

tion der Offsets ausgeführt sind, weisen sowohl die am Bauelement anliegende Transportspannung V_{SD} , wie auch die vom Messaufbau gemessene Spannung V_I , aus der sich der durch das Bauelement fließende Strom I ergibt, Offsets auf. Aus den im Abschnitt 5.3 diskutierten Gründen weicht im Normalfall auch die effektive Ladung der Insel von der durch V_G und von der Ladungsträgeranzahl n der Insel bestimmten Ladung⁵ ab, so dass auch hier mit einer Verschiebung der gemessenen Daten zu rechnen ist. Da sowohl die Bestimmung der beiden Offsets, wie auch die Bestimmung der durch Hintergrundladungen oder anderen statischen, externen elektrischen Feldern verursachten Verschiebung fehlerbehaftet ist, ist die Bestimmung der am Bauelement anliegenden Spannungen und des gemessenen Stroms auch nach Abzug der Offsets bzw. Kompensation der Verschiebung in den Grenzen der Messunsicherheit nicht eindeutig. Dieses Problem lässt sich in einigen Fällen durch geschickte Wahl der Auswertungs-Reihenfolge verbessern. Um beispielsweise eine gemessene I - V_G -Kennlinie mit einer numerisch simulierten zu vergleichen, bietet es sich an, mit der Modulationstiefe ΔI_{CO} der gemessenen Kennlinie zu beginnen, da diese nicht von Offsets beeinflusst wird. Wie schon beispielsweise Abbildung 5.1 auf Seite 217 gezeigt hat, hängt die Modulationstiefe ΔI_{CO} von der Transportspannung V_{SD} ab. Andererseits nimmt, wie schon in Kapitel 2 am Beispiel einer Single-Electron-Box gezeigt wurde, die Ausprägung der auf Einzelladungseffekten beruhenden Merkmale der Messgrößen, zu denen auch die Modulationstiefe ΔI_{CO} der I - V_G -Kennlinie gehört, mit steigender Temperatur ab. Als Folge ist ΔI_{CO} nicht nur von der Transportspannung V_{SD} abhängig, sondern auch von der effektiven Temperatur T_e des elektronischen Systems bzw. bei Beschreibung der Umwelteinflüsse durch die Temperatur T der Probenplattform im Rahmen des hier verwendeten Modells der symmetrischen Hochfrequenzeinstrahlung abhängig von der eingestrahelten Energie eV^{PAT} der Photonen bei einer festgelegten Frequenz ν .

Bei der Bestimmung der Umwelt-spezifischen Parameter tritt erschwerend hinzu, dass diese durchaus zeitlichen Veränderungen unterliegen, die mit dem in Kapitel 4 geschilderten Versuchsaufbau kaum oder zumindest nur sehr bedingt kontrolliert bzw. unterdrückt werden können. So ist zu erwarten, dass sowohl die Amplitude V_{GND} der niederfrequenten Spannungsfuktuationen, wie auch die eingestrahelte Energie eV^{PAT} in Form hochfrequenter Photonen, und damit auch die effektive Temperatur T_e des elektronischen Systems, einen komplexen, im Allgemeinen nicht vorhersagbaren, zeitlichen Verlauf haben wird. Allerdings sollte der Einfluss der Umwelt-spezifischen Parameter, bei denen es sich ja um die Beschreibung von Störquellen handelt, während der Nachtstunden und am Wochenende zurückgehen, da zum Beispiel die Zahl in der Nähe laufender Maschinen deutlich vermindert sein sollte. Im Gegensatz dazu ändern die eigentlichen Bauelement-spezifischen Parameter sich zumindest im Rahmen einer einzigen Messserie nur im Fall einer Beschädigung des Bauelements, also beispielsweise durch Spannungsspitzen, was im Rahmen der hier geschilderten Messungen nicht vorgekommen ist.

Insgesamt stellt sich also das Problem, für alle untersuchten Bauelemente jeweils *einen Satz von Bauelement-spezifischen Parametern* zu finden, der es ermöglicht, die Messdaten im Rahmen der um die Umwelteinflüsse erweiterten Orthodoxen Theorie zu beschreiben. Da auch die zu Grunde liegenden Messdaten fehlerbehaftet sind, ist nicht auszuschließen, dass eine geringfügige Variation auch in den Bauelement-spezifischen Parametern auftritt, die jedoch die Unsicherheit der Messdaten nicht überschreiten darf. Auch die unumgänglichen Variationen der Umwelt-spezifischen

⁵Neben bisher angesprochenen Offsets und Verschiebungen weist sicherlich auch die Spannungsquelle V_G einen endlichen Offset auf, wie schon die Beschreibung der Eigenschaften der Spannungsquellen in Abschnitt 4.2.6 gezeigt hat. Aufgrund der Genauigkeit der Stromquelle Knick J-152 und des Widerstands $R_G \approx 100 \Omega$, der in der Gate-Spannungserzeugung zum Einsatz kommt, liegt der Offset der Gate-Spannungsquelle üblicherweise in der Größenordnung von etwa $10 \mu V$ und damit deutlich im Bereich unter 1% der Periodenlänge der I - V_G -Kennlinien. Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten I - V_G -Kennlinien liegen hingegen häufig im Bereich mehrerer $100 \mu V$, so dass im Vergleich der Offset der V_G -Spannungsquelle vernachlässigt und damit Hintergrundladungen, anderen statischen externen elektrischen Feldern oder ähnlichen Effekten zugeschlagen werden kann.

Parameter T_e bzw. die eingestrahlte Energie eV^{PAT} bei festgelegter Frequenz ν der hochfrequenten Einstrahlung, sowie der Größe der niederfrequenten Spannungsfuktuationen V_{GND} sollten hierbei ein bestimmtes Maß nicht überschreiten. Wäre dies nicht möglich, würde es auf ein Zusammenbrechen des Modells hindeuten. Darüberhinaus müssen alle auftretenden Parameter, also sowohl die Bauelement-spezifischen, wie auch die Umwelt-spezifischen Parameter, in einem realistischen Wertebereich liegen.

Die eigentliche Bestimmung der Parameter ist im Rahmen dieser Arbeit iterativ vorgenommen worden. Hierbei ist, nachdem sich ein Satz von Parametern zur Beschreibung einer bestimmten Art von Kennlinien oder -größen als geeignet herausgestellt hat, auf Basis dieses letzten Satzes von Parametern eine weitere Anpassung mit einer anderen Art von Kennlinien durchgeführt worden, bis schließlich ein Satz von Parametern gefunden wurde, auf dessen Basis unter Inkaufnahme geringfügiger Variationen die unterschiedlichen Messungen und Kennlinien möglichst gut reproduziert werden können. Eine automatisierte Anpassung erschien aufgrund der großen Zahl der Parameter, der verschiedenen zu berücksichtigenden Kennlinien mit der sich zum Teil erheblich unterscheidenden Relevanz für einzelne Kennlinientypen und der Problematik der variierenden Umwelt-spezifischen Parameter wenig Erfolg versprechend.

Dies bedeutet letztendlich, dass die für die beiden Bauelemente auf diesem Wege gefundenen Sätze von Parametern nicht notwendigerweise die optimalen Parameter zur Beschreibung ihres Verhaltens darstellen. Aufgrund der zum Teil enormen Rechenzeit⁶, die zur Bestimmung eines Satzes von Parametern notwendig ist, ist eine genauere Bestimmung über das im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Maß jedoch kaum zu rechtfertigen.

Jenseits der technischen Probleme, die sich bei der Bestimmung der Betriebsparameter mit Hilfe des hier verwendeten Algorithmus ergeben, müssen natürlich auch die Grenzen der Anwendbarkeit der zu Grunde liegenden Modelle kritisch diskutiert werden. So haben sich zwar die in den Abschnitten 2.6.1 und 2.6.2 eingeführten Modelle zur Beschreibung entsprechender Effekte sowohl im Rahmen dieser Arbeit, wie auch im Rahmen anderer Arbeiten sehr bewährt, dennoch handelt es sich um prinzipiell sehr einfache Modelle, die zu gegebener Zeit im Rahmen dieses Abschnitts und des weiteren Kapitels diskutiert werden. Unabhängig hiervon basiert der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und angewendete Algorithmus auf der Orthodoxen Theorie im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz, die, wie in Abschnitt 2.5 dargestellt wurde, Effekte höherer Ordnungen vernachlässigt. Da die Messungen im Rahmen dieser Arbeit nicht bei extrem tiefen Temperaturen und ohne eine optimierte Hochfrequenz-Filterung der Zuleitungen und des Probenraums durchgeführt wurden, spielen wahrscheinlich sowohl die elastischen, wie auch die inelastischen Cotunnelprozesse hier keine entscheidende Rolle. Gerade jedoch die anderen Prozesse höherer Ordnung können einen durchaus wichtigen Einfluss auf die Eigenschaften der Bauelemente nehmen, da beide Bauelemente eine deutliche Asymmetrie bei Gesamtwiderständen R_Σ von etwa 150 k Ω im Fall von SET A und weniger als 100 k Ω im Fall von SET B aufweisen. Somit können die Tunnelwiderstände einzelner Tunnelkontakte der beiden Bauelemente durchaus im Bereich einiger weniger R_K liegen, so dass Änderungen des Verhaltens der Bauelemente, die auf Quantenfluktuationen beruhen, nicht ausgeschlossen werden können. Weiterhin ist der Algorithmus im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz implementiert worden. Da die Zuleitungswiderstände zum Bauelement höchstens im Bereich einiger weniger 100 Ω liegen und somit im Vergleich zu R_K klein sind, ist die Verwendung dieser Näherung zumindest im Be-

⁶Je nach Komplexität der Simulation schwanken die erforderlichen Rechenzeiten pro Datenpunkt. Wird die Einkopplung hochfrequenter Photonen und das Auftreten niederfrequenter Spannungsfuktuationen nicht berücksichtigt, liegt die mittlere Rechenzeit pro Datenpunkt bei etwa 1-3 ms. Werden diese Effekte berücksichtigt, steigt die Rechenzeit je Datenpunkt auf zum Teil deutlich über 30 s an. Diese Zeiten schließen alle technisch und Betriebssystem-bedingten Zeiten ein, also etwa mittlere Zugriffszeiten auf die Festplatte und dem Prozess vom Betriebssystem zugewiesene Prozessorleistungen.

reich kleiner Transportspannungen V_{SD} sicherlich gerechtfertigt. Da allerdings nur im Fall einer identisch verschwindenden Umgebungsimpedanz diese Näherung streng gültig ist, und in allen anderen Fällen ein Übergang zu den Kennlinien im Grenzfall hoher Impedanzen bei größeren Transportspannungen V_{SD} auftritt, ist der Spannungsbereich, in dem das hier verwendete Modell angewendet werden darf, klar nach oben beschränkt. Im Rahmen dieser Arbeit hat sich ein Transportspannungsbereich von maximal $|V_{SD}| \leq 1 - 2 \text{ mV}$ als sinnvoller Bereich herausgestellt. Die Einschränkung auf den Bereich kleiner Spannungen bringt zudem zwei weitere Vorteile mit sich. Hierdurch treten so zum einen Effekte, die auf Abweichungen der linearen Strom-Spannungskennlinien der individuellen Tunnelkontakte beruhen, nicht auf. Zum anderen wird das Problem der Abführung der in der Umgebung der Tunnelkontakte dissipierten Joule'schen Wärme, das in Abschnitt 2.6.3 diskutiert wurde, minimiert, da die dissipierte Leistung in erster Näherung proportional zum Quadrat der am Tunnelkontakt anliegenden Spannungsdifferenz ist.

Hochfrequenz-Einstrahlung

Da die symmetrische Einstrahlung hochfrequenter Photonen bei der Mehrzahl der durchgeführten Simulationen ein integraler Bestandteil war, bietet es sich an, kurz zu Beginn des Abschnitts die Rahmenbedingungen des zu Grunde liegenden Modells zu diskutieren.

Neben der Beschreibung der Umwelteinflüsse durch Einführung einer effektiven Temperatur T_e des elektronischen Systems ist im Rahmen dieser Arbeit ein weiteres, bereits in Abschnitt 2.6.1 erläutertes Modell implementiert worden, welches darauf beruht, dass Quasiteilchen durch die Absorption von Photonen im Bereich von einigen 100 MHz bis in den Bereich von 100 GHz oder mehr energetisch eigentlich verbotene Zustände annehmen können und so etwa die Coulomb-Blockade eines SET überwinden können. Dieser Prozess wird als Photonen-unterstütztes Tunneln⁷ bezeichnet. Photonen-unterstütztes Tunneln tritt insbesondere in Messanordnungen auf, die im betroffenen Frequenzbereich nicht ausreichend geschirmt und deren Zuleitungen im betroffenen Frequenzbereich nicht ausreichend gefiltert sind, was auch für den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Messaufbau gilt.

Das in Abschnitt 2.6.1 eingeführte Modell ist im Prinzip in der Lage, sehr komplexe Frequenz-Verteilungen zu berücksichtigen. Jedoch bereits der einfache Fall der monochromatischen Einkopplung reicht aus, um die im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Messdaten gut beschreiben zu können. Die Frequenz der monochromatischen Einstrahlung ν kann hierbei in einem sehr weiten Frequenzbereich von 500 MHz bis 50 GHz variiert werden, wobei je nach Typ der Messung eher hohe oder eher niedrigere Frequenzen die besseren Ergebnisse liefern, was im weiteren Verlauf des Abschnitts noch gezeigt wird. Die Coulomb-Energie E_C der Bauelemente entspricht selbst Photonenenergien im Bereich zwischen 10 GHz und 13 GHz. Als gut geeigneter Kompromiss hat sich in diesem Zusammenhang eine Frequenz $\nu = 5 \text{ GHz}$ herausgestellt, was einerseits eine sehr gute Beschreibung der Bauelemente ermöglicht und andererseits die Zahl der zu berücksichtigenden Seitenbänder im Vergleich zu kleineren Frequenzen einschränkt.

Abbildung 5.16 zeigt für die eingestrahelten Frequenzen $\nu = 500 \text{ MHz}$, 5 GHz und 50 GHz und einer Stärke der Einstrahlung $V^{PAT} = 60 \mu\text{V}$ die Beimischungen $J_m^2(\alpha_i)$ aus (2.169) für die verschiedenen Seitenbänder, wobei α_i in (2.170) definiert wurde und $J_m(x)$ die Bessel-Funktion m -ter Ordnung der ersten Art ist. Jeder Balken in Abbildung 5.16 entspricht hierbei einem Seitenband. Um die Beiträge bei den verschiedenen Frequenzen besser vergleichbar zu machen, ist die Auftragung nicht gegen den Index m der Seitenbänder, sondern gegen die zugehörige Frequenz

⁷engl.: Photon Assisted Tunneling

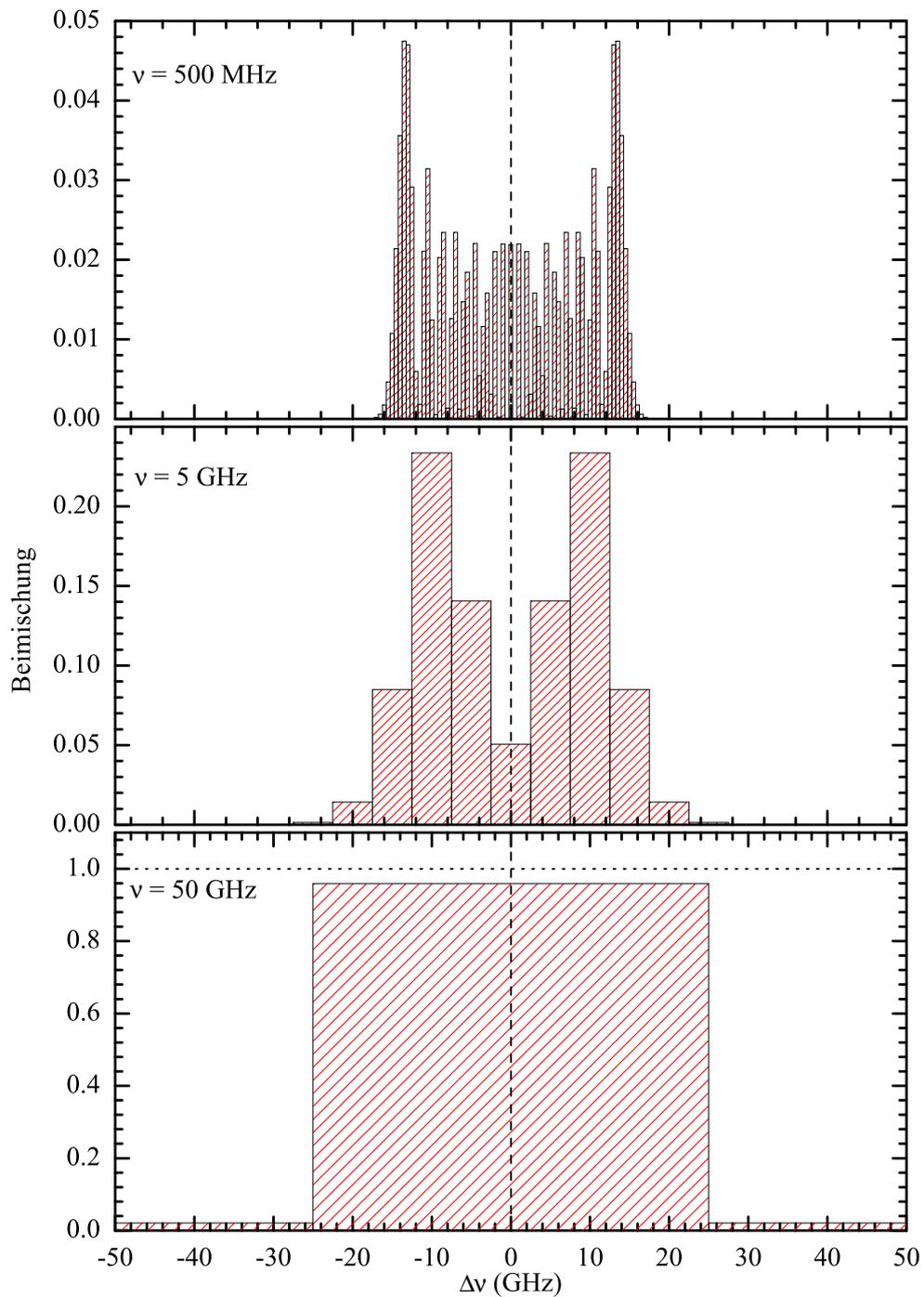


Abbildung 5.16: Darstellung der Beimischungen $J_n^2(\alpha_i)$ aus (2.169) für $V^{PAT} = 60 \mu\text{V}$ und $\nu = 500$ MHz, 5 GHz und 50 GHz. Die Höhe jedes Balkens zeigt den jeweiligen Beitrag eines Seitenbands.

$\Delta\nu = m\nu$ erfolgt. Abbildung 5.16 zeigt den mit steigender Frequenz ν rapide abnehmenden Anteil von Seitenbändern, die berücksichtigt werden müssen. Während so bei einer Basisfrequenz von 500 MHz eine Vielzahl von Seitenbändern beiträgt, ist zumindest in der gewählten linearen Auftragung der Beimischungen bei einer Frequenz von 50 GHz bereits der Beitrag der ersten Seitenbänder im Vergleich zum Hauptband sehr gering. Die unterschiedliche Skalierung der Beimischungs-Achsen der drei Frequenzen ist eine direkte Folge der Normierungsbedingung bzw. der Summenregel (2.173) und der mit steigender Frequenz ν stark abfallenden Bedeutung der Seitenbänder mit höheren Indizes m . Mit abnehmender Stärke der Einstrahlung V^{PAT} nimmt die Bedeutung der Seitenbänder tendenziell ab, während die Bedeutung des Hauptbandes zunimmt. Eine Halbierung der eingestrahlten Stärke von $V^{PAT} = 60 \mu\text{V}$ auf $V^{PAT} = 30 \mu\text{V}$, reduziert so beispielsweise den absoluten Beitrag eines der ersten beiden Seitenbänder ($m = \pm 1$) bei einer Frequenz $\nu = 50 \text{ GHz}$ von etwa 0.02 auf etwa 0.005, was in einer Abbildung 5.16 ähnlichen Auftragung im Vergleich zum Hauptband mit einem absoluten Beitrag von etwa 0.99 nicht mehr sinnvoll dargestellt werden kann.

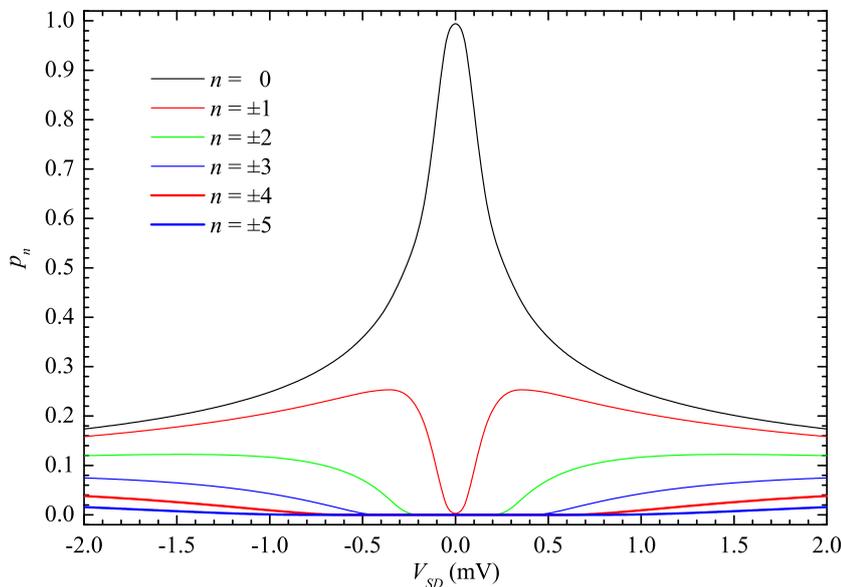


Abbildung 5.17: Besetzungswahrscheinlichkeit p_n der Ladungszustände n der Insel eines symmetrischen SET bei einer Temperatur $T = 40 \text{ mK}$ und einer symmetrischen Hochfrequenz-Einstrahlung mit $V^{PAT} = 30 \mu\text{V}$ bei $\nu = 5 \text{ GHz}$.

Es bleibt die in Abschnitt 2.6.1 aufgeworfene Frage zu klären, unter welchen Bedingungen das dort erläuterte Modell strikt angewendet werden kann. Während P. K. Tien und J. P. Gordon als Voraussetzung⁸ für ihr Modell angegeben haben, dass die eingestrahlte Hochfrequenz die Energieniveaus der Elektronen adiabatisch ändern [Tie63], geben L. P. Kouwenhoven et al. als Bedingung für die Gültigkeit ihres auf der Arbeit von P. K. Tien und J. P. Gordon basierenden Modells, das auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendet wurde, die wesentlich expliziter formulierte Bedingung (2.171) an, die letztendlich garantieren soll, dass die effektive Tunnelrate kleiner als die Frequenz der eingestrahlten Photonen ist [Kou94a].

Gerade diese explizite Formulierung stellt jedoch ein gewisses Problem dar, da die Tunnelraten

⁸Als weitere Bedingung haben P. K. Tien und J. P. Gordon angenommen, dass die Hochfrequenz-Einstrahlung im interessanten Bereich hinreichend gleichförmig ist. Aufgrund der im Vergleich zu den Wellenlängen der eingestrahlten Photonen geringen Abmessungen der Tunnelkontakte und der Bauelemente ist diese Bedingung sicherlich sehr gut erfüllt.

(2.169) über die Energie ε von dem Ladungszustand n der Insel abhängen. Ohne eine weitere Einschränkung oder Präzisierung der Bedingung (2.171) müssen im Prinzip auch solche Tunnelraten berücksichtigt werden, denen ein sehr hoher Ladungszustand der Insel n zu Grunde liegt. Diese Tunnelraten verknüpfen also nur solche Zustände miteinander, die ohnehin im Vergleich zu den sonst auftretenden Energien des Systems eine sehr hohe, eigene Energie besitzen, was nun einerseits dazu führt, dass die zugehörigen Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n nahezu verschwinden, so dass diese Zustände ohnehin nicht oder zumindest nicht merklich zum Stromtransport beitragen. Andererseits sind jedoch die entsprechenden Tunnelraten wegen dieser hohen Energie auch sehr groß, was das Bild erheblich verfälschen würde und daher nicht im Sinne der Theorie sein kann. Eine Berücksichtigung der Besetzungswahrscheinlichkeit p_n erscheint somit unumgänglich.

Um eine quantitative Analyse zu ermöglichen, wird als Beispiel kurz der einfache Fall eines symmetrischen SET, dessen Parameter bis auf die Asymmetrie auf denen von SET A beruhen, bei $V_G = 0$ und einer Temperatur $T = 40$ mK mit einer symmetrischen Hochfrequenz-Einstrahlung der Frequenz $\nu = 5$ GHz der Stärke $V^{PAT} = 30 \mu\text{V}$ und einer Amplitude der niederfrequenten Spannungsfuktuationen $V_{GND} = 30 \mu\text{V}$ betrachtet. Es ergeben sich so die in Abbildung 5.17 dargestellten Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n der untersten Ladungszustände der Insel als Funktion der Transportspannung V_{SD} .

Ein erster Ansatz zur Berücksichtigung der Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n besteht nun darin, nur solche Tunnelraten im Rahmen der Abschätzung (2.171) zu betrachten, die mit Ladungszuständen verknüpft sind, die eine gewisse Mindestbesetzungswahrscheinlichkeit p_n^{min} aufweisen, also beispielsweise die Tunnelrate

$$\Gamma_{max}(p_n^{min}) = \max_{p_n \geq p_n^{min}} \left(\vec{\Gamma}_1(n), \vec{\Gamma}_2(n), \overleftarrow{\Gamma}_1(n), \overleftarrow{\Gamma}_2(n) \right) . \quad (5.33)$$

Abgesehen vom Auftreten des willkürlich zu fixierenden Parameters p_n^{min} behebt dieser Ansatz die Grundproblematik nicht, da dieses Vorgehen bei einer konservativeren Wahl von p_n^{min} nur sehr hohe Tunnelraten abschneidet, sonst aber mit der maximalen Rate übereinstimmt. Für den oben beschriebenen symmetrischen SET bedeutet das, dass bei einer Wahl $p_n^{min} = 0.01$ bereits im Bereich der Coulomb-Blockade die Rate $\Gamma_{max}(p_n^{min} = 0.01) > 5 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ übersteigt. Legt man einen geringeren Gesamtwiderstand R_Σ zugrunde, steigt die Rate Γ_{max} noch weiter an. Die Tunnelrate (5.33) ergibt somit eine pessimistische Abschätzung für den strengen Gültigkeitsbereich des Modells.

Statt der Einführung einer fixen Grenze p_n^{min} liegt es nahe, die auftretenden Tunnelraten mit p_n zu gewichten. Vernachlässigt man bei der Bestimmung der Tunnelraten die der Vorzugsrichtung des Stromtransports entgegengesetzte Richtung, erhält man so die Tunnelrate

$$\Gamma_{p_n} = \max \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n \vec{\Gamma}_1(n), \sum_{n=-\infty}^{+\infty} p_n \overleftarrow{\Gamma}_1(n) \right) , \quad (5.34)$$

die in Abbildung 5.18 als Funktion der Transportspannung V_{SD} dargestellt ist. Analog zur Bestimmung des durch den SET fließenden Stroms in (2.130) genügt es auch hier, nur einen Tunnelkontakt zu berücksichtigen. Diese Definition der effektiven Tunnelrate für die Abschätzung (2.172) der Gültigkeit des Modells führt im Gegensatz zur Definition (5.33) zu erheblich geringeren effektiven Tunnelraten, die aufgrund der individuelleren Berücksichtigung der Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n wahrscheinlich eine realistischere Abschätzung der Gültigkeit des Modells darstellen.

Da sich die Definition von Γ_{p_n} in (5.34) nur geringfügig von der Definition des durch den SET fließenden Stroms in (2.130) unterscheidet, auf der auch die Abschätzung (2.172) aus Abschnitt

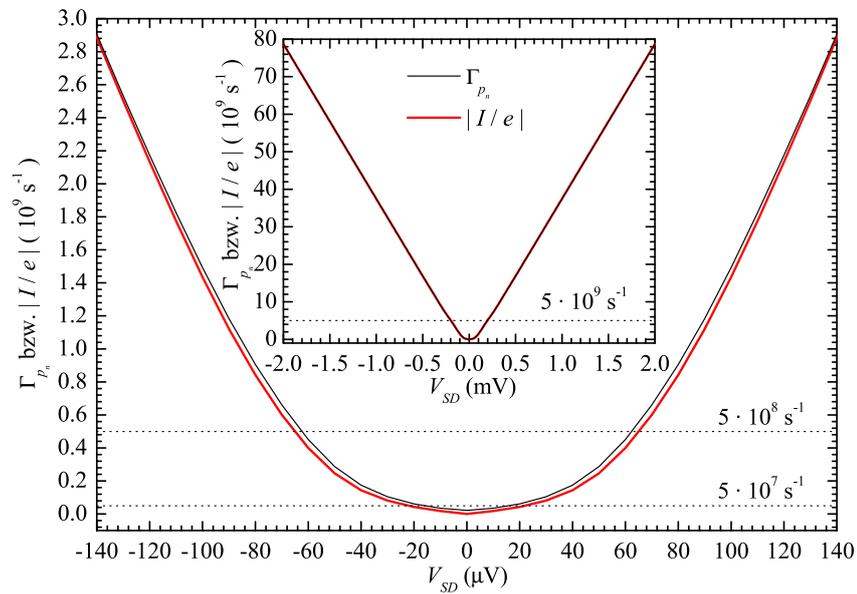


Abbildung 5.18: Vergleich der Tunnelraten Γ_{pn} (schwarze Linie) und der Abschätzung $|I/e|$ nach (2.172) (rote Linie) für einen symmetrischen SET.

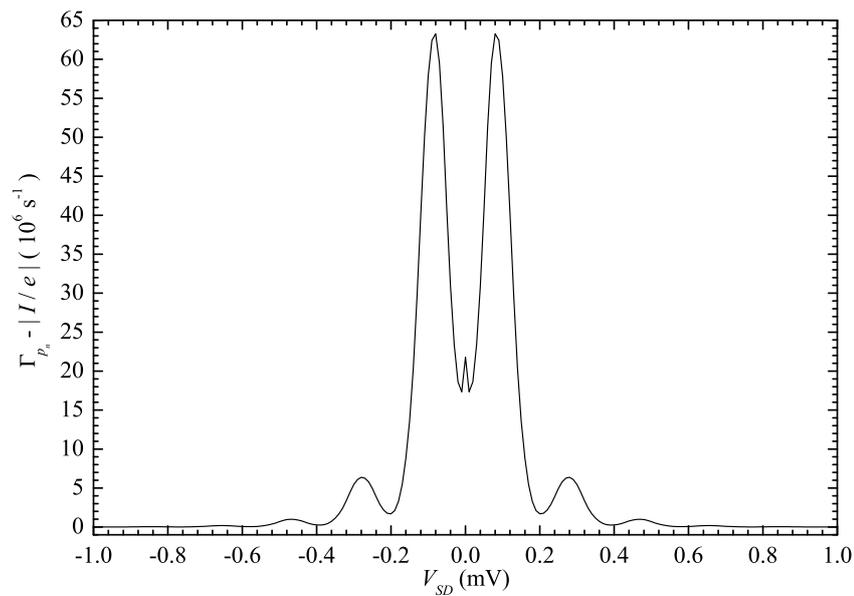


Abbildung 5.19: Differenz der beiden Abschätzungen (5.34) und (2.172) für einen symmetrischen SET.

2.6.1 beruht, drängt sich ein Vergleich dieser beiden Abschätzungen auf. Zu diesem Zweck ist sie ebenfalls in Abbildung 5.18 dargestellt. Da im Gegensatz zu (5.34) in (2.172) auch die jeweils dem Stromtransport entgegengerichteten Tunnelraten berücksichtigt werden, liegt diese Abschätzung erwartungsgemäß unter der nach (5.34). Allerdings treten diese Abweichungen nur bei kleineren Transportspannungen $|V_{SD}| < 200 \mu\text{V}$ deutlich in Erscheinung. Im Spannungsbereich darüber spielen die nicht berücksichtigten Tunnelraten keine signifikante Rolle mehr, was auch die Differenz der beiden Abschätzungen in Abbildung 5.19 zeigt. Die maximale Differenz der beiden Abschätzungen liegt bei unter $7 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ und überschreitet nur in einem engen Bereich um etwa $|V_{SD}| \approx 80 \mu\text{V}$ herum die für eine Einstrahlung von 500 MHz relevante Grenze von $5 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$. Bei diesen Transportspannungen ist jedoch bereits die Tunnelrate $\Gamma_{p_n} \geq 4.5 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$, so dass die einfache, auf dem durch den SET fließenden Strom I beruhende Abschätzung (2.172) aus Abschnitt 2.6.1 im ganzen Transportspannungsbereich angewendet werden kann.

Berücksichtigt man im Beispiel oben zusätzlich noch die Asymmetrie von SET A, ändert sich das Bild nur sehr geringfügig. Der maximale Unterschied zwischen den beiden Abschätzungen (5.34) und (2.172) reduziert sich in diesem Fall etwa um einen Faktor 2, so dass die einfache Abschätzung (2.172) in diesem Fall noch besser mit (5.34) übereinstimmt. Darüberhinaus sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n nicht mehr symmetrisch für V_{SD} und n , sondern erfüllen die Symmetriebeziehung

$$p_{-n}(V_{SD}) = p_n(-V_{SD}) \quad , \quad (5.35)$$

was eine direkte Folge der Verschiebung der Transportkanäle durch die sich mit V_{SD} linear ändernde Asymmetrieladung Q_a aus (2.32) ist.

Auftretende Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Daten im Rahmen dieser Arbeit lassen sich jedoch mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht einfach auf das Verlassen des durch die Bedingung (2.171) definierten Bereichs schieben. Vielmehr muss an dieser Stelle daran erinnert werden, dass das sehr simple Modell einer monochromatischen Einstrahlung die tatsächliche Frequenzverteilung der eingestrahlteten Photonen nur sehr bedingt wiedergibt.

Vergleich von Strom-Spannungs-Kennlinien

Wie bereits weiter oben erwähnt wurde, ist im Rahmen dieser Arbeit auf Basis einer Vielzahl von Messdaten eine Anpassung der Parameter der beiden untersuchten Bauelemente durchgeführt worden. Hierbei wurde der Einfluss der Umgebung neben der Beschreibung durch eine effektive Temperatur T_e des elektronischen Systems auch durch eine monochromatische, symmetrische HF-Einkopplung verschiedener Frequenzen ν modelliert. Im Rahmen dieser Arbeit wurden für mehrere Frequenzen zwischen 500 MHz und 50 GHz entsprechende Parametersätze bestimmt, wenn auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit nur Ergebnisse mit den schon in Abbildung 5.16 verwendeten Frequenzen $\nu = 500 \text{ MHz}$, 5 GHz und 50 GHz gezeigt werden. Es hat sich in diesem Zusammenhang herausgestellt, dass die Frequenz $\nu = 5 \text{ GHz}$ gleichzeitig die beste Beschreibung *aller* Messdaten ermöglicht. Unabhängig hiervon können in beiden Beschreibungen zusätzlich niederfrequente Spannungsfluktuationen berücksichtigt werden.

Wie ebenfalls weiter oben bereits erläutert wurde, ist es das Ziel mit einem möglichst konstanten Satz von Bauelement-spezifischen Parametern alle Eigenschaften und Messergebnisse der einzelnen Bauelemente beschreiben zu können. Im Rahmen des weiteren Abschnitts werden die verschiedenen Messungen jeweils mit entsprechenden, numerisch gewonnenen Daten verglichen. Die daraus gewonnenen Bauelement-spezifischen Parameter beider SET sind im weiteren Verlauf dieses Abschnitts weitgehend konstant. Deutliche Abweichungen einzelner Parameter werden,

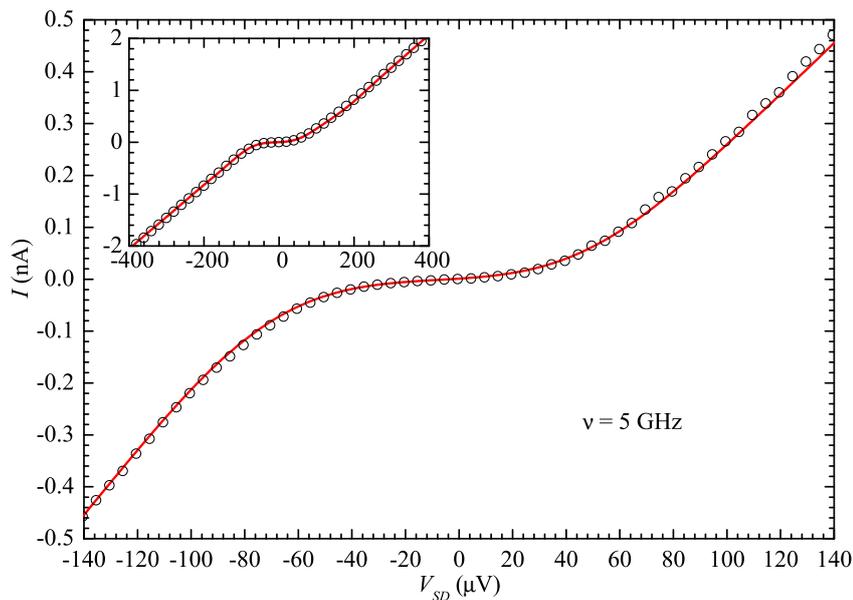


Abbildung 5.20: Vergleich einer an SET A gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie (offene Symbole) und einer numerisch berechneten Kennlinie (rote Kurve) für eine Einstrahlung mit einer Frequenz von $\nu = 5$ GHz.

soweit sie zur Beschreibung einzelner Messungen erforderlich sind, im Rahmen der Diskussion der betreffenden Größe erläutert. Abgesehen hiervon werden sowohl die Bauelement-spezifischen Parameter, wie auch die Umwelt-spezifischen Parameter erst am Ende dieses Abschnitts zusammengefasst und kurz diskutiert, da, wie bereits erläutert, aus einer einzelnen Messung nicht der vollständige Parametersatz abgeleitet werden kann.

Abbildung 5.20 zeigt das Ergebnis einer Anpassung einer an SET A gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie. Der dargestellten Berechnung liegen hierbei sowohl niederfrequente Spannungsfuktuationen, wie auch symmetrische Hochfrequenz-Einstrahlung zugrunde. Die Übereinstimmung des berechneten Verlaufs mit dem gemessenen Verlauf ist sowohl im Bereich der Coulomb-Blockade selbst, wie auch außerhalb sehr zufriedenstellend. Grundsätzlich scheint es so zu sein, dass gerade Strom-Spannungs-Kennlinien tendenziell durch HF-Einstrahlungen geringerer Frequenzen besser beschrieben werden können, wie Abbildung 5.21 für die beiden Frequenzen $\nu = 500$ MHz und $\nu = 50$ GHz illustriert. Während im Fall der 500 MHz-Einstrahlung die Übereinstimmung zwischen Mess- und Simulationsdaten sehr zufriedenstellend ist, treten bei der 50 GHz-Einstrahlung doch deutliche Abweichungen zwischen Mess- und Simulationsdaten auf, obwohl auch hier eine zum Teil langwierige Anpassung der Bauelement- und der Umwelt-spezifischen Parameter durchgeführt wurde. In allen in den Abbildungen 5.20 und 5.21 gezeigten Simulationsdaten ist der Einfluss niederfrequenter Fluktuationen berücksichtigt worden.

Abbildung 5.22 zeigt schließlich für SET A Ergebnisse zweier Anpassungen der Parameter auf Basis einer effektiven Temperatur des elektronischen Systems T_e ohne Hochfrequenz-Einstrahlung, jedoch einmal mit und einmal ohne den Einfluss niederfrequenter Spannungsfuktuationen. Auch hier ist die Übereinstimmung insgesamt recht zufriedenstellend, wobei die Simulationsdaten unter Berücksichtigung von niederfrequenten Spannungsfuktuationen die Messergebnisse geringfügig besser beschreiben können. Die etwas geringere effektive Temperatur T_e , die dem numerisch berechneten Datensatz mit niederfrequenten Spannungsfuktuationen zu Grunde liegt, ist eine Folge der Energie, die durch die Fluktuationen in das System gelangt und zu einer zusätzlichen

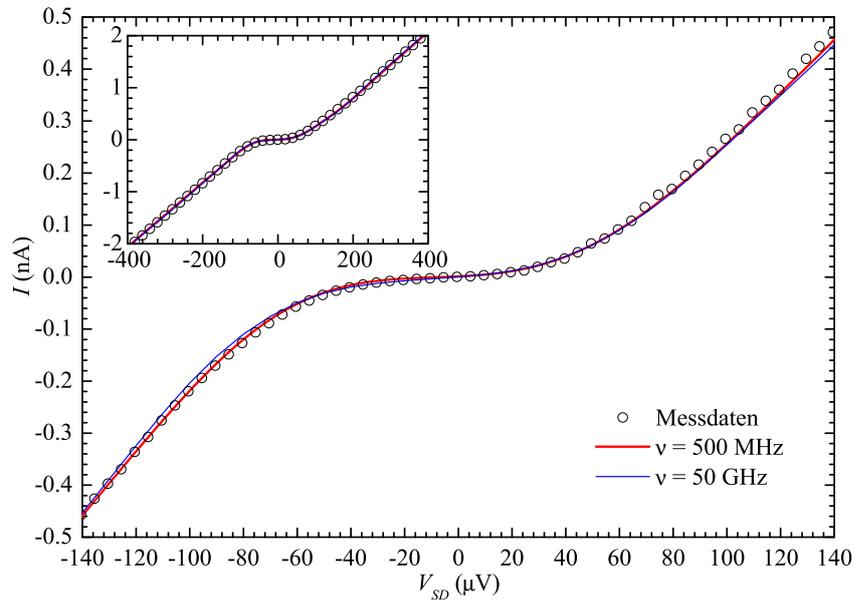


Abbildung 5.21: Vergleich einer an SET A gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie (offene Symbole) mit zwei numerisch berechneten Kennlinien für eine Einstrahlung mit einer Frequenz von $\nu = 500$ MHz (rote Linie) und $\nu = 50$ GHz (blaue Linie).

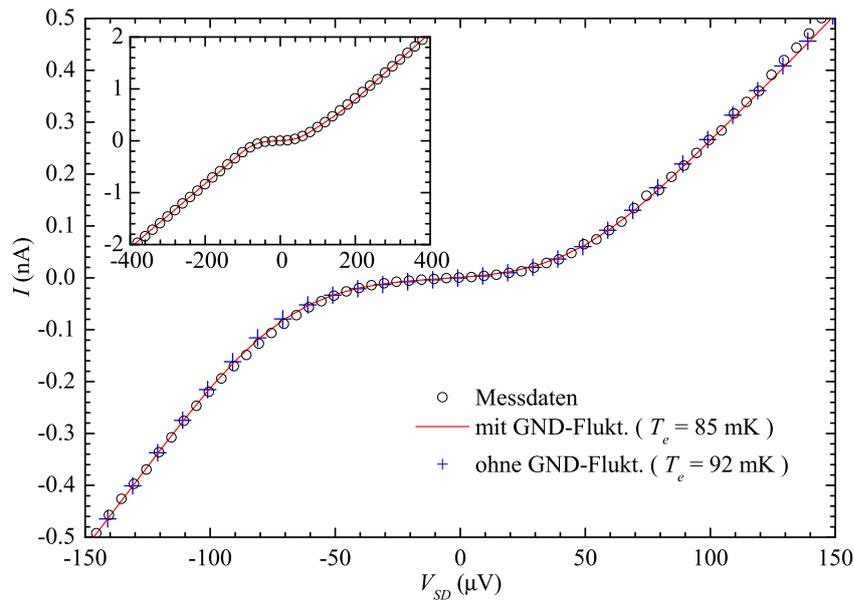


Abbildung 5.22: Vergleich einer an SET A gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie (offene Symbole) mit zwei numerisch berechneten Kennlinien mit einer effektiven Temperatur des elektronischen Systems von $T_e = 85$ mK (rote Linie) und niederfrequenten Spannungsfluktuationen bzw. $T_e = 92$ mK ohne Spannungsfluktuationen (blaue Kreuze).

Verrundung der Kennlinien führt, die sonst durch die thermische Energie aufgebracht werden muss.

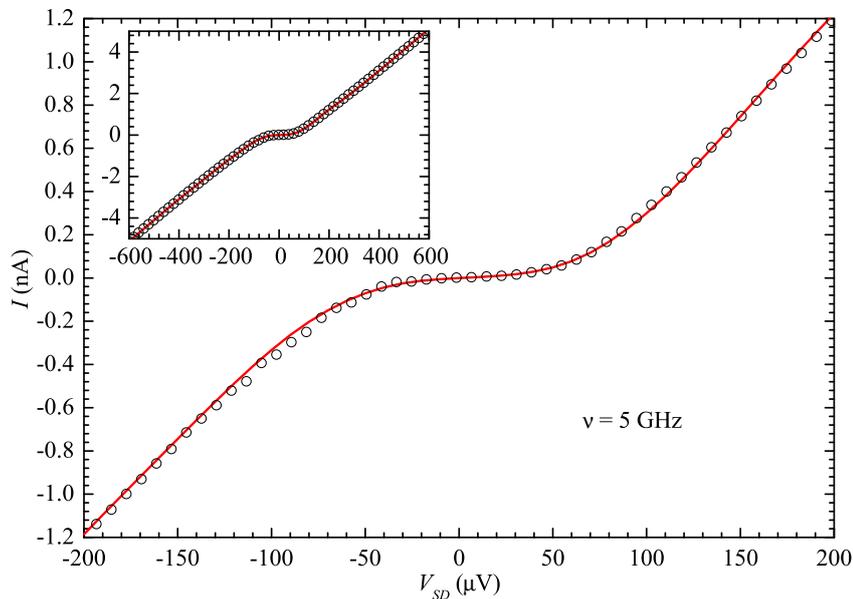


Abbildung 5.23: Vergleich einer an SET B gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie (offene Symbole) und einer numerisch berechneten Kennlinie (rote Kurve) für eine Einstrahlung mit einer Frequenz von $\nu = 5$ GHz.

SET B zeigt ein sehr ähnliches Verhalten. Abbildung 5.23 zeigt einen direkten Vergleich einer an SET B gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie und einer im Rahmen einer Anpassung der betreffenden Parameter gewonnenen, numerisch berechneten Kennlinie, der eine symmetrische Photoneneinstrahlung mit einer Frequenz von $\nu = 5$ GHz zu Grunde liegt. Auch hier ist die Übereinstimmung sowohl im Inneren der Coulomb-Blockade, wie auch außerhalb sehr zufriedenstellend. Qualitativ gilt auch hier wiederum, dass die auf einer Einstrahlung von 500 MHz-Photonen beruhenden Kennlinie in Abbildung 5.24 die Messdaten erheblich besser beschreibt, als die auf einer Einstrahlung von 50 GHz-Photonen beruhenden, numerisch gewonnenen Kennlinie, wenn auch hier insgesamt die Übereinstimmung etwas schlechter zu sein scheint als im Vergleich zu SET A. Der Vergleich der Anpassungen ohne eingestrahlte Photonen in Abbildung 5.25, also bei den Simulationsdaten, bei denen die Umgebung durch die effektive Temperatur des elektronischen Systems T_e charakterisiert wurde, zeigt ebenfalls ein ähnliches Ergebnis wie im Fall von SET A, wenn auch hier die Unterschiede zwischen den Daten mit und ohne Berücksichtigung des Einflusses niederfrequenter Spannungsfuktuationen erheblich geringer sind. Aber auch hier ist die Übereinstimmung der im Rahmen des T_e -Modells erhaltenen Daten mit den Messdaten scheinbar weniger gut, als im Modell der symmetrischen Photonen-Einstrahlung mit einer Frequenz von $\nu = 5$ GHz.

Vergleich von I - V_G -Kennlinien

Die Abbildungen 5.26 und 5.27 zeigen beispielhaft jeweils für SET A und SET B den direkten Vergleich zweier gemessener I - V_G -Kennlinien und zweier numerisch berechneter Kennlinien, denen beiden sowohl der Einfluss von niederfrequenten Spannungsfuktuationen als auch der symmetrischen Einkopplung von Photonen der Frequenz $\nu = 5$ GHz zu Grunde liegt. Beide Messungen sind bei Transportspannungen V_{SD} im Bereich der maximalen Modulationstiefe der

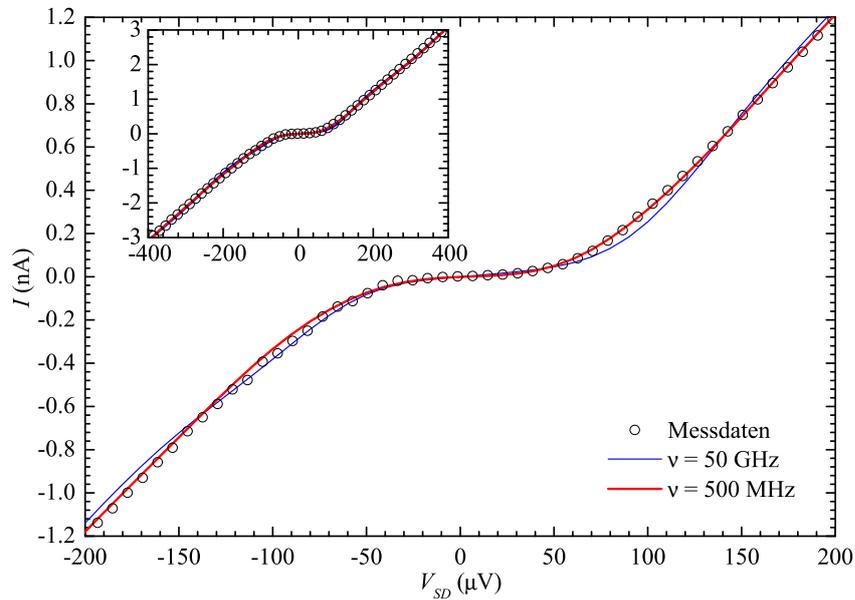


Abbildung 5.24: Vergleich einer an SET B gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie (offene Symbole) mit zwei numerisch berechneten Kennlinien für eine Einstrahlung mit einer Frequenz von $\nu = 500$ MHz (rote Linie) und $\nu = 50$ GHz (blaue Linie).

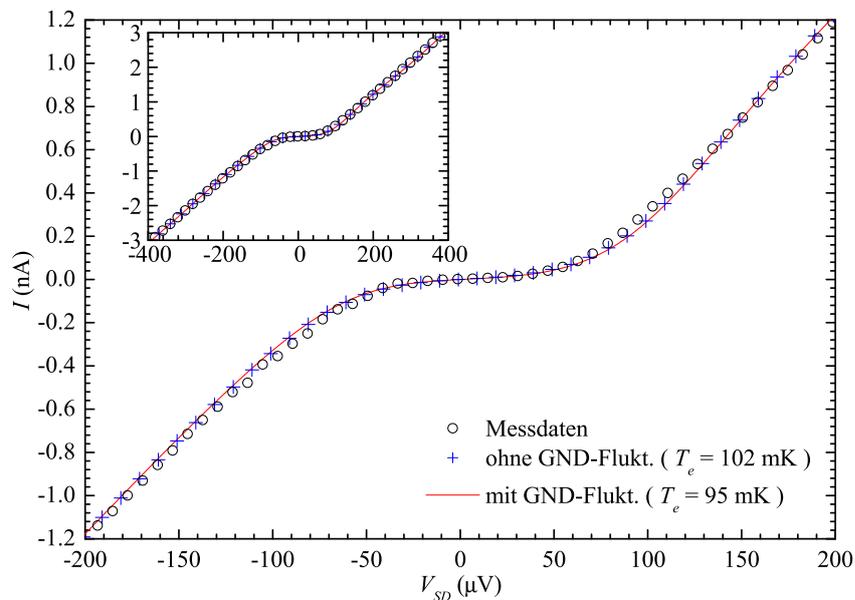


Abbildung 5.25: Vergleich einer an SET B gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinie (offene Symbole) mit zwei numerisch berechneten Kennlinien mit einer effektiven Temperatur des elektronischen Systems von $T_e = 95$ mK (rote Linie) und niederfrequenten Spannungsfuktuationen bzw. $T_e = 102$ mK ohne Spannungsfuktuationen (blaue Kreuze).

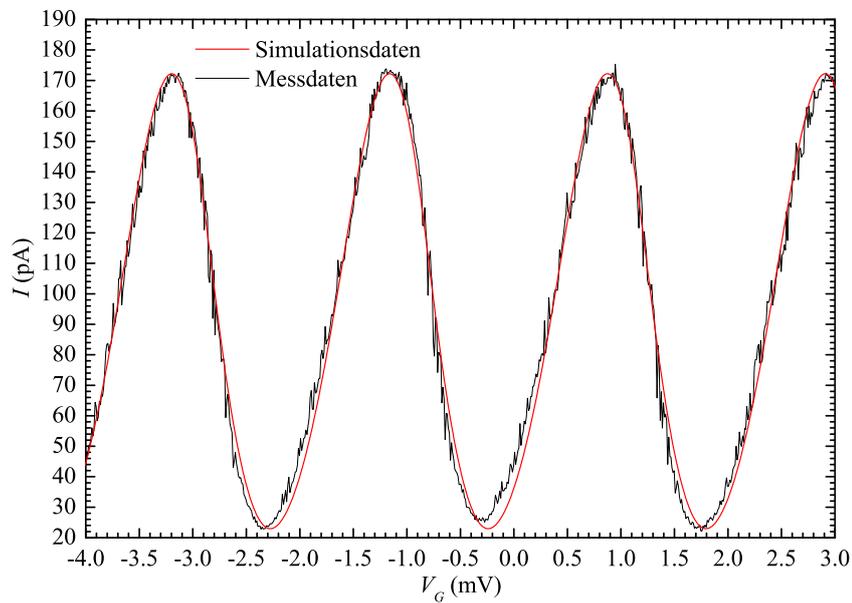


Abbildung 5.26: Direkter Vergleich einer an SET A gemessenen I - V_G -Kennlinie (schwarze Linie) und einer numerisch berechneten Kennlinie (rote Linie).

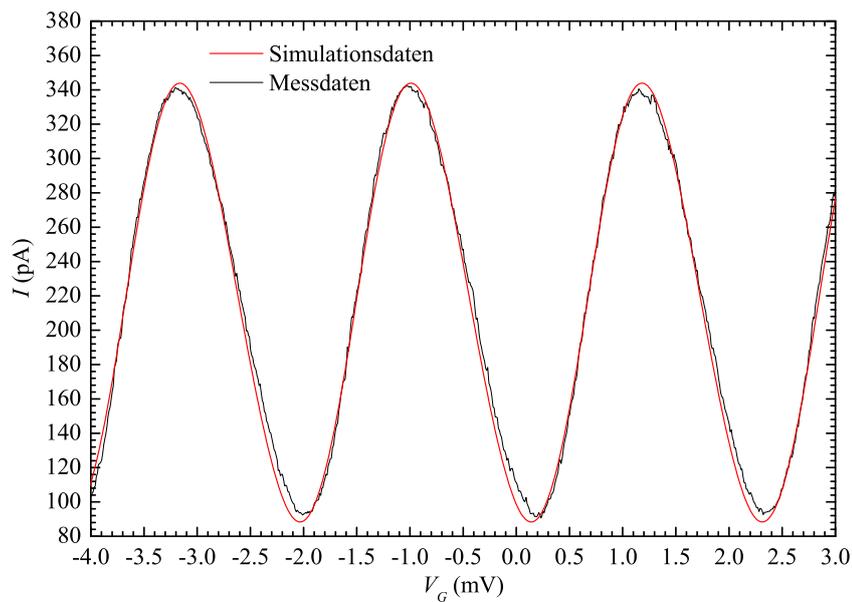


Abbildung 5.27: Direkter Vergleich einer an SET B gemessenen I - V_G -Kennlinie (schwarze Linie) und einer numerisch berechneten Kennlinie (rote Linie).

I - V_G -Kennlinien durchgeführt worden. Die Übereinstimmung der Mess- und der Simulationsdaten ist in beiden Fällen nur bedingt zufriedenstellend. Im Verlauf der Anpassungen war so unter anderem eine Anpassung der Asymmetrieparameter f erforderlich, die jedoch ausschließlich hier notwendig wurde, aber sicherlich noch im Rahmen der Unsicherheit dieser Größe liegt. Während allen Simulationsdaten im Zusammenhang mit SET A ein Asymmetrieparameter $f = 0.7$ zu Grunde liegt, basieren die in Abbildung 5.26 gezeigten, numerisch gewonnenen Daten auf einem Asymmetrieparameter $f = 0.8$, was also einem Verhältnis der beiden Flächen der Tunnelkontakte $A_1 : A_2 = 1 : 4$ entsprechen würde. Dieses Verhältnis der beiden Flächen der Tunnelkontakte erscheint wenig vertrauenswürdig, da die geometrischen Asymmetrien der beiden Tunnelkontakte tendenziell eher geringer ausfallen, wie auch die SEM-Aufnahmen von fertigen Bauelementen in Kapitel 3 zeigen. Dieses Vorgehen war jedoch notwendig, um die Steigungen der Flanken der I - V_G -Kennlinien anzupassen und zeigt die ungleich größere Unsicherheit des Asymmetrieparameters f .

Ähnlich verhält es sich auch bei den in Abbildung 5.27 gezeigten Daten für SET B. Während hier der Asymmetrieparameter f im Rahmen aller sonst durchgeführten Berechnungen bei 0.4 lag, basieren die numerisch gewonnenen Daten in Abbildung 5.27 auf einem Asymmetrieparameter $f = 0.35$. Diese vergleichsweise geringe Abweichung liegt definitiv im Bereich der Unsicherheit dieses Parameters. Hinzu kommt, dass selbst dieser hier ermittelte Wert für f einem Verhältnis der Flächen der Tunnelkontakte von etwa $A_1 : A_2 \approx 1.85 : 1 \lesssim 2 : 1$ entspricht, und somit deutlich plausibler ist als das Ergebnis für SET A. Mögliche Gründe für diese Abweichungen sind vielfältig. Eine Möglichkeit sind sicherlich wiederum fluktuierende Ladungen, die zu Änderungen der allgemeinen Form der Kennlinien führen können. Darüberhinaus ist jedoch gerade hier auch das Wechselspiel verschiedener Parameter, wie schon zu Beginn des Abschnitts angedeutet, sicherlich ein weiterer Grund für mögliche Abweichungen im Satz der Parameter, was sich gerade auch in Bezug auf die Form der Kennlinie und damit auf den Asymmetrieparameter f auswirken kann.

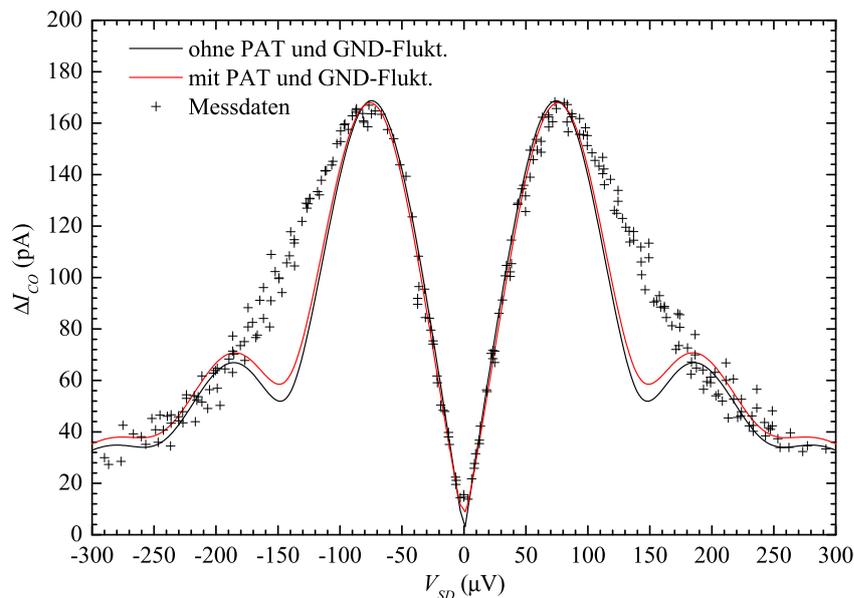


Abbildung 5.28: Vergleich der Modulationstiefe ΔI_{CO} der I - V_G -Kennlinien als Funktion der Transportspannung V_{SD} für SET A zwischen Messdaten (schwarze Kreuze), berechnet mit (rote Linie) und ohne niederfrequenten Fluktuationen und hochfrequenter Einstrahlung (schwarze Linie). Die Messdaten sind aus mehreren Scharen gemessener I - V_G -Kennlinien bestimmt worden.

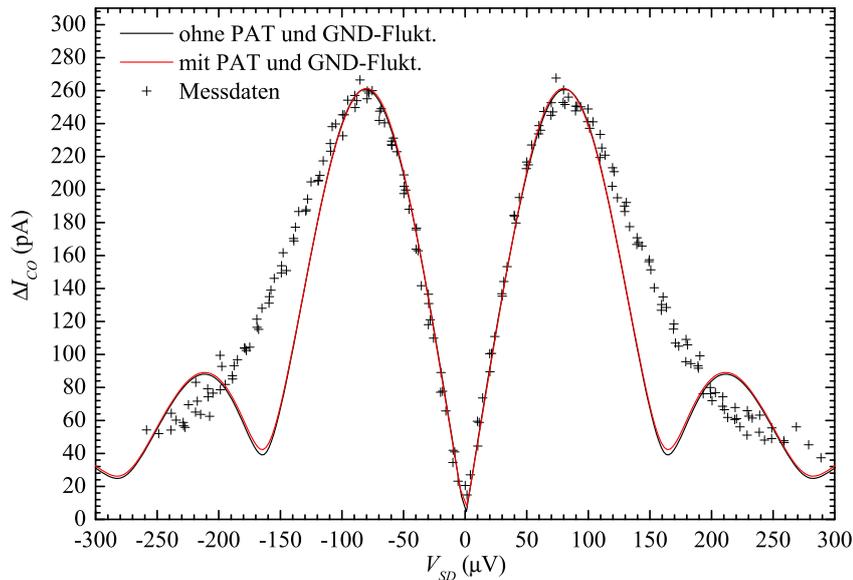


Abbildung 5.29: Vergleich der Modulationstiefe ΔI_{CO} mehrerer Scharen von I - V_G -Kennlinien als Funktion der Transportspannung V_{SD} für SET B zwischen Messdaten (schwarze Kreuze), berechneten mit (rote Linie) und ohne niederfrequenten Fluktuationen und hochfrequenter Einstrahlung (schwarze Linie).

Gerade wegen dieser Schwierigkeiten bei der Anpassung einzelner I - V_G -Kennlinien und der enormen Menge der gemessenen Kennlinien im Rahmen einiger Messserien bietet sich hier ein indirekter Vergleich zwischen Mess- und Simulationsdaten an, also ein Vergleich von Größen, die aus den direkt gewonnenen Mess- und Simulationsdaten abgeleitet werden.

Die Abbildungen 5.28 und 5.29 zeigen so als erstes Beispiel die Modulationstiefe ΔI_{CO} der beiden Bauelemente SET A und SET B jeweils als Funktion der Transportspannung V_{SD} . Die Analyse der Modulationstiefe ΔI_{CO} ist im Transportspannungsbereich $V_{SD} \sim C_{\Sigma}/e$ eine für Fehler vergleichsweise unanfällige Messmethode. Dies liegt zum einen daran, dass nur Differenzen von Strömen I bestimmt werden, konstante Offsets also nicht weiter ins Gewicht fallen, und auch konstante Hintergrundladungen nur zu einer Verschiebung der ganzen I - V_G -Kennlinien auf der V_G -Achse führen, wie in Abschnitt 5.3 diskutiert wurde. Bei deutlich kleineren oder deutlich größeren V_{SD} -Werten ist die Modulationstiefe hingegen deutlich kleiner und verschwindet im Grenzfall $V_{SD} \rightarrow 0$ und im Grenzfall hoher Transportspannungen vollständig, so dass dort Fluktuationen des Stroms I zu einer großen Unsicherheit bei der Bestimmung von ΔI_{CO} führen können. Im Rahmen dieser Auswertung sind sowohl die Mess-, wie auch die Simulationsdaten aus entsprechenden I - V_G -Kennlinien ermittelt worden. Nicht konstante Fluktuationen der effektiven Inselladung, wie sie zum Beispiel von Hintergrundladungen hervorgerufen werden können, können gerade bei der Auswertung von Messdaten jedoch zu Fehlern bei der Bestimmung von ΔI_{CO} führen, wenn eine hinreichend große Fluktuation gerade im Bereich der Extrema auftritt, die das Annehmen des maximalen oder des minimalen Stroms unterbindet. Andererseits verläuft die I - V_G -Kennlinie gerade in diesem Bereich sehr flach, so dass diese Fluktuationen schon ein bestimmtes Mindestmaß übersteigen müssen, um den beschriebenen Effekt hervorzurufen. Hinzu kommt, dass gravierende Störungen häufig charakteristische Zeiten aufweisen, die länger als die Dauer einer Messung sind.

Die neben den Messdaten in den Abbildungen 5.28 und 5.29 dargestellten Simulationsdaten sind jeweils einmal ohne den Einfluss niederfrequenter Fluktuationen im Rahmen des Modells einer

effektiven Temperatur des elektronischen Systems T_e und einmal unter Berücksichtigung des Einflusses niederfrequenter Fluktuationen und einer symmetrischen Einkopplung von Photonen der Frequenz $\nu = 5$ GHz berechnet worden. Da die Menge der den beiden Abbildungen zu Grunde liegenden Simulationsdaten enorm groß ist, und eine Berechnung daher sehr lange dauert, sind im Rahmen dieser Berechnungen keine Anpassungen der Parametersätze durchgeführt worden. Bei den hier gezeigten Daten handelt es sich vielmehr um eine Kontrolle der Qualität der bestimmten Parametersätze.

Im Falle beider Bauelemente stimmt der Verlauf der Messdaten im Bereich kleiner Transportspannungen, also im Bereich $|V_{SD}| \leq 80 \mu\text{V}$ für SET A und für SET B im Bereich $|V_{SD}| \leq 100 \mu\text{V}$, sehr gut mit den Vorhersagen der numerischen Berechnungen überein. Einzig der vollständige Rückgang der numerisch bestimmten Modulationstiefe $\Delta I_{CO}(V_{SD})$ auf Basis der T_e -Beschreibung ohne die Berücksichtigung niederfrequenter Fluktuationen bei $V_{SD} \approx 0$ stimmt nicht mit den gemessenen Daten überein. Der auf Basis der Photonen-Einkopplung und der niederfrequenten Fluktuationen berechnete $\Delta I_{CO}(V_{SD})$ -Verlauf beschreibt das Verhalten der Bauelemente in diesem Bereich erheblich besser, was im Wesentlichen an der Berücksichtigung der niederfrequenten Spannungsfuktuationen liegt, wie die weitere Analyse im Zusammenhang mit den Gleichrichtungseffekten zeigen wird.

Im Bereich $|V_{SD}| > 100 \mu\text{V}$ zeigen beide Bauelemente jedoch deutliche Abweichungen von dem erwarteten Verlauf. Statt der anhand numerischer Berechnungen erwarteten lokalen Maxima und Minima zeigen die gemessenen $\Delta I_{CO}(V_{SD})$ -Werte einen monotonen Verlauf, auch wenn im Fall von SET A in Abbildung 5.28 im Bereich der Transportspannung $100 \mu\text{V} \lesssim V_{SD} \lesssim 150 \mu\text{V}$ zusätzliche Strukturen erkennbar sind, die eventuell auf eine Modulation des ΔI_{CO} -Verlaufs hindeuten können. Der erste Verdacht, diese Abweichungen seien auf den Einfluss niederfrequenter Spannungsfuktuationen oder der Einstrahlung hochfrequenter Photonen zurückzuführen, konnte nicht bestätigt werden, wie die beiden in den Abbildungen 5.28 und 5.29 rot eingezeichneten Kurven zeigen, denen jeweils Umwelt-spezifische Parameter zu Grunde liegen, wie sie zur Beschreibung anderer Messungen verwendet wurden und die ebenfalls deutliche Modulationen aufweisen. Im Rahmen dieser Analyse ist aufgrund der enormen Datenmenge, die zur Bestimmung eines entsprechenden $\Delta I_{CO}(V_{SD})$ -Verlaufs notwendig ist, sowie aufgrund der hohen benötigten Rechenzeit, die sich insbesondere durch die Berücksichtigung der Photonen-Einkopplung und den niederfrequenten Fluktuationen ergibt, keine gezielte Anpassung der Parameter durchgeführt worden. Gerade dieser Vergleich ermöglicht also primär eine Überprüfung der bestimmten Parametersätze für beide Bauelemente. Der primäre Grund für die aufgetretenen Abweichungen bleibt unklar. So weisen häufig auch gerade die gemessenen Strom-Spannungs-Kennlinien beider Bauelemente in diesem Transportspannungsbereich leichte Abweichungen von den Vorhersagen der numerischen Berechnungen auf. Mögliche Gründe können im Prinzip sowohl im Bereich der Messungen liegen, wie auch im Bereich der numerischen Berechnungen, etwa durch Effekte, die nicht oder nicht vollständig im hier verwendeten Modell berücksichtigt sind, oder aber auch durch Abweichungen der Parameter der Bauelemente von denen im Rahmen dieser Auswertung bestimmten Parametern. Im Bereich $|V_{SD}| > 200 \mu\text{V}$ stimmen innerhalb der Messunsicherheit die gemessenen und die berechneten Verläufe wieder überein.

Als zweites Beispiel zeigen die beiden Abbildungen 5.30 und 5.31 zwei weitere Größen für SET A, die nach einer gleitenden numerischen Differentiation aus einer gemessenen oder auch berechneten Schar von I - V_G -Kennlinien und einer Verschiebung der Messdaten auf der V_G -Achse zur Kompensation der Hintergrundladung gewonnen werden können. Bei diesen beiden Größen handelt es sich um die Positionen eines Maximums V_G^{max} und eines Minimums V_G^{min} der I - V_G -Kennlinien. Im Gegensatz zu der eben diskutierten Modulationstiefe ΔI_{CO} sind gerade diese Messungen aufgrund der möglichen, hohen Aktivität fluktuierender Hintergrundladungen oder anderer quasi-

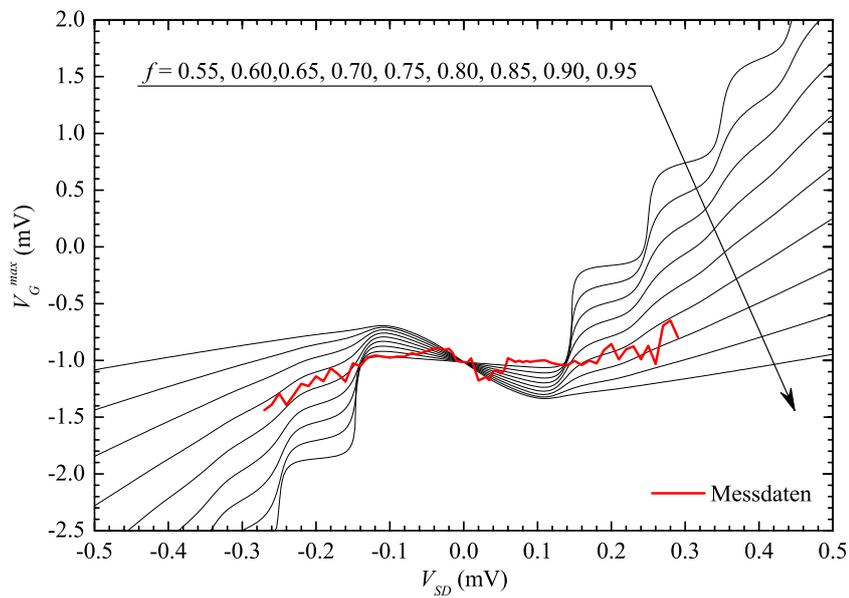


Abbildung 5.30: Vergleich der Positionen der Maxima $V_G^{max}(V_{SD})$ einer an SET A gemessenen Schar von I - V_G -Kennlinien und einer Serie von entsprechenden, ohne Photonen-Einkopplung und niederfrequenten Fluktuationen berechneter Verläufe für Werte von $f = 0.55, \dots, 0.95$.

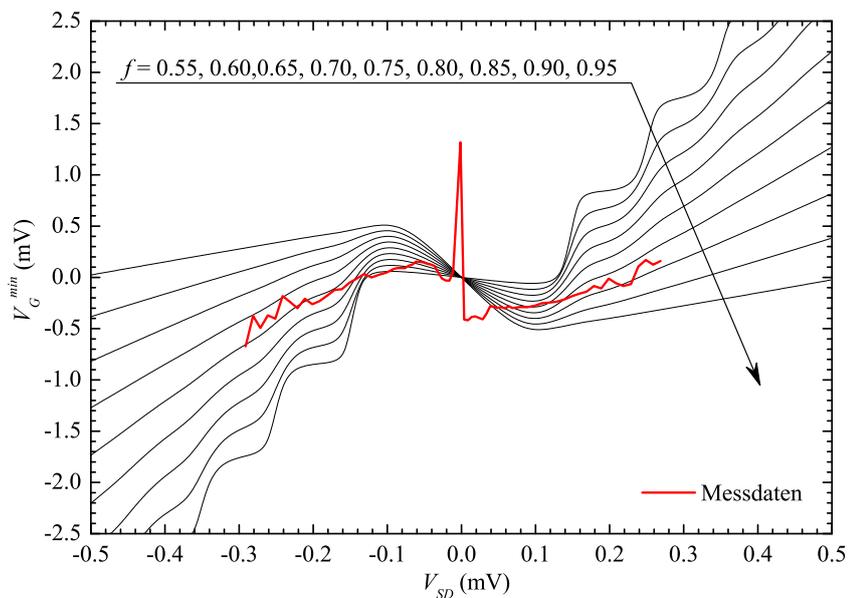


Abbildung 5.31: Vergleich der Positionen der Minima $V_G^{min}(V_{SD})$ einer an SET A gemessenen Schar von I - V_G -Kennlinien und einer Serie von entsprechenden, ohne Photonen-Einkopplung und niederfrequenten Fluktuationen berechneter Verläufe für Werte von $f = 0.55, \dots, 0.95$.

statischer elektrischer Felder mit einer sehr großen Unsicherheit behaftet. Andererseits bieten sie zumindest prinzipiell eine Möglichkeit, den Asymmetrieparameter f zu bestimmen. So zeigen sowohl die numerisch berechneten Verläufe von V_G^{max} als Funktion der Transportspannung V_{SD} in Abbildung 5.30, wie auch die entsprechend berechneten Verläufe von $V_G^{min}(V_{SD})$ in Abbildung 5.31 eine klare, systematische Abhängigkeit vom Asymmetrieparameter f .

Die Hoffnung, durch einen Vergleich mit den Messdaten den Asymmetrieparameter f der Bauelemente bestimmen zu können, erfüllt sich jedoch für beide Bauelemente nicht. Der in Abbildung 5.30 gezeigte Verlauf der Messdaten von $V_G^{max}(V_{SD})$ an SET A lässt bis auf die Einschränkung des Asymmetrieparameters von SET A in den Bereich $f \geq 0.5$ keine verlässliche Aussage zu. Ähnlich verhält es sich mit dem in Abbildung 5.31 gezeigten Verlauf der Messdaten von $V_G^{min}(V_{SD})$. Auch diese ermöglichen prinzipiell nur eine Einschränkung des Bereichs des Asymmetrieparameters von SET A auf den Bereich $f \geq 0.5$. Allerdings zeigen gerade die in Abbildung 5.31 dargestellten Messdaten von $V_G^{min}(V_{SD})$ eine signifikante Anomalie im Bereich $V_{SD} \approx 0$, die in den dargestellten, auf numerischen Berechnungen beruhenden Kurven nicht enthalten ist. Diese Anomalie zeigt sich auch in Abbildung 5.30, wobei sie dort jedoch nicht so ausgeprägt ist. Auch wenn sicherlich aufgrund der in diesem Bereich sehr geringen Modulationstiefe ΔI_{CO} die Bestimmung der Positionen der Maxima V_G^{max} und der Minima V_G^{min} mit einer größeren Unsicherheit behaftet ist, handelt es sich hierbei mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit nicht um einen Messfehler oder um ein numerisches Artefakt im Rahmen der Auswertung.

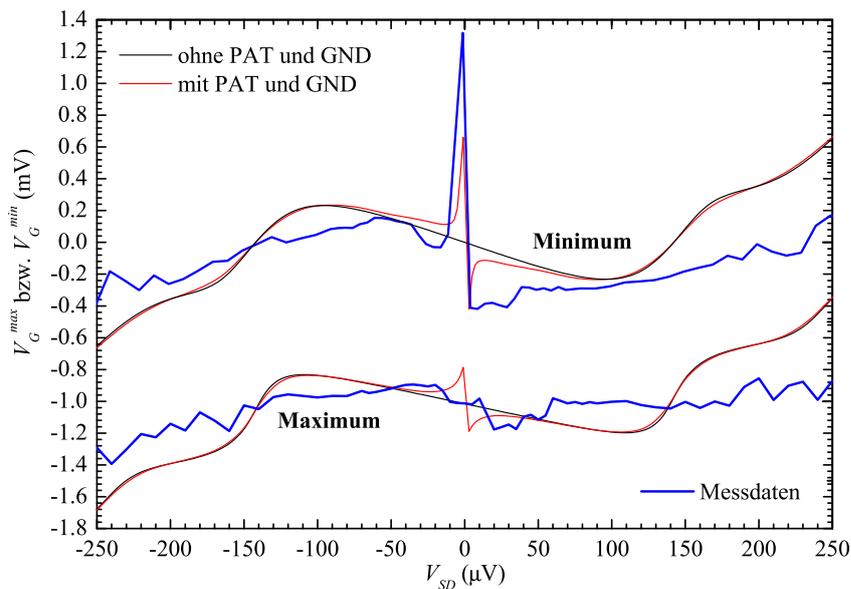


Abbildung 5.32: Vergleich der Positionen der Maxima V_G^{max} und der Minima V_G^{min} einer an SET A gemessenen Schar von I - V_G -Kennlinien. Zusätzlich sind für $f = 0.7$ die numerisch berechneten Verläufe mit (rote Kurve) und ohne niederfrequente Spannungsfuktuationen und Photonen-Einstrahlung (schwarze Kurve) eingezeichnet.

Werden so im Rahmen der Auswertung insbesondere Effekte durch niederfrequente Spannungsfuktuationen berücksichtigt, so zeigen die entsprechenden $V_G^{max}(V_{SD})$ und $V_G^{min}(V_{SD})$ -Abhängigkeiten ebenfalls eine entsprechende Anomalie im Bereich $V_{SD} \approx 0$, wie dies die rot eingezeichneten Kurven in Abbildung 5.32 zeigen. Alle vier auf numerischen Berechnungen beruhenden und in dieser Abbildung dargestellten Kurven basieren auf einem Asymmetrieparameter $f = 0.7$, wobei die beiden schwarzen Kurven im Rahmen des einfacheren Modells einer effektiven Temperatur des elektronischen Systems T_e ohne niederfrequente Spannungsfuktuationen berechnet wurden, während die beiden rot eingezeichneten Verläufe neben den Effekten durch

niederfrequente Spannungsfuktuationen zusätzlich auf einer symmetrischen Einkopplung von Photonen der Frequenz $\nu = 5$ GHz beruhen. Im Prinzip können alle in der Abbildungen 5.32 gezeigten Abweichungen zwischen den Mess- und den Simulationsdaten, gerade auch im Bereich $V_{SD} \approx 0$ und den im Rahmen des T_e -Modells gewonnenen Daten, auf den Einfluss fluktuierender Hintergrundladungen zurückzuführen sein. Dass allerdings gerade die Simulationsdaten, bei denen die niederfrequenten Fluktuationen berücksichtigt wurden, die Anomalie im Bereich $V_{SD} \approx 0$ zeigen, deutet an, dass diese Fluktuationen einen wichtigen Einfluss auf die durchgeführten Experimente haben.

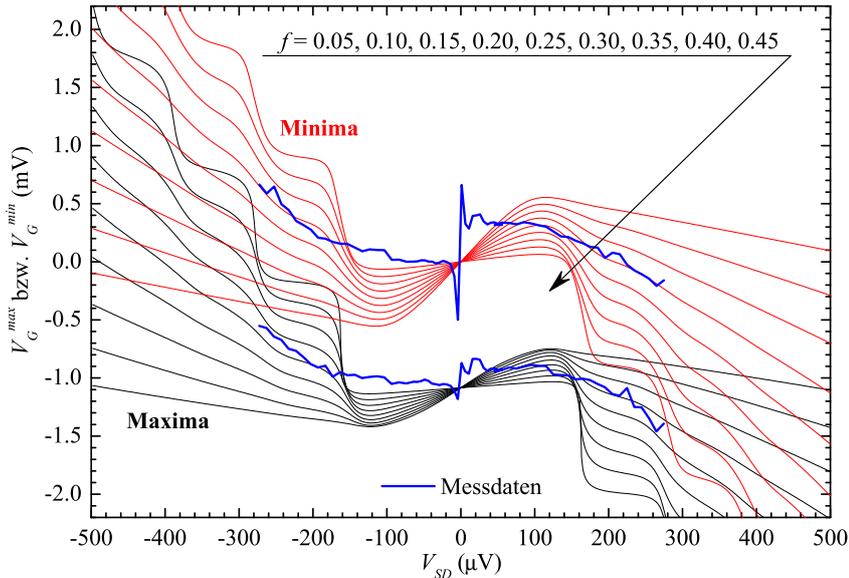


Abbildung 5.33: Position der Maxima $V_G^{max}(V_{SD})$ und der Minima $V_G^{min}(V_{SD})$ auf Basis einer Schar von I - V_G -Kennlinien gemessen an SET B. Zusätzlich sind im Rahmen des T_e -Modells ohne niederfrequente Fluktuationen für $f = 0,05, \dots, 0,45$ die berechneten Positionen der Maxima (schwarze Linien) und der Minima (rote Linien) eingezeichnet.

Die beiden Abbildungen 5.33 und 5.34 zeigen die entsprechenden Daten für SET B. Auch für dieses Bauelement erlaubt die Analyse keine Aussage über den Asymmetrieparameter f bis auf eine Einschränkung auf den Bereich $f \leq 0,5$, auch wenn der konkrete Verlauf von $V_G^{min}(V_{SD})$ und $V_G^{max}(V_{SD})$ hier kleinere Asymmetrieparameter als $f \leq 0,2$ unwahrscheinlich erscheinen lässt. Unabhängig hiervon zeigen beide Verläufe in diesem Fall eine klare Anomalie im Bereich $V_{SD} \approx 0$, die im Rahmen des einfachen T_e -Modells ohne die Berücksichtigung von niederfrequenten Fluktuationen nicht auftritt. Werden solche Fluktuationen zusammen mit einer symmetrischen Photonen-Einstrahlung einer Frequenz $\nu = 5$ GHz hingegen berücksichtigt, wie dies die roten Kurven in Abbildung 5.34 für einen Asymmetrieparameter $f = 0,4$ zeigen, ergibt sich eine unter Berücksichtigung des hohen Störpotenzials fluktuierender Ladungen erstaunlich gute Übereinstimmung von Mess- und Simulationsdaten im Bereich $V_{SD} \approx 0$. Auch im Falle dieses Bauelements scheint gerade im Bereich verschwindender Transportspannung der Einfluss der niederfrequenten Spannungsfuktuationen besonders groß zu sein.

Gleichrichtungseffekte am SET

Wie schon die Abbildungen 5.28 und 5.29 gezeigt haben, geht die Modulationstiefe ΔI_{CO} eines SET im Rahmen der Orthodoxen Theorie ohne Berücksichtigung niederfrequenter Spannungs-

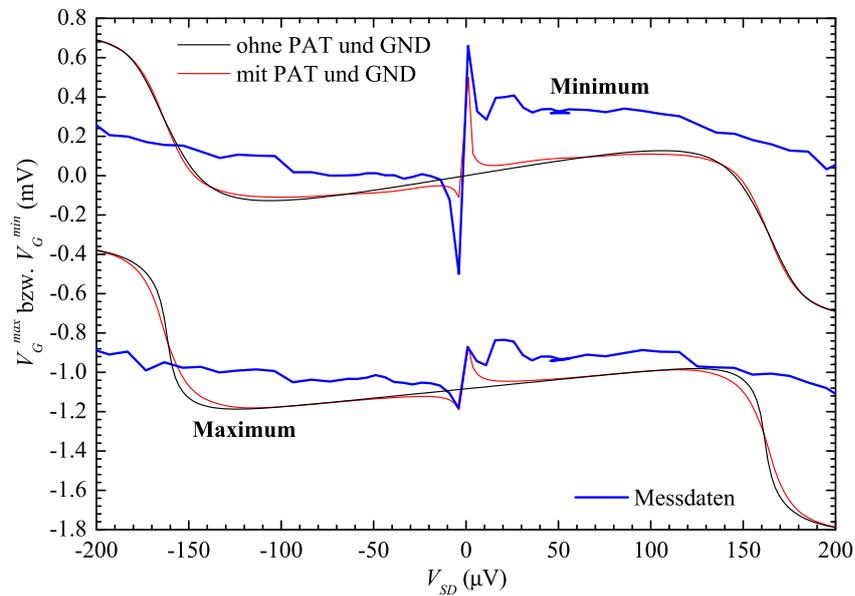


Abbildung 5.34: Vergleich der Positionen der Maxima V_G^{max} und der Minima V_G^{min} einer an SET B gemessenen Schar von I - V_G -Kennlinien mit für $f = 0.4$ numerisch berechneten Verläufen mit (rote Kurve) und ohne niederfrequente Spannungsfuktuationen und Photonen-Einstrahlung (schwarze Kurve).

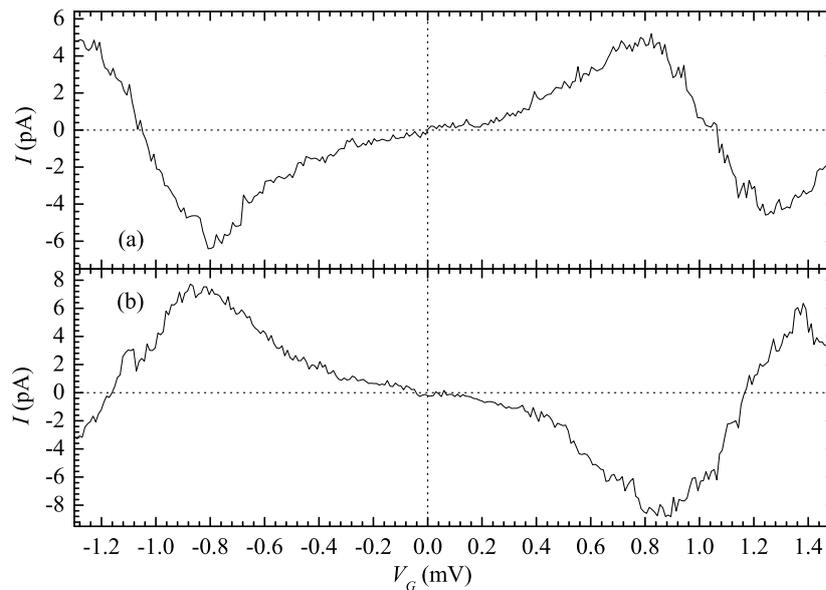


Abbildung 5.35: Gleichrichtungseffekt an (a) SET A und an (b) SET B bei $V_{SD} \approx 0$.

fluktuationen für verschwindende Transportspannungen V_{SD} auf Null zurück. Die beiden untersuchten Bauelemente zeigen jedoch auch bei $V_{SD} \approx 0$ einen endlichen Strom mit je nach anliegender Gate-Spannung V_G variierender Stärke und wechselnder Polarität, wie Abbildung⁹ 5.35 zeigt. Die Form der beiden Kennlinien ist näherungsweise spiegelbildlich, worin sich die schon im Verlauf dieses Abschnitts und des einführenden Abschnitts 5.2 erwähnte, unterschiedliche Asymmetrie der beiden Bauelemente äußert. Während SET A einen Asymmetrieparameter $f \geq 0.5$ aufweist, liegt der von SET B im Bereich $f \leq 0.5$.

Es bleibt die Frage zu klären, wie es zu einem solchen Effekt kommen kann. Im Fall $V_{SD} \approx 0$, kann die Energie, die zum Transport der Ladungsträger durch den SET hindurch notwendig ist, natürlich nicht der konstanten Transportspannung entnommen werden. Als Quellen dieser Energie bleiben somit zum einen die Hochfrequenz-Einstrahlung und zum anderen die niederfrequenten Spannungsfuktuationen. In beiden Fällen handelt es sich um ein Wechselfeld, das durch die beiden Bauelemente in einen Gleichstrom I mit einer von der Gate-Spannung V_G abhängigen Polarität umgewandelt wird. Die beiden Bauelemente wirken also wie *Gleichrichter*.

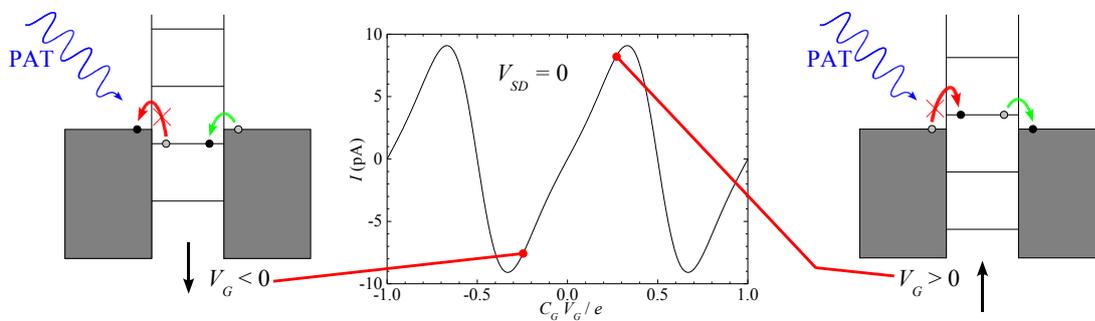


Abbildung 5.36: Schematische Darstellung der dominierenden Transportprozesse im SET im Fall einer asymmetrischen Hochfrequenz-Einstrahlung. Die rot eingezeichneten Tunnelprozesse sind ohne Photonen-Einstrahlung energetisch verboten.

Wie einfache Vergleichsrechnungen zeigen, die jedoch hier aus Platzgründen nicht diskutiert werden können, ist eine symmetrische Hochfrequenz-Einstrahlung weder im Falle eines symmetrischen noch eines asymmetrischen SET in der Lage, die beobachteten Gleichrichtungseffekte zu erzeugen. Anders verhält es sich jedoch bei einer asymmetrischen Hochfrequenz-Einkopplung. In diesem Fall können selbst an einem sonst vollständig symmetrischen Bauelement Gleichrichtungseffekte auftreten. Der Grund hierfür ist schematisch in Abbildung 5.36 dargestellt. Werden, wie in der Abbildung angedeutet, nur im Bereich eines einzelnen Tunnelkontaktes hochfrequente Photonen eingekoppelt, so können Quasiteilchen durch Absorption¹⁰ von einem oder mehreren Photonen auch in solche Zustände tunneln, die ohne die Einkopplung der Photonen energetisch nicht erreichbar wären. Hierbei können Quasiteilchen sowohl von der entsprechenden Elektrode auf die Insel des Bauelements tunneln, als auch in entgegengesetzter Richtung, wie es rechts bzw. links in Abbildung 5.36 dargestellt ist. Im Allgemeinen treten beide Prozesse gleichzeitig auf, sofern die Energie, die durch Absorption von einem oder mehreren Photonen zur Verfügung gestellt wird ausreicht und die Wahrscheinlichkeit für einen entsprechenden Prozess hinreichend groß ist. Welcher der beiden möglichen Tunnelprozesse dominiert, hängt empfindlich von der Lage der zur Verfügung stehenden Energieniveaus auf der Insel und damit von der momentan am Bauelement anliegenden Gate-Spannung V_G ab. Abbildung 5.36 zeigt so links und rechts neben der numerisch berechneten I - V_G -Kennlinie im Fall $V_{SD} = 0$ den jeweils dominierenden Prozess. Über Messungen zu Gleichrichtungseffekten, die auf einer solchen asymmetrischen Hochfrequenz-

⁹Die Daten in Abbildung 5.35 sind um die Offset-Werte für Strom I und um eine effektive Inselladung $\delta Q/C_G$ korrigiert worden.

¹⁰bzw. auch durch Emission

Einkopplung beruhen, wird unter anderem in [Kou94a, Kou94b, Wal02a, McE96] berichtet. Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen ist die Annahme einer asymmetrischen Photonen-Einkopplung allerdings kaum zu rechtfertigen, da bis auf das Vorhandensein nur eines einzigen Messverstärkers der in Kapitel 4 erläuterte Messaufbau vollständig symmetrisch aufgebaut ist. Eine signifikant unterschiedliche Photonen-Einkopplung an den beiden Tunnelkontakten eines Bauelements ist daher nicht zu erwarten.

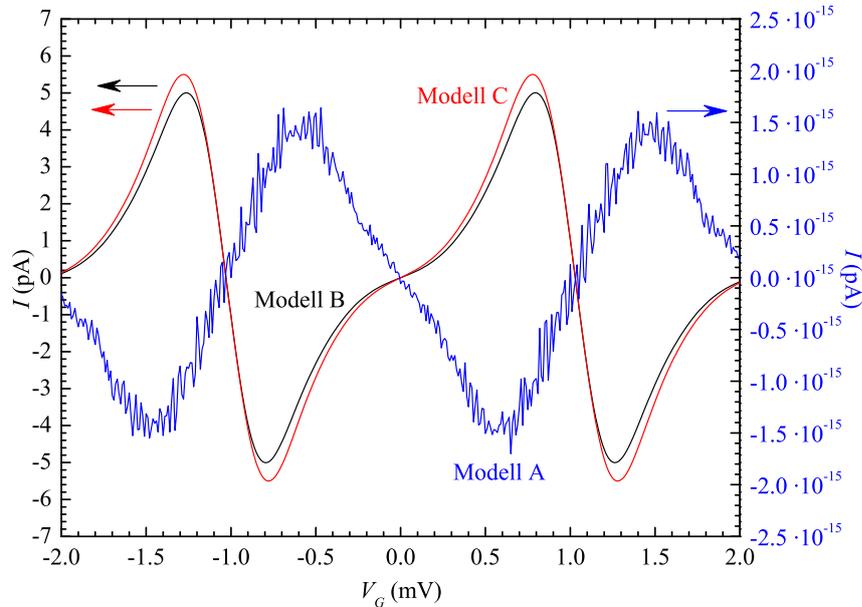


Abbildung 5.37: Vergleich der Modelle A (blaue Linie), B (schwarze Linie) und C (rote Linie) zur Beschreibung niederfrequenter Spannungsfuktuationen an einer I - V_G -Kennlinie für $V_{SD} = 0$. Allen Simulationen liegen die gleichen Parameter zugrunde.

Eine weitere Quelle für die zum Transport der Quasiteilchen durch den SET bei $V_{SD} \approx 0$ notwendigen Energie, die auch für den vorliegenden Messaufbau relevant ist, stellen niederfrequente Spannungsfuktuationen dar. Wie einfache Vergleichsrechnungen zeigen, die jedoch auch aus Platzgründen nicht diskutiert werden können, setzt dies jedoch eine Asymmetrie der Bauelemente voraus, also einen Asymmetrieparameter $f \neq 0.5$.

Modell	Art der Störung	V_{SD} -Fluktuation	Fluktuationsverteilung	Fluktuationsdichte
A	konst. Dichte	nein	(2.189)	(2.197)
B	konst. Dichte	ja	(2.195)	(2.197)
C	sinusförmig	ja	(2.195)	(2.198)

Tabelle 5.4: Zusammenfassung der Modelle zur Berücksichtigung niederfrequenter Spannungsfuktuationen.

Darüberhinaus bleibt die in Abschnitt 2.6.2 aufgeworfene Frage zu klären, welche Eigenschaften die niederfrequenten Fluktuationen aufweisen müssen bzw. welches Modell im Rahmen des hier implementierten Algorithmus die besten Ergebnisse liefert. In Abschnitt 2.6.2 wurde ausgehend vom Modell dreier unabhängig fluktuierender Spannungsquellen dieses zu drei verschiedenen Modellen mit nur einer einzigen fluktuierenden Spannungsquelle vereinfacht, die in Tabelle 5.4 als Modell A, B und C unter Angabe der Referenzen zu den entsprechenden Ausdrücken in Kapitel 2 einander gegenübergestellt sind. Neben der drastischen Einsparung an Rechenzeit, die sich aus dieser Reduktion von einem 3-dimensionalen Integral auf ein 1-dimensionales Integral

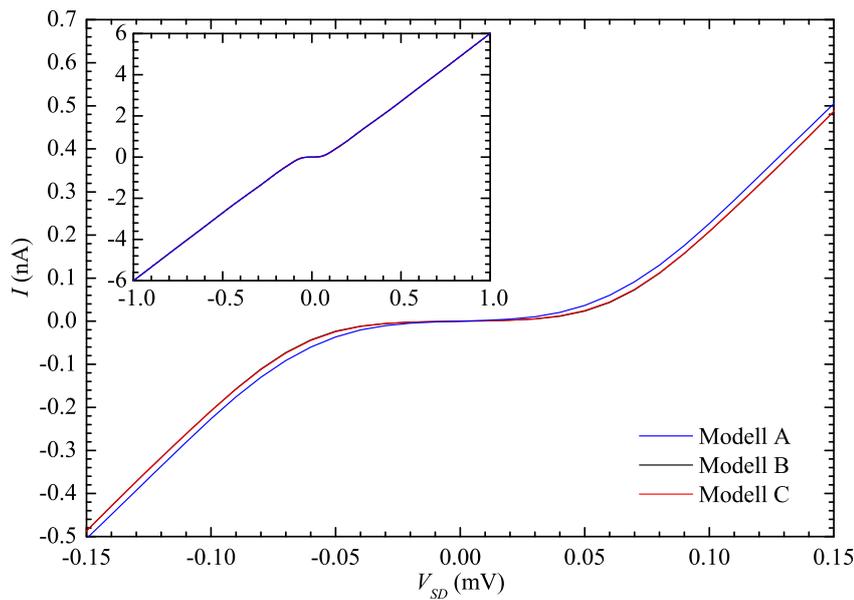


Abbildung 5.38: Vergleich der Modelle A (blaue Linie), B (schwarze Linie) und C (rote Linie) zur Beschreibung niederfrequenter Spannungsfuktuationen an einer Strom-Spannungs-Kennlinie für $V_G = 0$. Allen Simulationen liegen die gleichen Parameter zugrunde.

ergibt, war der Grund hierfür, dass die niederfrequenten Spannungsfuktuationen hauptsächlich durch Schwankungen des Massepotenzials im Versuchsaufbau verursacht werden. Unter idealen Bedingungen sollten Massefuktuationen nicht zu einer Fluktuation der Transportspannung V_{SD} führen. Dies ist unter Berücksichtigung einer konstanten Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auftreten der verschiedenen Fluktuationenwerte als Modell A implementiert worden. Entsprechende, im Rahmen dieses Modells durchgeführte Simulationsrechnungen zeigen jedoch, dass die experimentell beobachteten Gleichrichtungseigenschaften der Bauelemente in diesem Modell nicht beschrieben werden können. Wie schon der Vergleich der Skalen der Abbildung 5.35(a) mit der der blauen Kurve in Abbildung 5.37 deutlich zeigt, verfehlt Modell A die gemessenen Effekte um viele Größenordnungen. Hierbei liegt allen in Abbildung 5.37 dargestellten Daten jeweils der gleiche Satz von Bauelement- und Umwelt-spezifischen Parametern zugrunde, der, wie Abbildung 5.39 zeigen wird, diese Messdaten von SET A sehr gut reproduzieren kann.

Es drängt sich natürlich sofort die Frage auf, ob durch eine Anpassung der Umwelt-spezifischen Parameter eine bessere Anpassung erreicht werden kann. Zu diesem Zweck erstellte Berechnungen von Strom-Spannungs-Kennlinien sind in Abbildung 5.38 dargestellt. Auch diese sind auf Basis der gleichen Bauelement- und Umwelt-spezifischen Parameter durchgeführt worden, die auch den in Abbildung 5.37 dargestellten Datensätzen zu Grunde liegen. Im Gegensatz zu den in Abbildung 5.37 dargestellten Messungen führt Modell A im Vergleich zu Modell B und C, die weiter unten betrachtet werden, bereits zu einem erheblichen Ansteigen des fließenden Stroms I bei kleinen Transportspannungen, was den Bereich der Coulomb-Blockade erheblich einschränkt. Im Bereich größerer Transportspannungen ergeben sich hingegen zwischen den verschiedenen Modellen keine signifikanten Unterschiede mehr. Eine gleichzeitige Anpassung der Parameter an mehrere Typen von Messungen mit vergleichbaren Umwelt-spezifischen Parametern erscheint so für Modell A im höchsten Maße unwahrscheinlich.

Um eine bessere Beschreibung der Gleichrichtungseffekte zu erreichen, ist es daher notwendig, das schon in Abschnitt 2.6.2 erläuterte, leicht modifizierte Modell B zur Beschreibung niederfre-

quenter Fluktuationen mit einer konstanten Wahrscheinlichkeitsdichte zu verwenden, das bis auf wenige Ausnahmen im Rahmen dieser Arbeit grundsätzlich zum Einsatz gekommen ist und eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ermöglicht. Im Gegensatz zu Modell A beinhaltet Modell B eine Fluktuation der Transportspannung V_{SD} nach (2.194). Dass zur Beschreibung von Gleichrichtungseffekten auch eine Variation der Transportspannung mit eingeschlossen werden muss, ist durchaus konsistent mit einem Modell von J. Weis et. al [Wei95, Wal02a], das zur Beschreibung eines sehr ähnlichen Gleichrichtungseffekts an einem auf Basis von Halbleitern hergestellten Quantenpunkt eine Fluktuation der Transportspannung und eine Asymmetrie des betreffenden Bauelements verlangt. Nicht zuletzt wird diese Beobachtung auch von Messungen, die im Rahmen der Entwicklung des Messaufbaus durchgeführt wurden, bestätigt. Wie bereits in Abschnitt 4.3 beschrieben wurde, sind ja, ohne eine Transportspannung V_{SD} an die Bauelemente anzulegen, mit Hilfe eines analogen Oszilloskops Spannungsfuktuationen über den Bauelementen von unter $50 \mu\text{V}$ gemessen worden, die einer Fluktuation der Transportspannung im normalen Betrieb der SET entsprechen.

Neben den beiden im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Modellen A und B, die auf einer konstanten Dichte der Fluktuationen beruhen, ist in Abschnitt 2.6.2 auch der Fall einer monofrequenten, rein harmonischen Störung betrachtet worden. Zusammen mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.195), die auch in Modell B zum Einsatz gekommen ist, und die zu Variationen der Transportspannung führt, ist dieser Störungstyp als Modell C im Rahmen des verwendeten Algorithmus implementiert worden. Der wesentliche Unterschied zwischen Modell B und C liegt im größeren Beitrag im Bereich der maximalen Störungen V_{GND} und im entsprechend geringeren Beitrag bei kleineren Störungen, der sich aufgrund der „Aufenthaltszeit“ des Systems bei diesen Störwerten aufgrund der sinusförmigen Störung ergibt. Demzufolge ist bei sonst gleichen Parametern, also insbesondere bei einer gleich großen Störungsamplitude, mit geringfügig größeren Effekten zu rechnen, wie auch die rote Kurve in Abbildung 5.37 zeigt. Da diese Störungsverteilung jedoch nur in einem sehr speziellen Fall gültig ist und selbst die ersten Oberschwingungen der dominanten Störung mit ihren eventuell sich unterscheidender Lage der Phase unberücksichtigt lässt, ist Modell C jedoch zu Gunsten von Modell B nicht weiter berücksichtigt worden.

Abbildung 5.39 zeigt das Ergebnis der Anpassung im Bereich der Gleichrichtungseffekte anhand des bereits in Abbildung 5.35(a) gezeigten Messdatensatzes und des in Abbildung 5.37 als schwarze Linie gezeigten Datensatzes. Den hier gezeigten Simulationsdaten liegt, wie bereits weiter oben erwähnt, zum einen die Wahrscheinlichkeitsverteilung (2.195) mit der Wahrscheinlichkeitsdichte (2.197) und einer Störungsamplitude $V_{GND} = 25 \mu\text{V}$, sowie zum anderen eine symmetrische Einstrahlung in beide Tunnelkontakte von Photonen der Frequenz $\nu = 5 \text{ GHz}$ mit einer Stärke von $V^{PAT} = 16 \mu\text{V}$ zugrunde. Die Übereinstimmung zwischen Messergebnissen und Simulationsergebnissen ist unter Berücksichtigung der Fluktuationen der Hintergrundladung sehr gut. Abbildung 5.40 zeigt darüberhinaus anhand des gleichen Messdatensatzes die Ergebnisse der Anpassung mit symmetrischer Einkopplung von Photonen der Frequenzen $\nu = 50 \text{ GHz}$ in Teilabbildung (a) und $\nu = 500 \text{ MHz}$ in Teilabbildung (b). Teilabbildung 5.40(c) zeigt schließlich noch den Vergleich der Messdaten mit im Rahmen des T_e -Modells bei $T_e = 70 \text{ mK}$ unter Berücksichtigung des Einflusses niederfrequenter Spannungsfuktuationen berechneten Daten.

Abbildung 5.40 ermöglicht zusammen mit Abbildung 5.39 einen Vergleich der erzielbaren Qualität der Übereinstimmung zwischen Simulationsdaten und Messdaten, die offenbar mit zunehmender Frequenz der Einstrahlung ν steigt. Damit zeigt sie ein völlig anderes Verhalten als das, das im Rahmen der Anpassung der Strom-Spannungs-Kennlinien aufgetreten ist. So zeigen gerade die Simulationsdaten in Abbildung 5.40(b), denen eine Einstrahlung von Photonen der Frequenz $\nu = 500 \text{ MHz}$ zu Grunde liegen, im Vergleich zu den $\nu = 50 \text{ GHz}$ -Daten in Teilabbildung (a) oder auch den $\nu = 5 \text{ GHz}$ -Daten in Abbildung 5.39 deutliche Abweichungen zu den Messdaten im Bereich

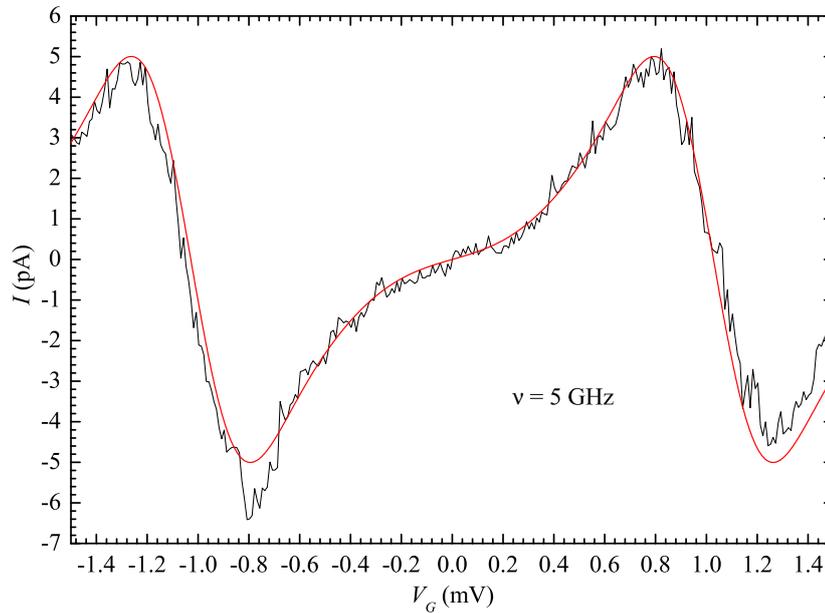


Abbildung 5.39: Gleichrichtungseffekt an SET A bei $V_{SD} \approx 0$. Vergleich zwischen gemessenem (schwarze Linie) und unter Berücksichtigung niederfrequenten Spannungsfuktuationen und symmetrischer Photonen-Einstrahlung der Frequenz $\nu = 5$ GHz numerisch berechnetem Verlauf (rote Linie).

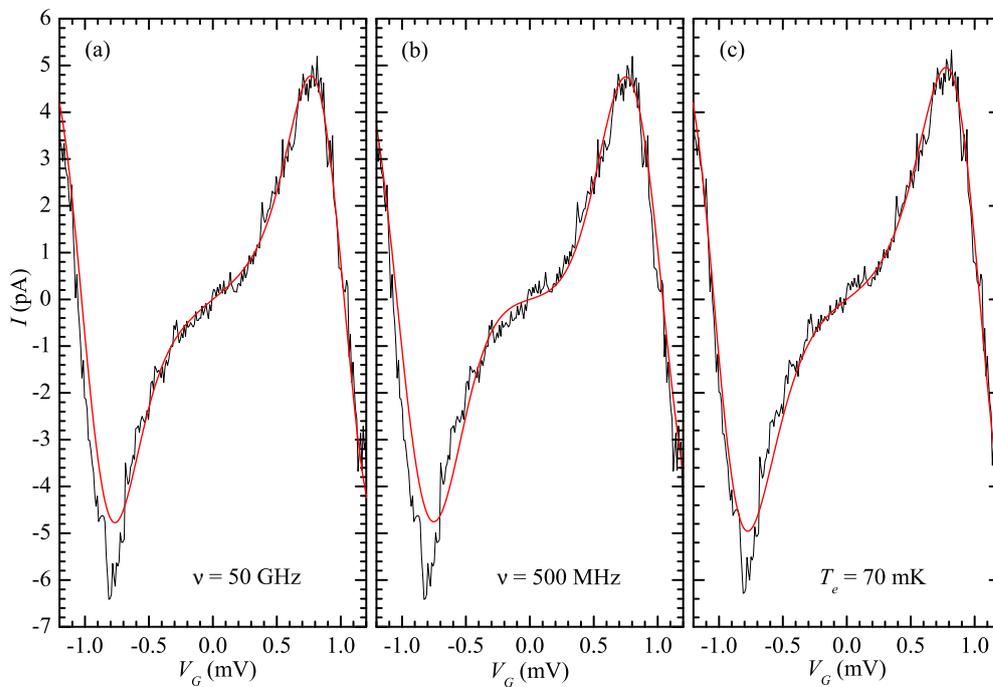


Abbildung 5.40: Gleichrichtungseffekt an SET A bei $V_{SD} \approx 0$. Vergleich zwischen Messdaten (schwarze Linie) und Simulationsdaten (rote Linie) mit Spannungsfuktuationen und (a) 50 GHz-Einstrahlung, (b) 500 MHz-Einstrahlung und (c) bei einer effektiven Temperatur $T_e = 70$ mK.

$V_G \approx 0$. Trotzdem ist auch in diesem Fall insgesamt die Anpassung aller Parameter durchaus im Bereich des Akzeptablen. Die Qualität der Übereinstimmung im Fall der Verwendung des T_e -Modells ist ebenfalls sehr gut, wie Abbildung 5.40(c) zeigt.

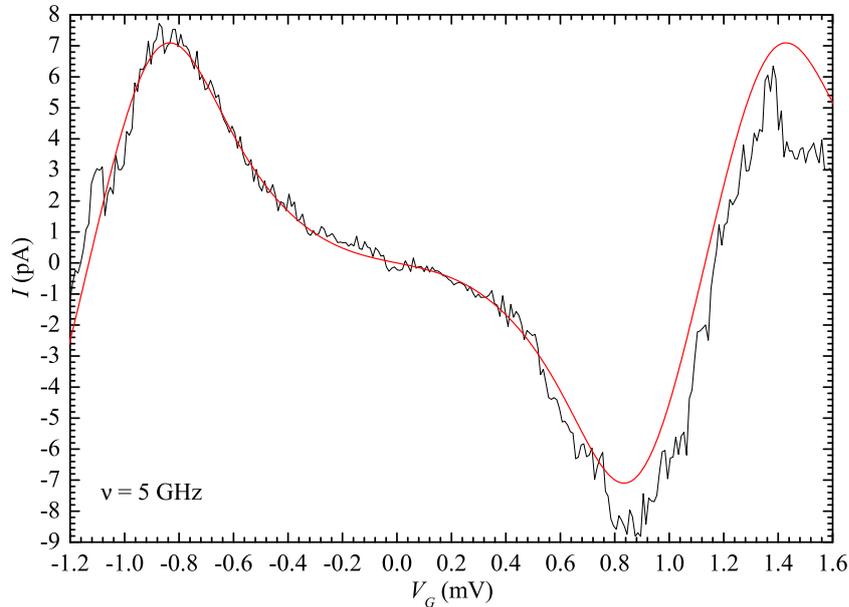


Abbildung 5.41: Gleichrichtungseffekt an SET B bei $V_{SD} \approx 0$. Vergleich zwischen gemessenem (schwarze Linie) und unter Berücksichtigung niederfrequenter Spannungsfuktuationen und symmetrischer Photonen-Einstrahlung der Frequenz $\nu = 5$ GHz numerisch berechnetem Verlauf (rote Linie).

Ein sehr ähnliches Verhalten zeigt auch SET B. Auch bei diesem Bauelement treten, wie schon Abbildung 5.35(b) zeigt, Gleichrichtungseffekte im Bereich verschwindender Transportspannung $V_{SD} \approx 0$ auf, die mit Hilfe des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und implementierten Algorithmus sehr gut beschrieben werden können. Abbildung 5.41 zeigt den direkten Vergleich der schon in Abbildung 5.35(b) gezeigten Messdaten und einem entsprechenden, berechneten Verlauf, der auf einer symmetrischen Einkopplung von Photonen der Frequenz $\nu = 5$ GHz mit einer Stärke von $V^{PAT} = 16 \mu\text{V}$ und dem Einfluss niederfrequenter Spannungsfuktuationen mit einer Störungsamplitude von $V_{GND} = 37 \mu\text{V}$ beruht. Die Übereinstimmung ist recht gut, abgesehen vom Einfluss eines sich zeitlich ändernden elektrischen Feldes, das von fluktuierenden Hintergrundladungen hervorgerufen worden sein könnte und das sich gerade bei dieser Messung im Bereich $V_G \gtrsim 0.6$ mV bemerkbar macht. Abbildung 5.42 zeigt einen Vergleich der Ergebnisse der Anpassungen wiederum für eine symmetrische Einkopplung von $\nu = 50$ GHz in Teilabbildung (a) und $\nu = 500$ MHz in Teilabbildung (b), sowie im Rahmen des Modells einer effektiven Temperatur des elektronischen Systems mit $T_e = 70$ mK. Auch hier gilt das im Zusammenhang mit SET A Erwähnte. Die Übereinstimmung im Rahmen des T_e -Modells ist sehr gut und wächst im Rahmen des Modells der symmetrischen Photonen-Einstrahlung mit steigender Frequenz ν der Photonen. Auch hier zeigt wiederum gerade die auf einer Einkopplung von 500 MHz-Photonen beruhende Kurve in Abbildung 5.42(b) im Bereich $V_G \approx 0$ eine deutliche Abweichung zu den Messdaten. Allerdings ist auch in diesem Fall die Qualität der Anpassung insgesamt durchaus akzeptabel.

Dass Gleichrichtungseffekte nicht nur im Fall einer verschwindenden Transportspannung auftreten, zeigt der Vergleich einer Messung an SET B mit einer entsprechenden, auf einer symmetrischen Einkopplung von Photonen der Frequenz $\nu = 5$ GHz beruhenden Simulation in Abbildung 5.43. Hier manifestieren sich die Gleichrichtungseffekte darin, dass trotz einer positiven Trans-

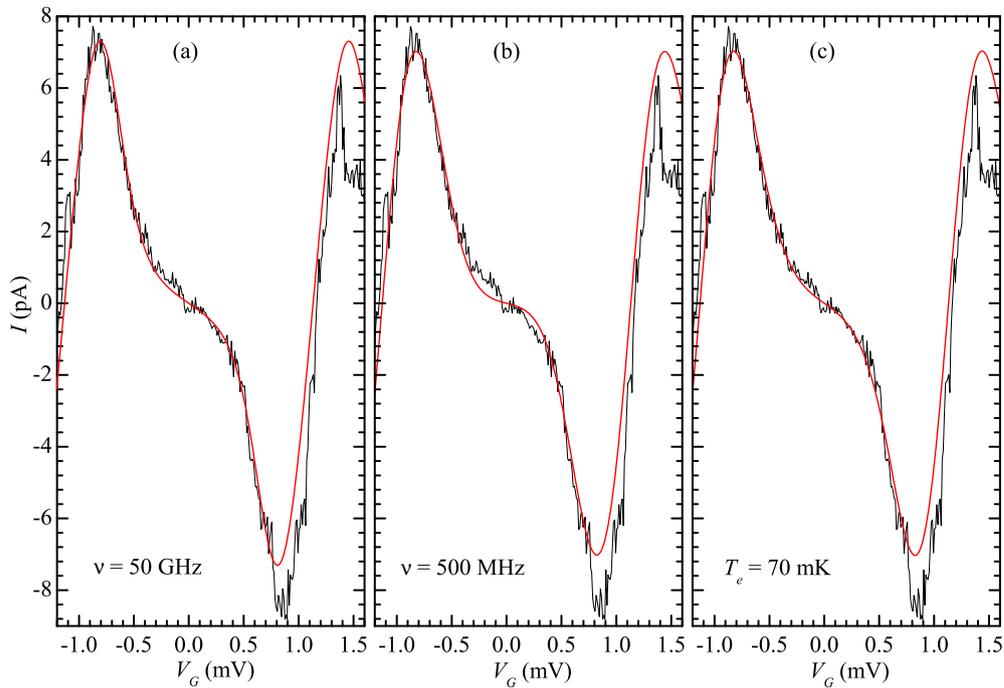


Abbildung 5.42: Gleichrichtungseffekt an SET B bei $V_{SD} \approx 0$. Vergleich zwischen Messdaten (schwarze Linie) und Simulationsdaten (rote Linie) mit Spannungsfuktuationen und (a) 50 GHz-Einstrahlung, (b) 500 MHz-Einstrahlung und (c) bei einer effektiven Temperatur $T_e = 70$ mK.

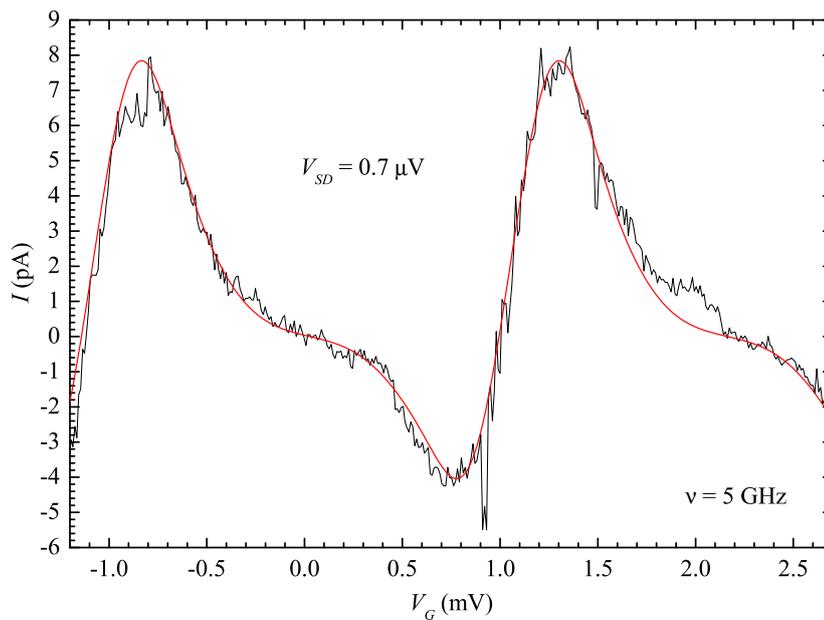


Abbildung 5.43: Gleichrichtungseffekt an SET B bei $V_{SD} \approx 0.7 \mu\text{V}$. Vergleich zwischen gemessenem (schwarze Linie) und unter Berücksichtigung niederfrequenter Spannungsfuktuationen und symmetrischer Photonen-Einstrahlung der Frequenz $\nu = 5$ GHz numerisch berechnetem Verlauf (rote Linie).

SET A					
Parameter	Maximalwert	Abweichung (%)	typischer Wert	Minimalwert	Abweichung (%)
C_Σ (F)	$1.80 \cdot 10^{-15}$	2.9	$1.75 \cdot 10^{-15}$	$1.73 \cdot 10^{-15}$	-1.1
T_C (mK)	537		531	516	
R_Σ (k Ω)			151.2		
f	0.8	14.3	0.7		
C_G (F)			$7.89 \cdot 10^{-17}$	$7.70 \cdot 10^{-17}$	-2.4

SET B					
Parameter	Maximalwert	Abweichung (%)	typischer Wert	Minimalwert	Abweichung (%)
C_Σ (F)	$1.60 \cdot 10^{-15}$	3.2	$1.55 \cdot 10^{-15}$		
T_C (mK)			600	581	
R_Σ (k Ω)			97.5		
f			0.40	0.35	-12.5
C_G (F)	$7.50 \cdot 10^{-17}$	1.5	$7.39 \cdot 10^{-17}$	$7.08 \cdot 10^{-17}$	-4.2

Tabelle 5.5: Übersicht über die Bauelement-spezifischen Parameter von SET A und SET B. Neben den typischen Werten enthält die Tabelle auch die bei den Berechnungen zum Teil verwendeten maximalen und minimalen Werte einzelner Parameter. Die angegebenen Abweichungen beziehen sich auf den typischen Wert. Sie stellen keine Angaben bezüglich der Unsicherheit dar.

portspannung V_{SD} bei einer geschickten Wahl der Gate-Spannung V_G ein Strom I entgegen der eigentlich durch V_{SD} vorgegebenen Richtung transportiert werden kann. Auch hier ist die Übereinstimmung zwischen Messung und dem für eine Transportspannung von $V_{SD} = 0.7 \mu\text{V}$ berechneten Verlauf sehr gut. Die Stärke der Photonen-Einkopplung liegt mit $V^{PAT} = 16.5 \mu\text{V}$ auf vergleichbarem Niveau, die Stärke der niederfrequenten Fluktuationen mit $V_{GND} = 32.5 \mu\text{V}$ leicht unter dem Niveau der in Abbildung 5.41 gezeigten Simulationsdaten.

Resultate und Parameter

In Tabelle 5.5 sind die Bauelement-spezifischen Parameter der beiden Bauelemente SET A und SET B zusammengefasst. Neben den als typisch gekennzeichneten Parametern, mit denen die Mehrzahl der Berechnungen durchgeführt wurde, sind auch die jeweils maximalen und minimalen Werte der entsprechenden Parameter und ihre prozentuale Abweichung vom typischen Wert aufgeführt, soweit im Rahmen einiger Anpassungen an Messergebnisse, eine geringfügige Variation zu einer besseren Übereinstimmung geführt hat. Abgesehen von den bereits im Rahmen der Anpassung der I - V_G -Kennlinien diskutierten Abweichungen des ohnehin mit einer sehr großen Unsicherheit behafteten Asymmetrieparameters f liegen die Variationen der verwendeten maximalen und minimalen Werte einzelner Parameter im unteren Prozentbereich und damit sicherlich innerhalb ihrer Unsicherheiten. Eine Abschätzung der Unsicherheiten einzelner Parameter selbst ist nur sehr bedingt möglich und sollte die Resultate auch der anderen Auswertungs- und Analyseverfahren berücksichtigen. Abgesehen von dem recht hohen Asymmetrieparameter von SET A liegen alle Parameter im erwarteten Bereich. Darüberhinaus zeigen die verschiedenen Modelle der experimentellen Einflüsse, die im Rahmen dieser Arbeit angewendet wurden, keinen signifikanten Einfluss auf die Werte der Bauelement-spezifischen Parameter, was das Vertrauen in die ermittelten Werte deutlich steigert.

SET A							
PAT ν oder T_e	GND- Fluk.	max. T_e (mK)	min. T_e (mK)	max. V_{GND} (μ V)	min. V_{GND} (μ V)	max. V^{PAT} (μ V)	min. V^{PAT} (μ V)
T_e		92	87				
T_e	✓	85	70	25.0	20.0		
500 MHz	✓			31.0	23.5	22.5	16.7
5 GHz	✓			27.5	15.0	24.0	16.0
50 GHz	✓			42.0	32.0	76.0	30.0

SET B							
PAT ν oder T_e	GND- Fluk.	max. T_e (mK)	min. T_e (mK)	max. V_{GND} (μ V)	min. V_{GND} (μ V)	max. V^{PAT} (μ V)	min. V^{PAT} (μ V)
T_e		110	95				
T_e	✓	95	60	37.0	15.0		
500 MHz	✓			35.0	25.0	31.0	15.0
5 GHz	✓			37.0	15.0	31.0	15.5
50 GHz	✓			60.0	28.0	50.0	29.0

Tabelle 5.6: Übersicht über die Umwelt-spezifischen Parameter bei Messungen an SET A und SET B geordnet nach verwendetem Modell und Frequenz der eingekoppelten Photonen ν . Die Berücksichtigung niederfrequenter Spannungsfuktuationen ist durch das Symbol ✓ gekennzeichnet.

In Tabelle 5.6 ist, sortiert nach dem jeweils angewendeten Modell der experimentellen Störungen, jeweils die maximal und die minimal verwendeten Werte der Umwelt-spezifischen Parameter T_e , V_{GND} und V^{PAT} für die beiden Bauelemente SET A und SET B enthalten. Auch diese Parameter liegen im Rahmen des Erwarteten. Berücksichtigt man die Temperatur der Probenplattform bei den bisher hier gezeigten Messungen von $T \approx 40$ mK so sind bei einem Messaufbau, der nicht über eine effektive Hochfrequenz-Filterung verfügt, effektive Temperaturen des elektronischen Systems T_e im Bereich von über 100 mK durchaus zu erwarten [Neu03]. Unter ungünstigen Bedingungen können so durchaus auch effektive Temperaturen im Bereich von 200 mK erreicht werden [Wal00]. Auch die Störungsamplitude der niederfrequenten Fluktuationen V_{GND} liegt im Bereich des Erwarteten. So wurden, wie bereits in Abschnitt 4.3 beschrieben wurde, über den Bauelementen Spannungsfuktuationen von unter 50μ V gemessen, die sich im normalen Betrieb als Fluktuationen der Transportspannung V_{SD} bemerkbar machen sollten. Legt man das in Abschnitt 2.6.2 beschriebene Modell zugrunde, ergibt sich aus (2.194) eine Fluktuationsamplitude der Transportspannung von $(\kappa_2 - \kappa_1) \cdot V_{GND}$, wobei κ_i der in (2.92) definierte Faktor ist, für den $0 < \kappa_i < 1$ im Fall endlicher Tunnelkapazitäten C_1 und C_2 gilt. Vernachlässigt man die Gate-Kapazität C_G , ergibt sich so aus (5.10)

$$\kappa_1 = 1 - f \quad (5.36)$$

und aus (5.11)

$$\kappa_2 = f \quad , \quad (5.37)$$

so dass schließlich

$$|\kappa_2 - \kappa_1| = |1 - 2f| < 1 \quad (5.38)$$

gilt. Insbesondere folgt aus (5.38), dass für alle in Tabelle 5.5 angegebenen Asymmetrieparameter f und alle in Tabelle 5.6 angegebenen Fluktuationsamplituden V_{GND} die zugehörigen Fluktuationen der Transportspannung deutlich unterhalb der gemessenen Obergrenze von 50μ V liegen. Die Bewertung der erhaltenen Werte für den Parameters V^{PAT} ist schwieriger, da hier weder auf

umfangreiche Erfahrungswerte noch auf Messwerte zurückgegriffen werden kann. Im Fall einer rein asymmetrischen Einkopplung variierte die zur Beschreibung ähnlicher Gleichrichtungseffekte notwendige Störamplitude im Rahmen der Arbeit [Wal02a] zwischen Werten von weniger als $10 \mu\text{V}$ bis hinauf zu Werten von deutlich über $100 \mu\text{V}$, so dass die im Rahmen der vorliegenden Arbeit gewonnenen Werte durchaus plausibel erscheinen.

Die Umwelt-spezifischen Parameter in der Tabelle 5.6 zeigen darüberhinaus nur zwei wirklich klar erkennbare Tendenzen. Zum einen werden bei einer symmetrischen Einkopplung von 50 GHz-Photonen spürbar größere Umwelt-spezifische Parameter benötigt, als im Rahmen des T_e -Modells oder bei Einkopplung von Photonen geringerer Frequenzen ν . Dies liegt mit hoher Wahrscheinlichkeit an der geringen Beimischung der Seitenbänder in diesem Fall, die sich schon in Abbildung 5.16 gezeigt hat. Zum anderen liegen die benötigten effektiven Temperaturen T_e bei Berücksichtigung niederfrequenter Fluktuationen spürbar unter den effektiven Temperaturen, wenn die niederfrequenten Spannungsfuktuationen nicht berücksichtigt werden. Auch dieses Verhalten ist einsichtig, da die Spannungsfuktuationen dem System Energie zuführen und somit zu einer Verrundung der Kennlinien beitragen, die ohne Spannungsfuktuationen ausschließlich von der erhöhten thermischen Energie aufgebracht werden muss.

5.5 Analyse der Tieftemperatur-Leitfähigkeit

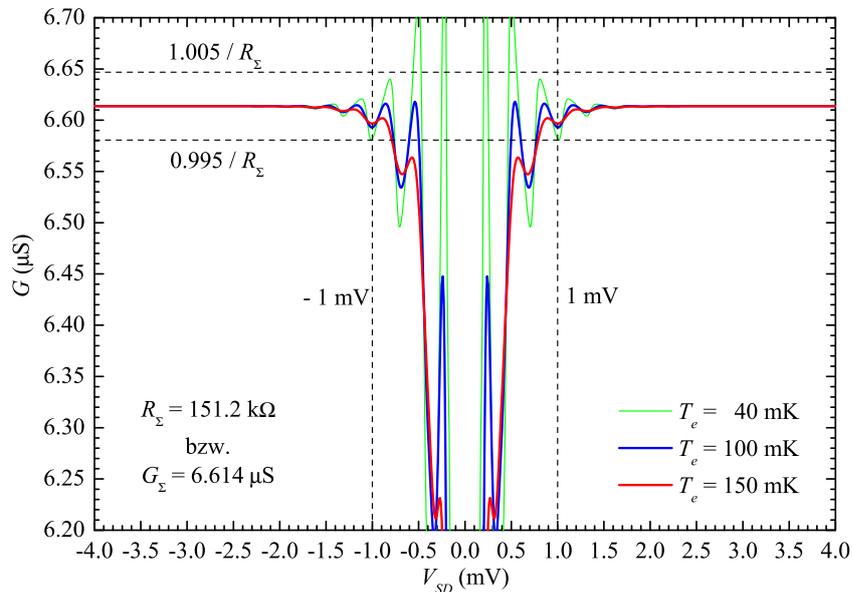


Abbildung 5.44: Numerisch berechneter Verlauf des Leitwertes $G(V_{SD})$ für SET A im T_e -Modell mit effektiven Temperaturen zwischen 40 mK und 150 mK.

Zur Bestimmung des Gesamtwiderstands R_Σ der Bauelemente bietet sich die Analyse der Leitfähigkeit der Bauelemente $G = \partial I / \partial V_{SD}$ im Bereich tiefer Temperaturen außerhalb des Bereichs der Coulomb-Blockade an. Abbildung 5.44 zeigt verschiedene, auf Basis des im Rahmen dieser Arbeit implementierten Algorithmus numerisch berechneten $G(V_{SD})$ -Verlauf im Rahmen des Modells einer effektiven Temperatur des elektronischen Systems T_e für Werte von T_e zwischen 40 mK und 150 mK. Den Berechnungen liegen die in Abschnitt 5.4 bestimmten Bauelement-spezifischen Parameter von SET A zugrunde. Der durch diese Simulationen abgedeckte Temperaturbereich deckt somit im Bereich tiefer Temperaturen den experimentell untersuchten Bereich

ab, beginnend bei der Temperatur der Probenbühne bei $T \approx 40$ mK bis über den Bereich der maximalen effektiven Temperatur T_e hinaus, die in Abschnitt 5.4 bestimmt wurde. Unabhängig von den verwendeten effektiven Temperaturen T_e zeigen die in Abbildung 5.44 gezeigten, numerisch berechneten $G(V_{SD})$ -Verläufe im Spannungsbereich $|V_{SD}| \geq 1$ mV Abweichungen vom Gesamtleitwert

$$G_{\Sigma} = \frac{1}{R_{\Sigma}} \quad (5.39)$$

von deutlich unter 1%.

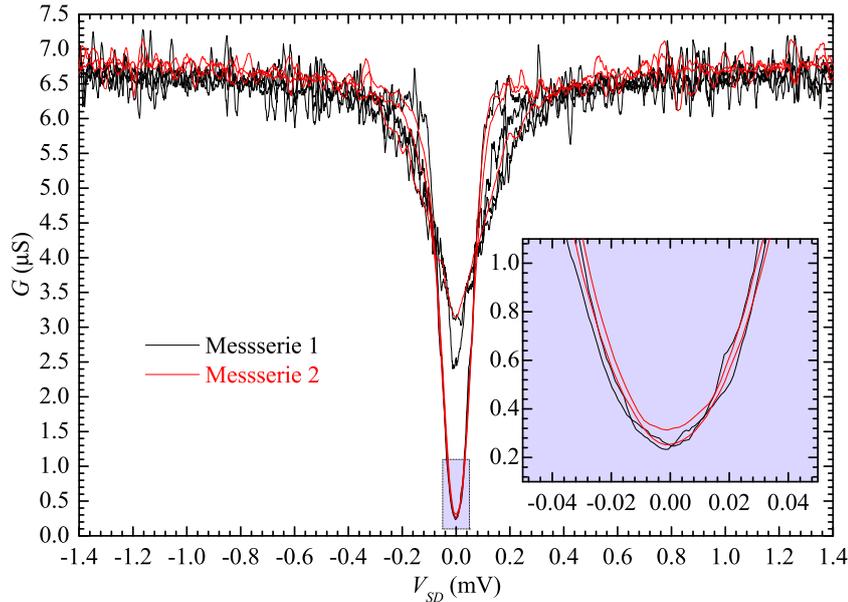


Abbildung 5.45: Messung des Leitwertes $G(V_{SD})$ für verschiedene Gate-Spannungen V_G für Messserie 1 (schwarze Linie) und Messserie 2 (rote Linie). Die kleine Teilabbildung zeigt den Bereich der maximalen Coulomb-Blockade vergrößert.

Abbildung 5.45 zeigt den an SET A gemessenen Leitwertverlauf $G(V_{SD})$ an vier Messungen aus Messserie 1 als schwarze Linien und drei Messungen aus Messserie 2 als rote Linien für verschiedene Gate-Spannungen. Die Leitwerte sind hierbei durch gleitende Differentiation aus Strom-Spannungs-Kennlinien bestimmt worden. Die Messdaten zeigen im Inneren der Coulomb-Blockade deutlich den Einfluss der verschiedenen Gate-Spannungen V_G . So kann in diesem Bereich der lineare Leitwert G_0 nach (2.39) durch Änderung der Gate-Spannung V_G zwischen etwa $G_0 = 0.25 \mu\text{S}$ und etwa $G_0 = 3.1 \mu\text{S}$ verändert werden. Gerade die Bestimmung des linearen Leitwertes G_0 im Bereich der minimalen Coulomb-Blockade erlaubt mit Hilfe von (2.41) eine erste Abschätzung des Gesamtwiderstands R_{Σ} der Bauelemente. Der durch diese Methode erzielte Wert stellt jedoch nur eine obere Grenze für R_{Σ} dar, da zum einen die Möglichkeit besteht, dass aufgrund einer leicht abweichenden Gate-Spannung V_G nicht der maximale lineare Leitwert bestimmt wurde. Darüberhinaus ist (2.41) nur im Bereich sehr tiefer Temperaturen im Rahmen der Orthodoxen Theorie gültig. Liegen, wie im Fall der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Bauelemente auch, die einzelnen Tunnelwiderstände im Bereich einiger R_K , können Effekte höherer Ordnungen zum Tragen kommen, durch die gerade im Bereich sehr tiefer Temperaturen der lineare Leitwert unter seinen im Rahmen der reinen Orthodoxen Theorie erwarteten Wert $(2 \cdot R_{\Sigma})^{-1}$ zurückfallen kann, wie schon in Abschnitt 2.5.4 erläutert wurde. Beide Fehlerquellen führen tendenziell zu geringeren Werten für G_0 , so dass nach Anwendung von (2.41) die resultierenden Werte lediglich als obere Grenze betrachtet werden können. Im Fall von Messserie 1 ergibt sich so eine obere Grenze von $R_{\Sigma} \lesssim 167 \text{ k}\Omega$.

Der Gesamtwiderstand R_{Σ} liegt außerhalb des unmittelbaren Bereichs der Coulomb-Blockade im Fall von Messserie 1 insgesamt bei $R_{\Sigma} = (151.2 \pm 1.0) \text{ k}\Omega$. Um hier den unmittelbaren Einfluss von Einzelladungseffekten etwa in Form der Coulomb-Blockade auszuschließen, ist aufgrund der in Abbildung 5.44 dargestellten Ergebnisse der Verlauf des Leitwertes $G(V_{SD})$ in Abbildung 5.45 nur im Bereich $1.0 \text{ mV} \leq |V_{SD}| \leq 1.5 \text{ mV}$ betrachtet worden, wobei sich die obere Grenze dieses Bereichs aus der Wahl der Widerstände ergibt, mit deren Hilfe die Transportspannung erzeugt wurde. Der Widerstand R_{Σ} wurde hierbei durch lineare Regression im genannten Spannungsbereich bestimmt. Die angegebene Unsicherheit wurde dabei anhand des mit betragsmäßig wachsender Transportspannung V_{SD} ebenfalls wachsenden Leitwertes G aus der Steigung der Regressionsgeraden ermittelt. Die in Abbildung 5.44 gewählte Auftragung zeigt diesen Anstieg jedoch im Bereich $|V_{SD}| \geq 0.6 \text{ mV}$ nur bedingt. Ebenso ist in dieser Auftragung kaum zu erkennen, dass der Gesamtwiderstand R_{Σ} der Messserie 2 im betrachteten Spannungsbereich mit einem Wert von $R_{\Sigma} = (147.8 \pm 1.2) \text{ k}\Omega$ etwa 2.4% unter dem von Messserie 1 liegt.

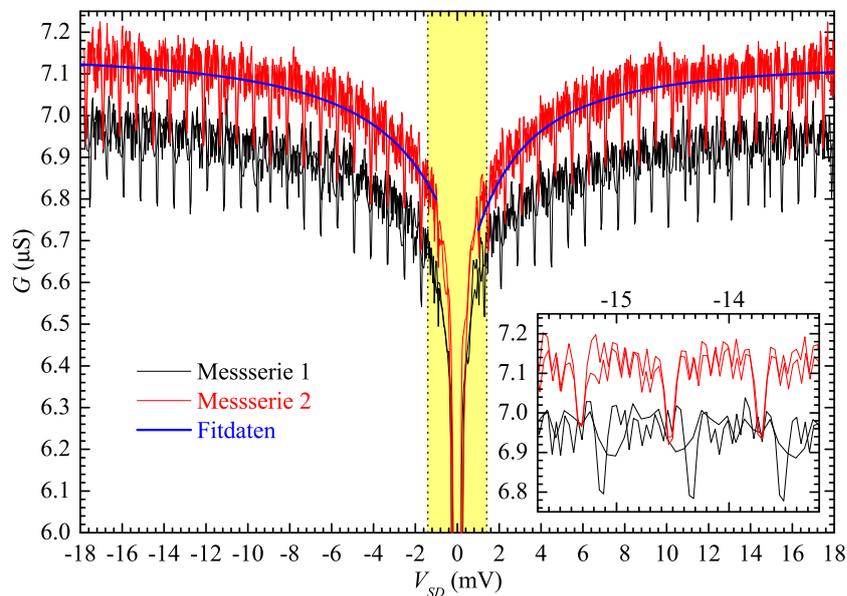


Abbildung 5.46: Messung des Leitwertes $G(V_{SD})$ für verschiedene Gate-Spannungen V_G für Messserie 1 (schwarze Linie) und Messserie 2 (rote Linie). Die kleine Teilabbildung zeigt einen Bereich betragsmäßig höherer Transportspannungen V_{SD} vergrößert. Die blaue Linie zeigt das Ergebnis zweier Fits nach (5.41).

Deutlicher wird sowohl der weitere Anstieg des Leitwertes mit betragsmäßig steigender Transportspannung, wie auch die Änderung der Leitfähigkeiten zwischen den beiden Messserien in Abbildung 5.46, in der der in Abbildung 5.45 dargestellte Bereich gelb markiert ist und in der die Skala der Leitwerte im Vergleich zur vorangehenden Abbildung zu tieferen Werten deutlich beschränkt wurde. In diesem Bereich der Transportspannungen ergibt sich ein Wert für den Gesamtwiderstand R_{Σ} bei einer Transportspannung $V_{SD} \approx 15 \text{ mV}$ für Messserie 1 von etwa $R_{\Sigma} = (143.8 \pm 0.9) \text{ k}\Omega$ und von $R_{\Sigma} = (140.3 \pm 0.8) \text{ k}\Omega$ für Messserie 2. Auch hier liegt der Widerstand von Messserie 2 unter dem von Messserie 1. Der Unterschied beträgt, bezogen auf Messserie 1, etwa 2.4%.

Erstaunlich ist in diesem Zusammenhang insbesondere der *Anstieg des Leitwertes G* , also die Abnahme des Widerstands zwischen den beiden Messserien. Wie bereits zu Beginn dieses Kapitels erwähnt wurde, sind die Messungen an den beiden Bauelementen im Wesentlichen in zwei Messserien erfolgt, zwischen denen etwa 2 Monate lagen. In dieser Zeit wurde die Probe unter normalen Umweltbedingungen gelagert. Sehr häufig wird in diesen Fällen ein Anstieg des Wider-

stands R , also ein Abfall des Leitwertes G der Bauelemente beobachtet [Kau98]. Gründe für das im Rahmen dieser Arbeit beobachtete Ansteigen des Leitwertes von 2.2% bis etwa 2.4% je nach betrachtetem Transportspannungsbereich bezogen jeweils auf Messserie 1, könnten in chemischen, Diffusions-, oder anderen Relaxationsprozessen liegen, die im Inneren der Tunnelbarrieren der Tunnelkontakte stattfinden. Aufgrund der sehr starken Abhängigkeit der Tunnelwiderstände von den Dicken d_i der Oxidbarrieren, wobei i der Index der Barrieren ist, können so bereits kleinste Variationen der Dicken d_i Effekte dieser Größenordnung hervorrufen [Wol85, Sch01a]. Aber auch Änderungen der energetischen Höhe der Barriere sind nicht ausgeschlossen. Die komplexen chemischen Prozesse, die bei der Bildung der Barriere im Rahmen der thermischen Oxidation von Aluminium ablaufen und die in Abschnitt 3.1.1 ansatzweise diskutiert wurden, wie etwa der Einbau von OH-Gruppen durch Spuren von Wasser im Rezipienten oder auch durch Diffusionsprozesse, können sowohl zu einer Änderung der effektiven Dicke, wie auch zu einer Änderung der Höhe der Barrieren führen. H. Scherer et al. konnten so durch thermische Nachbehandlung von auf Al/ AlO_x -basierten SET in einer Formiergas-Atmosphäre eine Reduktion der Tunnelwiderstände von 30% bis 40% erreichen, ohne eine merkliche Änderung der Gesamtkapazität C_Σ zu erzeugen [Sch01a].

In Bezug auf die beiden weiter oben angesprochenen Beobachtungen bleibt die Frage zu klären, warum der gemessene Leitwert im Bereich $|V_{SD}| \geq 1 \text{ mV}$ ansteigt, obwohl die Simulationsrechnungen in diesem Spannungsbereich keine signifikante Änderung mehr vorhersagen. Die beiden vielleicht wichtigsten Effekte, die zu einer entsprechenden Erhöhung der Leitwerte führen können, sind zum einen die intrinsische Eigenschaft der Tunnelkontakte, eine Barrierenform und damit auch Tunnelmatrizelemente aufzuweisen, die abhängig von der Transportspannung V_{SD} sind, und zum anderen ein auf der endlichen Umgebungsimpedanz der Bauelemente beruhender Effekt. Beide Teilaspekte sind im Rahmen des hier entwickelten und implementierten Algorithmus nicht berücksichtigt worden. Allerdings spielt gerade der erste Effekt der transportspannungsabhängigen Barriereneigenschaften, der beispielsweise im Rahmen des Simmons-Modells beschrieben werden kann [Sim63, Wol85], im Spannungsbereich, der mit Hilfe des hier realisierten Versuchsaufbaus abgedeckt werden kann, nur eine untergeordnete Rolle. Erfahrungen anderer Gruppen zeigen, dass erst im Bereich jenseits 20 mV Spannungsabfall je Tunnelkontakt entsprechende Abweichungen deutlich erkennbar werden [Kau98, Wah95, Wah98b, Wah98a]. Legt man dieses Kriterium zugrunde, bedeutet dies, dass unter Berücksichtigung des Asymmetrieparameters f erst ab einer Transportspannung von

$$|V_{SD}| \geq \frac{20 \text{ mV}}{\max(f, 1 - f)} \quad (5.40)$$

mit entsprechenden Effekten gerechnet werden kann, also bei den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Bauelementen erst ab etwa $|V_{SD}| \geq 25 \text{ mV}$. Entsprechende Versuche, den Verlauf von Strom-Spannungs-Kennlinien im Rahmen des Simmons-Modells zu beschreiben, sind aufgrund des zusätzlichen Parameters, der zur Berücksichtigung der Coulomb-Blockade eingeführt werden muss, ohne signifikante Ergebnisse geblieben. Durch geschickte Wahl dieses Parameters konnte so zu jeder effektiven Dicke der Barriere eine entsprechende Höhe der Barrieren bestimmt werden, die im Rahmen des in Abschnitt 3.1.1 genannten Bereichs liegt.

Es besteht jedoch die Möglichkeit, dass der zweite angesprochene Effekt, der auf die endliche Umgebungsimpedanz der Bauelemente zurückzuführen ist, einen deutlicheren Einfluss auf die Messungen ausübt, auch wenn mir die Existenz einer entsprechenden Analyse der Auswirkung der Umgebungsimpedanz für einen SET mit einer endlichen Umgebungsimpedanz nicht bekannt ist. Geht man davon aus, dass analog zum Fall eines einzelnen Tunnelkontaktes aufgrund einer ähnlichen Summenregel wie (2.61) auch im Fall eines SET eine Beziehung wie (2.78) gilt, und dass darüberhinaus analog zu (2.77) auch der Übergang von der Strom-Spannungs-Kennlinie

im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz zu der im Grenzfall einer unendlichen Umgebungsimpedanz sich asymptotisch proportional zu $1/V_{SD}$ verhält, so kann zumindest das Ansteigen des Leitwertes $G(V_{SD})$ beschrieben werden. So kommt es aufgrund des Übergangs zwischen den beiden Strom-Spannungs-Kennlinien mit betragsmäßig steigender Transportspannung V_{SD} zu einem Zurückbleiben des tatsächlich fließenden Stroms I gegenüber dem auf Basis des Gesamtwiderstands R_{Σ} erwarteten Stroms, also zu einer Reduzierung des Leitwertes, wie die Diskussion in Abschnitt 2.4.2 gezeigt hat. Strebt der Strom I daher mit betragsmäßig steigender Transportspannung V_{SD} asymptotisch einer Strom-Spannungs-Kennlinie mit einem Gesamtwiderstand R_{Σ} entgegen, wobei die Abweichung asymptotisch proportional zu $1/V_{SD}$ verschwinden soll¹¹, so strebt der Leitwert entsprechend asymptotisch proportional zu $1/V_{SD}^2$ seinem Grenzwert $G_{\Sigma} = 1/R_{\Sigma}$ entgegen. Die einfachste Möglichkeit, die bei einer reinen Proportionalität zu $1/V_{SD}$ bzw. $1/V_{SD}^2$ bei $V_{SD} = 0$ auftretende Divergenz zu vermeiden und gleichzeitig dem Bereich der Coulomb-Blockade Rechnung zu tragen, ist der Ansatz

$$G(V_{SD}) = G_{\Sigma} - \frac{K}{(V_{SD} - V_0)^2} \quad , \quad (5.41)$$

wobei K eine Proportionalitätskonstante und V_0 ein entsprechender Spannungsoffset ist, der der vorhandenen Coulomb-Blockade Rechnung trägt. Entsprechend sollte V_0 im Bereich positiver Transportspannungen V_{SD} ebenfalls positiv und im Bereich negativer Transportspannungen negativ sein. Dieser Ansatz kann natürlich nur dort angewendet werden, wo der Leitwert $G(V_{SD})$ nicht mehr signifikant durch das Hinzutreten von Leitungskanälen in das Transportspannungsfenster geändert wird. Legt man gerade in diesem intermediären Bereich der Strom-Spannungs-Kennlinie zwischen dem Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanz bei kleinen Transportspannungen V_{SD} und dem Grenzfall der sehr großen Umgebungsimpedanz bei größeren Transportspannungen ebenfalls das Ergebnis der numerischen Berechnungen aus Abbildung 5.44 zugrunde, das ja streng nur im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz gilt, so sollte für numerische Fits der Leitwert-Daten nur der Transportspannungsbereich $|V_{SD}| > 1$ mV herangezogen werden.

MS	V_{SD} -Bereich	G_{Σ} (μ S)	K (μ S·mV ²)	V_0 (mV)
1	$V_{SD} > 1.0$ mV	6.98	20.7	-7.06
1	$V_{SD} < -1.0$ mV	7.01	29.3	8.22
2	$V_{SD} > 1.0$ mV	7.13	11.5	-4.35
2	$V_{SD} < -1.0$ mV	7.15	18.4	6.20

Tabelle 5.7: Fitparameter nach (5.41) für je eine Messung beider Messserien (MS) an SET A. Eine Abschätzung der Unsicherheit der einzelnen Parameter ist nur sehr bedingt möglich.

Das Ergebnis eines entsprechenden Fits mit Hilfe des Ansatzes (5.41) hängt jedoch deutlich vom gewählten Datenbereich ab, wobei sehr ähnliche Fitergebnisse starke Unterschiede in den Parametern K und V_0 aufweisen. Die Schwankungen des nach dieser Methode bestimmten Parameters G_{Σ} liegen aber typischerweise im Bereich unter 1% und die Werte von G_{Σ} selbst im Bereich des Wertes, der sich bei einer Transportspannung von $V_{SD} \approx 15$ mV ergibt. Tabelle 5.7 enthält beispielhaft für jeweils einen an SET A gemessenen $G(V_{SD})$ -Verlauf das Endergebnis einer entsprechenden Serie von numerisch durchgeführten Fits. Die zugehörigen Graphen sind in Abbildung 5.46 als blaue Linien eingezeichnet. Sie beschreiben den Verlauf des Leitwertes $G(V_{SD})$ recht gut. Sehr auffällig an den beiden Ergebnissen sind jedoch zum einen die deutliche Asymmetrie der Fitkurven bezüglich des Vorzeichens von V_{SD} , die sich sowohl in den Graphen wie auch in den Parametern zeigt, sowie zum anderen das Vorzeichen und die betragsmäßige Größe von V_0 . Gerade das Vorzeichen und die absolute Größe des Parameters V_0 sind bis zum

¹¹In der Literatur wurde auch ein asymptotischer Übergang $\propto 1/\sqrt{V_{SD}}$, sowie lineare Kombinationen zwischen diesem und dem im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Übergang $\propto 1/V_{SD}$ vorgeschlagen [Pen00].

jetzigen Zeitpunkt nicht verstanden. Eine Einschätzung des Parameters K , der ebenfalls eine erhebliche Asymmetrie bezüglich des Vorzeichens der Transportspannung V_{SD} zeigt, ist nur sehr bedingt möglich. Der Wert G_{Σ} hingegen liegt im Bereich des Erwarteten. Er entspricht etwa einem Gesamtwiderstand $R_{\Sigma} \approx 140.1 \text{ k}\Omega$, und liegt damit im Bereich des Gesamtwiderstands, der sich bei $|V_{SD}| \approx 15 \text{ mV}$ ergibt. Die Frage, ob der beobachtete Anstieg des Leitwertes $G(V_{SD})$ im betrachteten Transportspannungsbereich tatsächlich im Wesentlichen auf die endliche Umgebungsimpedanz zurückzuführen ist, ist unklar. Dafür spricht hauptsächlich die recht gute Übereinstimmung mit dem Ansatz (5.41) in einem Spannungsbereich, in dem nicht mit dem Auftreten von Effekten, wie sie aus dem Simmons-Modell bekannt sind, zu rechnen ist. Fraglich bleibt das Ergebnis jedoch schon deshalb, da die gewonnenen Parameter zum einen mit dem zugrunde gelegten Datenbereich deutlich variieren und erhebliche Asymmetrien bezüglich des Vorzeichens von V_{SD} , sowie überraschende Ergebnisse bezüglich ihres eigenen Vorzeichens und der absoluten Größen aufweisen. Häufig sind dies Anzeichen für das Zusammenbrechen bzw. für eine Nicht-Anwendbarkeit eines Modells.

Die somit erhaltenen Werte für R_{Σ} sind in Tabelle 5.8 zusammengefasst. Es bleibt allerdings noch eine Auffälligkeit im Zusammenhang mit den in Abbildung 5.46 gezeigten Messungen zu erwähnen. Alle in dieser Abbildung dargestellten Messungen beider Messserien zeigen ein regelmäßiges, innerhalb einer Messserie reproduzierbares Auftreten eines Einbrechens des Leitwertes $G(V_{SD})$, wie die kleine Teilabbildung in Abbildung 5.46 deutlich zeigt. Die Periode dieser Struktur liegt bei etwa 0.80 mV . Die Gründe für dieses Einbrechen können vielfältig sein. So ist im Prinzip beispielsweise ein messtechnisch bedingtes Artefakt nicht auszuschließen. Andererseits zeigen viele Messungen ähnliche Fluktuationen des Leitwertes [Wah95, Wah98b, Kau96a, Pen00, Wal02a, Far98, Wah98a], die bei Bauelementen und Serienschaltungen vieler kleiner Tunnelkontakte durchaus verschwinden, wofür Mittelungseffekte verantwortlich gemacht werden [Kau96a]. Diese Fluktuationen sind im Allgemeinen reproduzierbar und zeigen häufig eine hohe Empfindlichkeit auf externe Magnetfelder, weshalb ihr Auftreten auch im Rahmen von schwachen Lokalisierungseffekten im Zusammenhang mit Störstellen in den Tunnelbarrieren diskutiert und erklärt wird [Ler92, Wah95, Wah95, Wah98a, Kau96a]. Die Fluktuationen des Leitwertes sollen danach mit wachsender Transportspannung steigen [Ler92]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sind diese Effekte jedoch nicht ausreichend untersucht worden, um verlässliche Aussagen hierzu machen zu können. Das zweite untersuchte Bauelement SET B zeigt diese klaren und eindeutig reproduzierbaren Strukturen nicht, wie Abbildung 5.48 belegt.

Verfahren bzw. $ V_{SD} $ (mV)	MS 1 R_{Σ} (k Ω)	MS 2 R_{Σ} (k Ω)
1.0 – 1.5	(151.2 ± 1.0)	(147.8 ± 1.2)
≈ 15	(143.8 ± 0.9)	(140.3 ± 0.8)
Fit (5.41)	(142.8 ± 0.8)	(140.0 ± 0.6)
obere Grenze (2.41)	$\lesssim 167$	$\lesssim 161$

Tabelle 5.8: Zusammenfassung der Gesamtwiderstände R_{Σ} von SET A sortiert nach Auswertungsverfahren bzw. V_{SD} -Bereich und Messserien (MS).

Abgesehen vom Fehlen der deutlichen Fluktuationen, verhält sich SET B jedoch sehr ähnlich wie SET A. Auch im Fall von SET B liegen die erwarteten Abweichungen des Leitwertes $G(V_{SD})$ im Rahmen der numerischen Simulationen, also im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz, im Bereich $|V_{SD}| \geq 1 \text{ mV}$ deutlich unter 1% des Leitwertes $G_{\Sigma} = 1/R_{\Sigma}$, wie Abbildung 5.47 zeigt. Dort sind wiederum drei $G(V_{SD})$ -Verläufe, die im Rahmen des T_e -Modells berechnet wurden, für effektive Temperaturen des elektronischen Systems zwischen $T_e = 40 \text{ mK}$ und $T_e = 150 \text{ mK}$ dargestellt. Auch in diesem Fall decken die gewählten T_e -Werte den gesamten Be-

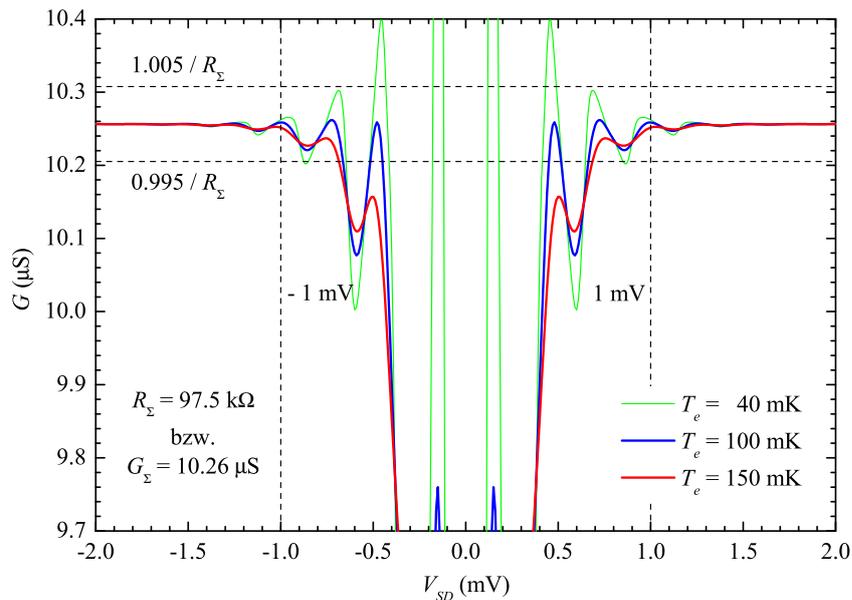


Abbildung 5.47: Numerisch berechneter Verlauf des Leitwertes $G(V_{SD})$ für SET B im T_e -Modell mit effektiven Temperaturen zwischen 40 mK und 150 mK.

reich der im Rahmen dieses Abschnitts untersuchten Fälle ab, wie ein Vergleich mit Tabelle 5.6 zeigt.

Abbildung 5.48 zeigt die entsprechenden an SET B gewonnenen Messergebnisse. Auch hier kann durch Variation der Gate-Spannung V_G der in (2.39) definierte lineare Leitwert G_0 im Inneren der Coulomb-Blockade zwischen etwa $0.31 \mu\text{S}$ und etwa $3.9 \mu\text{S}$ für Messserie 1 und $4.6 \mu\text{S}$ für Messserie 2 verändert werden, woraus sich als obere Grenzen für den Gesamtwiderstand R_Σ im Fall von Messserie 1 etwa $128 \text{ k}\Omega$ und für Messserie 2 etwa $106 \text{ k}\Omega$ ergeben. Darüberhinaus zeigt auch SET B sowohl eine deutliche Erhöhung des Leitwertes zwischen den beiden Messserien, wie auch innerhalb jeder Messserie ein klares Ansteigen des gemessenen Leitwertes $G(V_{SD})$ mit betragsmäßig wachsender Transportspannung V_{SD} . Dieser Anstieg kann analog zum Vorgehen bei SET A im Bereich positiver und negativer Transportspannungen mit Hilfe des Ansatzes (5.41) beschrieben werden. Die zugehörigen Fitparameter sind in Tabelle 5.9 zusammengefasst. Auch hier zeigen insbesondere die Parameter K und V_0 die schon im Zusammenhang mit SET A beschriebenen starken Variationen. Der so bestimmte Wert G_Σ stimmt, wie schon bei SET A, sehr gut mit den bei $V_{SD} \approx 15 \text{ mV}$ bestimmten Werten für Messserie 1 und 2 überein. Ebenfalls analog zur Vorgehensweise bei SET A sind darüberhinaus im Bereich kleiner Transportspannungen V_{SD} mit Hilfe einer linearen Regression die Gesamtwiderstände R_Σ im Bereich $1.0 \text{ mV} \leq |V_{SD}| \leq 1.5 \text{ mV}$ ermittelt worden. Alle Angaben zu den Gesamtwiderständen von SET B sind in Tabelle 5.10 geordnet nach Messserie und Analysemethode bzw. V_{SD} -Bereich aufgelistet. Allerdings sind die Änderungen der Widerstände R_Σ bezogen auf den Wert der Messserie 1 im Fall von SET B deutlich größer als im Fall von SET A. Für dieses Bauelement liegen sie bei etwa 6.6% für $V_{SD} \approx 15 \text{ mV}$ und etwa 6.7% für $1.0 \text{ mV} \leq |V_{SD}| \leq 1.5 \text{ mV}$.

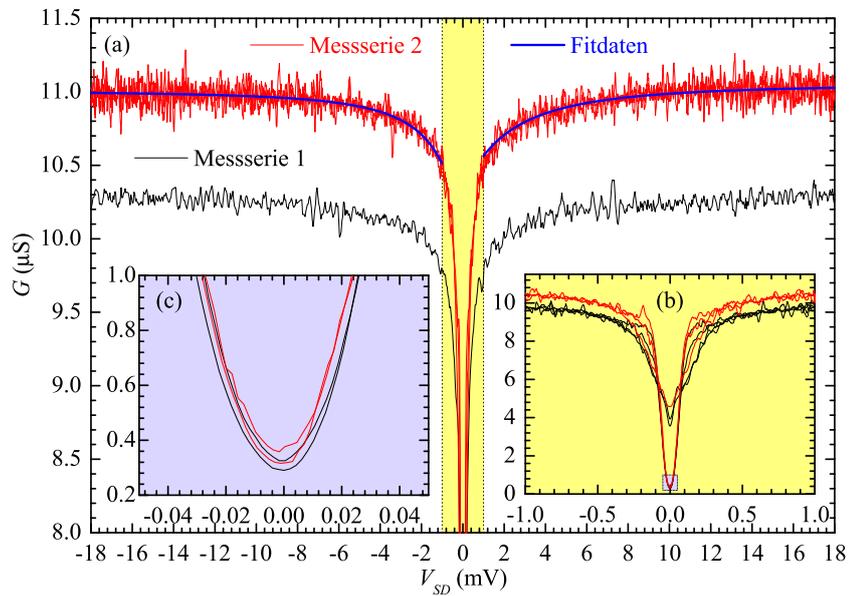


Abbildung 5.48: Darstellung der Leitwerte von SET B der Messserie 1 (schwarze Linien) und der Messserie 2 (rote Linien) im Bereich höherer Spannungen (a), kleinerer Transportspannungen (b) und im Bereich der maximalen Coulomb-Blockade (c). Die farblich hervorgehobenen Bereiche zeigen jeweils den vergrößerten Bereich. Die blaue Linie zeigt Fitdaten nach (5.41).

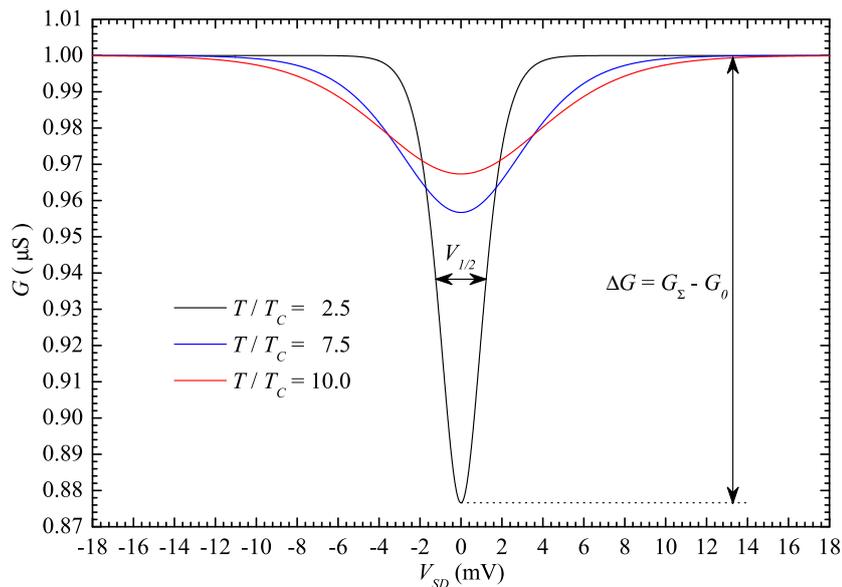


Abbildung 5.49: Numerisch berechneter $G(V_{SD})$ -Verlauf für einen symmetrischen SET ($f = 0.5$) für verschiedene Temperaturen $T > T_C$.

MS	V_{SD} -Bereich	G_{Σ} (μS)	K ($\mu\text{S}\cdot\text{mV}^2$)	V_0 (mV)
1	$V_{SD} > 1.0$ mV	10.3	6.4	-2.68
1	$V_{SD} < -1.0$ mV	10.3	17.4	5.64
2	$V_{SD} > 1.0$ mV	11.1	14.3	-4.38
2	$V_{SD} < -1.0$ mV	11.0	6.0	2.48

Tabelle 5.9: Fitparameter nach (5.41) für jeweils eine Messung beider Messserien an SET B. Eine Abschätzung der Unsicherheit der einzelnen Parameter ist nur sehr bedingt möglich.

Verfahren bzw. $ V_{SD} $ (mV)	MS 1 R_{Σ} (k Ω)	MS 2 R_{Σ} (k Ω)
1.0 – 1.5	(101.2 \pm 1.1)	(94.4 \pm 0.7)
≈ 15	(97.2 \pm 0.5)	(90.8 \pm 0.5)
Fit (5.41)	(97.0 \pm 0.3)	(90.6 \pm 0.3)
obere Grenze (2.41)	$\lesssim 128$	$\lesssim 106$

Tabelle 5.10: Zusammenfassung der Gesamtwiderstände R_{Σ} von SET B sortiert nach Auswertungsverfahren bzw. V_{SD} -Bereich und Messserien (MS).

5.6 Analyse der Hochtemperatur-Leitfähigkeit

Während die meisten Phänomene, die auf Einzelladungseffekten beruhen, im Temperaturbereich oberhalb der Coulomb-Temperatur $T \geq T_C$ exponentiell verschwinden, zeigen die Leitwertspektren von entsprechenden Einzelladungs-Bauelementen, also Messungen des Leitwertes G als Funktion der Transportspannung V_{SD} , auch in diesem Temperaturbereich ein zunächst unerwartetes Verhalten im Bereich um $V_{SD} = 0$, das häufig auch als *Leitwert-Anomalie* bezeichnet wird. Der Leitwert $G(V_{SD})$ zeigt in diesem Spannungsbereich einen zum Teil drastischen Einbruch, der auf Einzelladungseffekte zurückzuführen ist. Die Abhängigkeit dieses Phänomens von der Gate-Spannung V_G und damit auch vom Einfluss quasi-statischer elektrischer Felder, wie sie beispielsweise von Hintergrundladungen hervorgerufen werden können, ist hierbei aufgrund der Temperatur $T > T_C$ jedoch ebenfalls exponentiell unterdrückt. Abbildung 5.49 zeigt so drei mit Hilfe des im Rahmen dieser Arbeit implementierten Algorithmus numerisch berechnete Leitwertspektren eines symmetrischen SET für die Temperaturen $T/T_C = 2.5, 7.5$ und 10 . Das Einbrechen des Leitwertes $G(V_{SD})$ ist im Wesentlichen glockenförmig und kann durch zwei Parameter beschrieben werden, nämlich zum einen die Tiefe des Einbruchs ΔG , die sich aus dem linearen Leitwert G_0 in (2.39) und dem Leitwert G_{Σ} des Bauelements (5.39) gemäß

$$\Delta G = G_{\Sigma} - G_0 \quad (5.42)$$

zusammensetzt, und zum anderen aus der Halbwertsbreite des Einbruchs $V_{1/2}$. In Abbildung 5.49 sind beide Größen für das Leitwertspektrum bei $T/T_C = 2.5$ eingezeichnet. Hierbei flachen mit steigender Temperatur T die Glockenkurven des Leitwertes $G(V_{SD})$ immer weiter ab und werden breiter, wie Abbildung 5.49 ebenfalls zeigt.

Das Verhalten von $G_0(T)$ und somit von $\Delta G(T)$ kann unter sehr verschiedenen Randbedingungen als Funktion der Temperatur T theoretisch für einzelne Tunnelkontakte¹², SET und komplexere Serienschaltungen von Tunnelkontakten sowohl im Bereich großer Tunnelwiderstände, wie auch im Bereich größerer Tunnelleitfähigkeiten beschrieben werden [Dev04, Far01, Göp98b, Hir95, Göp00b, Pek94, Göp00a, Gol97, Kau96a, Kau98, Wal02b, Far00, Kau96b, Far98, Joy97, Göp97, Göp98a, Nan01]. Im Fall höherer Temperaturen, also im Fall $T \gg T_C$, ist die Beschreibung im

¹²Auch an einzelnen Tunnelkontakten kommt es aufgrund der endlichen Impedanz des Vakuums $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \approx 377 \Omega$ zu einer entsprechenden Anomalie des Leitwertes [Far98, Kau96a].

Bereich nahezu aller Tunnelleitfähigkeiten besonders einfach. Hier gilt die Beziehung

$$\frac{\Delta G}{G_\Sigma} = \frac{T_C}{3T} - \left(\kappa + \frac{3g\zeta(3)}{2\pi^4} \right) \cdot \left(\frac{T_C}{T} \right)^2 + \dots, \quad (5.43)$$

wobei T_C die Coulomb-Temperatur (2.16), T die Temperatur, $\zeta(x)$ die Riemann'sche Zeta-Funktion [Bro99] und g die dimensionslose Paralleleitfähigkeit (2.154) sind. Der in (5.43) auftretende Summand κ hängt von den im Rahmen der Herleitung dieses Ausdrucks verwendeten Näherungen ab. Einfache Näherungen liefern den Wert $\kappa = 0$ [Gol97], während aufwändigere Näherungsverfahren einen Wert $\kappa = 1/15$ liefern [Gol97, Göp98a, Göp00b, Göp00a]. Aus (5.43) ergibt sich mit $\kappa = 1/15$ der einfache Zusammenhang

$$G_0 = G_\Sigma - \frac{G_\Sigma T_C}{3} \cdot \frac{1}{T} + G_\Sigma T_C^2 \left(\frac{1}{15} + \frac{3\zeta(3)g}{2\pi^4} \right) \cdot \left(\frac{1}{T} \right)^2, \quad (5.44)$$

mit dessen Hilfe aus einer Auftragung des linearen Leitwertes G_0 gegen $1/T$ neben dem Gesamtleitwert G_Σ und der Coulomb-Temperatur T_C auch der Asymmetrieparameter f über die dimensionslose Leitfähigkeit g und (5.5) bestimmt werden kann. Um allerdings eine halbwegs zuverlässige Bestimmung von f zu ermöglichen, muss der quadratische Term in (5.44) einen nicht vernachlässigbaren Beitrag liefern. Um dies zu gewährleisten, sollte der dimensionslose Leitwert in der Größenordnung 1 liegen, es sollte also $g \sim 1$ gelten, was auf beide im Rahmen dieser Arbeit intensiv untersuchte Bauelemente zutrifft¹³. Liegen die Temperaturen T deutlich über der Coulomb-Temperatur T_C oder ist die dimensionslose Leitfähigkeit $g \ll 1$, so dass der quadratische Term in (5.44) vernachlässigt werden kann, so vereinfacht sich die Temperaturabhängigkeit des linearen Leitwertes $G_0(T)$ zu

$$G_0 = G_\Sigma - \frac{G_\Sigma T_C}{3} \cdot \frac{1}{T}. \quad (5.45)$$

Auch die Breite des Leitwert-Einbruchs $V_{1/2}(T)$ zeigt ein klares, von der Temperatur abhängiges Verhalten. Im Wesentlichen steigt $V_{1/2}(T)$ proportional zur Temperatur T an, wobei es im Bereich hoher Temperaturen T , also wiederum für $T \gg T_C$, der Beziehung

$$V_{1/2} \approx \frac{5.439 \cdot k_B N}{e} \cdot T \quad (5.46)$$

gehört, wobei N die Zahl der Tunnelkontakte ist [Kau96a, Kau98, Dev04, Ber99, Far01, Hir95, Pek94, Far97]. Der numerische Faktor in (5.46) ist eine Folge der glockenförmigen Gestalt des Einbruchs des Leitwertes. Liegt die Temperatur T in der Größenordnung der Coulomb-Temperatur T_C , also im Fall $T \gtrsim T_C$, müssen Korrekturen höherer Ordnung in (5.46) berücksichtigt werden. Im Fall eines SET mit $N = 2$ ergibt sich so mit dem zusätzlich hinzutretenden, zu T_C -proportionalen Term

$$V_{1/2} \approx \frac{10.878 \cdot k_B}{e} \cdot T + 1.42179 \cdot \frac{k_B}{e} \cdot T_C \quad (5.47)$$

[Ber99, Far01, Far97]. Sowohl die Analyse von ΔG , wie auch die von $V_{1/2}$ werden bei bekannten Bauelement-Parametern zur Messung der Temperatur T eingesetzt, da insbesondere über (5.46) eine von Bauelement-spezifischen Parametern unabhängige Messung der Temperatur möglich ist. Auf Einzelladungseffekten beruhende Bauelemente können so als primäre Thermometer verwendet werden, weshalb diese Methode der Temperaturmessung häufig als *Coulomb-Blockade-Thermometrie* bezeichnet wird.

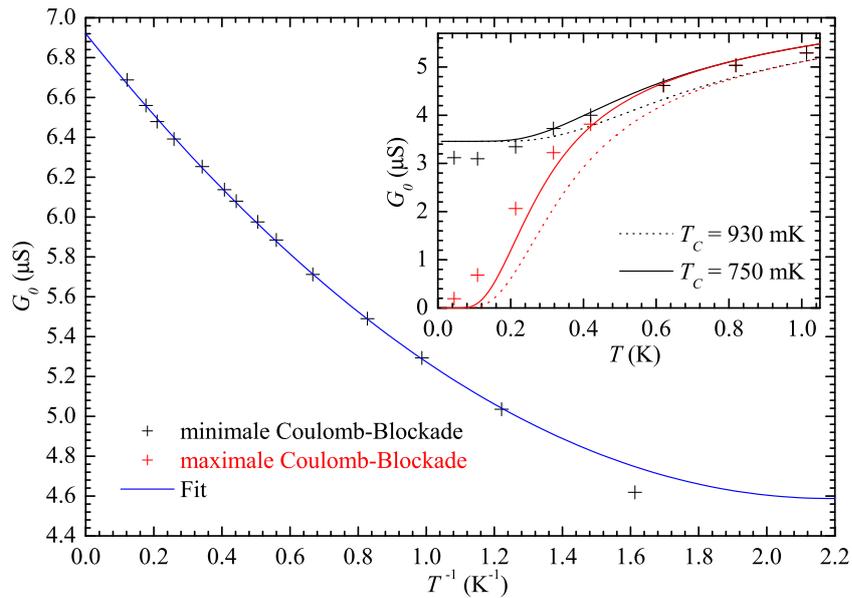


Abbildung 5.50: Darstellung des linearen Leitwertes G_0 gegen $1/T$ von SET A mit einem Fit nach (5.44) im Bereich $T > T_C$ (blaue Linie). Die kleine Teilabbildung zeigt G_0 als Funktion von T im Tieftemperaturbereich $T \lesssim T_C$. Die durchgezogenen bzw. die punktierten Linien zeigen den berechneten Verlauf für $T_C = 750 \text{ mK}$ und $T_C = 930 \text{ mK}$ (Fitergebnis).

Linearer Leitwert

Abbildung 5.50 zeigt die experimentell ermittelten linearen Leitfähigkeiten G_0 von SET A aufgetragen gegen die reziproke Temperatur der Probenplattform T . Alle im Rahmen dieses Abschnitts gezeigten Messungen sind im Rahmen der Messserie 2 entstanden. Nach Abschluss dieser Messserie ist die jeweilige Temperatur der Probenplattform bei allen im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Temperaturen mit Hilfe eines geeichten Metallschichtwiderstandes bestimmt worden. Neben den reinen Messdaten ist in Abbildung 5.50 ein als blaue Linie eingezeichneter Fit nach (5.44) enthalten, der einen Gesamtwiderstand von SET A von $R_\Sigma = (144.6 \pm 1.1) \text{ k}\Omega$, sowie einen Asymmetrieparameter von etwa $f \approx 0.7$ bzw. $f \approx 0.3$ und eine Coulomb-Temperatur von $T_C = (930 \pm 140) \text{ mK}$ liefert, was einer Gesamt-Kapazität von SET A von $C_\Sigma = (1.00 \pm 0.15) \cdot 10^{-15} \text{ F}$ entspricht. Der Asymmetrieparameter streut hierbei je nach Datenbereich, der dem Fit zugrunde gelegt wird, in erheblichem Umfang. Datenbereiche, die jedoch im Rahmen eines Fits nach (5.44) zu einer Coulomb-Temperatur von etwa 930 mK führen, führen ebenfalls zu Asymmetrieparametern im Bereich $f = (0.7 \pm 0.1)$. Der Grund hierfür liegt darin, dass nach (5.44) in f sowohl G_Σ , wie auch T_C eingehen, so dass Unsicherheiten dieser beiden Parameter, die auf die Streuung der Messdaten zurückzuführen sind, auch den Asymmetrieparameter f in erheblichem Maße beeinflussen. Die Übereinstimmung des auf den Fitdaten beruhenden $G_0(T)$ -Verlaufs mit den Messdaten ist jedoch sehr zufriedenstellend.

Wird der Datenbereich auf Temperaturen deutlich oberhalb von T_C liegen beschränkt, und ein Fit ohne die Berücksichtigung des quadratischen Terms nach (5.45) durchgeführt, ergeben sich für SET A ein Gesamtwiderstand $R_\Sigma = (144.7 \pm 1.2) \text{ k}\Omega$ und eine Coulomb-Temperatur $T_C = (870 \pm 120) \text{ mK}$, was einer Gesamtkapazität von $C_\Sigma = (1.07 \pm 0.15) \cdot 10^{-15} \text{ F}$ entspricht. Ein Grund für diese signifikante Diskrepanz zwischen den Ergebnissen der beiden Ansätze (5.44) und (5.45) könnte daran liegen, dass bei den im Rahmen dieser Arbeit erreichbaren Tempera-

¹³Für SET A ist $g \gtrsim 0.8$ und für SET B etwa $g \gtrsim 1$.

turen von bis zu 8.2 K und der dimensionslosen Leitfähigkeit $g \gtrsim 0.8$ von SET A der Beitrag des quadratischen Terms in (5.44) eben nicht vernachlässigt werden darf. Andererseits scheint die im Rahmen des Fits nach (5.44) bestimmte Coulomb-Temperatur T_C zu hoch zu sein, wie ein Vergleich der gemessenen linearen Leitfähigkeiten G_0 als Funktion von T im Bereich kleiner Temperaturen $T \lesssim T_C$ mit dem auf numerischen Berechnungen basierenden, entsprechenden Verlauf für $T_C = 930$ mK und $T_C = 750$ mK in der verkleinerten Teilabbildung in 5.50 zeigt. Die Übereinstimmung zwischen dem gemessenen und den auf Basis der Fitparameter nach (5.44) berechneten $G_0(T)$ -Verläufen ist eher schlecht. Eine Reduktion der Coulomb-Temperatur T_C auf etwa 750 mK zeigt so eine erheblich verbesserte Übereinstimmung. Die Abweichungen im Bereich sehr tiefer Temperaturen zwischen den berechneten und dem gemessenen $G_0(T)$ -Verlauf können zum einen auf eine nicht optimal eingestellte Gate-Spannung oder auch auf ein numerisches Artefakt im Rahmen der gleitenden Differenzierung der Daten zu Grunde liegenden Strom-Spannungs-Kennlinien zurückzuführen sein, da der Spannungsbereich der Leitwert-Anomalie mit abnehmender Temperatur erheblich schmaler wird. Zum anderen besteht jedoch auch die Möglichkeit, dass dies aufgrund des hohen dimensionslosen Paralleleitwertes g auf Quantenfluktuationen zurückzuführen ist, wie dies in Abschnitt 2.5.4 beschrieben wurde.

Insgesamt wirft der Vergleich der numerisch berechneten und der experimentell gemessenen $G_0(T)$ -Verläufe die Frage nach der Anwendbarkeit von (5.44) zur Analyse der im Rahmen dieser Arbeit hergestellten SET auf. Rein formal liefert der quadratische Term in (5.44) einen positiven Beitrag zu G_0 , so dass, um eine Übereinstimmung mit den vorgegebenen Messdaten zu erzielen, dieser zusätzliche positive Beitrag gegenüber einem Fit nach (5.45) durch den linearen Term, also durch ein leicht erhöhtes T_C kompensiert werden muss. Aufgrund der ohnehin geringen Krümmung der Funktion (5.44) durch den quadratischen Term, scheint dies im Rahmen der Streuung der Messdaten durchaus möglich.

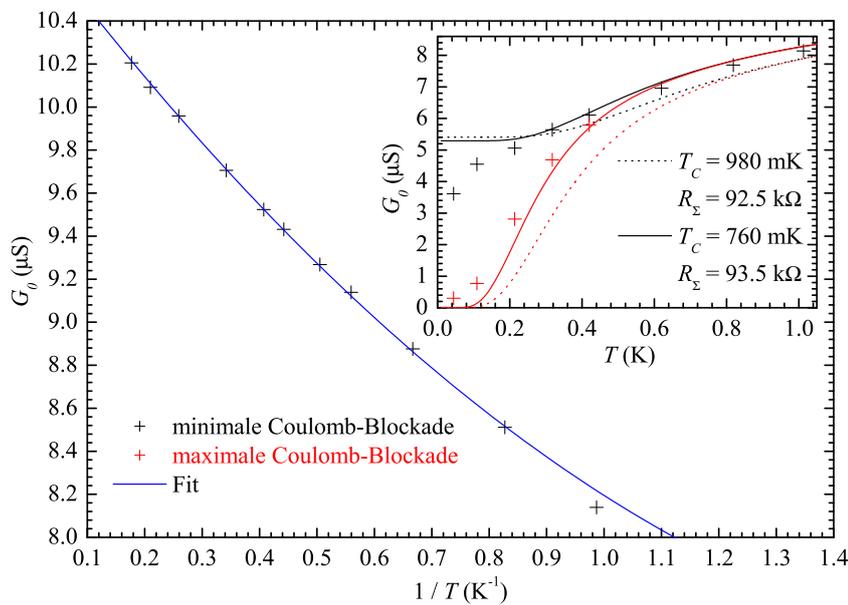


Abbildung 5.51: Darstellung des linearen Leitwertes G_0 gegen $1/T$ von SET B mit einem Fit nach (5.44) im Bereich $T > T_C$ (blaue Linie). Die kleine Teilabbildung zeigt G_0 als Funktion von T im Tieftemperaturbereich $T \lesssim T_C$. Die durchgezogenen bzw. die punktierten Linien zeigen den berechneten Verlauf für $T_C = 760$ mK und $T_C = 980$ mK (Fitergebnis).

Abbildung 5.51 zeigt den Verlauf des linearen Leitwertes als Funktion der Temperatur T der Probenbühne für SET B im Bereich höherer Temperaturen $T \gtrsim T_C$. Abbildung 5.51 zeigt neben

den eigentlichen Messdaten ebenfalls als blaue Linie einen nach (5.44) berechneten Verlauf, dem ein Gesamtwiderstand $R_\Sigma = 92.5 \text{ k}\Omega$, ein Asymmetrieparameter von $f = 0.4$ bzw. $f = 0.6$ und eine Coulomb-Temperatur $T_C = 980 \text{ mK}$ zu Grunde liegt, was einer Gesamt-Kapazität von etwa $9.5 \cdot 10^{-16} \text{ F}$ entspricht. Bei diesem Bauelement ist im Rahmen eines Fits nach (5.44) nur in einem einzigen Fall die Bestimmung des Asymmetrieparameters f gelungen. In allen anderen Fällen lieferte der Fit keine verwertbaren Informationen. Hierfür sind wahrscheinlich im Wesentlichen der im Rahmen der Messungen beschränkte zugängliche Temperaturbereich und der Einfluss der Unsicherheiten von G_Σ und T_C auf f verantwortlich. Die Beschränkung des Datenbereichs auf die höchsten Temperaturen und die Verwendung von (5.45) zum Fit der Messdaten, also der Verzicht auf den quadratischen Term, liefert im Rahmen einer Serie von numerisch durchgeführten Fits einen Gesamtwiderstand $R_\Sigma = (93.8 \pm 0.5) \text{ k}\Omega$ und eine Coulomb-Temperatur $T_C = (780 \pm 40) \text{ mK}$, was einer Gesamt-Kapazität von SET B von $C_\Sigma = (1.19 \pm 0.06) \cdot 10^{-15} \text{ F}$ entspricht. Auch dieses Ergebnis zeigt wieder das schon an SET A beobachtete Phänomen, dass die mit (5.45) bestimmten Coulomb-Temperaturen unterhalb von den mit (5.44) bestimmten Werten liegen. Auch hier scheint, wie die kleine Teilabbildung in Abbildung 5.51 im Bereich tiefer Temperaturen $T \lesssim T_C$ zeigt, der experimentell bestimmte Verlauf der linearen Leitwerte $G_0(T)$ durch eine niedrigere Coulomb-Temperatur besser beschreibbar zu sein. Darüberhinaus zeigt auch SET B das zu sehr niedrigen Temperaturen deutliche Abnehmen des linearen Leitwertes, das sowohl auf eine nicht optimale Gate-Spannung oder numerische Artefakte, aber auch auf Quantenfluktuationseffekte zurückzuführen sein könnte. Im Gegensatz zu SET A stimmen die beiden mit (5.44) und (5.45) bestimmten Gesamtwiderstände von SET B erheblich schlechter überein.

Halbwertsbreite

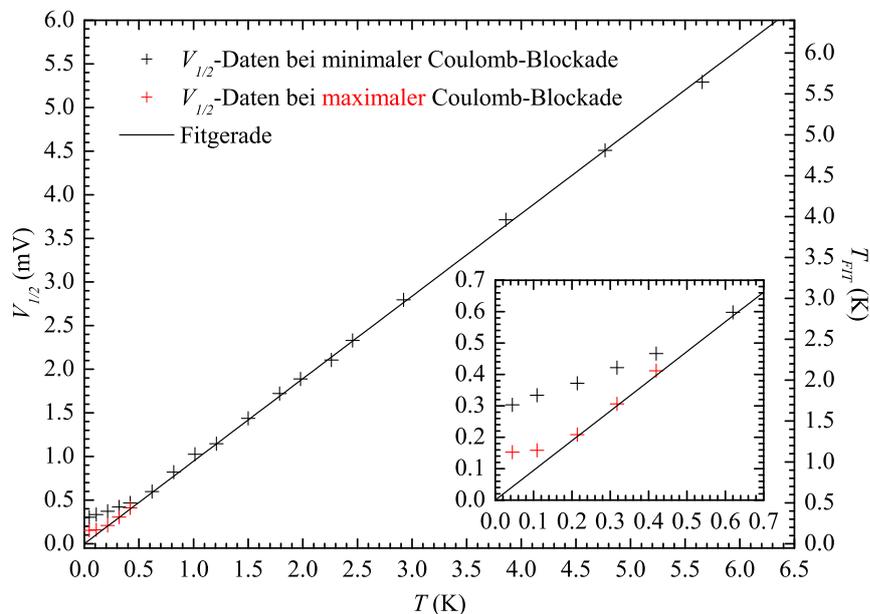


Abbildung 5.52: Vergleich der Messdaten der Halbwertsbreite $V_{1/2}$ als Funktion der Temperatur T mit der Vorhersage (5.46) für SET B. Die auf der rechten Skala angegebene Temperatur T_{FIT} entspricht der zu einem Wert $V_{1/2}$ gehörenden Temperatur gemäß (5.48). Die Teilabbildung zeigt den Bereich tiefer Temperaturen vergrößert.

Im Fall von SET B zeigt der Vergleich der gemessenen Halbwertsbreiten $V_{1/2}$ als Funktion der

Temperatur der Probenplattform T eine sehr gute Übereinstimmung mit den Vorhersagen (5.46). Mit der Temperatur

$$T_{FIT}(V_{1/2}) = \frac{e}{10.878 \cdot k_B} \cdot V_{1/2} \quad (5.48)$$

ergibt sich mit $T_{FIT}/T = (1.009 \pm 0.001)$ eine Übereinstimmung, die im Rahmen der Genauigkeit des numerischen Faktors in (5.46) liegt. Wird zusätzlich der Einfluss von Termen höherer Ordnungen berücksichtigt, und ein Fit der Messdaten nach (5.47) durchgeführt, ergibt sich eine noch bessere Übereinstimmung von $(T_{FIT} - 1.42179 \cdot k_B T_C / e) / T = (1.001 \pm 0.006)$, wobei allerdings die aus dem absoluten Glied von (5.47) erhaltene Coulomb-Temperatur $T_C = (290 \pm 90)$ mK, was einer Gesamt-Kapazität von $C_\Sigma = (3.2 \pm 1.0) \cdot 10^{-15}$ F entspricht, deutlich unter allen bisher erhaltenen Ergebnissen für C_Σ oder T_C liegt.

Die Beziehung (5.46) gilt streng nur im Bereich $T \gg T_C$, beschreibt jedoch, wie die kleine Teilabbildung in Abbildung 5.52 zeigt, auch das Verhalten von $V_{1/2}(T)$ im Bereich $T \lesssim T_C$ bis etwa 200 mK im Fall der Leitwertspektren für die maximale Coulomb-Blockade sehr gut. Geht man davon aus, dass (5.46) auch im Bereich $T < 200$ mK gilt, so kann anhand der in der Teilabbildung in Abbildung 5.52 gezeigten Daten aufgrund der bereits oben diskutierten Unsicherheit in Bezug auf die Gate-Spannung V_G eine Obergrenze für die effektive elektronische Temperatur T_e für eine Temperatur der Probenplattform $T \approx 40$ mK von etwa 165 mK abgeschätzt werden. Dieser Wert ist konsistent mit den in Abschnitt 5.4 ermittelten Werten von T_e .

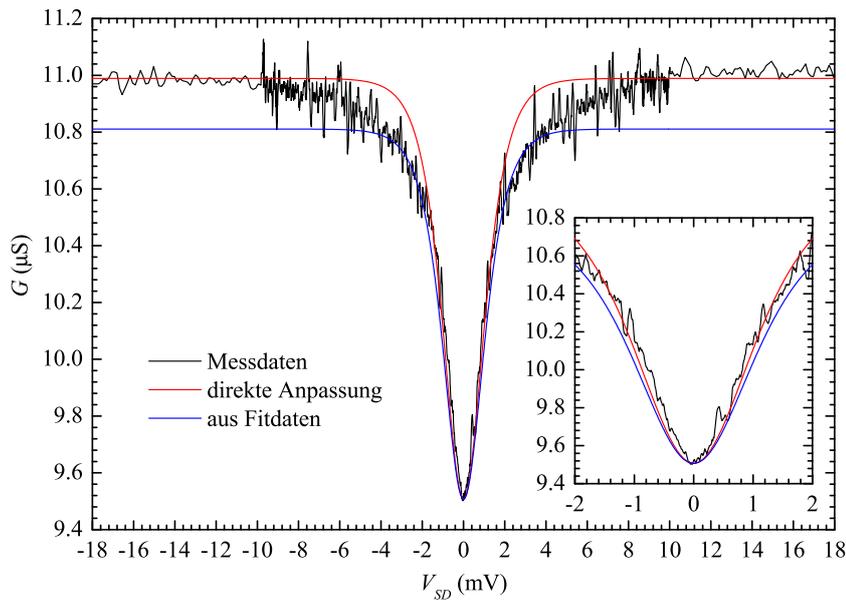


Abbildung 5.53: Vergleich eines an SET B bei einer Temperatur von $T \approx 2.5$ K gemessenen $G(V_{SD})$ -Verlaufs mit berechneten Verläufen. Die blaue Kurve basiert im Wesentlichen auf den nach (5.44) bestimmten Parametern, während die rote Kurve direkt an die Messdaten angepasst wurde.

Abbildung 5.53 zeigt einen direkten Vergleich der bei einer Temperatur von etwa $T \approx 2.5$ K an SET B gemessenen Leitwertspektren mit zwei numerisch berechneten Verläufen. Der blau eingezeichnete Verlauf basiert im Wesentlichen auf dem im Zusammenhang mit der Auswertung nach (5.44) erhaltenen Satz Bauelement-spezifischer Parameter. Auffällig ist in diesem Zusammenhang die starke Abweichung des berechneten Verlaufs vom gemessenen im Bereich $|V_{SD}| \gtrsim 3$ mV. Im Bereich der Transportspannungen $|V_{SD}| < 3$ mV ist die Übereinstimmung recht zufriedenstellend, auch wenn die berechnete Kurve eine etwas größere Breite aufweist, wie die kleine Teilabbildung in Abbildung 5.53 zeigt. Die rot dargestellte Kurve ist direkt an die Messdaten

angepasst worden. Hierbei sind im Wesentlichen nur zwei Parameter gegenüber den in Abschnitt 5.4 ermittelten Parametern modifiziert worden. So ist im Außenbereich der Kurven bei Transportspannungen $|V_{SD}| \geq 12 \text{ mV}$ der Gesamtwiderstand R_Σ und bei $V_{SD} \approx 0$ durch Variation von C_Σ die Tiefe des Einbruchs des Leitwertes angepasst worden. Sonst liegt beiden Messungen das einfachere T_e -Modell zugrunde, wobei die effektive Temperatur des elektronischen Systems T_e mit der Temperatur der Probenplattform T gleichgesetzt wurde. Dies scheint aufgrund der hohen Temperatur des Systems im Vergleich zu den deutlich geringeren ermittelten Temperaturunterschieden zwischen T_e und der Temperatur der Probenplattform bei den Messungen in Abschnitt 5.4 von $T \approx 40 \text{ mK}$ angebracht zu sein. Die dem System in Form hochfrequenter Photonen und durch niederfrequente Spannungsfuktuationen zugeführte Energie spielt im Vergleich zur vorhandenen thermischen Energie ebenfalls eine untergeordnete Rolle, wie auch Vergleichssimulationen mit hohen Photonenintensitäten und Fluktuationspotenzialen zeigen, die jedoch aus Platzgründen hier nicht gezeigt werden können. Die Übereinstimmung der Messdaten mit dem berechneten Verlauf ist mit Ausnahme des Spannungsbereichs zwischen etwa 1.6 mV und etwa 7 mV hervorragend. Die Messdaten können im Spannungsbereich $|V_{SD}| \geq 2 \text{ mV}$ sehr gut durch den Ansatz (5.41) beschrieben werden, so dass auch hier die Möglichkeit besteht, dass diese Abweichung zwischen Mess- und Simulationsdaten auf den Übergang der zu Grunde liegenden Strom-Spannungs-Kennlinien vom Grenzfall verschwindender Umgebungsimpedanz in den Grenzfall einer großen Umgebungsimpedanz zurückzuführen ist. Eine entsprechende Anpassung simulierter Daten an die Messdaten zeigt, dass wenigstens im Bereich zwischen etwa 1 K und etwa 4 K mit steigender Temperatur die den Simulationen zugrunde gelegten Gesamt-Kapazitäten C_Σ reduziert, also die entsprechenden Coulomb Temperaturen T_C erhöht werden müssen. Hierbei steigt im Bereich zwischen 1 K und etwa 4 K die Coulomb-Temperatur von etwa 920 mK auf über 1130 mK . Ob dies im Zusammenhang mit dem in Abschnitt 5.8 geschilderten Horizont-Modell steht, ist bis zum jetzigen Zeitpunkt nicht klar.

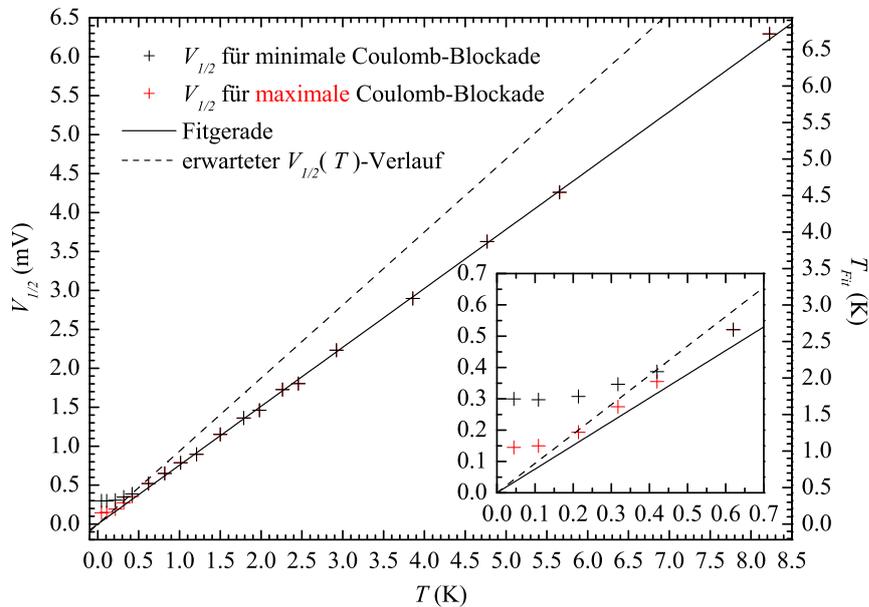


Abbildung 5.54: Vergleich der Messdaten der Halbwertsbreite $V_{1/2}$ als Funktion der Temperatur T zusammen mit einer Fitgeraden (durchgezogene Linie) und der Vorhersage (gestrichelte Linie) für SET A. Die auf der rechten Skala angegebene Temperatur T_{FIT} entspricht der zu einem Wert $V_{1/2}$ gehörenden Temperatur gemäß (5.48). Die Teilabbildung zeigt den Bereich tiefer Temperaturen vergrößert.

Abbildung 5.54 zeigt die an SET A gemessenen Halbwertsbreiten des Einbruchs der Leitfähigkeit $V_{1/2}$ als Funktion der Temperatur T . Die Daten zeigen im Bereich höherer Temperaturen $T \gtrsim T_C$

eine klare Proportionalität zur Temperatur T , die allerdings erheblich von der als gestrichelte Linie dargestellten Vorhersage nach (5.46) abweicht. Unter Berücksichtigung der Definition von T_{FIT} in (5.48) ergibt sich eine Steigung der in Abbildung 5.54 eingezeichneten Fitgeraden von $T_{FIT}/T = (0.81 \pm 0.06)$. Auch die Berücksichtigung der Terme höherer Ordnungen nach (5.47) verbessern das Ergebnis nicht, sondern führen zu unsinnigen Werten für T_C . In diesem Fall liegt die Steigung der Geraden ebenfalls bei $(T_{FIT} - 1.42179 \cdot k_B T_C / e) / T = (0.81 \pm 0.06)$. Die Coulomb-Temperatur T_C ist in diesem Fall sogar negativ.

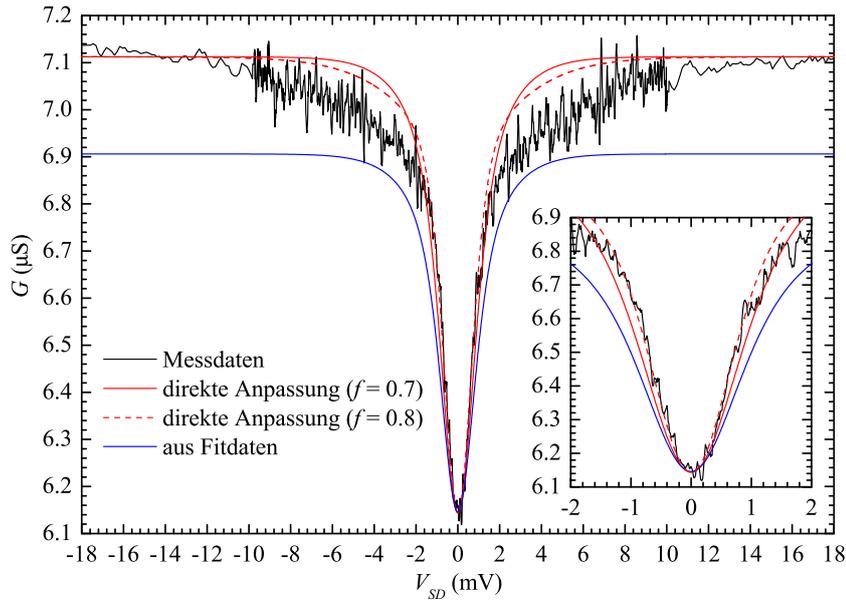


Abbildung 5.55: Vergleich eines an SET A bei einer Temperatur von $T \approx 2.5$ K gemessenen $G(V_{SD})$ -Verlaufs mit berechneten Verläufen. Die blaue Kurve basiert auf den Fitdaten nach (5.44), während die roten Kurven direkt an die Messdaten mit $f = 0.7$ (durchgezogene Linie) und $f = 0.8$ (gestrichelte Linie) angepasst wurden.

Um dem Grund für diese signifikante Abweichung nachzuspüren, sind ebenfalls im Temperaturbereich zwischen 1 K und 4 K verschiedene, im einfacheren T_e -Modell ohne niederfrequente Spannungsfuktuationen berechnete Leitwertspektren an die Messdaten angepasst worden. Abbildung 5.55 zeigt die Ergebnisse dieser Anpassung beispielhaft für SET A bei einer Temperatur $T_e = T \approx 2.5$ K. Die blaue Kurve basiert auf den im Zusammenhang mit der Auswertung nach (5.44) gewonnen Bauelement-spezifischen Parametern. Ähnlich wie schon die entsprechende Kurve für SET B in Abbildung 5.53 weicht diese Kurve im Außenbereich stark von den Messdaten ab. Im Vergleich zu den Ergebnissen für SET B ist die Übereinstimmung dieser Kurve auch bei kleineren Transportspannungen V_{SD} wenig zufriedenstellend. Besser liegt hier schon das für einen Asymmetrieparameter $f = 0.7$ angepasste Leitwertspektrum, das als rote durchgezogene Linie in Abbildung 5.55 eingezeichnet ist. Aber auch dieses Spektrum zeigt einen erheblich zu breiten Verlauf im Bereich kleinerer Transportspannungen $|V_{SD}| \leq 1.5$ mV. Wird hingegen der Asymmetrieparameter auf $f = 0.8$ erhöht, wächst die Übereinstimmung erheblich, wie die rot gestrichelte Linie in Abbildung 5.55 zeigt. Abgesehen von dem sich unterscheidenden Asymmetrieparameter f basieren die beiden rot eingezeichneten, berechneten Datensätze auf den gleichen Parametern. Auch hier zeigt sich das schon an SET B beobachtete Phänomen, dass mit steigender Temperatur die Gesamt-Kapazität C_Σ im Rahmen der Anpassung herabgesetzt, die Coulomb-Temperatur T_C entsprechend angehoben werden muss. Im Bereich zwischen etwa 1 K und 4 K steigt so die den Simulationsdaten zu Grunde liegende Coulomb-Temperatur T_C von etwa 900 mK bei etwa 1 K auf etwa 1220 mK bei etwa 4 K. Die Beobachtung eines zu schmalen Einbruchs der Leitfähigkeit

SET A				
Verfahren	R_Σ (k Ω)	T_C (mK)	C_Σ (fF)	f
Fit (5.44)	144.6 ± 1.1	930 ± 140	1.00 ± 0.15	0.7 ± 0.1
Fit (5.45)	144.7 ± 1.2	870 ± 120	1.07 ± 0.15	
Vergleich $G_0(T)$	≈ 144.5	≈ 750	≈ 1.24	≈ 0.7
Fit (5.47)		–	–	
Vergleich $G(V_{SD})$ bei 1-4 K	140.6 – 141.0	900 – 1220	1.04 – 0.76	0.8
SET B				
Verfahren	R_Σ (k Ω)	T_C (mK)	C_Σ (fF)	f
Fit (5.44)	≈ 92.5	≈ 980	≈ 0.95	≈ 0.4
Fit (5.45)	93.8 ± 0.5	780 ± 40	1.19 ± 0.06	
Vergleich $G_0(T)$	≈ 93.5	≈ 760	≈ 1.22	≈ 0.4
Fit (5.47)		290 ± 90	3.2 ± 1.0	
Vergleich $G(V_{SD})$ bei 1-4 K	91.0 – 91.1	920 – 1130	1.01 – 0.82	0.4

Tabelle 5.11: Zusammenfassung der Ergebnisse der Analyse der Hochtemperatur-Leitfähigkeit an SET A und SET B sortiert nach Auswertungsverfahren.

kann jedoch auch durch Heizeffekte hervorgerufen werden, wie J. P. Kauppinen und J. P. Pekola anhand von ähnlichen Messungen zeigen konnten [Kau96b]. Eine Zuordnung der im Vergleich zu den Vorhersagen (5.46) und (5.47) reduzierten Halbwertsbreiten $V_{1/2}(T)$ als Folge der Asymmetrie der Bauelemente ist daher nicht zwingend, sondern stellt nur eine mögliche Erklärung dar.

Diese Analyse legt jedoch die Vermutung nahe, dass die beiden Vorhersagen (5.46) und (5.47), die im Wesentlichen für symmetrische Bauelemente gültig sind, im Fall zu stark asymmetrischer Bauelemente nicht mehr angewendet werden können, obwohl eine geringfügigere Asymmetrie ihre Anwendbarkeit offenbar nicht stärker beeinträchtigt, wie die $V_{1/2}(T)$ -Analyse an SET B gezeigt hat.

Zusammenfassung der Parameter

Zum Abschluss dieses Abschnitts werden die durch die Analyse der Hochtemperatur-Leitfähigkeiten gewonnenen Parameter in der Tabelle 5.11 für SET A und SET B zusammengefasst und darüberhinaus kurz diskutiert.

Die Ergebnisse bezüglich des Gesamtwiderstands R_Σ zeigen eine deutliche Tendenz, die sich bereits in Abschnitt 5.5 angedeutet hat. Die Analysemethoden, die sich primär auf die Untersuchung der linearen Leitfähigkeit als Funktion der Temperatur stützen, also insbesondere numerisch durchgeführte Anpassungen von $G_0(T)$ an die Ausdrücke (5.44) und (5.45), sowie der direkte Vergleich der Größe $G_0(T)$ mit entsprechenden Simulationsdaten, liefern Werte für R_Σ , wie sie auch die Analysen in Abschnitt 5.5 für beide Bauelemente für Transportspannungen V_{SD} im Bereich $1.0 \text{ mV} \leq |V_{SD}| \leq 1.5 \text{ mV}$ hervorgebracht haben. Im Gegensatz hierzu führt der direkte Vergleich numerischer Leitwertspektren mit entsprechenden Messdaten im Temperaturbereich zwischen 1 K und 4 K aufgrund der gezielten Anpassung an die Leitwerte im Bereich höherer Spannungen $|V_{SD}| > 15 \text{ mV}$ zu Werten für R_Σ , wie sie in diesem Spannungsbereich auch bei tie-

fen Temperaturen im Rahmen der Analysen in Abschnitt 5.5 von Messserie 2 aufgetreten sind. Offenbar liefern also Analysemethoden, denen ein Transportspannungsbereich nahe $V_{SD} = 0$ zu Grunde liegt, deutlich andere Ergebnisse als solche Methoden, die in einem Bereich höherer Transportspannungen operieren. Der Grund für diese sehr klaren Unterschiede liegt mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit an den unterschiedlichen Grenzfällen der Umgebungsimpedanz. Während im Bereich kleinerer Transportspannungen V_{SD} der Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanz zur Beschreibung der Messergebnisse sehr gut geeignet ist, muss im Bereich höherer Transportspannungen zur korrekten Beschreibung der Messergebnisse die endliche Umgebungsimpedanz berücksichtigt werden. Da der lineare Leitwert G_0 im Grenzfall der verschwindenden Transportspannung $V_{SD} = 0$ definiert ist, wird auch in den meisten theoretischen Ansätzen der Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanz als Ausgangspunkt verwendet. Gleiches gilt auch für die Analyse der Halbwertsbreite des Einbruchs der Leitfähigkeit $V_{1/2}$. So ist es nicht verwunderlich, dass es aufgrund der Unterschiede zwischen den Strom-Spannung-Kennlinien im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz und einer endlichen Umgebungsimpedanz zu einer Abweichung einzelner Parameter und hier insbesondere des Gesamtwiderstands des Bauelements R_Σ kommt.

Im Bereich der Gesamt-Kapazität C_Σ bzw. der zugehörigen Coulomb-Temperatur T_C ist die Einordnung der Ergebnisse nicht ganz so einfach. Es hat den Anschein, als würden sich die Ergebnisse grob in zwei Gruppen aufteilen lassen. Zum einen liefert der direkte Vergleich der Verläufe von $G_0(T)$ und zumindest im Fall von SET B der Fit unter Verwendung von (5.45) eine Coulomb-Temperatur T_C im Bereich zwischen etwa 750 mK und 800 mK. Im Gegensatz hierzu liefern mit Ausnahme eines Fits nach (5.47) und im Fall von SET A eine Auswertung nach (5.45) Werte für T_C im Bereich zwischen 900 mK und 1200 mK. Gerade der nach (5.45) bestimmte Wert für SET A liegt unter Berücksichtigung seiner Unsicherheit zwischen diesen beiden unterschiedlichen Wertebereichen für T_C .

Der oder die Gründe für dieses Verhalten sind unklar, und eine genauere Diskussion folglich im höchsten Maße spekulativ. Die Gründe können für dieses Verhalten etwa sowohl im Bereich von Korrekturen höherer Ordnungen aufgrund von Quantenfluktuationen zu suchen sein, oder auch auf eine zufällig Anhäufung von T_C -Werten zurück zuführen sein, die sich aufgrund der besonderen Eigenheiten der verschiedenen Auswertungsmethoden ergeben. Sicherlich ist auch die Asymmetrie der Bauelemente ein wichtiger Punkt, der die Zuverlässigkeit einiger Teilmethoden in Bezug auf die Bestimmung einzelner Parameter negativ beeinflusst, wie der direkte Vergleich gemessener und simulierter Leitwertspektren für SET A in Abbildung 5.55 zeigt. Für die Annahme, Korrekturen höherer Ordnungen könnten für die beobachtete Verteilung der T_C -Werte verantwortlich sein, sprechen zum einen die hohen dimensionslosen Paralleleitfähigkeiten g der beiden Bauelemente, die sich aus den in der Tabelle 5.11 aufgeführten Werten ergeben. Diese bewegen sich ohne Berücksichtigung der Unsicherheiten mit Hilfe von (5.4) für SET A im Bereich von 0.85 bis 1.15 und für SET B im Bereich von 1.15 bis 1.18, und liegen damit durchaus in dem Bereich, in dem Korrekturen durch Quantenfluktuationen wichtig werden könnten. So ist es denkbar, dass aufgrund einer durch Quantenfluktuationen erhöhten effektiven Gesamt-Kapazität auch die Modulationstiefe der linearen Leitfähigkeit G_0 als Funktion der Temperatur T bei einer geringeren Temperatur zusammenbricht, was wiederum im Rahmen eines Vergleichs, der Quantenfluktuationen nicht berücksichtigt, zu einer niedrigeren Coulomb-Temperatur T_C führen könnte. Der niedrigere Wert für T_C , der sich im Rahmen der Auswertung nach (5.45) insbesondere bei SET A bemerkbar macht, könnte ebenfalls hierauf zurückzuführen sein, da der Ansatz (5.45) auf Basis der Orthodoxen Theorie entstanden ist, also Effekte höherer Ordnungen unberücksichtigt bleiben. Im Gegensatz hierzu ist beispielsweise in (5.44) bereits eine Ordnung mehr berücksichtigt, so dass die durchgängig höheren T_C -Werte durchaus auf die Berücksichtigung von Effekten höherer Ordnungen zurückzuführen sein könnten.

Andererseits zeigt gerade die Auswertungsmethode nach (5.45), dass schlicht aufgrund von Auswertungs-spezifischen Gründen entsprechende Unterschiede möglich sein können. Der Unterschied zwischen den Ergebnissen bei dieser Methode zwischen SET A und SET B könnte auf den zur Verfügung stehenden Datenbereich zurückzuführen sein. So konnte im Fall von SET B nicht bis zu Temperaturen von über 8 K gemessen werden. Die Randbedingung für die Gültigkeit von (5.45), nämlich $T \gg T_C$, ist daher für SET B schlechter erfüllt, was ebenso zu der geringeren Coulomb-Temperatur geführt haben könnte.

5.7 Analyse der Excess-Spannung

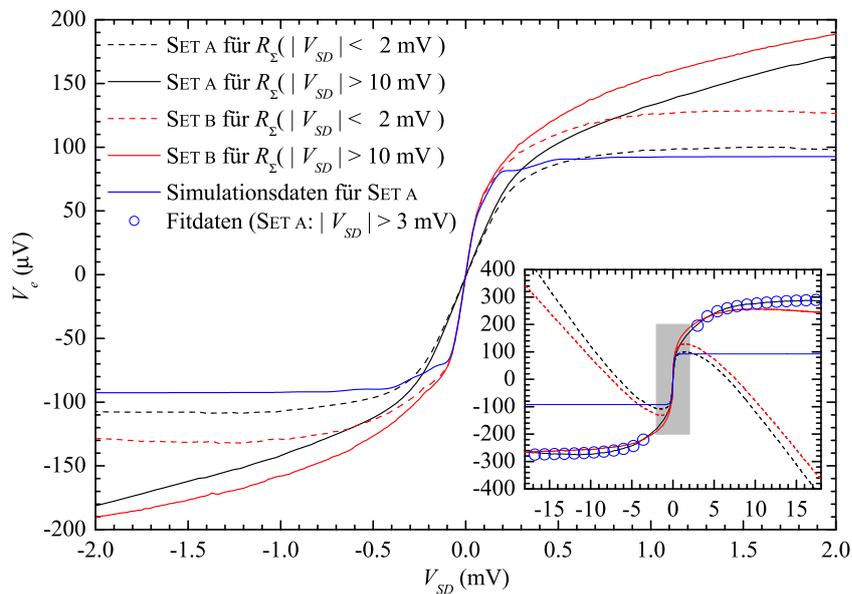


Abbildung 5.56: Darstellung der Excess-Spannung $V_e(V_{SD})$ für SET A (schwarze Kurven) und SET B (rote Kurven), für jeweils einen im Bereich $|V_{SD}| < 2$ mV (gestrichelte Linien) und im Bereich $|V_{SD}| > 10$ mV bestimmten R_Σ -Wert. Die blaue Kurve zeigt auf Basis der in Abschnitt 5.4 bestimmten Parameter den erwarteten Verlauf von $V_e(V_{SD})$ für SET A. Der in der kleinen Teilabbildung grau hinterlegte Bereich stellt den in der Hauptabbildung dargestellten Bereich dar. Die blauen, offenen Symbole zeigen für SET A den Fit im Bereich $|V_{SD}| \geq 3$ mV.

Eine vergleichsweise einfache und häufig angewendete Methode zur Bestimmung der Gesamtkapazität C_Σ von auf Einzelladungs-Effekten beruhenden Bauelementen ist die Bestimmung und Analyse der Excess-Spannung

$$V_e(V_{SD}) = V_{SD} - R_\Sigma \cdot I(V_{SD}) \quad . \quad (5.49)$$

Dabei wird in der ursprünglichen Form der Excess-Spannungs-Analyse R_Σ als ein gegebener Parameter angenommen bzw. wird als Kehrwert der Steigung einer an den linearen Bereich der Strom-Spannungs-Kennlinie angepassten Regressionsgeraden bestimmt. Für Transportspannungen V_{SD} deutlich oberhalb des Bereichs der Coulomb-Blockade entspricht V_e daher gerade der Spannung, bei der die Regressionsgerade bzw. die an die Strom-Spannungs-Kennlinie angesetzte und zu $I = 0$ zurück extrapolierte Gerade mit der Steigung $1/R_\Sigma$ die V_{SD} -Achse schneidet [Wal02a, Wah98a, Wah95, Wah98b]. Im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz wird im Rahmen der Orthodoxen-Theorie erwartet, dass V_e je nach Vorzeichen der Transport-

spannung V_{SD} schnell gegen den Wert

$$V_C = \pm \frac{e}{C_\Sigma} \quad (5.50)$$

strebt, wie dies auch die blaue Kurve in Abbildung 5.56 zeigt, die auf Basis der in Abschnitt 5.4 bestimmten Parameter für SET A berechnet wurde.

Ähnlich zum Verhalten des Leitwertes $G(V_{SD})$ in Abschnitt 5.5 ist auch hier für Bauelemente mit den im Rahmen von Abschnitt 5.4 bestimmten Parametern im Rahmen der Orthodoxen Theorie im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz im Spannungsbereich $|V_{SD}| > 1 \text{ mV}$ nur noch mit Abweichungen von deutlich unter 1% von V_C zu rechnen.

Im Experiment ergibt sich nun das Problem, dass die aus experimentellen Strom-Spannungs-Kennlinien bestimmten $V_e(V_{SD})$ -Kurven empfindlich von dem der Geradenanpassung zugrundeliegenden Transportspannungsbereich bzw. von dem zugrundegelegten Wert von R_Σ abhängen, wie Abbildung¹⁴ 5.56 deutlich belegt. Während den als durchgezogene Linien eingezeichneten und auf Messungen beruhenden Daten ein Gesamtwiderstand R_Σ zu Grunde liegt, der im Spannungsbereich $|V_{SD}| \geq 10 \text{ mV}$ bestimmt wurde, liegt den als gestrichelte Linien eingezeichneten Daten ein Widerstand R_Σ zugrunde der im Spannungsbereich zwischen $1 \text{ mV} \leq |V_{SD}| \leq 2 \text{ mV}$ bestimmt wurde. Je nach zugrunde gelegtem Spannungsbereich zeigen die entsprechenden $V_e(V_{SD})$ -Verläufe dort etwa den erwarteten konstanten Verlauf. Außerhalb der entsprechenden Bereiche zeigen sie hingegen deutliche Abweichungen vom konstanten Verlauf, wie die kleine Teilabbildung in Abbildung 5.56 anhand der beiden gestrichelten Verläufe für den Bereich kleinerer Transportspannungen drastisch zeigt.

Unsicherheiten oder auch funktionale Abhängigkeiten in der Bestimmung von R_Σ , die beispielsweise auf die Wahl des zu Grunde liegenden Transportspannungsbereichs zurückgehen, wirken sich aufgrund der Rückextrapolation von einem Punkt der Strom-Spannungs-Kennlinie bei einem höheren Strom I zu $I = 0$ sehr stark auf die Unsicherheit und den Verlauf von V_e aus, wie auch eine einfache Fehlerabschätzung zeigt. Nähert man im Spannungsbereich $|V_{SD}| > (e/C_\Sigma)$, also im Bereich außerhalb der Coulomb-Blockade, die Strom-Spannungs-Kennlinie durch die Funktion

$$I \approx \frac{1}{R_\Sigma} \cdot (V_{SD} - V_C) \quad (5.51)$$

an, wobei V_C nach (5.50) im Idealfall gerade der Spannung (e/C_Σ) entspricht, so ergibt sich unter der Annahme, dass nur R_Σ fehlerbehaftet ist, die Abschätzung für die Unsicherheit von V_e

$$\frac{\Delta V_e}{V_e} = \frac{V_{SD} - V_e}{V_e} \cdot \frac{\Delta R_\Sigma}{R_\Sigma} \approx \frac{V_{SD}}{V_e} \cdot \frac{\Delta R_\Sigma}{R_\Sigma} \quad , \quad (5.52)$$

wobei ΔR_Σ die Unsicherheit bzw. Variation von R_Σ ist. Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Bauelemente liegt V_e in der Größenordnung von etwa $100 \mu\text{V}$, so dass die Näherung $V_{SD} \gg V_e$, die in (5.52) eingegangen ist, im Allgemeinen sehr gut erfüllt ist. Dies bedeutet aber auch, dass die Unsicherheit von V_e mit steigender Transportspannung V_{SD} erheblich steigt. Wird so etwa bei der Auswertung eine Transportspannung $V_{SD} \approx 10 \text{ mV}$ zugrunde gelegt, liegt die Unsicherheit von V_e , und damit über (5.50) auch die Unsicherheit von C_Σ , etwa einen Faktor 30 bis 100 über der von R_Σ .

Im Vergleich zu den Simulationsdaten zeigen alle dargestellten $V_e(V_{SD})$ -Verläufe ein abweichendes Verhalten. So weisen alle auf experimentellen Daten beruhenden und in Abbildung 5.56

¹⁴Außer der blau eingezeichneten Linie basieren alle anderen Daten auf Messungen bzw. stellen Fitkurven an Messdaten dar.

eingezeichneten Verläufe ein deutlich langsames Anwachsen von V_e als Funktion der Transportspannung V_{SD} auf, wobei die Abweichung derjenigen Kurven, bei denen R_Σ im Bereich zwischen 1 und 2 mV bestimmt wurde, für $|V_{SD}| \leq 2$ mV deutlich geringer sind. Dieses Verhalten, das bereits im Zusammenhang mit der Untersuchung der Leitwerte $G(V_{SD})$ im Tieftemperaturbereich aufgetreten ist, hängt auch hier mit hoher Wahrscheinlichkeit mit dem Übergang der Strom-Spannungs-Kennlinien vom Grenzfall verschwindender Umgebungsimpedanz bei kleinen Transportspannungen V_{SD} zu unendlicher Umgebungsimpedanz im Bereich höherer Transportspannungen zusammen. So ist es auch hier möglich, im Bereich der Transportspannungen $|V_{SD}| \geq 3$ mV die experimentell gewonnenen $V_e(V_{SD})$ -Verläufe mit der Funktion

$$V_e(V_{SD}) = V_e^0 - \frac{\tilde{K}}{V_{SD} - V_0} \quad (5.53)$$

anzunähern, also in dem Spannungsbereich, in dem im Rahmen der Orthodoxen Theorie keine Änderungen der Excess-Spannung im Grenzfall einer verschwindenden Umgebungsimpedanz mehr zu erwarten sind. Der Ausdruck (5.53) basiert hierbei, wie schon der Ansatz, der zu (5.41) geführt hat, auf der Annahme, dass auch im Fall eines SET der Übergang zwischen den beiden Grenzfällen asymptotisch proportional zu $(1/V_{SD})$ ist, wie dies (2.77) im Fall einer reinen Ohmschen Umgebungsimpedanz für einen einzelnen Tunnelkontakt beschreibt. Die in (5.53) auftretenden Parameter V_e^0 sind entsprechend die Excess-Spannung im Grenzfall hoher Transportspannungen V_{SD} , \tilde{K} ein Proportionalitätsfaktor und V_0 ein Offset der Transportspannung, der einerseits den Bereich der Coulomb-Blockade berücksichtigt und andererseits die Divergenz bei $V_{SD} = 0$ in (5.53) unterbindet. Die Beschreibung der gemessenen $V_e(V_{SD})$ -Verläufe gelingt im Allgemeinen mit Hilfe von (5.53) recht gut, wenn auch die Parameter \tilde{K} und V_0 deutlich stärker mit dem dem Fit zugrunde gelegten Datenbereich variieren, als die entsprechenden Parameter im Zusammenhang mit (5.41) in Abschnitt 5.5 dies getan haben. Ein Beispiel für einen solchen Fit zeigt die kleine Teilabbildung von Abbildung 5.56. Hier ist im Spannungsbereich $|V_{SD}| > 3$ mV für beide Spannungsäste einer Strom-Spannungs-Kennlinie von SET A separat ein entsprechender Fit durchgeführt worden. Die Übereinstimmung ist insgesamt recht gut.

Bauelement	$ V_{SD} $ -Bereich (mV)	V_e (μ V)	C_Σ (10^{-15} F)	T_C (mK)
SET A	1 – 2	101 ± 5	1.597 ± 0.086	584 ± 32
SET A	≥ 10	284 ± 22	0.566 ± 0.045	1650 ± 130
SET B	1 – 2	117 ± 12	1.38 ± 0.14	680 ± 69
SET B	≥ 10	259 ± 20	0.621 ± 0.046	1500 ± 110

Tabelle 5.12: Zusammenfassung der Ergebnisse der Analyse der Excess-Spannung sortiert nach Bauelement und Spannungsbereich.

Insgesamt stellt sich natürlich die Frage, welcher Spannungsbereich zu einem realistischeren Wert für C_Σ der beiden Bauelemente führt. Tabelle 5.12 enthält eine Zusammenfassung der Ergebnisse der V_e -Auswertung für beide Bauelemente in den beiden, bereits erwähnten Spannungsbereichen. Während die Auswertung für den Bereich hoher Transportspannungen signifikant zu große Werte für V_e und damit auch für T_C liefert, die deutlich über denen vorher diskutierter Methoden liegen, liegen die Werte im Transportspannungsbereich von etwa 1 mV bis 2 mV im erwarteten Bereich der anderen Auswertungsmethoden. Insbesondere liegen die in den beiden unterschiedlichen Spannungsbereichen mit Hilfe der Excess-Spannungs-Methode bestimmten Werte von C_Σ bzw. T_C erheblich weiter auseinander als die in Tabelle 5.12 angegebenen Unsicherheiten, die auf einer statistischen Analyse der verschiedenen Sätze von Messdaten beruhen. Dies bedeutet letztendlich, dass mit hoher Wahrscheinlichkeit die endliche Umgebungsimpedanz auch diese Auswertungsmethode signifikant beeinflusst, und ihr aufgrund der sehr starken Abhängigkeit (5.52) der Unsicherheit von der Wahl des verwendeten R_Σ -Wertes in (5.49) der Nimbus einer gewissen

Willkür in Bezug auf die Wahl des Spannungsbereichs anhaftet, der zur Bestimmung von R_{Σ} verwendet wird. Es bleibt noch die Frage offen, ob der bei hohen Transportspannungen bestimmte Wert von V_e eine physikalische Bedeutung hat, da letztendlich in diesem Spannungsbereich R_{Σ} definiert ist. Dies legt die Vermutung nahe, dass nicht nur der Leitwert G eine Funktion der Transportspannung V_{SD} ist, sondern dass auch die effektive Gesamt-Kapazität C_{Σ} des Bauelements von V_{SD} abhängt.

5.8 Analyse der Offset-Spannung

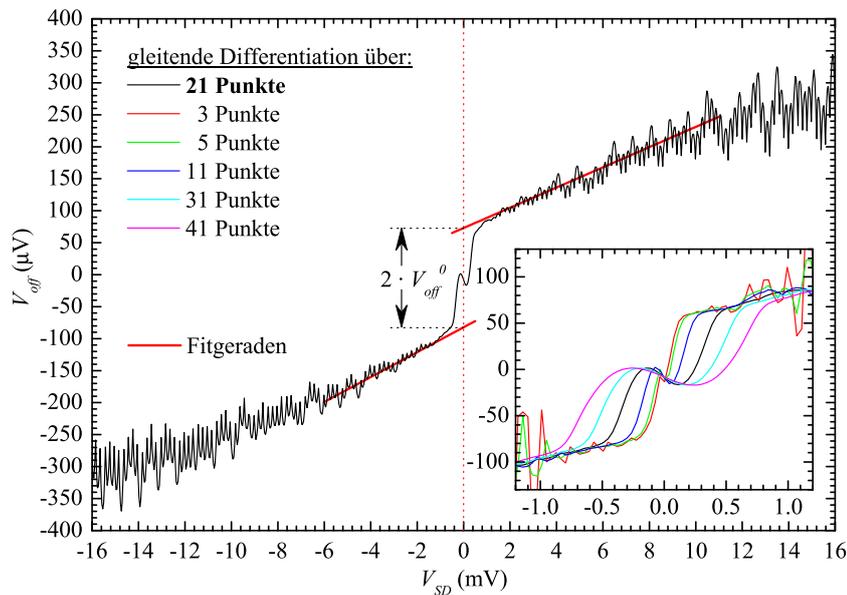


Abbildung 5.57: Darstellung eines $V_{off}(V_{SD})$ -Verlaufs für SET A. Die kleine Teilabbildung zeigt die Abhängigkeit der Anomalie von V_{off} bei $V_{SD} \approx 0$ für verschiedene Punktmengen im Rahmen der gleitenden, numerischen Differentiation.

Die konsequente Fortsetzung des im letzten Abschnitt erläuterten Verfahrens, in beschränkten Transportspannungsbereichen einen mittleren Leitwert G_{Σ} bzw. Probenwiderstand R_{Σ} zu ermitteln und die Excess-Spannung auf Basis dieses Widerstandes zu bestimmen, stellt die Analyse der Offset-Spannung

$$V_{off} = V_{SD} - \frac{I(V_{SD})}{G(V_{SD})} \quad (5.54)$$

dar, wobei $G(V_{SD}) = \partial I(V_{SD})/\partial V_{SD}$ den momentanen Leitwert der Strom-Spannungs-Kurve darstellt. Der Größe V_{off} bezeichnet also den Schnittpunkt der zur V_{SD} -Achse zurück extrapolierten Tangente der Strom-Spannungs-Kennlinie am durch V_{SD} definierten Punkt mit der V_{SD} -Achse. Aus dem so erhaltenen Verlauf von V_{off} als Funktion der Transportspannung V_{SD} kann dann durch Rückextrapolation zu $V_{SD} = 0$ die Gesamtkapazität des Bauelements C_{Σ} abgeschätzt werden.

Diese Methode basiert auf dem Horizont-Modell, das auf Basis einer Arbeit von M. Büttiker und R. Landauer [Büt86] von P. Delsing et al. für einzelne, kleine Tunnelkontakte entwickelt wurde, die Einzelladungseffekte zeigen [Del90a, Del89]. Das Modell wurde von P. Wahlgren et. al. erweitert und auch auf komplexere Bauelemente mit Inseln angewendet [Wah98a, Wah95, Wah98b]. Es

handelt sich um eine erhebliche Vereinfachung des in den Abschnitten 2.4.1 und 2.4.2 vorgestellten $P(E)$ -Modells. So wird im Fall einer im Vergleich zu R_K geringen Umgebungsimpedanz diese durch eine reine Kapazität beschrieben, deren Wert durch die Länge des Horizonts l bestimmt wird. Die Länge des Horizonts l ist hierbei durch die Lichtgeschwindigkeit im entsprechenden Medium ($c_0/\sqrt{\varepsilon_{eff}}$), wobei c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum¹⁵ und ε_{eff} die effektive, relative Dielektrizitätskonstante des Materials ist, und eine charakteristische Zeitskala¹⁶ τ bestimmt. Diese ist durch die Unschärferelation gegeben, so dass

$$\tau \approx \frac{\hbar}{\Delta E} \quad (5.55)$$

gilt, wobei $\Delta E = \max(eV_{SD}, k_B T)$ die dominierende Energieskala des Systems ist [Kau96a, Wah98b, Wah98a]. Es ergibt sich so im Fall niedriger Temperaturen¹⁷ $k_B T < eV_{SD}$ die Länge des Horizonts zu

$$l = \frac{c_0 \hbar}{\sqrt{\varepsilon_{eff}} e |V_{SD}|} \quad (5.56)$$

Im Fall eines einzelnen Tunnelkontaktes beschreibt die Länge des Horizonts l die Distanz, die eine elektromagnetische Welle im entsprechenden Medium in der Zeit τ zurücklegen kann, die aufgrund der Unschärferelation mit dem Energiegewinn ΔE eines tunnelnden Elektrons verbunden ist. Während dieser Zeitspanne können umgekehrt Teile der Umgebung, die nicht weiter als l von dem Tunnelkontakt entfernt sind, ihrerseits das tunnelnde Elektron beeinflussen. Innerhalb der Länge l ist somit eine wechselseitige Beeinflussung des tunnelnden Elektrons und der Umgebung möglich. Die Länge des Horizonts l nimmt hierbei mit betragsmäßig steigender Transportspannung V_{SD} ab. Während im Fall kleiner Transportspannungen sich so aufgrund des großen Horizonts l der Einfluss des tunnelnden Elektrons auf einen erheblichen Anteil der Umgebung verteilen kann und so die entsprechende Rückwirkung der Umgebung auf das tunnelnde Elektron selbst eher gering ist, schrumpft dieser Bereich mit steigender Transportspannung erheblich, bis schließlich bei hinreichend hohen Spannungen die Änderung des elektrischen Feldes, die mit dem Tunneln eines Elektrons durch den Tunnelkontakt verbunden ist, das Elektron selbst in erheblichem Maße beeinflussen kann. Es kommt so im Fall einer endlichen Umgebungsimpedanz mit steigender Spannung V_{SD} zu einem Übergang vom Grenzfall der globalen Beschreibung ohne unmittelbar erkennbare Coulomb-Blockade zum Grenzfall der lokalen Beschreibung, in der der Tunnelkontakt klare Anzeichen einer Coulomb-Blockade aufweist. Aus diesem Grund kann im Fall eines einzelnen Tunnelkontaktes so die Offset-Spannung V_{off} des Horizont-Modells gerade als die Spannung interpretiert werden, die der momentanen Coulomb-Energie $E_C(V_{SD})$ des Tunnelkontaktes entspricht.

Auch bei komplexeren Bauelementen mit Inseln kann das Horizont-Modell angewendet werden. In diesen Fällen ist allerdings die Anwendung nicht ganz so einfach wie im Fall eines einzelnen Tunnelkontaktes. In einem idealen System sollte, wie bereits in Abschnitt 5.7 beschrieben, die Excess-Spannung V_e bzw. die Offset-Spannung V_{off} beim Verlassen des Coulomb-Blockade-Bereichs einen Wert von e/C_Σ aufweisen. Dies ist jedoch im Allgemeinen nicht der Fall, da die bereits diskutierten Störmechanismen, zu denen thermische Anregungen ebenso gehören, wie auch Photonen-unterstütztes Tunneln oder die anderen in Kapitel 2 diskutierten Einflüsse, zu einer Verrundung

¹⁵ $c_0 = 299792458 \text{ ms}^{-1}$ [NIST, Moh00]

¹⁶Ursprünglich wurde von M. Büttiker und R. Landauer die Überquerungszeit τ_t für einen Tunnelkontakt als charakteristische Zeitskala vorgeschlagen [Büt86], die für AlO_x -Barrieren typischerweise bei unter 10^{-14} s liegt und so einen Horizont von typischerweise $l \sim 1 \mu\text{m}$ bei tiefen Temperaturen T und sehr kleinen Transportspannungen V_{SD} liefert [Del89].

¹⁷Zur Erklärung und zur Analyse der Hochtemperatur-Leitfähigkeitsdaten an einzelnen Tunnelkontakten, die Einzelladungseffekte zeigen, ist von J.P. Kauppinen und J.P. Pekola eine Beschreibung im Rahmen des Horizontmodells entwickelt worden [Kau96a], bei der der entgegengesetzte Grenzfall, nämlich $k_B T > eV_{SD}$ als Ausgangspunkt verwendet wurde.

der Kennlinien führen. Die Offset-Spannung wächst daher gerade im Bereich der Schwellenspannung sehr schnell bis auf einen Wert an, der aufgrund der Verrundungen der Kennlinien mit hoher Wahrscheinlichkeit leicht unter dem Wert von (e/C_Σ) liegt [Wah95, Wah98b, Wah98a]. Unter geeigneten Umständen schließt sich jedoch an diesen Bereich des schnellen Anstiegs von V_{off} ein Bereich an, in dem V_{off} linear mit der angelegten Transportspannung V_{SD} wächst. Im Rahmen des Horizont-Modells wird dies durch den sich mit steigendem V_{SD} verkürzenden Horizont l erklärt, der die effektive Gesamtkapazität des Bauelements verringert und daher zu einem Ansteigen der Offset-Spannung führt. Liegt schließlich der Horizont l in der Größenordnung des Abstands der Tunnelkontakte, also in der Größenordnung der Länge der Insel, entkoppeln die beiden Tunnelkontakte im Rahmen des Horizont-Modells und V_{off} strebt einem Wert von $e/2 \cdot (1/C_1 + 1/C_2)$ zu, da in diesem Grenzfall jeder der beiden Tunnelkontakte den Anteil $(e/2C_i)$ zu V_{off} beiträgt, wobei C_i die Kapazität des Tunnelkontaktes i ist. Ist die Länge der Insel so groß, dass der Horizont l bereits bei geringen Transportspannungen V_{SD} im Bereich oder unterhalb der Schwellenspannung (e/C_Σ) kleiner als der Abstand der Tunnelkontakte bzw. die Länge der Inseln ist, kommt es im Allgemeinen nicht zu einem entsprechenden linearen Anstieg von V_{off} [Wah98b].

Aufgrund des beschriebenen Verlaufs von $V_{off}(V_{SD})$ haben P. Wahlgren et al. vorgeschlagen, zur Bestimmung der Gesamtkapazität im Grenzfall der globalen Beschreibung, also in dem Grenzfall, der sich im Rahmen des Horizont-Modells bei verschwindender Transportspannung ergibt, im Bereich des linearen Anstiegs von V_{off} Näherungsgeraden an diesen Bereich anzupassen und diese nach $V_{SD} = 0$ zurück zu extrapolieren. Der so erhaltene Wert V_{off}^0 sollte dann dem im Grenzfall der globalen Beschreibung gültigen Wert

$$C_\Sigma = \frac{e}{V_{off}^0} \quad (5.57)$$

der Gesamtkapazität entsprechen. Abbildung 5.57 zeigt dies am Beispiel eines $V_{off}(V_{SD})$ -Verlaufs für SET A. Zu diesem Zweck wurde eine gemessene Strom-Spannungs-Kennlinie gleitend numerisch differenziert und anschließend mit Hilfe von (5.54) der eigentliche Verlauf von $V_{off}(V_{SD})$ berechnet. Die in Abbildung 5.57 dargestellte Extrapolation des $V_{off}(V_{SD})$ -Verlaufs zu $V_{SD} = 0$ liefert einen Wert von $V_{off}^0 = (78 \pm 5) \mu\text{V}$, was nach (5.57) einer Gesamtkapazität $C_\Sigma = (2.05 \pm 0.13) \text{ fF}$ bzw. einer Coulomb-Temperatur $T_C = (450 \pm 30) \text{ mK}$ entspricht. Die Auswertung aller in diesem Zusammenhang aufgenommenen Strom-Spannungs-Kennlinien ergibt einen leicht höheren Wert von $V_{off}^0 = (83 \pm 4) \mu\text{V}$, was einer Gesamtkapazität $C_\Sigma = (1.93 \pm 0.09) \text{ fF}$ bzw. einer Coulomb-Temperatur $T_C = (482 \pm 23) \text{ mK}$ entspricht, wobei die angegebenen Unsicherheiten sich auf die statistische Streuung der Ergebnisse bezieht.

Abbildung 5.57 zeigt im Bereich $V_{SD} \approx 0$ eine Anomalie, die auf die numerische Differentiation der Strom-Spannungs-Kennlinien zurückzuführen ist. Die Größe des Bereichs, in dem die $V_{off}(V_{SD})$ -Verläufe diese Anomalie zeigen, ist eine Funktion der Zahl der Punkte, über die die gleitende, numerische Differentiation durchgeführt wurde. Eine Punktzahl von 21, also eine Differentiation über einen Bereich, der jeweils 10 Messpunkte links von dem entsprechenden Messpunkt beginnt und 10 Messpunkte rechts von diesem endet, hat sich als guter Kompromiss zwischen der Größe des Bereichs der Anomalie und der Variationen des $V_{off}(V_{SD})$ -Verlaufs herausgestellt. So schränkt diese Punktzahl den Bereich, über den die Geradenanpassung bei kleinen Transportspannungen durchgeführt werden kann, einerseits nur gering ein, andererseits wachsen auch die Variationen im Bereich höherer Transportspannungen nicht zu stark an. Wird die Differentiation über eine zu geringe Punktzahl durchgeführt, treten so durchaus Variationen auf, die die eigentlichen V_{off} -Werte deutlich übersteigen können. Als Ursprung für diese Variationen können im Prinzip sowohl messtechnische Artefakte, die durch eine beschränkte Messgenauigkeit hervorgerufen werden können, aber auch numerische Artefakte bei der Differentiation oder physikalische Gründe, wie sie beispielsweise in Abschnitt 5.5 diskutiert werden, in Frage kommen. Eine Zuordnung ist jedoch im höchsten Maße spekulativ. Das Auftreten der Anomalie

ist wahrscheinlich für die Unsicherheit der Auswertung nicht maßgeblich, wie der Vergleich der verschiedenen in der kleinen Teilabbildung von Abbildung 5.57 dargestellten $V_{off}(V_{SD})$ -Verläufe zeigt. Im Bereich des linearen Anwachsens von V_{off} schränkt die unterschiedliche Zahl der Punkte, über die die Strom-Spannungs-Kennlinien gleitend numerisch differenziert werden, den für die Geradenanpassung nutzbaren Transportspannungs-Bereich im Allgemeinen nur unwesentlich ein. Darüberhinaus weisen alle in der kleinen Teilabbildung 5.57 dargestellten Verläufe außerhalb des Bereichs der Anomalie die gleiche mittlere Steigung auf, so dass aufgrund der Extrapolation zu $V_{SD} = 0$ der Einfluss der unterschiedlichen Zahl der Punkte, über die differenziert wird, mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit unerheblich ist.

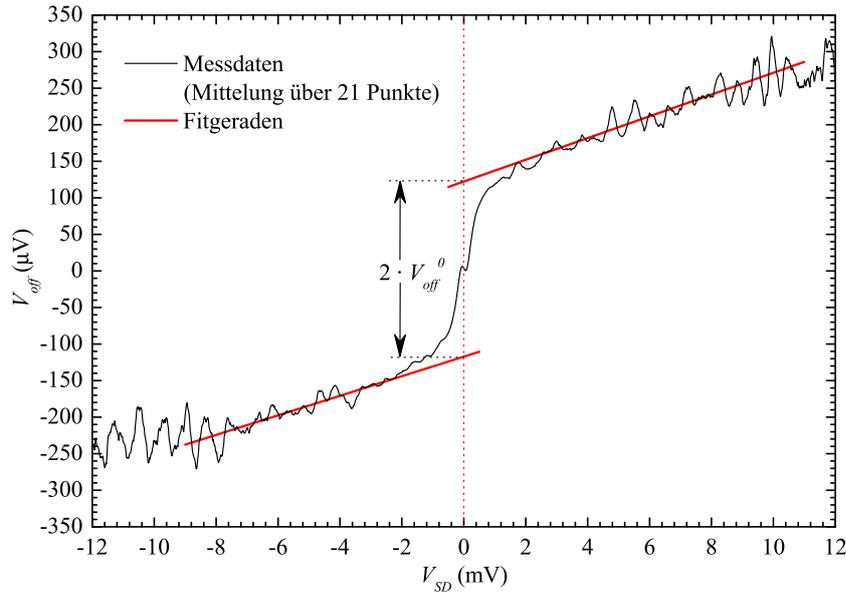


Abbildung 5.58: Darstellung eines $V_{off}(V_{SD})$ -Verlaufs für SET B.

Im Fall von SET B ergibt sich ein sehr ähnliches Bild, wie Abbildung 5.58 zeigt. Auch hier kann durch eine Geradenanpassung im Bereich kleinerer Transportspannungen V_{SD} außerhalb des Bereichs der Coulomb-Blockade an den $V_{off}(V_{SD})$ -Verlauf mit Hilfe von (5.57) die Gesamtkapazität C_{Σ} bestimmt werden. In diesem Fall ergibt sowohl die in Abbildung 5.58 gezeigte Analyse des $V_{off}(V_{SD})$ -Verlaufs, wie auch die Auswertung aller in diesem Zusammenhang und im Rahmen dieser Arbeit an SET B durchgeführten Messungen einen Wert $V_{off}^0 = (120 \pm 3) \mu\text{V}$, was nach (5.57) einer Gesamtkapazität $C_{\Sigma} = (1.34 \pm 0.04) \text{ fF}$ bzw. einer Coulomb-Temperatur $T_C = (696 \pm 17) \text{ mK}$ entspricht. Die Ergebnisse beider Bauelemente sind in Tabelle 5.13 noch einmal zusammengefasst.

Bauelement	V_{off}^0 (μV)	C_{Σ} (10^{-15} F)	T_C (mK)
SET A	83 ± 4	1.93 ± 0.09	482 ± 23
SET B	120 ± 3	1.34 ± 0.04	696 ± 17

Tabelle 5.13: Zusammenfassung der Ergebnisse der Analyse der Offset-Spannung sortiert nach Bauelement.

Die Frage nach Qualität und Genauigkeit der Excess-Spannungs- und der Offset-Spannungsauswertung zur Bestimmung von C_{Σ} bzw. T_C ist nicht eindeutig zu beantworten. Im Fall einer verschwindenden Temperatur T können sowohl die Excess-Spannung V_e , wie auch die Offset-Spannung V_{off} in geschlossener Form im Rahmen der $P(E)$ -Theorie durch die die Umgebung

charakterisierende Funktion $P(E)$ ausgedrückt werden, so dass sie aufgrund der beiden Summenregeln (2.60) und (2.61) im Grenzfall hoher Transportspannungen den gleichen Werten zustreben [Wah98b]. Der wesentliche Unterschied der beiden Methoden ist die lokale Definition der Offset-Spannung V_{off} , während die Excess-Spannung V_e aufgrund des in (5.49) auftretenden Faktors R_Σ globaler definiert ist. Gerade dieses Fehlen der Abhängigkeit von einem bestimmten Faktor, der, wie in Abschnitt 5.5 erläutert wurde, erheblich vom zugrunde gelegten Spannungsbereich abhängt, und sich dramatisch auf die Genauigkeit von V_e auswirken kann, stellt prinzipiell einen Vorteil der Offset-Spannungs-Methode dar, der jedoch aufgrund von starken Fluktuationen von $G(V_{SD})$ zum Teil wieder egalisiert werden kann. Die Genauigkeit der Offset-Spannungs-Methode kann andererseits darunter leiden, dass aufgrund eines zu großen Abstandes der beiden Tunnelkontakte bereits bei vergleichsweise geringen Transportspannungen V_{SD} die Länge des Horizonts l in der Größenordnung der Länge der Insel gerät, so dass nur ein sehr kleiner bzw. überhaupt kein Bereich des $V_{off}(V_{SD})$ -Verlaufs die zur Auswertung benötigte Linearität aufweist. Hinzu kommt die Frage, ob durch die Extrapolation zu $V_{SD} = 0$ und die prinzipiell¹⁸ positive Steigung des $V_{off}(V_{SD})$ -Verlaufs nicht systematisch durch einen betragsmäßig zu kleinen Wert von V_{off}^0 ein zu großer Wert für C_Σ ermittelt wird. In diesem Zusammenhang sollte darüberhinaus auch der Einfluss der Streukapazitäten C_S der Insel diskutiert werden. Die ursprüngliche Definition der Gesamtkapazität C_Σ in (2.31) enthält diesen, immer vorhandenen Beitrag nicht, um die sich die Gesamtkapazität C_Σ im Vergleich zu Definition (2.31) erhöht. Für Bauelemente mit Inselnängen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit realisiert wurden, liegt C_S im Bereich von etwa 0.02 fF [Ver95a]. Allerdings sind auch deutlich höhere Werte im Bereich bis etwa 0.14 fF berichtet worden [Lu98], die allerdings im Gegensatz zu dem erst genannten Wert numerisch berechnet worden sind. Fraglich ist in diesem Zusammenhang die Größe der Streukapazitäten und damit der Einfluss der Stabilisierungs-Strukturen, wie sie im Rahmen dieser Arbeit zum Einsatz gekommen sind und die sich als notwendige Maßnahme im Rahmen der Herstellung der Bauelemente herausgestellt haben. Auch hier ist eine Abhängigkeit der Größe von C_S vom verwendeten Transportspannungsbereich nicht grundsätzlich auszuschließen.

Die Offset-Spannungs-Methode kann bei geeigneter Auslegung des Bauelements auch zur Bestimmung des Asymmetrieparameters verwendet werden. Dies liegt daran, dass bei hinreichend hohen Transportspannungen V_{SD} die Länge des Horizonts l unter die Länge der Insel fällt, und so die beiden Tunnelkontakte der Bauelemente entkoppeln. Statt dem durch C_Σ bestimmten Wert strebt in diesem Fall V_{off} dem im Wesentlichen durch $(1/C_1 + 1/C_2)$ bestimmten Wert zu, so dass im Bereich niedriger Transportspannungen C_Σ und im Bereich höherer Transportspannungen $(1/C_1 + 1/C_2)$ ermittelt werden kann, woraus im Prinzip unter Vernachlässigung der Streukapazitäten C_S und der Gate-Kapazität C_G die Tunnelkapazitäten C_1 und C_2 berechnet werden können. Dies setzt jedoch zum einen voraus, dass die Insel so kurz ist, dass bei niedrigen Spannungen immer noch ein linearer Bereich zur Bestimmung von V_{off}^0 vorhanden ist. Gleichzeitig müssen jedoch die Tunnelkontakte mindestens so weit voneinander entfernt sein, dass bei Spannungen, bei denen noch keine Änderungen des Leitwertes G bemerkbar sind, die auf eine Spannungsabhängigkeit der Barrierentransparenz zurückzuführen sind, die Länge des Horizonts l deutlich unterhalb der Länge der Insel liegt. Im Rahmen dieser Arbeit stellte nicht so sehr die einsetzende Spannungsabhängigkeit der Barrierentransparenz den limitierenden Faktor dar, sondern vielmehr der zugängliche Transportspannungsbereich. Unter Verwendung des von P. Wahlgren et al. an ähnlichen Proben experimentell ermittelten Wertes von $\varepsilon_{eff} = (4.4 \pm 0.4)$ [Wah95, Wah98b, Wah98a] ergeben sich bei einer maximalen Transportspannung von etwa 18 mV mit Hilfe von (5.56) Längen des Horizonts von $l = (2.5 \pm 0.2) \mu\text{m}$, so dass l nur in der Größenordnung der Insel liegt, nicht jedoch deutlich darunter. Als Folge kann nicht davon ausgegangen werden, dass der durch $(1/C_1 + 1/C_2)$ bestimmte Grenzfall erreicht wurde, eine Bestimmung des Asymmetrieparameters also möglich ist.

¹⁸Der Bereich der Anomalie darf hierbei nicht mit berücksichtigt werden.

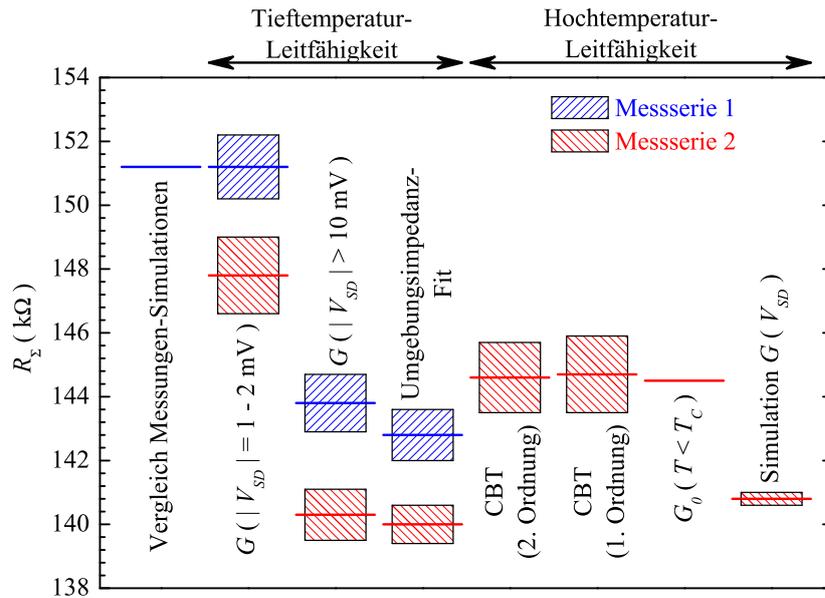


Abbildung 5.59: Zusammenfassende Darstellung der verschiedenen Methoden zur Bestimmung von R_{Σ} an SET A. Die Abkürzung CBT bezeichnet die Analyse des Hochtemperatur-Leitwertes in 2. Ordnung nach (5.44), in 1. Ordnung nach (5.45) und den direkten Vergleich zwischen gemessenem und simuliertem $G(V_{SD})$ -Verlauf.

5.9 Zusammenfassung der Ergebnisse

Bauelement	C_G (aF)	f
SET A	78.92 ± 0.85	0.7 ± 0.1
SET B	73.90 ± 0.78	0.40 ± 0.05

Tabelle 5.14: Zusammenfassung der Gate-Kapazitäten C_G und der Asymmetrieparameter f beider Bauelemente.

Die in den letzten Abschnitten präsentierten Auswertungsverfahren bieten eine Vielzahl von Zugängen zu den Bauelement-spezifischen Parametern, die auf verschiedenen Modellen und Ansätzen beruhen. Nach Einführung des Asymmetrieparameters f bleiben von den ursprünglichen fünf Parametern nur noch vier übrig, bei denen es sich um den Gesamtwiderstand R_{Σ} , die Gesamtkapazität C_{Σ} , die Gate-Kapazität C_G und natürlich um den Asymmetrieparameter f selbst handelt. Wie bereits in den entsprechenden Abschnitten angedeutet wurde, liefern die verschiedenen Methoden aufgrund der verschiedenen Ansätze zum Teil deutlich unterschiedliche Werte für eine Größe.

Die am eindeutigsten zu bestimmende Größe ist sicherlich die Gate-Kapazität C_G der Bauelemente. Abgesehen von wenigen, geringen Variationen und damit verbundenen Anpassungen im direkten Vergleich zwischen gemessenen und numerisch berechneten Größen kann C_G sehr gut durch die in Abschnitt 5.3 beschriebene Messung der Periode der $I-V_G$ -Charakteristiken bestimmt werden, wobei sich die Ergebnisse (5.31) und (5.32) für SET A und SET B ergeben, die noch einmal in Tabelle 5.14 zusammengefasst sind.

Erheblich schwieriger ist der Asymmetrieparameter f zu bestimmen, da nur sehr wenige Ansätze überhaupt einen zuverlässigen Zugriff auf diese Größe erlauben. Im Rahmen dieser Arbeit, konnte

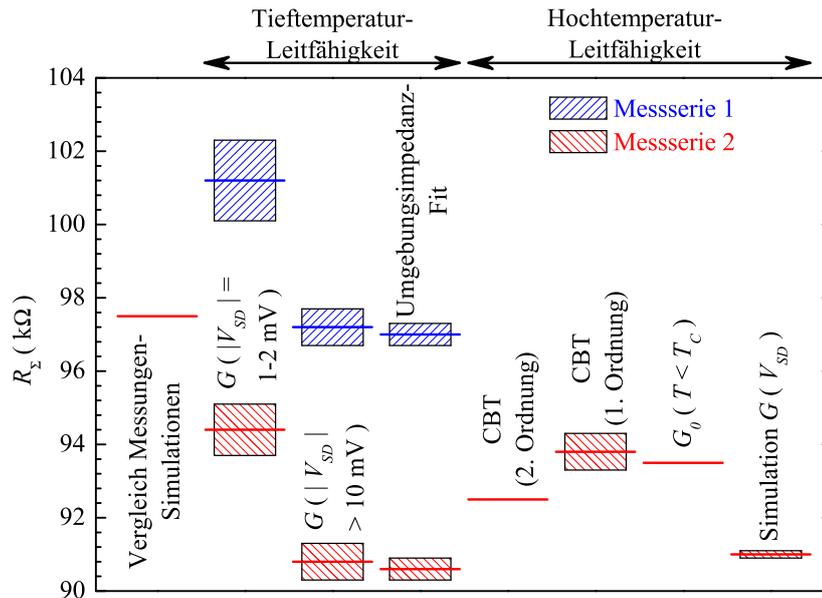


Abbildung 5.60: Zusammenfassende Darstellung der verschiedenen Methoden zur Bestimmung von R_Σ an SET B. Die Abkürzung *CBT* bezeichnet die Analyse des Hochtemperatur-Leitwertes in 2. Ordnung nach (5.44), in 1. Ordnung nach (5.45) und den direkten Vergleich zwischen gemessenem und simuliertem $G(V_{SD})$ -Verlauf.

f so nur im Rahmen des direkten Vergleichs zwischen numerisch berechneten und experimentell gemessenen Kennlinien und -größen, sowie im Rahmen der Analyse der Hochtemperatur-Leitwerte bis zur zweiten Ordnung nach (5.44) bestimmt werden, die in den Abschnitten 5.4 und 5.6 erläutert und diskutiert wurden. Die Gesamtauswertung der Messergebnisse beider Bauelemente ermöglicht so insgesamt die Bestimmung der Asymmetrieparameter der beiden Bauelemente, die ebenfalls in Tabelle 5.14 zusammengefasst sind.

Die beiden anderen Parameter, nämlich R_Σ und C_Σ , unterscheiden sich in Bezug auf ihre Abhängigkeit von weiteren Parametern jedoch recht deutlich von C_G und f . Während sowohl C_G , wie auch f innerhalb ihrer Unsicherheiten keine signifikante Abhängigkeit etwa vom zu Grunde liegenden Transportspannungsbereich aufweisen, variieren die Werte von R_Σ und C_Σ deutlich je nach verwendeter Auswertungsmethode. So variieren beispielsweise die für SET A in Messserie 1 ermittelten Werte für R_Σ zwischen etwa 142,8 $k\Omega$ und 151,2 $k\Omega$, also um rund 8% bezogen auf den größeren der beiden Werte. Im Fall von C_Σ bzw. der über (2.25) und (2.16) zusammenhängenden Coulomb-Temperatur T_C schwanken die bestimmten Werte noch erheblich stärker. So variiert beispielsweise für SET B T_C zwischen etwa 290 mK und 1500 mK je nach verwendeter Auswertungsmethode, also insgesamt um mehr als 80% bezogen auf den größeren der beiden Werte.

Um die Abhängigkeit der ermittelten Werte und ihrer Unsicherheiten von der Auswertungsmethode zu veranschaulichen, sind die Ergebnisse für R_Σ und C_Σ nach Bauelementen sortiert in den Abbildungen 5.59 bis 5.62 nicht tabellarisch, sondern in Form von Balkendiagrammen vergleichend für die verschiedenen Auswertungsmethode aufgetragen, wobei die schraffierten Rechtecke die im Wesentlichen statistisch ermittelten Unsicherheiten bzw. Fehlerbalken der entsprechenden Messgrößen darstellen. Sind keine Unsicherheiten bei einzelnen Verfahren eingezeichnet, konnten diese im Rahmen der entsprechenden Messmethode nicht ermittelt werden. Sowohl R_Σ , wie auch C_Σ zeigen jedoch eine klare Tendenz, die die Einordnung der zum Teil erheblich schwankenden

Werte ermöglicht.

Abbildung 5.59 zeigt die Zusammenfassung der erhaltenen R_{Σ} -Werte für SET A. Abgesehen von der schon in Abschnitt 5.5 diskutierten, klar erkennbaren Abnahme des Gesamtwiderstands R_{Σ} zwischen den beiden Messserien, weisen die R_{Σ} -Werte eine deutliche Abhängigkeit vom zu Grunde liegenden Transportspannungsbereich auf. So wurden die drei kleinsten Werte für R_{Σ} gerade mit Methoden ermittelt, denen der Bereich größerer Spannungen zu Grunde liegt, nämlich der Bestimmung des Leitwertes G für $|V_{SD}| \geq 10$ mV und der Modellierung des Umgebungsimpedanz-Übergangs nach (5.41) im Rahmen der Analyse des Tieftemperatur-Leitwertes, sowie der Simulation des $G(V_{SD})$ -Verlaufs über den gesamten Spannungsbereich im Rahmen der Analyse des Hochtemperatur-Leitwertes, die in den Abbildungen 5.59 bis 5.62 kurz als $G(V_{SD})$ -Simulationen bezeichnet sind.

Die beiden größten Werte für R_{Σ} werden dahingegen durch die Anpassung des Leitwertes G im Tieftemperaturbereich für $|V_{SD}| = 1 - 2$ mV und den direkten Vergleich zwischen $I(V_{SD})$ -Daten und Simulationen ermittelt, also mit Verfahren, denen ein Bereich kleiner Transportspannungen zu Grunde liegt. Der direkte Vergleich der Kennlinien mit Simulationsdaten lässt sich dieser Gruppe von Verfahren zuordnen, da bei der Anpassung üblicherweise das Hauptaugenmerk auf der Güte der Übereinstimmung nahe $V_{SD} = 0$ und des Übergangsbereichs bei $|V_{SD}| \approx e/C_{\Sigma}$ liegt, was im Falle der beiden Bauelemente hier Transportspannungen $|V_{SD}| \lesssim 200$ μ V entspricht.

Obwohl sie durch Methoden bestimmt wurden, die auf völlig unterschiedlichen Ansätzen basieren, stimmen sowohl die größten, wie auch die kleinsten ermittelten R_{Σ} -Werte jeweils im Rahmen ihrer Unsicherheiten für SET A überein, was als weiteres Indiz dafür gewertet werden kann, dass der ermittelte Wert wesentlich vom für die Auswertung verwendeten Bereich der Transportspannung abhängt. Der Hauptgrund für diese klare Trennung der beiden Wertebereiche liegt mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit an der bereits diskutierten, endlichen Umgebungsimpedanz des Messaufbaus. Sie beschränkt den Transportspannungsbereich, in dem die Näherung der verschwindenden Umgebungsimpedanz gültig ist, und führt so zu einem Übergang des Verhaltens vom Grenzfall der verschwindenden zum Grenzfall der sehr großen bzw. unendlichen Umgebungsimpedanz mit betragsmäßig steigender Transportspannung V_{SD} .

Die weiteren Analysemethoden, die auf der Messung des Leitwertes $G(V_{SD})$ bei höheren Temperaturen T beruhen, nämlich die Anpassung des Leitwert-Einbruchs nach (5.44) und (5.45), die in den Abbildungen kurz als *CBT (2. Ordnung)* und *CBT (1. Ordnung)* bezeichnet werden, sowie die direkte Simulation des $G_0(T)$ -Verlaufs im Bereich $T \lesssim T_C$, gehören prinzipiell in die Kategorie der Methoden für kleine Transportspannungen. Sie liefern Werte für R_{Σ} , die im Rahmen der entsprechenden Unsicherheiten übereinstimmen, jedoch zwischen den beiden extremen Werten liegen. Über Gründe hierfür können jedoch nur Spekulationen angestellt werden. Denkbar ist es jedoch, dass aufgrund der starken Asymmetrie von SET A diese Methoden unzuverlässigere Daten liefern. Sollte dies tatsächlich der Fall sein, stellt sich natürlich die Frage, ob die Qualität der gewonnenen Parameter stetig oder sprunghaft bei Über- bzw. Unterschreiten einer bestimmten Grenze bezüglich des Asymmetrieparameters f beeinflusst wird.

Die R_{Σ} -Werte der verschiedenen Auswertungsmethoden liefern im Fall von SET B ein sehr ähnliches Bild, wie Abbildung 5.60 zeigt. Dabei unterscheiden sich diese Daten von denen von SET A im Wesentlichen in drei Punkten. Zum einen ist der im Rahmen des direkten Vergleichs von Simulationsdaten und Messdaten gewonnene Wert von R_{Σ} deutlich größer, als der im Spannungsbereich $1 \text{ mV} \leq |V_{SD}| \leq 2 \text{ mV}$ gemessenen Wert. Weiterhin liegt der im Rahmen der Auswertung nach (5.44) bestimmte Wert, der auch in Abbildung 5.60 als *CBT (2. Ordnung)* gekennzeichnet ist, deutlich außerhalb der jeweiligen Unsicherheiten der anderen auf Basis des

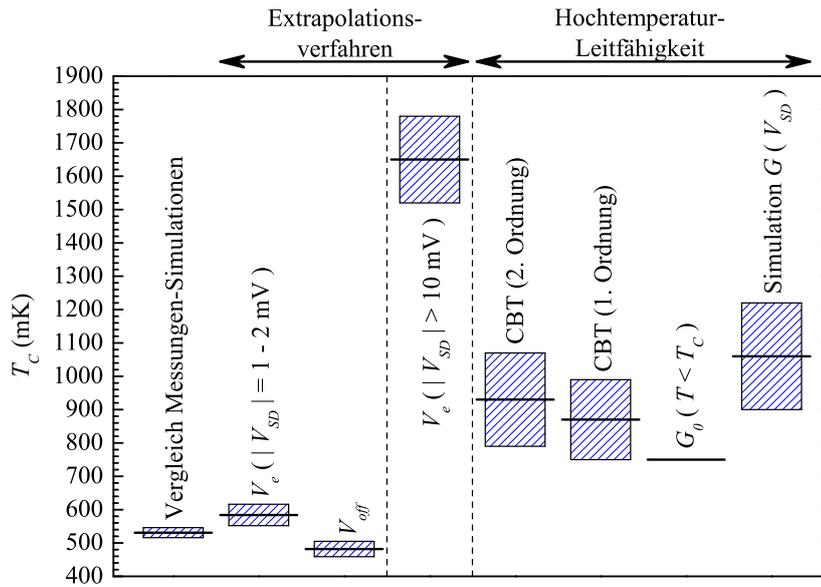


Abbildung 5.61: Zusammenfassende Darstellung der verschiedenen Methoden zur Bestimmung von C_Σ an SET A.

Hochtemperatur-Leitwertes bestimmten Werte. Darüberhinaus stimmen die beiden R_Σ -Werte, die nach (5.45) im Rahmen der CBT-Analyse 1. Ordnung bzw. der direkten Berechnung des $G_0(T)$ -Verlaufs ermittelt wurden, recht gut mit den im unteren Spannungsbereich gemessenen Werten überein.

Gerade der letzte Aspekt erfüllt wesentlich besser die Erwartungen, als dies die Daten für SET A getan haben, da auch im Rahmen dieser Methoden der lineare Leitwert G_0 , also nach Definition (2.39) der Leitwert G bei $V_{SD} = 0$ herangezogen wird, und daher eine Übereinstimmung mit dem Wert im niedrigen Spannungsbereich zu erwarten ist. Dass der nach (5.44) bestimmte CBT-Wert 2. Ordnung unter dem nach (5.45) bestimmten CBT-Wert 1. Ordnung und dem anhand des $G_0(T)$ -Verlaufs bestimmten Wertes liegt, könnte an den bereits in Abschnitt 5.6 diskutierten Gründen liegen, dass nämlich einerseits der quadratische Korrekturterm im Zusammenhang mit der höheren dimensionslosen Leitfähigkeit g dieses Bauelements zu einem prinzipiell größeren R_Σ -Wert führt und dass andererseits bei diesem Bauelement keine Werte im Temperaturbereich $T > 8$ K gemessen werden konnten. Dass darüberhinaus zu guter Letzt der anhand von Simulationsdaten bestimmte R_Σ -Wert über dem im Bereich niedriger Transportspannungen bestimmten Wert liegt, könnte darin begründet sein, dass, wie bereits weiter oben erwähnt, gerade bei der Anpassung der numerischen Daten an die Messdaten das Hauptaugenmerk auf sehr kleinen Spannungen $|V_{SD}| \lesssim 200 \mu\text{V}$ liegt, bei denen, wie die in Abschnitt 5.5 gezeigten Daten belegen, der Leitwert der Bauelemente kleiner ist.

Die Verteilung der Werte der Gesamtkapazität C_Σ zeigt für SET A ein ähnliches Bild wie das, das auch schon die Verteilung der R_Σ -Werte gezeigt hat. Abbildung 5.61 enthält die Zusammenstellung der Ergebnisse für C_Σ der verschiedenen Auswertungsmethoden für SET A. Auch hier tritt die wesentliche Trennung der Werte nach zu Grunde liegendem Spannungsbereich auf. So führen die auf dem Bereich kleiner Transportspannungen basierenden Methoden zu Coulomb-Temperaturen T_C von etwa 530 mK, wobei aufgrund der sehr kleinen, auf statistischen Abschätzungen beruhenden Unsicherheiten, die Ergebnisse der einzelnen Methoden nicht ganz innerhalb ihrer Unsicherheiten übereinstimmen.

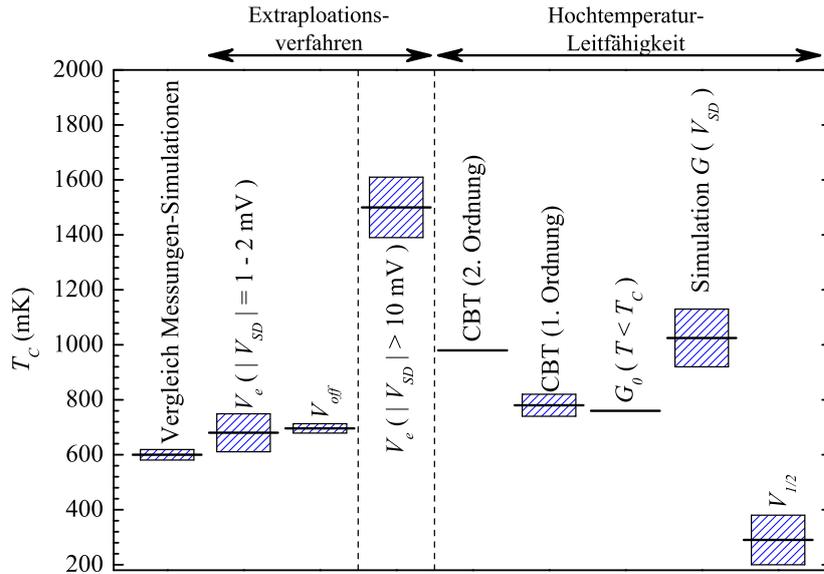


Abbildung 5.62: Zusammenfassende Darstellung der verschiedenen Methoden zur Bestimmung von C_Σ an SET B. Der $V_{1/2}$ -Wert bezieht sich auf die Bestimmung von T_C nach (5.47).

Wie bereits in Abschnitt 5.7 diskutiert wurde, liefert die Excess-Spannungs-Methode, die in Abbildung 5.61 als V_e -Methode bezeichnet ist, sehr häufig erheblich zu große Werte für T_C , wenn sie im Bereich großer Transportspannungen angewendet wird [Wal02a, Wah98b], und wie dies im Rahmen des in Abschnitt 5.8 erläuterten Horizont-Modells auch erwartet wird. Auch hier liegen die auf der Analyse der Hochtemperatur-Leitwerte G beruhenden Werte von T_C zwischen diesen beiden extremen Werten, was im Rahmen des Horizont-Modells durchaus auch verständlich wäre, da die in (5.55) eingehende, dominierende Energieskala in einem großen Spannungsbereich in diesem Fall die thermische Energie $k_B T$ ist. Hierzu passt auch die Beobachtung, dass im Rahmen der zur Auswertung der Hochtemperatur-Leitwerte durchgeführten Simulationsrechnungen mit steigender Temperatur der Probenplattform T auch die Coulomb-Temperatur T_C stetig angestiegen ist, da mit wachsender, dem System zur Verfügung stehender Energie auch die Länge des Horizonts l kleiner wird, was schließlich zur Entkopplung der beiden Tunnelkontakte führt. Eine solche Beobachtung ist auch von P. Joyez et al. gemacht worden [Joy97]. Bei ihnen lieferte der Einsatz von (5.45) bis zu 50% größere Werte für T_C als ein anderes Auswertungsverfahren, das die Strukturen im Bereich der supraleitenden Energielücke eines nur aus Aluminium gefertigten SET ausnutzt. Dieses Verfahren konnte aufgrund der Materialwahl der im Rahmen der vorliegenden Arbeit hergestellten Bauelemente jedoch nicht angewendet werden konnte.

Für SET B ergibt sich auch hier wieder ein sehr ähnliches Bild wie für SET A, wobei im Unterschied zu SET A die auf den Hochtemperatur-Leitwerten beruhenden Auswertungsmethoden erheblich breiter gestreute Ergebnisse liefern. So liefern auch hier die Methoden, die auf dem Bereich kleiner Transportspannungen beruhen, also der direkte Vergleich zwischen Mess- und Simulationsdaten, die Offset-Spannungs-Methode und die Excess-Spannungs-Methode im Bereich kleinerer Spannungen, einen Wert für die Coulomb-Temperatur T_C von etwa 660 mK. Darüberhinaus liefert auch hier die Excess-Spannungs-Methode, angewendet im Bereich höherer Transportspannungen, einen deutlich höheren Wert für T_C . Im Vergleich zu SET A streuen die Ergebnisse der Methoden, die auf der Analyse der Hochtemperatur-Leitwerte beruhen, jedoch erheblich stärker. Während die Analyse der linearen Leitwerte $G_0(T)$ im Rahmen der CBT-Auswertung 2. Ordnung mit Hilfe von (5.44) und der direkte Vergleich der berechneten und

der gemessenen Leitwertspektren deutlich höhere Coulomb-Temperaturen von etwa 1 K liefern, liegen die Ergebnisse der Analyse von $G_0(T)$ im Rahmen der CBT-Analyse 1. Ordnung nach (5.45) und der Vergleich der $G_0(T)$ -Verläufe im Temperaturbereich $T \lesssim T_C$ mit etwa 770 mK deutlich näher an den anderen, im Bereich geringer Spannungen bestimmten Werten für T_C . Die auf der Methode der Halbwertsbreiten-Bestimmung beruhende Abschätzung von T_C nach (5.47) liefert einen deutlich zu kleinen Wert für T_C , was aber aufgrund der geringen Bedeutung des Korrekturterms für den Verlauf von $V_{1/2}(T)$ nach (5.47) nicht weiter verwunderlich ist und sich auch im Vergleich zu anderen Ergebnissen in der sehr großen relativen Unsicherheit bemerkbar macht.

Das supraleitende und ferromagnetische Regime

Nachdem im letzten Kapitel die beiden im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersuchten Bauelemente SET A und SET B im normalleitenden Regime beweisen konnten, dass sie zum einen Einzelladungseffekte zeigen und dass ihr Verhalten zum anderen gut durch die um einige Umwelteinflüsse erweiterte Orthodoxe Theorie beschrieben werden kann, was auch zur Bestimmung der wesentlichen Bauelement-spezifischen Parameter geführt hat, werden in diesem Kapitel Messergebnisse im Bereich des supraleitenden und ferromagnetischen Regimes präsentiert und diskutiert. Bei SET A handelt es sich hierbei um ein Bauelement, dessen äußere Zuleitungen aus Aluminium und dessen Insel aus Nickel bestehen, während im Fall von SET B die Zuleitungen aus Nickel und die Insel aus Aluminium gefertigt sind. Das normalleitende Regime unterscheidet sich hierbei von dem supraleitenden und ferromagnetischen Regime im Wesentlichen durch die Stärke des angelegten, äußeren Magnetfeldes. Im normalleitenden Regime soll das angelegte Magnetfeld zum einen die Supraleitung des Aluminiums unterdrücken und zum anderen die Magnetisierung der aus Nickel bestehenden Komponenten fixieren, so dass keine supraleitenden und bzw. oder ferromagnetischen Effekte, die beispielsweise auf eine Spinakkumulation auf der Insel zurückzuführen sind, auftreten können. Im Gegensatz hierzu sind im supraleitenden und ferromagnetischen Regime keine oder erheblich kleinere äußeren Magnetfelder angelegt worden. Hinzu kommt, dass im Rahmen dieses Kapitels auch Messungen beschrieben und ihre Ergebnisse diskutiert werden, bei denen das äußere Magnetfeld bei konstant gehaltenen anderen Parametern variiert wurde, so dass neben der Transportspannung V_{SD} und der Gate-Spannung V_G ein weiterer Kontrollparameter für die Bauelemente hinzu kommt.

6.1 Messungen bei verschwindendem Magnetfeld

6.1.1 Strom-Spannungs-Kennlinien

In diesem Abschnitt wird zunächst das Magnetfeld nicht als zusätzlicher Kontrollparameter eingesetzt. Es werden vielmehr nur Messungen ohne ein äußeres Magnetfeld H betrachtet.

Abbildung 6.1 zeigt so verschiedene Strom-Spannungs-Kennlinien von SET A im Bereich der maximalen und der minimalen Coulomb-Blockade. Der zunächst auffälligste Unterschied dieser Strom-Spannungs-Kennlinien im Vergleich zu den in Kapitel 5 gezeigten ist das Auftreten der supraleitenden Energielücke, die sich darin äußert, dass erst bei Überschreiten einer Mindest-

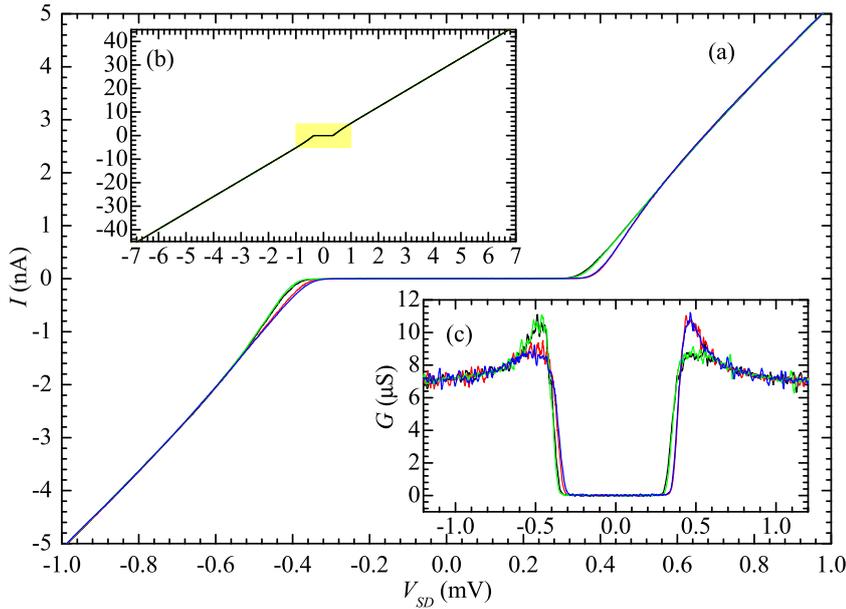


Abbildung 6.1: Messung von Strom-Spannungs-Kennlinien an SET A ohne äußeres Magnetfeld H im Bereich der maximalen und der minimalen Coulomb-Blockade bei $T \approx 40$ mK. Der in (b) gelb markierte Bereich ist in (a) vergrößert dargestellt. Teilabbildung (c) zeigt die Leitwertspektren der Messungen in (a).

Schwellenspannung V_{th} durch die Transportspannung V_{SD} ein auf der in Abbildung 6.1 gewählten Skala bedeutsamer Strom I zu fließen beginnt. Bei dieser Mindest-Schwellenspannung handelt es sich um die für einen NSN- oder SNS-SET in (2.204) definierte Schwellenspannung

$$V_{th} = V_{th}^{SNS} = V_{th}^{NSN} = \frac{2\Delta}{e} \quad , \quad (6.1)$$

ab der im Grenzfall $T = 0$ und ohne das Vorliegen einer endlichen Spinakkumulation auf der Insel ein Stromtransport über Quasiteilchenanregungen durch die supraleitenden Komponenten der Bauelemente möglich ist. Der Grund hierfür liegt darin, dass bei beiden Tunnelkontakten und beiden Bauelementen jeweils eine nicht-supraleitende Elektrode auf eine supraleitende Elektrode trifft, so dass für beide, in Serie geschaltete Tunnelkontakte eines Bauelements jeweils die Spannung (Δ/e) aufgebracht werden muss. Zu dieser Mindest-Schwellenspannung V_{th} treten die Spannungen, die aufgrund der Einzelladungseffekte und damit der Coulomb-Blockade bei einer entsprechend gewählten Gate-Spannung V_G an das Bauelement angelegt werden müssen. Die zugehörigen Leitwertspektren in Abbildung 6.1(c) zeigen so die erwarteten Kohärenzmaxima bei $V_{SD} \sim 2\Delta/e$ der in Teilabbildung (a) dargestellten Strom-Spannungs-Kennlinien, wie sie eine Folge der Zustandsdichte der Quasiteilchenanregungen (2.203) sind.

Abbildung 6.2 zeigt analog zu Abbildung 6.1 die verschiedenen Strom-Spannungs-Kennlinien von SET B für kleine und große Transportspannungen V_{SD} im Bereich der maximalen und der minimalen Coulomb-Blockade ohne ein äußeres Magnetfeld H . Auch hier zeigt sich der oben geschilderte Einfluss der supraleitenden Energielücke auf die Strom-Spannungs-Kennlinien in den Teilabbildungen (a) und (b) und auf die zugehörigen Leitwertspektren in Teilabbildung (c). Auf Basis der Strom-Spannungs-Kennlinien ist es so möglich, für beide Bauelemente auf Basis von (6.1) ihre jeweiligen supraleitenden Energielücken Δ zu bestimmen. Hierzu müssen jeweils die Strom-Spannungs-Kennlinien im Bereich der minimalen Coulomb-Blockade herangezogen werden, da sonst die zusätzlichen Schwellenspannungen mit berücksichtigt werden, die auf die Coulomb-Blockade zurückzuführen sind. Im Fall beider Bauelemente zeigt sich hierbei die

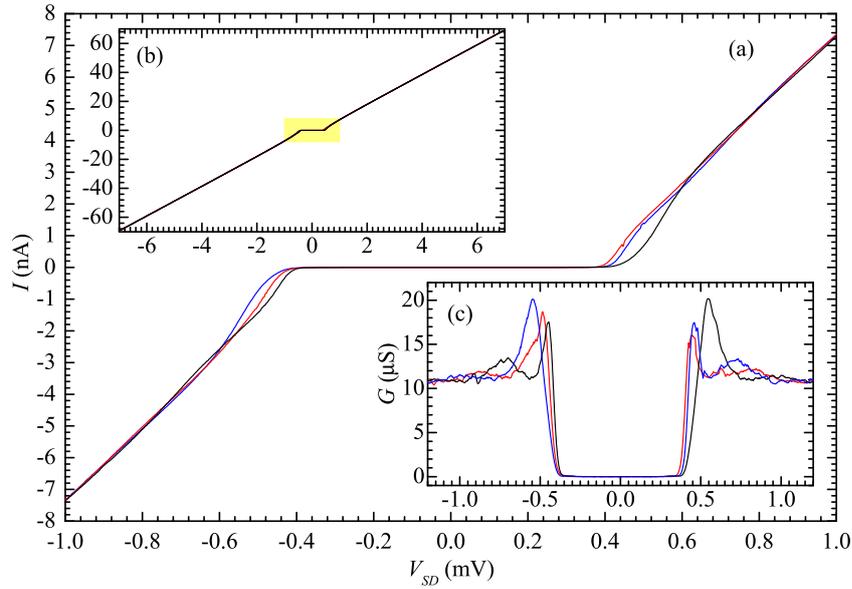


Abbildung 6.2: Messung von Strom-Spannungs-Kennlinien an SET B ohne äußeres Magnetfeld H im Bereich der maximalen und der minimalen Coulomb-Blockade bei $T \approx 40$ mK. Der in (b) gelb markierte Bereich ist in (a) vergrößert dargestellt. Teilabbildung (c) zeigt die Leitwertspektren der Messungen in (a).

Asymmetrie der Tunnelkapazitäten auch in den in Abbildung 6.1 und 6.2 dargestellten Strom-Spannungs-Kennlinien. Wie schon in Abschnitt 5.2 erläutert wurde, kommt es aufgrund der Asymmetrieladung (2.32) zu einer von der Transportspannung abhängigen Verschiebung der Leitungskanäle durch den SET hindurch. Die zusätzlich zur Überwindung der supraleitenden Energielücke erforderliche Transportspannung erhöht diese Asymmetrieladung so weit, dass, wie auch die Abbildungen 6.1 und 6.2 zeigen, die Gate-Spannungen V_G , die bei positiven Transportspannungen $V_{SD} > 0$ zu einer maximalen Coulomb-Blockade führen, im Fall einer negativer Transportspannungen $V_{SD} < 0$ in einer Strom-Spannungs-Kennlinien im Bereich der minimalen Coulomb-Blockade münden.

Bauelement	$\Delta(40 \text{ mK})$ (μeV) ($ I > 1 - 4 \text{ pA}$)	$\Delta(40 \text{ mK})$ (μeV) (aus $G(V_{SD})$)	Δ/k_B (mK) (aus $G(V_{SD})$)
SET A	140 ± 10	214 ± 17	2480 ± 200
SET B	135 ± 5	217 ± 5	2520 ± 60

Tabelle 6.1: Aufstellung der supraleitenden Energielücken Δ bei einer Temperatur der Probenplattform $T \approx 40$ mK.

Legt man so als Kriterium zur Bestimmung von V_{th} fest, dass im Fall einer Strom-Spannungs-Kennlinie im Bereich der minimalen Coulomb-Blockade der Strom I betragsmäßig einen Wert zwischen 1 pA und 4 pA übersteigt, ergeben sich aus (6.1) die in Tabelle 6.1 enthaltenen Werte für Δ , die zwar beide im Rahmen ihrer Genauigkeiten übereinstimmen, jedoch deutlich kleiner als der in Abschnitt 3.1.1 aufgeführte Literaturwert für großvolumige Proben bei $T = 0$ von etwa $180 \mu\text{eV}$ sind. Dies ist insbesondere verwunderlich, da im Fall von dünnen Filmen gewöhnlich die gemessenen supraleitenden Energielücken über den Werten für großvolumige Proben liegen. Wie jedoch ein Vergleich mit den in den beiden Abbildungen 6.1(a) und 6.2(a) dargestellten Strom-Spannungs-Kennlinien deutlich zeigt, liegen die auf Basis dieses Kriteriums bestimmten Spannungen deutlich unter den Spannungen, ab denen ein signifikanter Stromfluss durch das Bauelement einsetzt. Die Gründe für dieses frühe Einsetzen eines Stroms I sind wahrscheinlich auf Energieeinträge in das System zurückzuführen, zu denen nicht zuletzt die thermische Energie

$k_B T$ gehört. Darüberhinaus können selbstverständlich die schon in den Abschnitten 2.6.1 und 2.6.2 diskutierten Quellen der Einkopplung hochfrequenter Photonen und der niederfrequenten Spannungsfluktuationen ebenfalls zu dem beobachteten, frühen Einsetzen eines Stromflusses durch beide Bauelemente beitragen. Eine quantitative Abschätzung der Beiträge dieser Quellen ist jedoch ohne eine zeitintensive¹, detaillierte Analyse auf Basis numerischer Simulationen, die auch den Einfluss der Einzelladungseffekte berücksichtigt, nur sehr schwer möglich.

Einen alternativen Zugang zur Bestimmung der Energielücke Δ liefert die Analyse der Leitwertspektren $G(V_{SD})$. Aufgrund der Energielücke Δ der Quasiteilchenanregungen und der daraus resultierenden Singularität ihrer Zustandsdichte (2.203) bei $E = \Delta$ zeigen die Leitwertspektren eines Tunnelkontaktes zwischen einem Supraleiter und einem normalleitenden Metall bei $E \approx \Delta$ eine Überhöhung, deren Lage wiederum als Abschätzung für Δ verwendet werden kann. Im vorliegenden Fall bedeutet dies einerseits, dass aufgrund der in einem SET vorkommenden Serienschaltung zweier Tunnelkontakte die so ermittelte Spannung etwa $(2\Delta/e)$ entspricht, wie dies schon (6.1) gezeigt hat, und dass andererseits der Einfluss der Einzelladungseffekte unter Berücksichtigung der Asymmetrieladung (2.32) durch eine geschickte Wahl der Gate-Spannung V_G minimiert werden muss, wie dies die Abbildungen 6.1(c) und 6.2(c) zeigen. Die Ergebnisse dieser Analyse für Δ sind ebenfalls in Tabelle 6.1 aufgeführt.

Zunächst einmal liegen die anhand der Leitwertspektren bestimmten Werte der supraleitenden Energielücken Δ erwartungsgemäß über dem Literaturwert von $180 \mu\text{eV}$ für großvolumige Proben. Darüberhinaus stimmen beide Werte auch hier wieder innerhalb ihrer Unsicherheiten sehr gut überein, wobei jedoch die um einen Faktor 3 größere Unsicherheit von SET A im Vergleich zu SET B auffällig ist. Der direkte Vergleich der Leitwertspektren beider Bauelemente in den Abbildungen 6.1(c) und 6.2(c) verdeutlicht die wahrscheinlich wesentlichen beiden Gründe hierfür. So zeigen zum einen die $G(V_{SD})$ -Verläufe von SET A ein erheblich größeres Rauschen als die von SET B, was sich naturgemäß in der Genauigkeit der Bestimmung der Spannungen der Maxima der Leitwerte niederschlägt. Ein ähnliches Verhalten hat dieses Bauelement im Vergleich zu SET B auch schon im normalleitenden Regime gezeigt, wie die Diskussion in Abschnitt 5.5 und der direkte Vergleich der Abbildungen 5.46 auf Seite 269 und 5.48(a) auf Seite 274 gezeigt haben, wenn auch der zu Grunde liegende Spannungsbereich dort größer ist. Andererseits zeigt SET B eine viel deutlicher zu Tage tretende, systematische Abhängigkeit der Lage der Maxima der Leitwertspektren von der Gate-Spannung V_G , als SET A, was allerdings wiederum eine Folge des oben beschriebenen Rauschens dieses Bauelements sein kann. Darüberhinaus wird allerdings auch die größere Asymmetrie von SET A eine Rolle spielen, da durch sie auch die Asymmetrieladung stärker mit V_{SD} wächst, als dies bei SET B mit seiner geringeren Asymmetrie der Fall ist.

Die so bestimmten Werte für die supraleitenden Energielücken Δ der beiden Bauelemente liegen damit für beide Bauelemente über den jeweiligen Coulomb-Energien E_C der SET, wie die ebenfalls in Tabelle 6.1 enthaltenen Werte von (Δ/k_B) für die anhand der Leitwertspektren ermittelten Δ -Werte im Vergleich zu den in Abschnitt 5.9 zusammengefassten Werten der Coulomb-Temperaturen T_C zeigen. Dies bedeutet, dass, ausgehend von dem Verhältnis der supraleitenden Energielücke Δ zur Coulomb-Energie E_C im Prinzip Paritätseffekte an beiden Bauelementen auftreten können, wie sie sich im Rahmen von I - V_G -Kennlinien zeigen können. Da allerdings darüberhinaus das Bauelement über eine supraleitende Insel verfügen muss, kann mit dem Auftreten von Paritätseffekten nur an SET B gerechnet werden.

¹Aufgrund der zusätzlichen Integrationen, die zur Berücksichtigung der Zustandsdichten der supraleitenden Komponenten (2.203) notwendig sind, muss damit gerechnet werden, dass bei vollständiger Berücksichtigung der umweltspezifischen Einflüsse die mittlere, zur Berechnung eines Datenpunktes notwendige Zeit in den Bereich einiger Minuten vordringt. Siehe hierzu auch Fußnote 6 auf Seite 239.

Bauelement	R_{Σ}^{SL} (k Ω) ($ V_{SD} = 5 - 7$ mV)	R_{Σ}^{NL} (k Ω) ($ V_{SD} = 5 - 7$ mV)
SET A	144.7 ± 0.7	145.4 ± 1.1
SET B	97.5 ± 0.4	98.2 ± 0.8

Tabelle 6.2: Aufstellung der gemessenen Widerstände im supraleitenden Regime R_{Σ}^{SL} und im normalleitenden Regime R_{Σ}^{NL} bei einer Temperatur der Probenplattform $T \approx 40$ mK im Rahmen von Messserie 1.

Zuvor bietet es sich jedoch noch an, die Diskussion der Strom-Spannungs-Kennlinien mit einem Vergleich der Widerstände R_{Σ} der beiden Bauelemente im Bereich mittlerer bis höherer Transportspannungen zwischen dem supraleitenden Regime R_{Σ}^{SL} und dem normalleitenden Regime R_{Σ}^{NL} abzuschließen. Tabelle 6.2 enthält für beide Bauelemente jeweils die R_{Σ} -Werte für beide Regime, wobei, analog zum Vorgehen in Abschnitt 5.5, die jeweiligen Unsicherheiten auf Basis einer linearen Regression im zu Grunde liegenden Spannungsbereich $|V_{SD}| = 5 - 7$ mV bestimmt wurden. Innerhalb der Unsicherheiten stimmen im Fall beider Bauelemente jeweils die Widerstände im normalleitenden und im supraleitenden Regime überein.

6.1.2 I - V_G -Kennlinien

Bauelemente mit supraleitenden Inseln können, wie schon in Abschnitt 2.7.1 beschrieben wurde, unter bestimmten Umständen Paritätseffekte zeigen. Sie weisen also ein unterschiedliches Verhalten auf, je nachdem ob die Zahl der Überschussladungsträger n auf der Insel gerade oder ungerade ist, was zu einer Verdoppelung der Periodenlänge bei Messungen des Stroms I oder auch des Leitwertes G als Funktion von V_G führen sollte.

Eine wesentliche Voraussetzung für das Auftreten von Paritätseffekten ist neben einer supraleitenden Insel, wie sie SET B aufweist, dass die Coulomb-Energie E_C des Bauelements im Vergleich zur supraleitenden Energielücke Δ hinreichend klein ist. Dies ist, wie die Diskussion im letzten Abschnitt gezeigt hat, für beide Bauelemente, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersucht wurden, erfüllt. Wesentlich schwieriger ist jedoch die zweite Voraussetzung zu erfüllen, die bei den in Abschnitt 2.7.1 vorgestellten und diskutierten Modellen implizit angenommen wurde, dass sich nämlich das Bauelement im Gleichgewicht befindet und nicht maßgeblich durch externe Störquellen beeinflusst wird [Sch03].

Die hier relevanten Störquellen sind im Wesentlichen die gleichen, die schon das Verhalten im normalleitenden Regime beeinflusst haben. Zu ihnen zählen vor allem die Einstrahlung hochfrequenter Photonen und niederfrequente Spannungsfuktuationen, die beide zu Quasiteilchenanregungen auf der Insel führen können und so Paritätseffekte maskieren können [Ama94, Her94, Her95]. Ein Beispiel für den zerstörerischen Charakter einer Quasiteilchenanregung auf einer supraleitenden Insel ist schon in Abschnitt 2.7.1 im Rahmen des Andreev-artigen Transportmechanismus durch einen NSN-SET erläutert worden. Steigt in diesem Fall die Transportspannung V_{SD} so weit an, dass ein einzelnes Quasiteilchen auf die supraleitende Insel tunneln kann, wird der Andreev-artige Transport so lange unterbunden, bis das eine, ungepaarte Quasiteilchen die Insel wieder verlassen hat. Da das statistische Gewicht dieses einzelnen, besetzten Zustands im Vergleich zu der Vielzahl der unbesetzten Zustände, in die das Quasiteilchen zuvor auf die Insel tunneln konnte, gering ist, ist dieser Zustand sehr stabil, was zu einem signifikanten Einbruch des Stroms führt [Hek93].

Aber auch Fluktuationen der effektiven Inselladung können die Beobachtung von Paritätseffekten

erheblich stören oder unmöglich machen. T. Eiles et al. haben ein einfaches Modell vorgeschlagen, das zu einer solchen Maskierung der Paritätseffekte führen kann [Eil93]. Kann ein Elektron aus dem Leitungsband der Insel in einen lokalisierten Zustand in der dielektrischen Umgebung der Insel gelangen, also beispielsweise in die die Insel abdeckende Oxidschicht, so kann der frei gewordene Zustand im Leitungsband durch ein anderes Elektron, das die Insel durch einen Tunnelkontakt betritt, aufgefüllt werden. Dies führt aufgrund der großen Nähe des Defektzustands zur Insel zu einer Änderung der effektiven Inselladung in der Größenordnung einer Elementarladung. Wird dieser Defektzustand auf der Zeitskala der Messgeschwindigkeit hinreichend häufig gefüllt und entleert, kann dies die verletzte Symmetrie der Zustände mit einer geraden und ungeraden Überschussladungsträgerzahl auf der Insel überdecken.

Dieses Modell kann im Prinzip dahingehend verallgemeinert werden, dass Fluktuationen der effektiven Inselladung mit einer hinreichend großen Fluktuationsfrequenz und einer hinreichend großen absoluten Änderung der effektiven Inselladung Paritätseffekte verdecken können. Hierbei muss nicht notwendigerweise ein Defektzustand an der isolierenden Oberfläche der Insel beteiligt sein. Einen ähnlichen Effekt können auch Ladungen in der Nähe der Insel oder aber die in Abschnitt 2.7.2 als Magneto-Coulomb-Oszillationen eingeführten Effekte durch Fluktuationen der magnetischen Domänen haben. Gerade der letzte Effekt wird weiter unten noch diskutiert.

In Anbetracht der Vielzahl von möglichen Störquellen ist es nicht verwunderlich, dass im Rahmen der mit dem hier entwickelten und gebauten Messaufbau erzielten Messgenauigkeit keine $2e$ -periodischen Strukturen in I - V_G -Kennlinien oder anderen Messgrößen im Spannungsbereich $V_{SD} \lesssim \Delta/e$, also im Sub-Gap-Bereich, beobachtet werden konnten. So konnten R. Schäfer et al. mit Hilfe eines Versuchsaufbaus, der über eine erheblich aufwändigere Hochfrequenz-Filterung verfügt [Wal02a, Wal02b], an einem nur aus Aluminium aufgebauten System zweier SET, von denen ein Bauelement als Single-Electron-Box betrieben wurde, ebenfalls keinen Übergang von einem e - zu einem $2e$ -periodischen Verhalten beobachten [Sch03]. Dies wirft vielmehr erneut die Frage auf, ob die in Abschnitt 4.3 gemachten Angaben zur Auflösungsgrenze der Messverstärker und des Messaufbaus tatsächlich durch die Messverstärker bestimmt worden sind, oder ob nicht vielmehr aufgrund der dort beschriebenen Abschätzungsmethode die erreichbare Messauflösung durch Störungen des Systems in Form von hochfrequenten Photonen, Spannungsfuktuationen oder Fluktuationen der effektiven Inselladung begrenzt wurden.

Abbildung 6.3 zeigt anhand zweier Messserien von I - V_G -Kennlinien von SET A den Bereich größerer Transportspannungen $V_{SD} \gtrsim \Delta/e$, in dem der Transport durch sequentielles Tunneln von Quasiteilchen dominiert wird. Bei der in Teilabbildung (a) dargestellten Messserie ist hierbei die Filmebene senkrecht zur Symmetrieachse des Magneten orientiert, während in Teilabbildung (b) eine entsprechende Messserie abgebildet ist, bei der die Symmetrieachse des Magneten entlang der Vorzugsrichtung des SET, und damit parallel oder antiparallel zur Stromrichtung, ausgerichtet ist.

Da in diesem Spannungsbereich das sequentielle Tunneln von Quasiteilchen durch den SET den dominierenden Transportmechanismus darstellt, zeigen die I - V_G -Kennlinien nur das schon im normalleitenden Regime aufgetretene, e -periodische Verhalten. Eine Analyse der Periode ΔV_G der I - V_G -Kennlinien, wie sie schon in Abschnitt 5.3 beschrieben wurde, ergibt daher ein sehr ähnliches Bild. So zeigt Abbildung 6.4 das Histogramm der Periodenlängen ΔV_G der in Abbildung 6.4(a) dargestellten Messserie an SET A zusammen mit jeweils einem Lorentz-Fit nach (5.12) und einem Gauß-Fit nach (5.14). Wie schon im Fall der in Abschnitt 5.3 beschriebenen Ergebnisse kann auch hier die Verteilung der Periodenlängen ΔV_G besser durch eine Lorentz-, als durch eine Gauß-Verteilung beschrieben werden, wobei beide Werte innerhalb ihrer analog zum Vorgehen

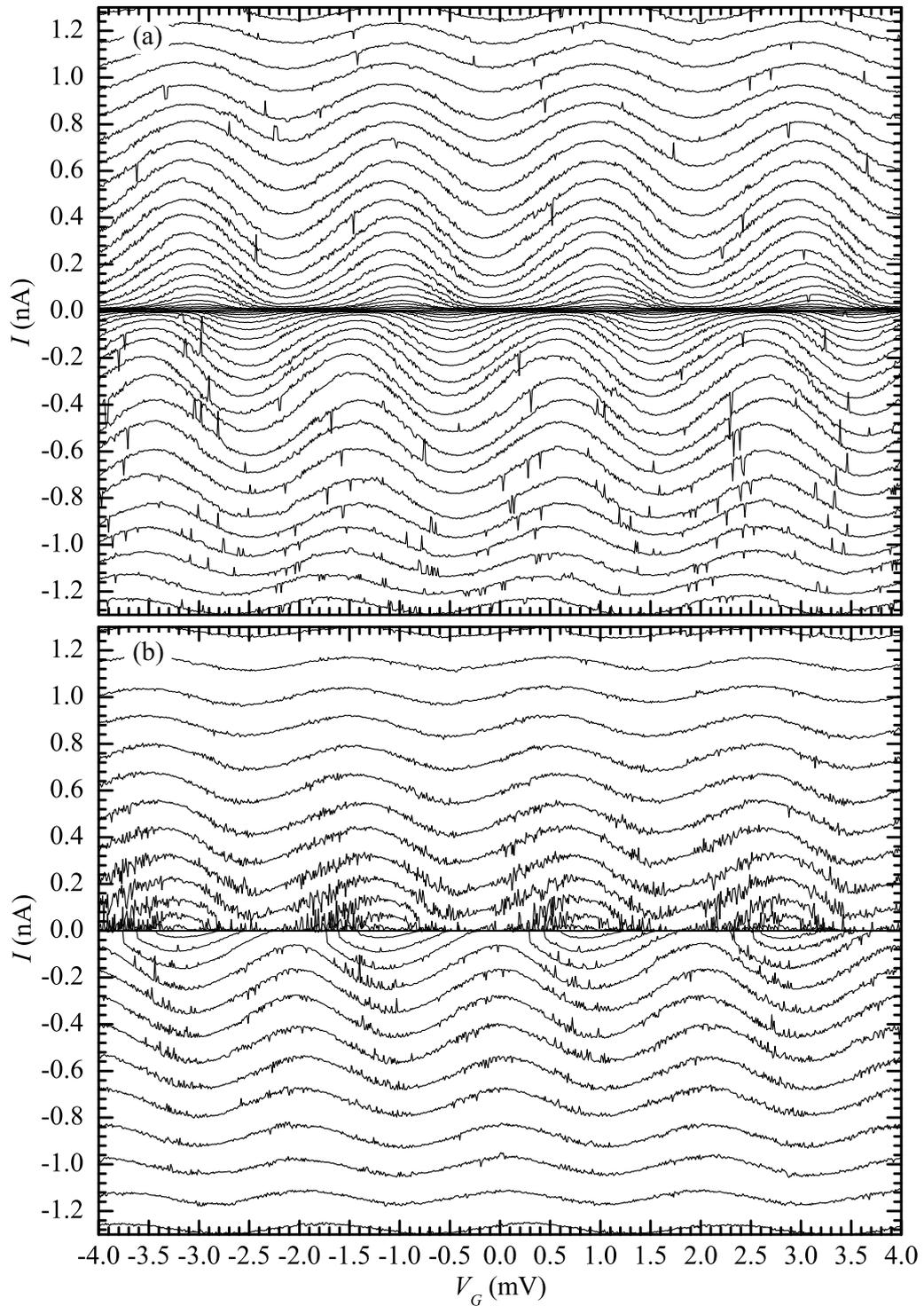


Abbildung 6.3: Messung von I - V_G -Kennlinien an SET A ohne äußeres Magnetfeld H bei senkrechter Anordnung der Magnetfeldrichtung zur Filmebene (a) und entlang der Vorzugsrichtung des SET (b).

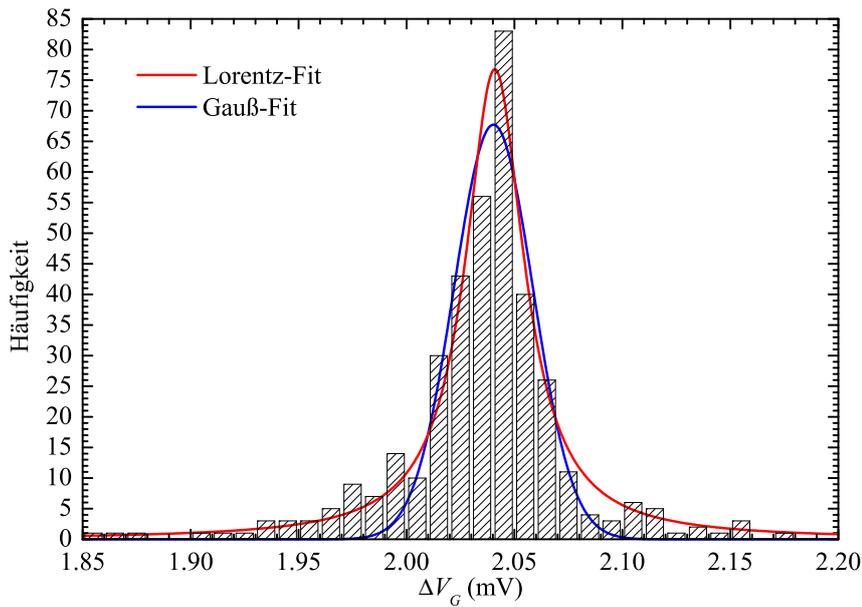


Abbildung 6.4: Histogramm der Periode ΔV_G der in Abbildung 6.3(a) gezeigten Messserie an SET A. Die rote Kurve stellt das Ergebnis eines Lorentz-Fits nach (5.12) mit $\Delta V_G = (2.041 \pm 0.017)$ mV, die blaue Kurve eines Gauß-Fits nach (5.14) mit $\Delta V_G = (2.040 \pm 0.018)$ mV dar.

in Abschnitt 5.3 bestimmten Unsicherheiten mit

$$\Delta V_G = (2.041 \pm 0.017) \text{ mV} \quad (6.2)$$

im Fall des Lorentz-Fits und mit

$$\Delta V_G = (2.040 \pm 0.018) \text{ mV} \quad (6.3)$$

im Fall des Gauß-Fits übereinstimmen.

Abbildung 6.5 zeigt zunächst einmal ein ähnliches Bild der I - V_G -Kennlinien für SET B wie Abbildung 6.3 für SET A. Auch die in dieser Abbildung enthaltenen Messserien decken den Spannungsbereich $V_{SD} \gtrsim \Delta/e$ ab, in dem der dominierende Mechanismus des Stromtransports das sequentielle Tunneln von Quasiteilchen ist, so dass auch hier ein e -periodisches Verhalten der I - V_G -Kennlinien vorliegt. Dies bestätigt auch das in Abbildung 6.6 gezeigte Histogramm der ermittelten Periodenlängen ΔV_G der in Abbildung 6.5(c) dargestellten Messserie. Auch in diesem Fall kann die Verteilung der ΔV_G -Werte besser durch einen Lorentz-Fit nach (5.12), als durch einen Gauß-Fit nach (5.14) beschrieben werden, wobei beide Werte innerhalb ihrer Unsicherheiten mit

$$\Delta V_G = (2.162 \pm 0.025) \text{ mV} \quad (6.4)$$

im Fall des Lorentz-Fits und mit

$$\Delta V_G = (2.162 \pm 0.028) \text{ mV} \quad (6.5)$$

im Fall des Gauß-Fits übereinstimmen.

Legt man analog zum Vorgehen in Abschnitt 5.3 auch hier aufgrund der besseren Übereinstimmung der Fits mit den ermittelten ΔV_G -Verteilungen den Wert der Lorentz-Verteilungen für beide Bauelemente zugrunde, so stimmen die Periodenlängen ΔV_G beider Bauelemente im supraleitenden und im normalleitenden Regime innerhalb ihrer jeweiligen Unsicherheiten überein, wie auch die direkte Gegenüberstellung in Tabelle 6.3 der Werte beider Bauelemente zeigt.

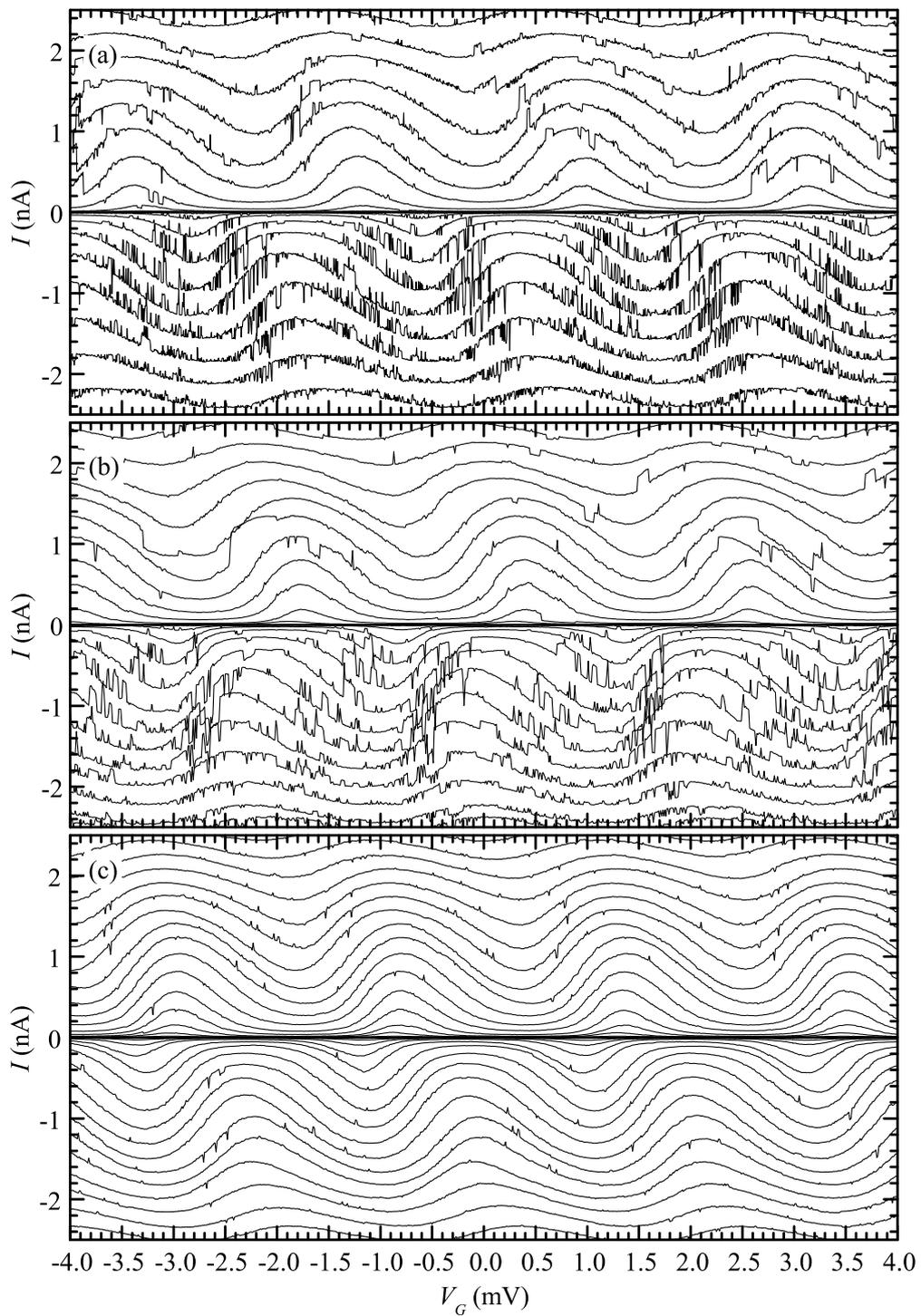


Abbildung 6.5: Messung dreier unterschiedlicher Messserien von I - V_G -Kennlinien an SET B ohne äußeres Magnetfeld bei senkrechter Anordnung der Magnetfeldrichtung zur Filmebene ((a) und (b)) und entlang der Vorzugsrichtung des SET (c).

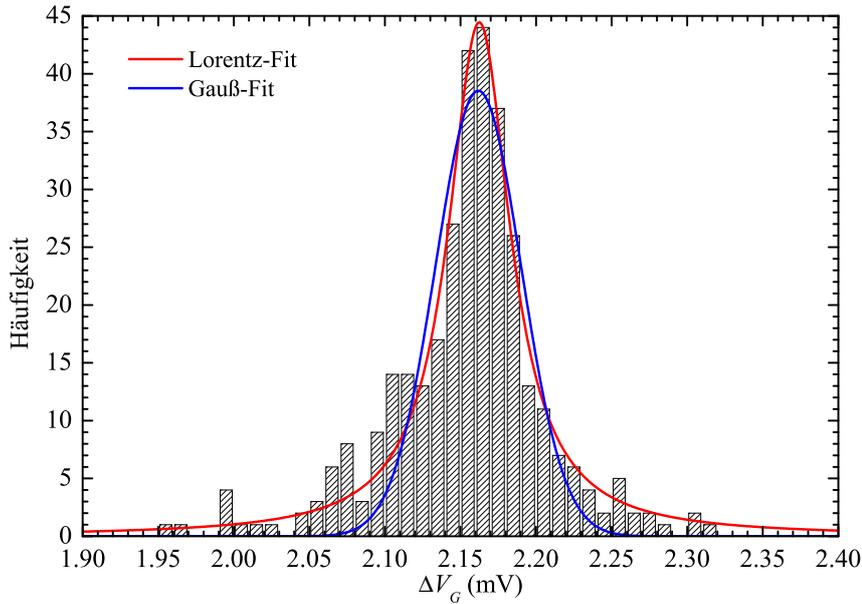


Abbildung 6.6: Histogramm der Periode ΔV_G der in Abbildung 6.5(c) gezeigten Messserie an SET B. Die rote Kurve stellt das Ergebnis eines Lorentz-Fits nach (5.12) mit $\Delta V_G = (2.162 \pm 0.025)$ mV, die blaue Kurve eines Gauß-Fits nach (5.14) mit $\Delta V_G = (2.162 \pm 0.023)$ mV dar.

Bauelement	ΔV_G^{SL} (mV)	ΔV_G^{NL} (mV)
SET A	2.041 ± 0.018	2.030 ± 0.022
SET B	2.162 ± 0.025	2.167 ± 0.024

Tabelle 6.3: Zusammenfassung der Periodenlängen ΔV_G beider Bauelemente im normalleitenden und im supraleitenden Regime. Die hochgestellten Indizes *SL* und *NL* kennzeichnen jeweils das supraleitende und das normalleitende Regime.

Abbildung 6.5 zeigt über die bloße e -Periodizität der I - V_G -Kennlinien hinaus eine Beobachtung, die mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit die Identifikation einer Störquelle ermöglicht. Die in den Teilabbildungen (a) und (b) dargestellten I - V_G -Kennlinien zeigen beide eine erhebliche Aktivität von Störungen, deren Frequenz und Lebensdauern scheinbar von der Polarität der angelegten Transportspannung V_{SD} abhängt. Während sowohl für positive, wie auch für negative Transportspannungen die Größe der beobachteten Sprünge des Stroms I vergleichbar sind, unterscheiden sich die Frequenzen und die Lebensdauern der Störungen je nach gewählter Polarität der Transportspannung erheblich. Während bei den in den Teilabbildungen (a) und (b) abgebildeten Messungen die Symmetrieachse des Magneten senkrecht zur Filmebene der Bauelemente orientiert war, ist in Teilabbildung (c) die Symmetrieachse des Magneten entlang der Vorzugsrichtung des Bauelements ausgerichtet gewesen. Wird die Probe gedreht, gehen sowohl die Stärke und die Häufigkeit, wie auch die Abhängigkeit der Störungen von der Polarität der Transportspannung V_{SD} signifikant zurück bzw. verschwindet vollständig, wie die Messserie in Teilabbildung (c) zeigt.

Die Tatsache, dass sowohl die Frequenz und die Größe der Störungen, aber auch ihre Abhängigkeit von der Polarität der Transportspannung bei einer Neuorientierung des Bauelements zum Magnetfeld verschwinden, deutet sehr stark daraufhin, dass es sich um ein Magnetfeld-induziertes Phänomen handelt. Einschränkend muss an dieser Stelle angemerkt werden, dass dieser Schluss allerdings nicht zwingend ist, da die Neuorientierung der Probe einen erneuten Einbau der Probe

erfordert hat. Unbeabsichtigte Änderungen können so im Prinzip nicht ausgeschlossen werden, obwohl zum einen eine große Sorgfalt beim Umbau an den Tag gelegt wurde und da die sonstigen Messungen keine signifikanten Änderungen des Verhaltens beider Bauelemente nach dem Umbau zu Tage gefördert haben. Die Umorientierung ist im Rahmen der Messserie 1 durchgeführt worden.

Die in den Abbildungen 6.5(a) und (b) gezeigten Störungen sind darüberhinaus mit einer hohen Wahrscheinlichkeit auf die Änderung der effektiven Inselladung zurückzuführen, auch wenn dieser Schluss gerade bei den im Vergleich zur Messfrequenz sehr schnellen Fluktuationen im Spannungsbereich $V_{SD} < 0$ nicht eindeutig ist, da ein Störereignis häufig nur aus einem oder wenigen Datenpunkten besteht. Die länger andauernden Störereignisse weisen jedoch sehr deutlich auf eine Verschiebung auf der V_G -Achse hin, was, wie schon in Abschnitt 5.3 diskutiert wurde, auf eine Änderung der effektiven Inselladung zurückzuführen ist. Auch im Fall der schnellen, nur kurz andauernden Störungen ist diese Vermutung nahe liegend, da die Sprünge des Stroms I nicht aus dem bei einer festgelegten Transportspannung V_{SD} durch Variation der Gate-Spannung V_G zugänglichen Strombereich herausführen. Gerade dieses Verhalten zeigen auch die in Teilabbildung (c) dargestellten Messungen, so dass auch hier die Vermutung plausibel ist, dass die beobachteten Störungen auf Fluktuationen der effektiven Inselladung zurückzuführen sind.

Die Beobachtung einer Magnetfeld-induzierten Änderung der effektiven Inselladung deutet fast zwangsläufig auf den in Abschnitt 2.7.2 als Magneto-Coulomb-Oszillationen bezeichneten Effekt hin. Da es sich bei dem hier betrachteten Bauelement SET B um einen SET mit supraleitender Insel und ferromagnetischen Zuleitungen handelt, kann es hier aufgrund von Fluktuationen der magnetischen Domänen in den Zuleitungen zur Ausbildung von magnetfeldabhängigen Kontaktpotenzialen nach (2.234) kommen, die aufgrund ihrer kapazitiven Kopplung zur Insel zu einer Änderung der effektiven Inselladung analog zu (2.226) und (2.227) führen. Gerade im Hinblick auf (2.234) wirft dies im Wesentlichen vier Fragen auf, deren Beantwortung jedoch durchaus einen spekulativen Charakter hat:

1. Welches \mathbf{H} -Feld reduziert bzw. unterdrückt die Fluktuationen der Domänen im Fall einer parallelen Orientierung des nominell verschwindenden Magnetfeldes zur Vorzugsrichtung des Bauelements ?
2. Welches \mathbf{H} -Feld ist für die Fluktuationen der Domänen im Fall einer senkrechten Orientierung des nominell verschwindenden Magnetfeldes zur Vorzugsrichtung des Bauelements verantwortlich ?
3. Welche Domänen liefern zumindest einen dominierenden Beitrag zu den Störungen ?
4. Wie kommt es zu einer Abhängigkeit der Störungen von der Polarität der Transportspannung V_{SD} ?

Ein Magnetfeld, das die Magnetisierung von magnetischen Domänen fixieren kann, muss je nach Orientierung zu den magnetischen Strukturen eine minimale Feldstärke aufweisen. Hierbei sind die benötigten Feldstärken entlang der Vorzugsrichtung der Strukturen deutlich geringer als in anderen Richtungen. Da im vorliegenden Fall nach der Drehung der Probe die Vorzugsrichtung der Magnetisierungen mit der der Bauelemente übereinstimmt, ist es prinzipiell denkbar, dass aufgrund der bloßen Umorientierung der Probe eine kleine magnetische Feldstärke ausreicht, eine Fixierung der Magnetisierungen der Domänen zu erreichen. Es bleibt jedoch die Frage offen, woher dieses eigentlich nominell verschwindende Feld kommt. Eine sehr nahe liegende Quelle für ein Restfeld ist der Magnet selber. Sollte dieser tatsächlich ein Restfeld aufweisen, hätte dies

automatisch die richtige Orientierung, um die Beobachtungen erklären zu können. Eine zweite Möglichkeit besteht in einer Aufmagnetisierung einer oder mehrerer weiterer Komponenten des Versuchsaufbaus. Auch diese Option würde ein Feld mit einer korrekten Orientierung des resultierenden Feldes hervorrufen, soweit die betreffenden Komponenten im Wesentlichen symmetrisch zur Achse des Kryostaten ausgelegt sind. Im Fall der Orientierung des äußeren Magnetfeldes senkrecht zur Filmebene der Bauelemente muss hingegen zur Fixierung der Magnetisierungen der Domänen diese aus der Filmebene heraus gedreht werden, was erheblich höhere Felder erfordert [Gro04].

Darüberhinaus sollte ein Magnetfeld mit einer im Wesentlichen senkrechten Orientierung zur Filmebene nicht in der Lage sein, die beschriebenen Änderungen der effektiven Inselladung hervorrufen zu können, da in (2.234) das Skalarprodukt zwischen den Magnetisierungen \mathbf{m}_i der Domäne i und dem äußeren Magnetfeld \mathbf{H} auftritt. Es stellt sich somit automatisch Frage 2. Die in (2.234) gewählte Formulierung ist allerdings auf eine dominierende Wechselwirkung mit einem äußeren Feld ausgelegt. Sie vernachlässigt die Wechselwirkung zwischen den Domänen, die in diesem Fall ein Magnetfeld in der Ebene des Films erzeugen, und somit im Prinzip zu einer Fluktuation der effektiven Inselladung führen können.

Bei der Frage, welche Domänen wahrscheinlich den dominierenden Beitrag der Störungen erzeugen, liefert die Betrachtung der Größe der Fluktuationen des Stroms I , die die Abbildungen 6.5(a) und (b) zeigen, einen wichtigen Hinweis. Sie liegen zum Teil in der Größenordnung der Modulationstiefen der betreffenden I - V_G -Kennlinien. Es liegt daher die Vermutung nahe, dass eine erhebliche Änderung der effektiven Inselladung, die in der Größenordnung $\delta Q \sim e/2$ oder darüber liegen muss, für die Störungen verantwortlich ist. Solche Fluktuationen stammen aber, wie bereits Abschnitt 2.7.2 erläutert wurde, mit hoher Wahrscheinlichkeit von Domänen, die in unmittelbarer Nähe der Tunnelkontakte liegen, da in (2.234) der Beitrag einer jeden Domäne i mit ihrem kapazitiven Anteil (C_i/C_Σ) an der Gesamtkapazität der Insel gewichtet wird, und Domänen in der unmittelbaren Nähe der Tunnelkontakte am meisten zu C_Σ beitragen. Dies liegt daran, dass einerseits die Tunnelkontakte die Gesamtkapazität der Insel maßgeblich bestimmen und dass daher andererseits Domänen in diesem Gebiet auch die größten Beiträge zur Gesamtkapazität C_Σ liefern.

Sofern das hier angedeutete Modell tatsächlich für die in Abbildung 6.5 gezeigten Störungen der I - V_G -Kennlinien und ihr Verhalten verantwortlich ist, bleibt die letzte der vier Fragen zu beantworten: Wie kann es zu einer von der Polarität der Transportspannung V_{SD} abhängenden Frequenz und Lebensdauer der Störungen kommen? Das signifikant unterschiedliche Verhalten der Probe beim Wechsel der Polarität der Transportspannung V_{SD} im Fall der senkrechten Orientierung des äußeren Magnetfeldes zur Filmebene der Bauelemente, scheint darauf hinzudeuten, dass es sich tatsächlich um ein mit dem Transport von Ladungsträgern verbundenes Phänomen handelt, das Einfluss auf die Magnetisierung einer Domäne nehmen kann. Ob es sich hierbei um eine Fluktuation einer Domäne in unmittelbarer Nähe der isolierenden Barriere eines Tunnelkontaktes handelt, deren Schaltverhalten davon abhängt, ob die Elektronen, die sie passieren, direkt aus der angrenzenden ferromagnetischen Zuleitung oder, nach Injektion von der zweiten ferromagnetischen Zuleitung in die supraleitende Insel, von dieser stammen, kann anhand der vorliegenden Daten weder eindeutig bestätigt, noch widerlegt werden. Eine Aussage, ob es sich somit tatsächlich um einen spinpolarisierten Strom handelt, ist zum jetzigen Zeitpunkt auf Basis der zur Verfügung stehenden Messdaten nicht möglich.

Auch SET A zeigt, wie der Vergleich der beiden Teilabbildungen 6.3(a) und (b) zeigt, ein leicht unterschiedliches Störaufkommen je nach Orientierung der Probe im nominell verschwindenden Magnetfeld. Im Fall des senkrechten Einbaus zum Magnetfeld in Teilabbildung (a) zeigen sich

auch hier vereinzelt im Vergleich zur Messfrequenz schnelle Störungen, die aus nur wenigen Datenpunkten bestehen. Auch hier sind die Sprünge des Stroms I im Allgemeinen nicht größer als eine Variation der Gate-Spannung V_G zulassen würde, so dass auch diese Störungen verträglich mit einer Interpretation von durch Änderungen der effektiven Inselladung hervorgerufene Fluktuationen sind. Hierfür spricht insbesondere, dass im Wesentlichen alle Sprünge im Bereich der Maxima der I - V_G -Kennlinien zu kleineren Strömen I und entsprechend im Bereich der Minima zu größeren Strömen I erfolgen. Im Fall der parallelen Orientierung des äußeren Magnetfeldes zur Vorzugsrichtung des Bauelements zeigen die Messungen in Abbildung 6.3(b) ein leicht unterschiedliches Störverhalten mit einer schnelleren Abfolge von Strömen, deren Sprünge jedoch deutlich kleiner sind als im Fall von Teilabbildung (a). Da auch hier die Größe der Störungen mit kleiner werdender Modulationstiefe abnimmt und tendenziell die Sprünge in der Nähe eines Maximums zu betragsmäßig kleineren Strömen führen, ist auch dieses Fluktuationsbild mit einer Interpretation einer Änderung der effektiven Inselladung vereinbar. Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, dass es sich bei SET A um ein Bauelemente mit supraleitenden Zuleitungen aus Aluminium und einer ferromagnetischen Insel aus Nickel handelt. Der Mechanismus, der zu einer Änderung der effektiven Inselladung aufgrund von Domänenfluktuationen führt, baut daher auf (2.232) auf.

6.2 Messungen mit variierendem Magnetfeld

6.2.1 Messung des magnetischen Moments

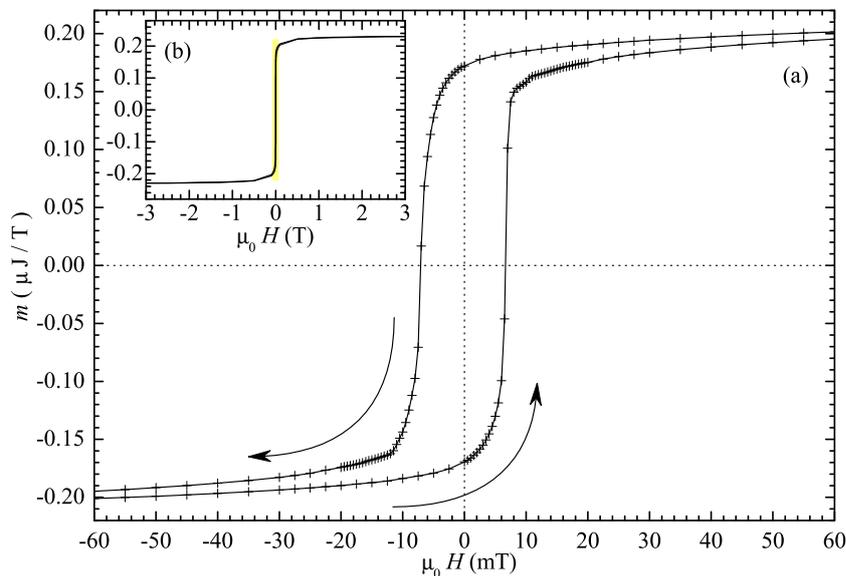


Abbildung 6.7: Messung des magnetischen Moments m eines 20 nm dicken Nickelfilms auf einem SrTiO_3 -Substrat. Der gelb markierte Bereich in (b) ist in (a) vergrößert dargestellt.

Um sowohl die Existenz von spinpolarisiertem Tunneln als auch den hierauf beruhenden tunnelmagneto-resistiven Effekten zu untersuchen, müssen die Magnetisierungen der ferromagnetischen Zuleitungen eines FSF-SET kontrollierbar parallel oder antiparallel eingestellt werden können. Die hierzu notwendigen, externen Magnetfelder H liegen in der Größenordnung des Koerzitivfeldes H_{CO} des ferromagnetischen Films. Um dieses zu bestimmen, sind mit Hilfe eines SQUID-Magnetometers Messungen des magnetischen Moments m eines ebenfalls 20 nm dicken Nickelfilms

bei einer Temperatur von $T = 5$ K durchgeführt worden. Abbildung 6.7 zeigt das Ergebnis einer solchen Messung. Der Verlauf der $m(H)$ -Messung zeigt das erwartete hysteretische Verhalten um $H = 0$ herum. Das Koerzitivfeld liegt gemittelt über mehrere Messungen bei

$$\mu_0 H_{CO} = (8.1 \pm 0.9) \text{ mT} \quad . \quad (6.6)$$

6.2.2 Messung des Stroms als Funktion des Magnetfeldes

Das Hauptaugenmerk wurde bei den Untersuchungen mit einem variierenden, äußeren Magnetfeld auf SET B gelegt, da dieses Bauelement als FSF-SET die interessanteren Phänomene erwarten lässt. Hierbei wurde, um sicher außerhalb des Bereichs der Coulomb-Blockade zu liegen und um das Verhalten des Bauelements im Magnetfeld zu untersuchen, an das Bauelemente eine konstante Transportspannung $V_{SD} \approx 970 \mu\text{V}$ gelegt, die über der Summe der durch die Supraleitung des Aluminiums vorgegebenen Schwellenspannung $V_{th} = 2\Delta/e$ und der für Einzelladungseffekte charakteristischen Spannung (e/C_Σ) liegt. Als Messgröße wurde dann der Strom I als Funktion des äußeren Magnetfeldes H gemessen.

An diesem Vorgehen orientieren sich auch die im weiteren Verlauf des Abschnitts gezeigten Abbildungen der Messdaten. Diese Darstellung bietet mehrere Vorteile gegenüber der im Rahmen einer Diskussion von tunneltmagnetoresistiven Effekten eher üblichen Auftragung des Widerstands des Bauelements als Funktion des äußeren Magnetfeldes. Sie ermöglicht so die Diskussion der Resultate an den nur unwesentlich aufbereiteten Messdaten, was insbesondere dann hilfreich ist, wenn, wie im vorliegenden Fall, die Interpretation der Daten nicht trivial ist. Darüberhinaus erscheint gerade aufgrund der stark nicht-linearen Strom-Spannungs-Kennlinien eines SET die Diskussion im Rahmen eines nicht-differentiell gemessenen Leitwertes oder Widerstandes weniger aussagekräftig zu sein, wohingegen aufgrund der konstant gehaltenen Transportspannung V_{SD} bei dem hier gewählten Messverfahren eine Bestimmung differentieller Leitwerte nicht möglich ist. Schließlich bietet diese Auftragungsmethode noch die Möglichkeit eines direkten Vergleichs mit anderen Messungen des Stroms I , wie etwa mit einer $I-V_G$ -Kennlinie. Der Nachteil, den diese Auftragung allerdings mit sich bringt, ist, dass beispielsweise ein sinkender Probenwiderstand, der sich im Fall einer parallelen Orientierung der Magnetisierungen der Zuleitungen ergeben sollte, sich in einem steigenden Strom I niederschlägt. Die so erhaltenen Strukturen in den Messergebnissen erscheinen also im Vergleich zu einer konventionelleren Auftragung des Widerstands als Funktion des äußeren Magnetfeldes invertiert.

Da aufgrund der komplexen Strukturen, die die Messungen zu Tage gefördert haben, eine Darstellung der Durchlaufrichtung des Magnetfeldes mit Pfeilen, wie sie in Abbildung 6.7 verwendet wurde, schnell sehr unübersichtlich wird, wird im Rahmen dieses Abschnitts eine farbliche Kodierung der Durchlaufrichtung verwendet. Grüne Kurven stellen so die Fahrtrichtung von negativen zu positiven Magnetfeldern dar, rot gekennzeichnete Kurven die entgegengesetzte Durchlaufrichtung.

Die in Abbildung 6.8(a) dargestellten $I(H)$ -Verläufe zeigen ein sehr komplexes, hysteretisches Verhalten, das unter Einbeziehung eines Wechsels der Änderung der Durchlaufrichtung des Magnetfeldes nur sehr eingeschränkt symmetrisch ist, so dass eine einfache Interpretation der Strukturen als vollständig parallele und antiparallele Orientierung der Magnetisierungen der Zuleitungen wohl nicht in Frage kommt. Darüberhinaus zeigen die Messungen eine schlechte Reproduzierbarkeit und eine sehr eingeschränkte, zeitliche Beständigkeit der verschiedenen Ströme I durch das Bauelement, wie beispielsweise Abbildung 6.8(b) belegt, die einen vergrößerten Ausschnitt des gelb hinterlegten Bereichs der in Teilabbildung (a) dargestellten Messung um $H = 0$ herum

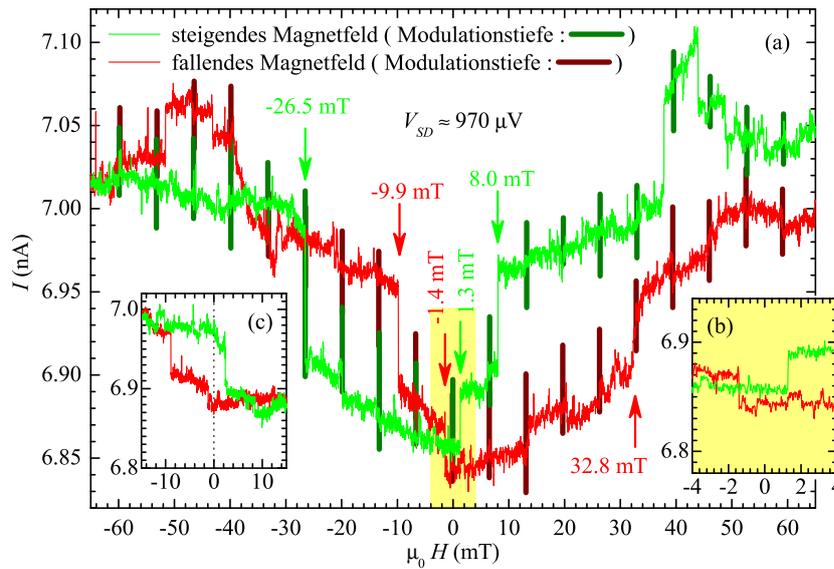


Abbildung 6.8: (a) Messung des Stroms I als Funktion des angelegten Magnetfeldes H bei $V_{SD} \approx 970 \mu\text{V}$. Die Messung wurde regelmäßig zur Aufnahme einer I - V_G -Kennlinie unterbrochen, deren Modulationstiefe jeweils angegeben ist. (b) zeigt den gelb hinterlegten Bereich um $H = 0$ herum aus (a) vergrößert. (c) zeigt das einzige klare Schalten zwischen zwei Zuständen bei $H = 0$, das im Rahmen dieser Arbeit realisiert werden konnte.

zeigt.

Mit verantwortlich hierfür sind mit hoher Wahrscheinlichkeit Probleme im Bereich der Temperaturstabilisierung, die bei den hier betrachteten Messungen im Bereich kleiner Magnetfelder aufgetreten sind. Bei allen im Rahmen dieses Abschnitts geschilderten Messungen ist der Temperaturkontrolle eine Soll-Temperatur von $T = 40 \text{ mK}$ für die Probenplattform vorgegeben worden. Im Bereich hoher Magnetfelder $\mu_0 H > 1 \text{ T}$ hat sich die Änderung des äußeren Magnetfeldes im Wesentlichen durch eine Reduzierung der zur Aufrechterhaltung der Soll-Temperatur notwendigen Heizleistung durch Wirbelströme im Bereich der Probenplattform und der Probenaufhängung bemerkbar gemacht, was trotz einer Optimierung der Probenplattform im Hinblick auf Wirbelströme nicht vollständig unterdrückt werden konnte. Im Bereich kleinerer Magnetfelder von typischerweise einigen Hundert Millitesla und darunter war jedoch zum Teil eine Stabilisierung der Temperatur der Probenplattform nicht möglich. Vielmehr konnte beobachtet werden, dass auch bei betragsmäßig sehr geringen Änderungsraten des äußeren Magnetfeldes $|\mu_0 \dot{H}| \lesssim 10 \text{ mT/min}$ die Temperatur schlagartig und signifikant, zum Teil auf Werte von deutlich über 100 mK , anstieg. Die in den Abbildungen 6.8(a) und (b) gezeigten Messungen sind zur Reduzierung dieses Problems daher mit Änderungsraten des Magnetfeldes von etwa $\mu_0 \dot{H} \approx 1.1 \text{ mT/min}$ aufgenommen worden. Darüberhinaus scheint der Verlust der Temperaturstabilität nicht bei einem bestimmten Magnetfeld zu geschehen, sondern konnte in verschiedenen Magnetfeldbereichen beobachtet werden. Die Analyse dieses Problems wird hierbei dadurch erschwert, dass aufgrund der Konzeption der Temperaturkontrolle die Temperatur der Probenbühne nicht direkt vom zentralen Messrechner des in Kapitel 4 beschriebenen Messaufbaus gemessen und damit auch überwacht werden konnte.

Der Grund für das beobachtete Verhalten konnte im Rahmen der durchgeführten Messungen nicht isoliert und eliminiert werden. Eine erste Vermutung, die sich jedoch als nicht maßgeblich herausgestellt hat, betraf das ursprünglich verwendete Magnetnetzteil IPS 120-10 der Firma Oxford

Instruments. Dieses stand im Verdacht, aufgrund seiner digitalen Auslegung für die Störungen zumindest mitverantwortlich zu sein. Als Folge wurde die in Abschnitt 4.4 beschriebene Ansteuerung des Magneten entwickelt, die aufgrund ihrer geringen Grenzfrequenz schnelle Fluktuationen im Magnetfeld unmöglich machen sollte. Eine Verbesserung der Temperaturstabilität konnte jedoch so nicht erzielt werden.

Die äußerst unbefriedigende Reproduzierbarkeit und Stabilität der im Rahmen dieser Arbeit erreichbaren Magnetisierungszustände ist daher nicht unerwartet. Ein Beispiel stellt hierfür die in Abbildung 6.8(b) gezeigte Vergrößerung der Messung aus Teilabbildung (a) dar. Nur ein einziges Mal konnte ein gezieltes Schalten zwischen zwei Stromzuständen bei $H = 0$ realisiert werden. Die entsprechenden Messungen sind mit Änderungsraten des Magnetfeldes von etwa $\mu_0\dot{H} \approx 0.4 \text{ mT/min}$ durchgeführt worden und in Teilabbildung (c) dargestellt. Der Unterschied zwischen den beiden Stromzuständen bei $\mu_0 H = 0$ beträgt hierbei etwa $\Delta I/I \approx 1.4\%$, wobei es aufgrund der Vielzahl der sonst an diesem Bauelement beobachteten Sprünge auch hier fragwürdig erscheint, von einer für die systematische Untersuchung von magnetoresistiven Effekten notwendigen parallelen oder antiparallelen Orientierung der Magnetisierung zu sprechen. Die rote Kurve zeigt hierbei einen Sprung im Strom im Bereich der Koerzitivfeldstärke $\mu_0 H \approx -8.9 \text{ mT} \approx -\mu_0 H_{CO}$, sowie einen Sprung bei dem betragsmäßig deutlich kleineren Feld $\mu_0 H \approx -1.3 \text{ mT}$. Die grüne Kurve hingegen zeigt nur einen entsprechenden Sprung im Bereich des betragsmäßig kleineren Magnetfeldes bei etwa $\mu_0 H \approx 2.4 \text{ mT}$. Das Bauelement zeigt auch bei den in Abbildung 6.8(a) und (b) dargestellten Messungen im Bereich kleiner Magnetfelder von etwa $|\mu_0 H| \approx 1.3 - 1.4 \text{ mT}$ Sprünge des Strom von etwa $\Delta I/I \approx 0.5\%$, sowie im Bereich des Koerzitivfeldes bei etwa $|\mu_0 H| \sim 8 \text{ mT}$ von etwa $\Delta I/I \approx 0.9\%$. Darüberhinaus zeigen diese Messungen jedoch weitere Sprünge im Bereich von $|\mu_0 H| = 26 - 38 \text{ mT}$.

Um ausschließen zu können, dass die beobachteten Sprünge auf Fluktuationen der effektiven Inselladung zurückzuführen sind, wurden die Messungen regelmäßig unterbrochen und I - V_G -Kennlinien aufgenommen. Die hierbei bestimmten Modulationstiefen sind bei den jeweiligen Feldstärken $\mu_0 H$ als dunkle Balken in Abbildung 6.8(a) dargestellt. Aus der Größe und der Verteilung der Sprünge im Vergleich zu den durch eine Variation der Gate-Spannung V_G zugänglichen Strömen, lässt sich mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit schließen, dass die hier beobachteten Sprünge tatsächlich nicht durch eine Änderung der effektiven Inselladung, also weder durch fluktuierende Hintergrundladungen, noch durch auf Magneto-Coulomb-Oszillationen beruhenden Effekten hervorgerufen werden.

Entsprechende Messungen des Stroms I als Funktion des äußeren Magnetfeldes H bei einer fixierten Transportspannung V_{SD} sind ebenfalls an SET A durchgeführt worden, bei dem es sich um einen SFS-SET handelt. Das Ergebnisse zweier Messungen für unterschiedliche Durchlaufrichtungen des Magnetfeldes sind in Abbildung 6.9 dargestellt. Auch diese Messungen sind regelmäßig unterbrochen worden, um I - V_G -Kennlinien aufzunehmen.

Erstaunlicherweise zeigen diese Messungen ein Muster, das dem eines tunnelmagnetoresistiven Bauelements sehr viel besser entspricht, als die Messungen an SET B, wofür auf den ersten Blick kein Grund ersichtlich ist. So zeigt dieses Bauelement ein hysteretisches $I(H)$ -Muster, das im Prinzip durch eine parallele und eine antiparallele Orientierung zweier Magnetisierungen erklärbar ist, wenn auch, wie im Fall von SET B, die Kennlinien nur bedingt symmetrisch bezüglich eines Wechsels der Durchlaufrichtungen des Magnetfeldes sind. Wie ein Vergleich mit den Modulationstiefen der im Rahmen der beiden Messungen aufgenommenen I - V_G -Kennlinien zeigt, werden auch in diesem Fall mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit die Sprünge des Stroms nicht durch eine Änderung der effektiven Inselladung hervorgerufen.

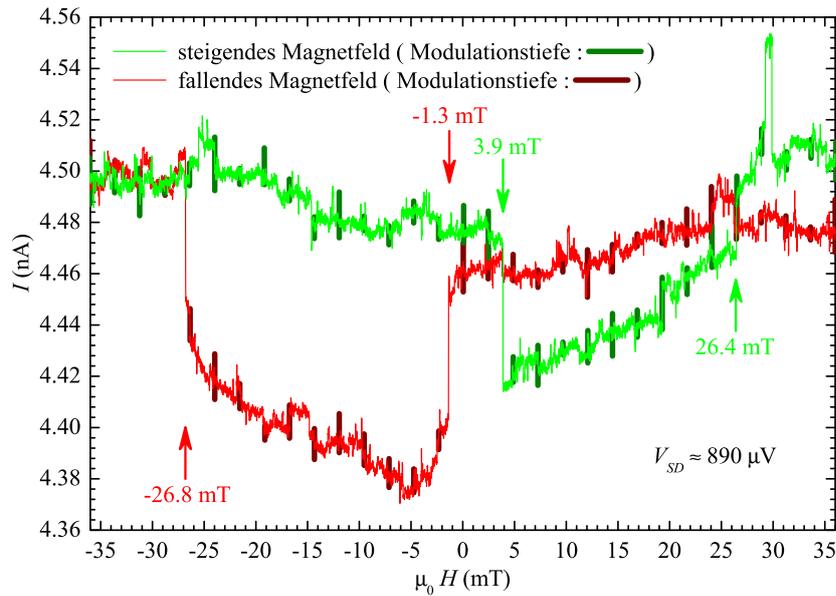


Abbildung 6.9: Messung des Stroms I als Funktion des angelegten Magnetfeldes H bei $V_{SD} \approx 890 \mu V$. Die Messung wurde regelmäßig zur Aufnahme einer I - V_G -Kennlinie unterbrochen, deren Modulationstiefe jeweils angegeben ist.

Im Unterschied zu den Messungen an SET B ist es bei den im Rahmen dieser Arbeit an SET A durchgeführten Messungen nicht gelungen, zwei, klar unterschiedliche Stromzustände bei $\mu_0 H = 0$ anzunehmen. Hinzu kommt, dass an diesem Bauelement Sprünge des Stroms von etwa $\Delta I/I \approx 1.2\%$ nur im Bereich kleiner Magnetfelder, also etwa im Bereich von $|\mu_0 H| = 1 - 4 \text{ mT}$, und von etwa $\Delta I/I \sim 1\%$ im Bereich höherer Magnetfelder bei etwa $|\mu_0 H| \sim 27 \text{ mT}$ beobachtet werden konnten. Signifikante Sprünge im Bereich der Koerzitivfeldstärke konnten dagegen nicht beobachtet werden, was zumindest ein schwaches Indiz dafür darstellt, dass an diesem Bauelement die Änderungen des Stroms nicht auf ein Umschalten der Magnetisierungen größerer Domänen zurückzuführen ist.

Es bleiben die Fragen zu diskutieren, woher die beobachteten Sprünge des Stroms I bei SET A kommen, und ob durch den Vergleich mit den Resultaten an SET A auch das deutlich komplexere Schaltverhalten von SET B besser verstanden werden kann.

Eine mögliche Erklärung für die beobachteten Sprünge im Strom I ist sicherlich in Fluktuationen der Transportspannung V_{SD} zu suchen. Allerdings scheint dies nicht sehr wahrscheinlich zu sein, da im normalleitenden Regime solch starke Fluktuationen des Stroms nicht beobachtet wurden. Darüberhinaus liegen die Sprünge des Stroms mit zum Teil mehr als 10 pA deutlich über den in Abschnitt 4.3 bestimmten Peak-to-Peak-Schwankungen von etwa 1.5 pA und den RMS-Schwankungen von etwa 270 fA im normalleitenden Bereich. Darüberhinaus treten die Sprünge bezogen auf verschiedene Messungen jeweils bei vergleichbaren Magnetfeldern auf.

Gerade im Hinblick auf die im Zusammenhang mit SET B beschriebene Problematik der Temperaturstabilisierung muss die Frage erörtert werden, ob die beobachteten Änderungen des Stroms auf massive Schwankungen der Temperatur der supraleitenden Komponenten der Bauelemente zurückzuführen sein könnten. So kann im Prinzip eine starke Erwärmung der supraleitenden Komponenten eines Bauelements, die die Temperaturen ihrer elektronischen Systeme in den Bereich der kritischen Temperatur T_C^{SL} führt, zu einer merklichen Erhöhung des Stroms I bei einer

konstanten, angelegten Transportspannung V_{SD} führen, da mit einer Erhöhung der Temperatur T eine Verringerung der supraleitenden Energielücke $\Delta(T)$, und damit auch der Schwellenspannung V_{th} nach (6.1) verbunden ist. Um eine schnelle Erhöhung der Temperatur der Probenplattform von etwa 40 mK auf mehr als 100 mK zu erzeugen, muss innerhalb einer hinreichend kurzen Zeitspanne eine erhebliche Energie im Bereich der Probe oder der Probenplattform dissipiert werden. Da im Vergleich zu dem Probenträger und der Probe selbst die Probenbühne schon aufgrund ihrer Größe eine erheblich höhere Wärmekapazität besitzt, ist es im Prinzip durchaus denkbar, dass eine plötzliche Freisetzung einer erheblichen Wärmemenge im Bereich der Probe, die ihre Temperatur T in den Bereich der kritischen Temperatur T_C^{SL} des Supraleiters erhöht, aufgrund des sicherlich nicht idealen Wärmetransports zwischen Probe und Probenbühne zu einer entsprechenden reduzierten Erwärmung der Probenbühne führen kann. Neben einer Beeinträchtigung der supraleitenden Eigenschaften, könnte eine solche Erwärmung auch die Domänenstruktur der ferromagnetischen Komponenten beeinflussen. Sie würde allerdings mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit auch die Temperatur des elektronischen Systems der SET soweit anheben, dass eine Beobachtung von Einzelladungseffekten unmöglich werden sollte, da für beide Bauelemente die Coulomb-Temperatur T_C deutlich kleiner als die kritische Temperatur des Supraleiters T_C^{SL} ist. Da jedoch zumindest im Rahmen der in den Abbildungen 6.8 und 6.9 gezeigten Messungen Einzelladungseffekte in Form von I - V_G -Kennlinien mit einer nicht verschwindenden Modulationstiefe beobachtet werden konnten, scheint diese Möglichkeit nicht sehr wahrscheinlich zu sein.

Auch ein Effekt, der ausschließlich eine Folge der Zuleitungen ist, scheint aufgrund der beobachteten Größenordnung der Sprünge eher unwahrscheinlich zu sein. Die Widerstände der Zuleitungen und des restlichen Versuchsaufbaus liegen maximal im Bereich einiger Hundert Ohm, wohingegen eine Änderung des Stroms $\Delta I/I \sim 1\%$ bei einem Bauelement mit einem Gesamtwiderstand $R_\Sigma \sim 150 \text{ k}\Omega$ im Fall von SET A bzw. bei einem Bauelement mit einem Gesamtwiderstand $R_\Sigma \sim 100 \text{ k}\Omega$ im Fall von SET B einer Widerstandsänderung im Bereich zwischen $1 \text{ k}\Omega$ und $1.5 \text{ k}\Omega$ entspricht. Die Änderung des Widerstands liegt damit über dem Widerstand der Zuleitungen, was letztendlich bedeutet, dass zumindest der dominierende Anteil dieser Sprünge nicht aus einer ausschließlichen Widerstandsänderung der Zuleitungen stammen kann, zumal im Rahmen des Probeneinbaus an beiden Bauelementen keine Schäden oder ungewöhnlichen Widerstandswerte im Bereich der Zuleitungen festgestellt wurden.

Ein möglicher Prozess, der zumindest im Fall von SET A einen potenziellen Erklärungsansatz darstellt, basiert auf spinpolarisiertem Tunneln über einen der beiden Tunnelkontakte von SET A hinweg, womit ein Effekt in der beobachteten Größenordnung verträglich sein könnte. Eine Elektrode stellt hierbei die ferromagnetische Insel von SET A dar. Als zweite ferromagnetische Elektrode kann im Prinzip der Außenbereich der Zuleitungen dienen, der aus einem Al/AIO_x/Ni-Mehrlagensystem besteht. Der Bereich zwischen dem Außenbereich der Zuleitungen und den Tunnelkontakten besteht im Fall von SET A aus einer etwa $4 \mu\text{m}$ langen Aluminium-Zuleitung, und ist damit weniger als doppelt so lang wie die ebenfalls aus Aluminium gefertigte Insel von SET B, so dass zumindest nicht ausgeschlossen werden kann, dass es tatsächlich an beiden Bauelementen zu einem spinpolarisierten Transport von Ladungsträgern über die Tunnelkontakte hinweg kommt. Dieser Prozess wirft jedoch eine Vielzahl weiterer Fragen auf, die anhand der vorliegenden Daten nicht beantwortet werden können. Hierzu zählt beispielsweise die Frage, um nur exemplarisch eine offene Fragestellung herauszugreifen, ob der Aluminiumfilm im Außenbereich der Zuleitungen supraleitend ist. Sollte dies der Fall sein, sollte der Strom nicht durch den Nickelfilm fließen, so dass auch eine Spinpolarisation der in die aus Aluminium bestehenden Zuleitungen von SET A injizierten Ladungsträgern unwahrscheinlich zu sein scheint.

Auch bleibt zu klären, ob die Sprünge des Stroms, die an beiden Bauelementen bei ähnlichen Magnetfeldern auftreten, auf gemeinsame Phänomene zurückzuführen sind. Gerade die Sprünge im

Bereich sehr kleiner Magnetfelder werfen hier Fragen auf, da sie, sofern sie tatsächlich aufgrund magnetischer Effekte auftreten, deutlich unterhalb des Koerzitivfeldes des Nickelfilms stattfinden. C. D. Chen et al. haben so beispielsweise die Vermutung geäußert, dass aufgrund ihrer topologischen Lage oberhalb der ersten Filmebene die Enden der ferromagnetischen Komponenten im Bereich der Tunnelkontakte, die auf dem Aluminiumfilms liegen, eigenständige Domänen bilden [Che02]. Ein Wechsel der Orientierung der Magnetisierung dieser Domänen bei deutlich geringeren Feldern als dem Koerzitivfeld eines Nickelfilms scheint so durchaus möglich zu sein.

Eine Klärung dieser Fragen, und hier natürlich insbesondere der Frage, ob das beobachtete Verhalten der Bauelemente tatsächlich auf spinpolarisiertes Tunneln zurückzuführen ist, kann auf Basis der vorliegenden Daten nicht endgültig vorgenommen werden. Es sind vielmehr weitere Untersuchungen an ferromagnetischen Einzelladungseffekt-Bauelementen mit einem optimierten Design notwendig, die die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit berücksichtigen.

Zusammenfassung und Ausblick

Einzelladungseffekt-Transistoren im supraleitenden und ferromagnetischen Regime bieten einen direkten Zugang zum reichhaltigen Wechselspiel zwischen Supraleitung, tunneltmagnetoresistiven Effekten und Einzelladungseffekten, das einerseits durch die Quantisierung der Ladung, andererseits aber auch durch die Wechselwirkung der Ladungsträger untereinander und durch die Abhängigkeit vieler Größen vom Spin der Ladungsträger geprägt ist, wie etwa der Zustandsdichten im Fall ferromagnetischer Metalle. Gerade durch diese Abhängigkeit vieler Größen vom Spin können so beispielsweise an ferromagnetischen Einzelladungs-Transistoren Nicht-Gleichgewichtszustände auftreten, bei denen die normal- oder supraleitende Inseln eine endliche Spinpolarisation aufweisen können.

Um dieses spannende Umfeld experimentell näher untersuchen zu können, ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein sehr flexibler und vielseitig einsetzbarer Prozess zur Herstellung von Einzelladungseffekt- und anderen Bauelementen entwickelt und umgesetzt worden. Hierbei wurde ein besonderes Augenmerk auf die Stabilität des Prozesses gegenüber häufig unvermeidbaren Schwankungen von Prozessparametern gelegt, deren vollständige Kontrolle nicht oder nur unter erheblichem finanziellem, technischem und organisatorischem Aufwand möglich ist. Die Flexibilität des Prozesses ist zum einen eine Folge der konsequenten Ausnutzung der Möglichkeiten, die die moderne Elektronenstrahlithographie bietet, zum anderen aber auch eine Folge der gezielten Kombination verschiedener Strukturierungs- und Beschichtungsverfahren. So kann die gesamte Strukturierung der Bauelemente und der notwendigen Infrastruktur im Rahmen eines einzelnen Prozessierungsschritts erfolgen, der sich neben einigen zusätzlichen Arbeitsschritten im Wesentlichen aus einem Strukturierungs- und einem Beschichtungsschritt zusammensetzt. Alternativ kann die Präparation auch im Rahmen mehrerer Prozessierungsschritte erfolgen, bei denen verschiedene Lithographie- und Beschichtungstechniken zum Einsatz gebracht werden können. Hierbei hat sich die Prozessierung einer Probe im Rahmen eines einzelnen Schrittes als zuverlässiger und stabiler herausgestellt, was im Wesentlichen auf das Auftreten hoher Kontaktwiderstände zwischen den nanostrukturierten Bauelementen und ihren Zuleitungen im Außenbereich der Proben zurückzuführen ist. Hierfür sind mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit zwei Gründe verantwortlich. Zum einen kam es aufgrund einer Bedampfung der Resistflanken zum Auftreten steiler und hoher Kanten am Rand der Zuleitungsstrukturen, die eine Kontaktierung der betreffenden Strukturen nahezu unmöglich gemacht haben. Dieses Problem konnte durch Einführung und Umsetzung eines photolithographischen Prozesses mit einem ausgeprägten Unterschnitt ausgeräumt werden. Zum anderen scheint es jedoch aufgrund eines Interdiffusionsprozesses an der Grenzfläche zwischen verschiedenen Materialien zu einer nur sehr bedingt kontrollierbaren Ausbildung einer Zwischenschicht mit einer erheblich herabgesetzten Leitfähigkeit zu kommen, was letztendlich

den Ausschlag zur Umsetzung des Einschnitt-Prozesses gegeben hat.

Im Bereich der Elektronenstrahlolithographie konnte mit Hilfe eines vergleichsweise einfachen Lacksystems, das aus zwei getrennten Lackschichten besteht, und einem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten, optimierten und eingehend erprobten Probenhalter für das verwendete Lithographiesystem ein Prozess entwickelt und umgesetzt werden, der aufgrund seines hohen erzielbaren Unterschnitts eine sehr flexible Strukturierung der Probe ermöglicht. Das Lacksystem hat sich hierbei als sehr empfindlich gegenüber der von der Verdampfungsquelle emittierten Wärmestrahlung herausgestellt, was im Fall einer thermischen Verdampfung der verwendeten Materialien eine hohe Aufdampfrate erforderlich macht. Der erzielbare Unterschnitt hängt hierbei sehr empfindlich von der Dosis ab, die im Umfeld der entsprechenden Region aufgewendet wurde. Die wesentliche Längenskala ist hierbei durch den Proximity-Parameter β_P gegeben. Mit Hilfe eines entsprechenden Parametersatzes für das verwendete Resistsystem kann mit einem im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten Programm der Verlauf des Unterschnitts mit einer höchst zufriedenstellenden Genauigkeit vorhergesagt werden. Die erzielbaren Strukturbreiten, die in der oberen Resistschicht entstehen, liegen im Bereich unterhalb von 100 nm.

Die Beschichtung der Proben erfolgte primär mit einem Elektronenstrahlverdampfer, dessen Probenhalterung im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelt und gebaut wurde. Dieser Probenhalter ermöglicht zum einen die Kühlung der Probe durch den Einsatz von flüssigem Stickstoff, was zur Reduzierung der thermischen Belastung während des Verdampfungsprozesses unabdingbar ist. Zum anderen ermöglicht er eine Verkipfung der Probe um eine Achse in beide Richtungen um bis zu 45° mit einer Genauigkeit von mehr als 0.5° , so dass bei bekannter Dicke der unteren Lackschicht die Strukturen im Rahmen einer Schattenbedampfung mit einer sehr hohen Genauigkeit auf dem Wafer positioniert werden können. Der Verdampfer wurde darüberhinaus mit einem Gas- und Vakuum-Kontrollsystem ausgestattet, das eine kontrollierbare Oxidation des verdampften Aluminiums und damit eine reproduzierbare Ausbildung der Tunnelbarrieren für die Tunnelkontakte ermöglicht.

Die Herstellung von ferromagnetischen Einzelladungs-Transistoren konnte mit Hilfe dieser Anlagen und Prozesse erfolgreich umgesetzt werden. Zu ihrer Charakterisierung wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf Basis der vorhandenen Tieftemperatur- und Magnetfeld-Systeme ein Messaufbau entwickelt und realisiert, dessen Herzstück ein selbst gebauter Strom-Spannungswandler ist. Mit seiner Hilfe konnte eine RMS-Messauflösung von deutlich mehr als 300 fA des durch die Bauelemente fließenden Stroms realisiert werden, die die für die Messungen notwendige Präzision erheblich übersteigt. Da die Bestimmung der Auflösung nur im supraleitenden Regime an den untersuchten Proben selbst durchgeführt werden konnte, stellt dieser Wert letztendlich eine untere Abschätzung für die erreichbare Messauflösung dar, da wahrscheinlich die Probe selbst die erzielte Auflösung durch thermisch aktivierte bzw. durch Photonen und Spannungsfuktuationen aktivierte Prozesse erster und durch andere Prozesse höherer Ordnungen limitiert.

Mit Hilfe dieses Messaufbaus sind zwei ferromagnetische Einzelladungs-Transistoren sowohl im normalleitenden, wie auch im supraleitenden und ferromagnetischen Regime charakterisiert worden. Hierbei konnten beide Bauelemente im normalleitenden Regime beweisen, dass sie Einzelladungseffekte zeigen. Beide weisen so eine von der Gate-Spannung V_G abhängige Coulomb-Blockade im Bereich kleinerer Transportspannungen V_{SD} auf, sowie eine eindeutige, e -periodische Modulation des Stroms I als Funktion der anliegenden Gate-Spannung V_G . Anhand dieser Messungen konnten die Bauelement-spezifischen Parameter beider Bauelemente durch eine Vielzahl von Auswertungsmethoden bestimmt werden, wobei sich herausgestellt hat, dass trotz des konservativen und auf eine hohe Ausbeute ausgelegten Designs der Bauelemente ihre Parameter im anvisierten Bereich gelegen haben. Dies bedeutet letztendlich, dass mit einer sehr hohen Wahr-

scheinlichkeit mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Präparationsverfahren auch Bauelemente mit deutlich besseren Parametern, also insbesondere mit erheblich kleineren Gesamtkapazitäten C_{Σ} , hergestellt werden können, ohne dass die Ausbeute einen für den Forschungsbetrieb kritischen Wert unterschreitet.

Eine besondere Stellung nimmt hierbei ein Auswertungsverfahren ein, das neben dem Zugriff auf die Bauelement-spezifischen Parameter auch eine Abschätzung Umwelt-relevanter Parameter erlaubt. Hierbei handelt es sich um den direkten Vergleich von Messergebnissen mit den Ergebnissen von numerischen Berechnungen, die im Rahmen der Orthodoxen Theorie gewonnen werden konnten. Zu diesem Zweck ist die Orthodoxe Theorie im Grenzfall der verschwindenden Umgebungsimpedanz um umweltspezifische Einflüsse erweitert und in C++ implementiert worden. Die Umwelt-spezifischen Einflüsse umfassen hierbei einerseits Photonen-unterstütztes Tunneln und andererseits niederfrequente Spannungsfluktuationen. Beide Erweiterungen haben sich im Rahmen der Messungen als wesentlich zur Beschreibung der Messergebnisse herausgestellt. Der Einfluss des Photonen-unterstützten Tunnelns ist eine Folge der nicht optimierten Filterung des verwendeten Mischkühlers im Bereich der Hochfrequenz ist. Der Einfluss niederfrequenter Spannungsfluktuationen äußert sich so beispielsweise in Form eines Gleichrichtungseffekts, der aufgrund der Asymmetrie der Bauelemente auch im Fall einer verschwindenden Transportspannung V_{SD} zu einem endlichen Strom I im Bereich einiger Picoampere führt, dessen Polarität eine Funktion der angelegten Gate-Spannung V_G ist. Hierbei hat sich eine endliche Fluktuation der Transportspannung V_{SD} selbst zur Beschreibung der Gleichrichtungseffekte als existenziell herausgestellt. Durch Einbeziehung beider umweltspezifischer Effekte konnte so eine hervorragende Übereinstimmung der Messergebnisse im normalleitenden Regime mit den numerischen Simulationen erzielt werden, die auch realistische Abschätzungen der Umwelt-spezifischen Parameter erlauben.

Im supraleitenden und ferromagnetischen Regime, also im Bereich kleiner äußerer Magnetfelder, zeigen sich neben dem Öffnen der supraleitenden Energielücke in den Strom-Spannungs-Kennlinien der Bauelemente weitere Effekte, die auf den Einfluss der ferromagnetischen Komponenten der Bauelemente zurückzuführen sind. Allerdings äußern sich diese zum jetzigen Zeitpunkt noch eher in Form von Störungen und in Strukturen mit einer schlechten Reproduzierbarkeit. So zeigt ein Bauelement deutliche Hinweise auf das Vorhandensein von Magneto-Coulomb-Oszillationen, die sich jedoch gerade im Bereich kleiner und verschwindender Magnetfelder in Form von Rauschen als störend für die Messungen herausstellen. Darüberhinaus zeigen beide Bauelemente auch Hinweise auf spinpolarisiertes Tunneln. Im Rahmen der realisierten Messgenauigkeit konnten bisher keine Paritätseffekte an den Bauelementen nachgewiesen werden, was jedoch schon aufgrund der nicht optimierten Filterung des Versuchsaufbaus im Bereich der Hochfrequenzeinkopplung nicht sonderlich unerwartet ist.

Ausblick

Die nächsten, nahe liegenden Schritte bestehen zum einen in einer leichten Modifikation des verwendeten Designs der Einzelladungs-Transistoren und zum anderen in einer Optimierung des Versuchsaufbaus im Bereich der Hochfrequenz-Filterung. Um hier einerseits Anregungen durch Quasiteilchen in den supraleitenden Komponenten der Bauelemente zu unterbinden, die Paritätseffekte sehr leicht maskieren bzw. unterdrücken können, und um andererseits die erzielbare Messgenauigkeit weiter steigern zu können, ist eine Optimierung der Filterung der Zuleitungen im Bereich der Hochfrequenz unabdingbar.

Das Design der Bauelemente hat sich in Bezug auf zwei Teilaspekte als nicht optimal herausge-

stellt. So hat das untersuchte SFS-Bauelement¹, an dem eigentlich keine tunnelmagneto-resistiven Effekte zu erwarten gewesen wären, deutliche Hinweise auf diese gezeigt. Ein möglicher Grund hierfür liegt im geringen Abstand zwischen der Insel und dem Außenbereich der Zuleitungen, in dem diese aus einem Mehrschichtsystem aus Aluminium und Nickel bestehen. Nur unmittelbar an die Tunnelkontakte angrenzende Bereiche der Zuleitungen sind ausschließlich aus Aluminium gefertigt. So kann im Prinzip bei diesem Design nicht ausgeschlossen werden, dass aufgrund der geringen Distanz zwischen dem Außenbereich der Zuleitungen und den Tunnelkontakten der Bauelemente der Ladungstransport im Bereich der unmittelbar an die Tunnelkontakte angrenzenden Zuleitungen zumindest teilweise spinpolarisiert erfolgt ist. Eine erhebliche Vergrößerung dieser Distanz sollte diesen Effekt reduzieren oder sogar vollständig unterdrücken.

Im Fall eines FSF-Bauelements, bei dem tunnelmagneto-resistive Effekte unter bestimmten Voraussetzungen erwartet und gewünscht werden, sollte die in diesem Fall aus Aluminium bestehende Insel im Vergleich zum hier umgesetzten Design deutlich verkürzt werden. Dies reduziert die Zahl der Zustände auf der Insel und führt so zu einer Erhöhung des Grads der erreichbaren Spinpolarisation auf der supraleitenden Insel im Fall einer antiparallelen Orientierung der Magnetisierungen der Zuleitungen. Allerdings wird hierdurch mit großer Wahrscheinlichkeit die Gate-Elektrode zur Kontrolle des Bauelements präparationsbedingt einen größeren Abstand zur Insel einhalten müssen, was sich in einer reduzierten Gate-Kapazität C_G und damit in insgesamt höheren Gate-Spannungen V_G niederschlagen wird.

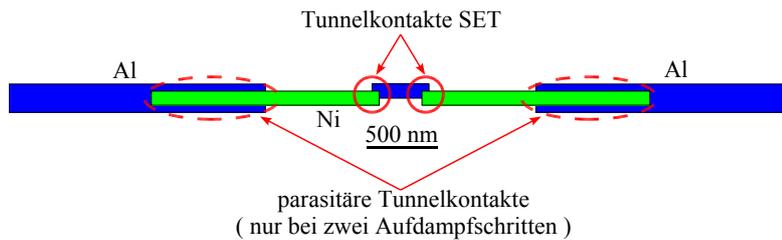


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung eines vielversprechenden ferromagnetischen Einzelladungs-Transistors, der mit dem entwickelten Präparationsprozess hergestellt werden kann. Die Gate-Elektrode ist nicht dargestellt.

Abbildung 7.1 zeigt schematisch eine Möglichkeit, wie ein solches Design eines FSF-Einzel-ladungs-Transistors aussehen könnte, das mit dem im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten Präparationsverfahren hergestellt werden kann, wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit auf die Darstellung der Gate-Elektrode verzichtet wurde. Dieses Design kann auch im Rahmen eines Präparationsverfahrens mit nur zwei Aufdampfschritten umgesetzt werden. Der aus einem Aluminium/Nickel-Mehrschichtsystem bestehende Außenbereich des Bauelements ist vom eigentlichen Bauelement durch eine äußere, einige $10\ \mu\text{m}$ lange, nicht mit Nickel bedeckte Aluminium-Zuleitung separiert, um das Auftreten parasitärer tunnelmagneto-resistiver Effekte zu reduzieren. An diese Zuleitung schließt sich auf beiden Seiten des Bauelements ein aus Nickel bestehender, etwa $100\ \text{nm}$ breiter Zuleitungsbereich an, der die Gegenelektrode der beiden Tunnelkontakte des Einzelladungseffekt-Transistors bildet. Im Zentrum des Bauelements befindet sich eine aus Aluminium gefertigte Insel mit einer Breite von etwa $100\ \text{nm}$ und einer Länge von weniger als $500\ \text{nm}$. Eine geeignete Auslegung der Maske kann im Zusammenhang mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Präparationsverfahren so zu Tunnelkontakten mit Abmessungen von deutlich unter $100\ \text{nm} \times 100\ \text{nm}$ führen.

Bei diesem Design kommt es jedoch zur Ausbildung parasitärer Tunnelkontakte und Inseln, wenn

¹Supraleiter-Ferromagnet-Supraleiter. Die Bezeichnungen beziehen sich nur auf die Elektrodenmaterialien der Einzelladungs-Transistoren.

die Bauelemente im Rahmen eines Prozesses mit nur zwei Aufdampfschritten präpariert werden. Dies liegt daran, dass dann die äußeren, aus Aluminium bestehenden Zuleitungen zusammen mit der Insel gefertigt und daher auch zusammen mit ihr oxidiert werden. Erst im Anschluss hieran werden die beiden Gegenelektroden aus Nickel deponiert. Die beiden parasitären Tunnelkontakte müssen in diesem Fall hinreichend groß ausgelegt werden, so dass die thermische Energie die Coulomb-Energie möglichst dominiert, und möglichst keine Einzelladungseffekte durch die parasitären Inseln erzeugt werden können. Darüberhinaus führt eine großzügige Auslegung dieser beiden Tunnelkontakte auch zu einer Reduzierung ihrer Tunnelwiderstände, was aufgrund der Unschärferelation zwischen der Zahl der Ladungsträger auf den parasitären Inseln und der Phase der beteiligten Zustände zu einer weiteren Herabsetzung der Bedeutung von Einzelladungseffekten führen wird.

Die Ausbildung der beiden parasitären Tunnelkontakte kann dadurch unterbunden werden, dass die Insel und die aus Aluminium gefertigten Zuleitungen in zwei getrennten Aufdampfschritten hergestellt werden, so dass eine Oxidation der äußeren Zuleitungen nicht stattfindet. Auch wenn dieser Prozess deutlich größere Anforderungen an das Resistsystem stellt, und somit die präparativen Herausforderungen zur Umsetzung dieses Designs erheblich verschärft werden, sollte das Auftreten parasitärer Einzelladungs- und magnetoresistiver Phänomene hierdurch signifikant reduziert werden können. Dieses Design ermöglicht so mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit die ungestörte Untersuchung und gezielte Ausnutzung des reichhaltigen Wechselspiels von supraleitenden und ferromagnetischen Effekten einerseits und Einzelladungs-Effekten andererseits in einer kontrollierten Art und Weise.

Literaturverzeichnis

- [AAC] *All About Circuits* (Webseite).
<http://www.allaboutcircuits.com/> – Stand: 9. 1. 2004
- [Acc] Accuratus. *Materials - Aluminum Oxide (Al₂O₃) Properties* (Webseite).
<http://www accuratus.com/alumox.html> – Stand: 5. 2. 2004
- [Allr02] *Allresist Katalog*. Allresist GmbH, Strausberg, 2002
- [Alv95] S. F. Alvarado. *Tunneling Potential barrier Dependence of Electron Spin Polarization*. Phys. Rev. Lett. **75**, 513 (1995)
- [Ama94] A. Amar, D. Song, C. J. Lobb und F. C. Wellstood. *2e and e Pair Currents in Superconducting Coulomb-Blockade Electrometers*. Phys. Rev. Lett. **72**, 3234 (1994)
- [Amb82] V. Ambegaokar, U. Eckern und G. Schön. *Quantum Dynamics of Tunneling between Superconductors*. Phys. Rev. Lett. **48**, 1745 (1982)
- [Aoi74] K. Aoi, R. Meservey und P. M. Tedrow. *Fluctuations and the Resistive Transition in Paramagnetically Limited Superconductors*. Phys. Rev. B **9**, 875 (1974)
- [Ari90] V. V. Aristov, A. A. Svintsov und S. I. Zaitsev. *Guaranteed Accuracy of the Method of 'Simple' Compensation in Electron Lithography*. Microelect. Eng. **11**, 641 (1990)
- [Ari92a] V. V. Aristov, A. I. Erko, B. N. Gaifullin, A. A. Svintsov, S. I. Zaitsev, R. R. Jede und H. F. Raith. *PROXY - A New Approach for Proximity Correction in Electron Beam Lithography*. Microelect. Eng. **17**, 413 (1992)
- [Ari92b] V. V. Aristov, B. N. Gaifullin, A. A. Svintsov, S. I. Zaitsev, H. F. Raith und R. Jede. *Accuracy of Proximity Correction in Electron Lithography After Development*. J. Vac. Sci. Technol. B **10**, 2459 (1992)
- [Ash76] N. W. Ashcroft und N. D. Mermin. *Solid State Physics*. (Saunders College Publishing / Harcourt Brace College Publishers, Fort Worth, 1976)
- [Ave85] D. V. Averin und K. K. Likharev. *Probable Coherent Oscillations at Single-Electron Tunneling in SQUID '85 - Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications* herausgegeben von H. D. Hahlbohm und H. Lübbig, S. 197 (Walter de Gruyter, Berlin, 1985)

- [Ave92] D. V. Averin und Y. V. Nazarov. *Macroscopic Quantum Tunneling of Charge and Co-Tunneling in Single Charge Tunneling - Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures* herausgegeben von H. Grabert und M. H. Devoret. NATO ASI Series B: Physics Vol. 294, Kap. 6, S. 217 – 247 (Plenum Publishing Corp., New York, 1992)
- [AZ-D] *Product Data Sheet AZ Developer*. Clariant
- [AZ-T] *AZ 5214-E I-Line Photoresist* (Webseite).
<http://www.azresist.com/> – Stand: 6. 5. 2004
- [AZ52] *Product Data Sheet AZ 5214 E*. Clariant
- [Bak93] B. C. Baker. *Comparison of Noise Performance Between a FET Transimpedance Amplifier and a Switched Integrator*. Burr-Brown / Texas Instruments, Tucson, 1993 – Application Bulletin AB-057A (Lit. Nr. SBOA034)
- [Bar57] J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer. *Theory of Superconductivity*. Phys. Rev. **108**, 1175 (1957)
- [Bar61] J. Bardeen. *Tunneling From a Many-Particle Point of View*. Phys. Rev. Lett. **6**, 57 (1961)
- [Bar63] A. S. Barker. *Infrared Lattice Vibrations and Dielectric Dispersion in Corundum*. Phys. Rev. **132**, 1474 (1963)
- [Bar89] J. B. Barner und S. T. Ruggiero. *Tunneling in Artificial Al_2O_3 Tunnel Barriers and Al_2O_3 -Metal Multilayers*. Phys. Rev. B **39**, 2060 (1989)
- [Bar98a] J. Barnaś und A. Fert. *Effects of Spin Accumulation on Single-Electron Tunneling in a Double Ferromagnetic Microjunction*. Europhys. Lett. **44**, 85 (1998)
- [Bar98b] J. Barnaś und A. Fert. *Magnetoresistance Oscillations due to Charging Effects in Double Ferromagnetic Tunnel Junctions*. Phys. Rev. Lett. **80**, 1058 (1998)
- [Bar03] J. Barnaś, V. Dugaev, S. Krompiewski, J. Martinek, W. Rudziński, R. Świrkowicz, I. Weymann und M. Wilczyński. *Spin Related Effects in Magnetic Mesoscopic Systems*. phys. stat. sol. (b) **236**, 246 (2003)
- [Bau93] R. Bauernschmitt und Y. V. Nazarov. *Detailed Balance in Single-Charge Traps*. Phys. Rev. B **47**, 9997 (1993)
- [Bay78] G. Baym. *Lectures on Quantum Mechanics*. (The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., Massachusetts, 1978) 6. Auflage
- [BB94] *Photodiode Monitoring with Op Amps*. Burr-Brown / Texas Instruments, Tucson, 1994 – Application Bulletin AB-075 (Lit. Nr. SBOA035)
- [Ber96] T. Bergsten. *Threshold Voltage and I-V Characteristics Measurements on Two Dimensional Josephson Junction Arrays*. Diplomarbeit. Chalmers University of Technology, Göteborg, 1996
- [Ber99] T. Bergsten, T. Claeson und P. Delsing. *Coulomb Blockade Thermometry Using a Two-Dimensional Array of Tunnel Junctions*. J. Appl. Phys. **86**, 3844 (1999)
- [Ber00] W. Bergmann. *Werkstofftechnik*. (Carl Hanser Verlag, München, 2000) 3. Auflage
- [Bha89] C. S. Bhatia, G. Guthmiller und A. M. Spool. *Alumina Films by Sputter Deposition with Ar/ O_2 : Preparation and Characterization*. J. Vac. Sci. Technol. A **7**, 1298 (1989)

- [Bhu91] M. Bhushan und E. M. Macedo. *Nb/AlO_x/Nb Trilayer Process for the Fabrication of Submicron Josephson Junctions and Low-Noise Dc SQUIDs*. Appl. Phys. Lett. **58**, 1323 (1991)
- [Bie02] A. Bies. *Konzeption und Aufbau einer direkt schreibenden Belichtungsanlage*. Diplomarbeit. Hochschule für Technik und Wirtschaft, Saarbrücken, 2002
- [BJ83] E. Ben-Jacob, E. Mottola und G. Schön. *Quantum Shot Noise in Tunnel Junctions*. Phys. Rev. Lett. **51**, 2064 (1983)
- [Bla03] K. Bladh, D. Gunnarsson, E. Hürfeld, S. Devi, C. Kristoffersson, B. Smålander, S. Pehrson, T. Claeson und P. Delsing. *Comparison of Cryogenic Filters for Use in Single Electronics Experiments*. Rev. Sci. Instrum. **74**, 1323 (2003)
- [Blo82] G. E. Blonder, M. Tinkham und T. M. Klapwijk. *Transmission from Metallic to Tunneling Regimes in Superconducting Microconstrictions: Excess Current, Charge Imbalance and Supercurrent Conversion*. Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982)
- [Bou97] V. Bouchiat. *Quantum Fluctuations of the Charge in Single Electron and Single Cooper Pair Devices*. Dissertation. Univeriste Paris / Saclay, 1997
- [Bra99] A. Brataas, Y. V. Nazarov, J. Inoue und G. E. W. Bauer. *Spin Accumulation in Small Ferromagnetic Double-Barrier Junctions*. Phys. Rev. B **59**, 93 (1999)
- [Bri91] A. M. van den Brink, G. Schön und L. J. Geerligs. *Combined Single-Electron and Coherent-Cooper-Pair Tunneling in Voltage-Biased Josephson Junctions*. Phys. Rev. Lett. **67**, 3030 (1991)
- [Bro88] A. N. Broers. *Resolution Limits for Electron-Beam Lithography*. IBM J. Res. Dev. **32**, 502 (1988)
- [Bro99] I. N. Bronstein, K. A. Semendjaev, G. Musiol und H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. (Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 1999) 4. Auflage
- [Bru94] C. Bruder und H. Schoeller. *Charging Effects in Ultrasmall Quantum Dots in the Presence of Time-Varying Fields*. Phys. Rev. Lett. **72**, 1076 (1994)
- [Buc90] W. Buckel. *Supraleitung*. (VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1990)
- [Büt82] M. Büttiker und R. Landauer. *Traversal Time for Tunneling*. Phys. Rev. Lett. **49**, 1739 (1982)
- [Büt86] M. Büttiker und R. Landauer. *Traversal Time for Tunneling*. IBM J. Res. Dev. **30**, 451 (1986)
- [Cal73] J. Callaway und C. S. Wang. *Self-Consistent Calculation of Energy Bands in Ferromagnetic Nickel*. Phys. Rev. B **7**, 1096 (1973)
- [Car01] B. Carter. *Understanding Op Amp Parameters in Op Amps For Everyone - Design Reference* herausgegeben von R. Mancini, Kap. 11 (Texas Instruments / Burr-Brown, Dallas, 2001) – Lit.-Nr. SLOA083 (Auszug aus Lit.-Nr. SLOD006A - siehe auch [Man02])
- [CDC] *International Chemical Safety Cards*. Centers for Disease Control and Prevention (Webseite).
<http://www.cdc.gov/niosh/ipcs/icstart.html> – Stand: 1. 7. 2004

- [Che93] W. Chen und H. Ahmed. *Fabrication of 5-7nm Wide Etched Lines in Silicon Using 100 KeV Electron-Beam Lithography and Polymethylmethacrylate Resist*. Appl. Phys. Lett. **62**, 1499 (1993)
- [Che94] P. J. Chen und D. W. Goodman. *Epitaxial Growth of Ultrathin Al₂O₃ Films on Ta(110)*. Surf. Sci. **312**, L767 (1994)
- [Che02] C. D. Chen, W. Kuo, D. S. Chung, J. H. Shyu und C. S. Wu. *Evidence for Suppression of Superconductivity by Spin Imbalance in Co-Al-Co Single-Electron Transistors*. Phys. Rev. Lett. **88**, 047004 (2002)
- [Cho99] D. Chouvaev, L. S. Kuzmin, D. S. Golubev und A. D. Zaikin. *Strong Tunneling and Coulomb Blockade in a Single-electron Transistor*. Phys. Rev. B **59**, 10599 (1999)
- [Chr68] J. E. Christopher, R. V. Coleman, A. Isin und R. C. Morris. *Experiments with Tunnel Junctions Using Ferromagnetic Metals*. Phys. Rev. **172**, 485 (1968)
- [Cle92] A. N. Cleland, J. M. Schmidt und J. Clarke. *Influence of the Environment on the Coulomb Blockade in Submicrometer Normal-Metal Tunnel Junctions*. Phys. Rev. B **45**, 2950 (1992)
- [Coc58] J. F. Cochran und D. E. Mapother. *Superconducting Transition in Aluminium*. Phys. Rev. **111**, 132 (1958)
- [Coc61] J. F. Cochran und D. E. Mapother. *Superconducting Transition in Zinc and Gallium*. Phys. Rev. **121**, 1688 (1961)
- [Cot02] A. Cottet, D. Vion, A. Aassime, P. Joyez, D. Esteve und M. H. Devoret. *Implementation of a Combined Charge-Phase Quantum Bit in a Superconducting Circuit*. Physica C **367**, 197 (2002)
- [Cov00] M. Covington, M. W. Keller, R. L. Kautz und J. M. Martinis. *Photon-Assisted Tunneling in Electron Pumps*. Phys. Rev. Lett. **84**, 5192 (2000)
- [CT77] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu und F. Laloë. *Quantum Mechanics*. (John Wiley & Sons, New York, 1977) 2. Auflage
- [Dau00] W. Daumann. *InP-Kurzkanal-Heterostruktur-Feldeffekttransistoren mit Elektronenstrahldefinierten Gate-Kontakten*. Dissertation. Gerhard-Mercator-Universität - Gesamthochschule Duisburg, 2000
- [Del89] P. Delsing, K. K. Likharev, L. S. Kuzmin und T. Claeson. *Effect of High-Frequency Electrodynamic Environment on the Single-Electron Tunneling in Ultrasmall Junctions*. Phys. Rev. Lett. **63**, 1180 (1989)
- [Del90a] P. Delsing. *Single Electron Tunneling in Ultrasmall Tunnel Junctions*. Dissertation. Chalmers University of Technology, Göteborg, 1990
- [Del90b] P. Delsing, T. Claeson, K. K. Likharev und L. S. Kuzmin. *Observation of Single-electron-tunneling Oscillations*. Phys. Rev. B **42**, 7439 (1990)
- [Dep03] F. Deppe. persönliche Mitteilung, 2003
- [Dev92] M. H. Devoret und H. Grabert. *Introduction to Single Charge Tunneling in Single Charge Tunneling - Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures* herausgegeben von H. Grabert und M. H. Devoret. NATO ASI Series B: Physics Vol. 294, Kap. 1, S. 1 – 19 (Plenum Publishing Corp., New York, 1992)

- [Dev04] S. Devi, T. Bergsten und P. Delsing. *Experimental Test of the Correction Terms for Coulomb Blockade Thermometry*. Appl. Phys. Lett. **84**, 3633 (2004)
- [Dol77] G. J. Dolan. *Offset Masks for Lift-Off Photoprocessing*. Appl. Phys. Lett. **31**, 337 (1977)
- [Don97] Z. W. Dong, R. Ramesh, T. Venkatesan, M. Johnson, Z. Y. Chen, S. P. Pai, V. Tal'yansky, R. P. Sharma, R. Shreekala, C. J. Lobb und R. L. Greene. *Spin-Polarized Quasiparticle Injection Devices Using Au/YBa₂Cu₃O₇/LaAlO₃/Nd_{0.7}Sr_{0.3}MnO₃ Heterostructures*. Appl. Phys. Lett. **71**, 1718 (1997)
- [Dub71] P. K. Dubey. *Tunnel Effect in Al-Al₂O₃-Al Junctions: Inclusion of Short-Range Forces*. J. Appl. Phys. **42**, 2534 (1971)
- [Dub93] S. V. Dubonos, B. N. Gaifullin, H. F. Raith, A. A. Svintsov und S. I. Zaitsev. *Evaluation, Verification and Error Determination of Proximity Parameters α , β and η in Electron Beam Lithography*. Microelect. Eng. **21**, 293 (1993)
- [Dub00] P. Dubos, P. Charlat, T. Crozes, P. Paniez und B. Pannetier. *A Thermostable Trilayer Resist for Niobium Lift-Off*. J. Vac. Sci. Technol. B **18**, 122 (2000)
- [Eck84] U. Eckern, G. Schön und V. Ambegaokar. *Quantum Dynamics of a Superconducting Tunnel Junction*. Phys. Rev. B **30**, 6419 (1984)
- [Ege01] W. F. Egelhoff, P. J. Chen, R. D. McMichael, C. J. Powell, R. D. Deslattes, F. G. Serpa und R. D. Gomez. *Surface Oxidation as a Diffusion Barrier for Al Deposited on Ferromagnetic Metals*. J. Appl. Phys. **89**, 5209 (2001)
- [Ehr03] P. Ehrhart. *Film Deposition Methods in Nanoelectronics and Information Technology* herausgegeben von R. Waser, Kap. 8, S. 199 – 222 (Wiley-VCH, Weinheim, 2003)
- [Eil93] T. M. Eiles, J. M. Martinis und M. H. Devoret. *Even-Odd Asymmetry of a Superconductor Revealed by the Coulomb Blockade of Andreev Reflection*. Phys. Rev. Lett. **70**, 1862 (1993)
- [ELV02] Bau- und Betriebsanleitung. *Computer-Schaltinterface CSI 7002*. ELV, Leer, 2002
- [Elz03] J. M. Elzerman, R. Hanson, J. S. Greidanus, L. H. W. van Beveren, S. D. Franceschi, L. M. K. Vandersypen, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven. *Few-Electron Quantum Dot Circuit with Integrated Charge Read Out*. Phys. Rev. B **67**, 161308(R) (2003)
- [Elz04] J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. W. van Beveren, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen und L. P. Kouwenhoven. *Single-Shot Read-Out of an Individual Electron Spin in a Quantum Dot*. Nature **430**, 431 (2004)
- [Est92] D. Esteve. *Transferring Electrons One By One in Single Charge Tunneling - Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures* herausgegeben von H. Grabert und M. H. Devoret. NATO ASI Series B: Physics Vol. 294, Kap. 3, S. 109 – 137 (Plenum Publishing Corp., New York, 1992)
- [Fal95] G. Falci, G. Schön und G. T. Zimanyi. *Unified Scaling Theory of the Electron Box for Arbitrary Tunneling Strength*. Phys. Rev. Lett. **74**, 3257 (1995)
- [Far97] S. Farhangfar, K. P. Hirvi, J. P. Kauppinen, J. P. Pekola, J. J. Toppari, D. A. Averin und A. N. Korotkov. *One Dimensional Arrays and Solitary Tunnel Junctions in the Weak Coulomb Blockade Regime: CBT Thermometry*. J. Low Temp. Phys. **108**, 191 (1997)

- [Far98] S. Farhangfar, J. J. Toppari, Y. A. Pashkin, A. J. Manninen und J. P. Pekola. *Experiments on Tunneling in Small Normal-metal Junctions Influenced by Dissipative Environment: Critical Comparison to the Theories of Quantum Fluctuations*. Europhys. Lett. **43**, 59 (1998)
- [Far00] S. Farhangfar, A. J. Manninen und J. P. Pekola. *Effect of the Electromagnetic Environment on Arrays of Small Normal Metal Tunnel Junctions: Numerical and Experimental Investigation*. Europhys. Lett. **49**, 237 (2000)
- [Far01] S. Farhangfar, R. S. Poikolainen und J. P. Pekola. *Coulomb Blockade in One-dimensional Arrays of High-conductance Tunnel Junctions*. Phys. Rev. B **63**, 075309 (2001)
- [Fer95] A. Fert, J.-L. Duval und T. Valet. *Spin Relaxation Effects in the Perpendicular Magnetoresistance of Magnetic Multilayers*. Phys. Rev. B **52**, 6513 (1995)
- [Fie68] L. Fieser und M. Fieser. *Organische Chemie*. (Verlag Chemie, Weinheim, 1968) 2. Auflage
- [Fle97] K. Flensberg. *Coherent-photon-assisted Cotunneling in a Coulomb Blockade Device*. Phys. Rev. B **55**, 13118 (1997)
- [Fle99] K. Flensberg, A. A. Odintsov, F. Lieftrink und P. Teunissen. *Towards Single-Electron Metrology*. Intern. J. Mod. Phys. B **13**, 2651 (1999)
- [Flo78] R. B. Floyd und D. G. Walmsley. *Tunnelling Conductance of Clean and Doped Al-I-Pb Junctions*. J. Phys. C: Solid State Phys. **11**, 4601 (1978)
- [Fon74] J. Fontanella, C. Andeen und D. Schuele. *Low-Frequency Dielectric Constants of α -Quartz, Sapphire, MgF_2 and MgO* . J. Appl. Phys. **45**, 2852 (1974)
- [Fro78] G. Frossati. *Obtaining Ultralow Temperatures by Dilution of 3He into 4He* . J. Physique **39 (C6)**, 1578 (1978)
- [Fuj02] T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura, Y. Hirayama und S. Tarucha. *Nonequilibrium Transport Through a Vertical Quantum Dot in the Absence of Spin-Flip Energy Relaxation*. Phys. Rev. Lett. **88**, 236802 (2002)
- [Fuj04] N. Fujitsuka, K. Hamaguchi, H. Funabashi, E. Kawasaki und T. Fukada. *Aluminium Protected Silicon Anisotropic Etching Technique Using TMAH with an Oxidizing Agent and Dissolved Si*. R&D Rev. Toyota CRDL **39**, 34 (2004)
- [Ful87] T. A. Fulton und G. J. Dolan. *Observation of Single-Electron Charging Effects in Small Tunnel Junctions*. Phys. Rev. Lett. **59**, 109 (1987)
- [Ful89] T. A. Fulton, P. L. Gammel, D. J. Bishop, L. N. Dunkleberger und G. J. Dolan. *Observation of Combined Josephson and Charging Effects in Small Tunnel Junctions Circuits*. Phys. Rev. Lett. **63**, 1307 (1989)
- [Gar68] J. W. Garland, K. H. Bennemann und F. M. Mueller. *Effect of Lattice Disorder on the Superconducting Transition Temperature*. Phys. Rev. Lett. **21**, 1315 (1968)
- [Gee90a] L. J. Geerligs, V. F. Anderegg, P. A. M. Holweg und J. E. Mooij. *Frequency-Locked Turnstile Device for Single Electrons*. Phys. Rev. Lett. **64**, 2691 (1990)
- [Gee90b] L. J. Geerligs, V. F. Anderegg, J. Romijn und J. E. Mooij. *Single Cooper-Pair Tunneling in Small-Capacitance Junctions*. Phys. Rev. Lett. **65**, 377 (1990)

- [Gee90c] L. J. Geerligs, D. V. Averin und J. E. Mooij. *Observation of Macroscopic Quantum Tunneling through the Coulomb Energy Barrier*. Phys. Rev. Lett. **65**, 3037 (1990)
- [Gei69] A. L. Geiger, B. S. Chandrasekhar und J. G. Adler. *Inelastic Electron Tunneling in Al-Al-Oxide-Metal Systems*. Phys. Rev. **188**, 1130 (1969)
- [Ger93] C. Gerthsen und H. Vogel. *Physik*. (Springer-Verlag, Berlin, 1993) 17. Auflage
- [Gia60a] I. Giaever. *Electron Tunneling Between Two Superconductors*. Phys. Rev. Lett. **5**, 464 (1960)
- [Gia60b] I. Giaever. *Energy Gap in Superconductors Measured by Electron Tunneling*. Phys. Rev. Lett. **5**, 147 (1960)
- [Gia61] I. Giaever und K. Megerle. *Study of Superconductors by Electron Tunneling*. Phys. Rev. **122**, 1101 (1961)
- [Gia68] I. Giaever und H. R. Zeller. *Superconductivity of Small Tin Particles Measured by Tunneling*. Phys. Rev. Lett. **20**, 1504 (1968)
- [Gir90] S. M. Girvin, L. I. Glazman, M. Jonson, D. R. Penn und M. D. Stiles. *Quantum Fluctuations and the Single-Junction Coulomb Blockade*. Phys. Rev. Lett. **64**, 3183 (1990)
- [Gla89] L. I. Glazman und R. I. Shekhter. *Coulomb Oscillations of the Conductance in a Laterally Confined Heterostructure*. J. Phys.: Condens. Matter **1**, 5811 (1989)
- [Glo00] K. Gloos, R. S. Poikolainen und J. P. Pekola. *Wide-Range Thermometer Based on the Temperature-Dependant Conductance of Planar Tunnel Junctions*. Appl. Phys. Lett. **77**, 2915 (2000)
- [Glo03] K. Gloos, P. J. Koppinen und J. P. Pekola. *Properties of Native Ultrathin Aluminium Oxide Tunnel Barriers*. J. Phys.: Condens. Matter **15**, 1733 (2003)
- [Goe99] G. Goeppert, H. Grabert und C. Beck. *Coulomb Charging Effects for Finite Channel Number*. Europhys. Lett. **45**, 249 (1999)
- [Gol92] D. S. Golubev und A. D. Zaikin. *Quantum Dynamics of Ultrasmall Tunnel Junctions: Real-time Analysis*. Phys. Rev. B **46**, 10903 (1992)
- [Gol94] D. S. Golubev und A. D. Zaikin. *Quantum Fluctuations of the Charge Near the Coulomb-blockade Threshold*. Phys. Rev. B **50**, 8736 (1994)
- [Gol97] D. S. Golubev, J. König, H. Schöller, G. Schön und A. D. Zaikin. *Stron Electron Tunneling Through Mesoscopic Metallic Grains*. Phys. Rev. B **56**, 15782 (1997)
- [Goo] Goodfellow. *Materialinformationen* (Webseite).
<http://www.goodfellow.com> – Stand: 5. 2. 2004
- [Göp97] G. Göppert, X. Wang und H. Grabert. *High-Temperature Anomaly of the Conductance of a Tunnel Junction*. Phys. Rev. B **55**, R10213 (1997)
- [Göp98a] G. Göppert und H. Grabert. *High-temperature Conductance of Single-Electron Transistors*. Phys. Rev. B **58**, R10155 (1998)
- [Göp98b] G. Göppert, H. Grabert, N. V. Prokof'ev und B. V. Svistunov. *Effect of Tunneling Conductance on the Coulomb Staircase*. Phys. Rev. Lett. **81**, 2324 (1998)

- [Göp00a] G. Göppert und H. Grabert. *Single Electron Tunneling at Large Conductance: The Semiclassical Approach*. Eur. Phys. J. B **16**, 687 (2000)
- [Göp00b] G. Göppert, B. Hüpfer und H. Grabert. *Conductance of the Single-electron Transistor for Arbitrary Tunneling Strength*. Phys. Rev. B **62**, 9955 (2000)
- [Göt95] M. Götz, K. Blüthner, W. Krech, A. Nowack, H.-J. Fuchs, E.-B. Kley, P. Thieme, T. Wagner, G. Eska, K. Hecker und H. Hegger. *Preparation of Self-Aligned In-Line Tunnel Junctions for Applications in Single-Charge Electronics*. J. Appl. Phys. **78**, 5499 (1995)
- [Göt96] M. Götz, K. Blüthner, W. Krech, A. Nowack, H.-J. Fuchs, E.-B. Kley, P. Thieme, T. Wagner, G. Eska, K. Hecker und H. Hegger. *Self-Aligned In-Line Tunnel Junctions for Single-Charge Electronics*. Physica B **218**, 272 (1996)
- [Gra91] H. Grabert, G.-L. Ingold, M. H. Devoret, D. Estève, H. Pothier und C. Urbina. *Single Electron Tunneling Rates in Multijunction Circuits*. Z. Phys. B **84**, 143 (1991)
- [Gra94] H. Grabert. *Charge Fluctuations in the Single-electron Box: Perturbation Expansion in the Tunneling Conductance*. Phys. Rev. B **50**, 17364 (1994)
- [Gro94] R. Gross. *Grain Boundary Josephson Junctions in the High Temperature Superconductors* Kap. 6., S. 176 – 209 Springer-Verlag, New York 1994
- [Gro00] R. Gross. persönliche Mitteilung, 2000
- [Gro04] R. Gross und A. Marx. *Spinelektronik*. (Walther-Meissner-Institut, Garching, 2004) – Vorlesungsskript SS 2004 der TU München
<http://www.wmi.badw.de/E23/lehre/skript/index.html>
- [GSL] *GSL – GNU Scientific Library* (Webseite).
<http://www.gnu.org/software/gsl/> – Stand: 16. 5.2004
- [Gur83] M. Gurvitch, M. A. Washington und H. A. Huggins. *High Quality Refractory Josephson Tunnel Junctions Utilizing Thin Aluminum Layers*. Appl. Phys. Lett. **42**, 472 (1983)
- [Had98] P. Hadley, E. Delvigne, E. H. Visscher, S. Lähteenmäki und J. E. Mooij. *3e Tunneling Processes in a Superconducting Single-Electron Tunneling Transistor*. Phys. Rev. B **58**, 15317 (1998)
- [Hai00] F. Haider. *Materialphysik*. (Universität Augsburg, 2000) – Vorlesungsskript WS 2000/2001 der Universität Augsburg
<http://www.physik.uni-augsburg.de/~ferdi/skript/teil1/manu1.all.html>
- [Hal68] I. Haller, M. Hatzakis und R. Sirinivasan. *High-Resolution Positive Resists for Electron-Beam Exposure*. IBM J. Res. Dev. **12**, 251 (1968)
- [Han58] M. Hansen und K. Anderko. *Constitution of Binary Alloys*. Metallurgy and Metallurgical Engineering Series (McGraw-Hill Book Company, New York, 1958) 2. Auflage
- [Han92] A. E. Hanna, M. T. Tuominen und M. Tinkham. *Observation of Elastic Macroscopic Quantum Tunneling of Charge Variable*. Phys. Rev. Lett. **68**, 3228 (1992)
- [Hat88] M. Hatzakis. *Materials and Processes for Microstructure Fabrication*. IBM J. Res. Dev. **32**, 441 (1988)

- [Hav94] D. B. Haviland, Y. Harada, P. Delsing, C. D. Chen und T. Claeson. *Observation of the Resonant Tunneling of Cooper Pairs*. Phys. Rev. Lett. **73**, 1541 (1994)
- [Hay98] M. F. Hayles. *The XL-FEG SEM Course*. Philips Electron Optics, Eindhoven, 1998 (Version 1 vom 22. 11. 1998)
- [Hek93] F. W. J. Hekking, L. I. Glazman, K. A. Mateev und R. I. Shekhter. *Coulomb Blockade of Two-Electron Tunneling*. Phys. Rev. Lett. **70**, 4138 (1993)
- [Her94] J. M. Hergenrother, M. T. Tuominen und M. Tinkham. *Charge Transport by Andreev Reflection through a Mesoscopic Superconducting Island*. Phys. Rev. Lett. **72**, 1742 (1994)
- [Her95] J. M. Hergenrother, J. G. Lu, M. T. Tuominen, D. C. Ralph und M. Tinkham. *Photon-Activated Switch Behaviour in the Single-Electron Transistor with a Superconducting Island*. Phys. Rev. B **51**, 9407 (1995)
- [Her98] F. Herbstritt. *Injektion Spinpolarisierter Quasiteilchen in Hochtemperatursupraleiter*. Diplomarbeit. Universität zu Köln, 1998
- [Her99] C. P. Herrero, G. Schön und A. D. Zaikin. *Strong Charge Fluctuations in the Single-electron Box: A Quantum Monte Carlo Analysis*. Phys. Rev. B **59**, 5728 (1999)
- [Her01] F. N. Herbstritt. *Ladungstransport und Rauschen in submikrometer-strukturierten Korngrenzkontakten aus $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$* . Dissertation. Universität zu Köln, 2001
- [Het95] M. H. Hettler und H. Schoeller. *Anderson Model Out of Equilibrium: Time-Dependent Perturbations*. Phys. Rev. Lett. **74**, 4907 (1995)
- [Hir95] K. P. Hirvi, J. P. Kauppinen, A. N. Korotkov, M. A. Paalanen und J. P. Pekola. *Arrays of Normal Metal Tunnel Junctions in Weak Coulomb Blockade Regime*. Appl. Phys. Lett. **67**, 2096 (1995)
- [Hof97] W. Hofstetter und W. Zwerger. *Single-Electron Box and the Helicity Modulus of an Inverse Square XY Model*. Phys. Rev. Lett. **78**, 3737 (1997)
- [Höf00] C. Höfener. *Spinabhängiger Transport in Epitaktischen Schichten Aus Dotierten Manganaten*. Dissertation. Universität zu Köln, 2000
- [Hof04] J. Hoffmann. *Taschenbuch der Messtechnik*. (Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2004) 4. Auflage
- [Hor96] P. Horowitz und W. Hill. *Die hohe Schule der Elektronik*. (Elektor-Verlag, Aachen, 1996)
- [Hos00] T. Hoss. *Electronic Transport and Noise in Mesoscopic SNS/SFS-Junctions*. Dissertation. Universität Basel, 2000
- [Hos02] T. Hoss, C. Strunk, C. Sürgers und C. Schönenberger. *UHV Compatible Nanostructuring Technique for Mesoscopic Hybrid Devices: Application to Superconductor/Ferromagnet Josephson Contacts*. Physica E **14**, 341 (2002)
- [HTFP95] D. A. Glocker and S. I. Shah, Herausg. *Handbook of Thin Film Process Technology*. (Institute of Physics Publishing, Bristol, 1995)
- [Hüb01] U. Hübner, L. Fritsch, D. Born, T. Wagner, H.-G. Meyer und W. Krech. *Advanced Lift-off-technique for the Fabrication of Ultrasmall Tunnel Junctions in 8th International Superconductive Electronics Conference (ISEC '01) Extended abstracts*, S. 55 Osaka

- [Hun81] B. D. Hunt und R. A. Buhrman. *A Multilayer, High Resolution, Ion-Bombardment-Tolerant Electron Resist System*. J. Vac. Sci. Technol. **19**, 1308 (1981)
- [Iba95] H. Ibach und H. Lüth. *Festkörperphysik*. (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1995)
- [Ima99] H. Imamura, S. Takahashi und S. Maekawa. *Spin-dependent Coulomb Blockade in Ferromagnet/Normal-metal/Ferromagnet Double Tunnel Junctions*. Phys. Rev. B **59**, 6017 (1999)
- [Ima02] H. Imamura, Y. Utsumi und H. Ebisawa. *Parity Effect and Tunnel Magnetoresistance of Ferromagnet/Superconductor/Ferromagnet Single-Electron Tunneling Transistors*. Phys. Rev. B **66**, 054503 (2002)
- [Ima03] H. Imamura, Y. Utsumi und H. Ebisawa. *Spin Relaxation and Tunnel Magnetoresistance of a Ferromagnet/Superconductor/Ferromagnet Single-Electron Tunneling Transistor*. Physica E **18**, 43 (2003)
- [INA116] *INA116 - Ultra Low Input Bias Current INSTRUMENTATION AMPLIFIER*. Burr-Brown / Texas Instruments, Tucson, 1995 – Lit. Nr. SBOS034
- [Ina81] T. Inagaki, E. T. Arakawa und T. A. Callcott. *Optical Properties of Diffusion-Formed Au₂Al*. J. Appl. Phys. **52**, 5597 (1981)
- [Ing91] G.-L. Ingold, P. Wyrowski und H. Grabert. *Effect of the Electromagnetic Environment on the Single Electron Transistor*. Z. Phys. B **85**, 443 (1991)
- [Ing92] G. L. Ingold und Y. V. Nazarov. *Charge Tunneling Rates in Ultrasmall Junctions in Single Charge Tunneling - Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures* herausgegeben von H. Grabert und M. H. Devoret. NATO ASI Series B: Physics Vol. 294, Kap. 2, S. 21 – 107 (Plenum Publishing Corp., New York, 1992)
- [Isob] *Oxford ISOBUS* (Webseite).
<http://www.oiri.com/isobus.htm> – Stand: 25. 7. 2004
- [J152] Bedienungsanleitung. *Knick DC-Strom-Calibrator J 152*. Knick, Berlin
- [Jan98] R. Jansen und J. S. Moodera. *Influence of Barrier Impurities on the Magnetoresistance in Ferromagnetic Tunnel Junctions*. J. Appl. Phys. **83**, 6683 (1998)
- [Jen92] H. D. Jensen und J. M. Martinis. *Accuracy of the Electron Pump*. Phys. Rev. B **46**, 13407 (1992)
- [Joh85] M. Johnson und R. H. Silsbee. *Interfacial Charge-Spin Coupling: Injection and Detection of Spin Magnetization in Metals*. Phys. Rev. Lett. **55**, 1790 (1985)
- [Joh88] M. Johnson und R. H. Silsbee. *Spin-Injection Experiment*. Phys. Rev. B **37**, 5326 (1988)
- [Jon89] M. Jonson. *Quantum-mechanical Resonant Tunneling in the Presence of a Boson Field*. Phys. Rev. B **39**, 5924 (1989)
- [Jon95] M. J. M. de Jong und C. W. J. Beenakker. *Andreev Reflection in Ferromagnet-Superconductor Junctions*. Phys. Rev. Lett. **74**, 1657 (1995)
- [Jos62] B. D. Josephson. *Possible New Effects in Superconductive Tunneling*. Phys. Lett. **1**, 251 (1962)

- [Jos65] B. D. Josephson. *Supercurrents Through Barriers*. Adv. Phys. **14**, 419 (1965)
- [Joy94] P. Joyez, P. Lafarge, A. Filipe, D. Esteve und M. H. Devoret. *Observation of Parity-Induced Suppression of Josephson Tunneling in the Superconducting Single Electron Transistor*. Phys. Rev. Lett. **72**, 2458 (1994)
- [Joy97] P. Joyez, V. Bouchiat, D. Esteve, C. Urbina und M. H. Devoret. *Strong Tunneling in the Single-Electron Transistor*. Phys. Rev. Lett. **79**, 1349 (1997)
- [Joy98] P. Joyez, D. Esteve und M. H. Devoret. *How Is the Coulomb Blockade Suppressed in High-Conductance Tunnel Junctions?* Phys. Rev. Lett. **80**, 1956 (1998)
- [Kad75] J. Kadlec und K. H. Gundlach. *Dependence of the Barrier Height on Insulator Thickness in Al-(Al-Oxide)-Al Sandwiches*. Solid State Comm. **16**, 621 (1975)
- [Kaj71] K. Kajimura und N. Mikoshiba. *Fluctuations in the Resistive Transition in Aluminium Films*. J. Low Temp. Phys. **4**, 331 (1971)
- [Kar98] J. Karki. *Understanding Operational Amplifier Specifications*. Texas Instruments, Dallas, 1998 – White Paper (Lit. Nr. SLOA011)
- [Kar01] Betriebsanleitung. *SUSS MJB-3 Mask Aligner*. Karl Süß, Aßlar / Garching b. München, 2001
- [Kau93] R. L. Kautz, G. Zimmerli und J. Martinis. *Self-Heating in the Coulomb-Blockade Electrometer*. J. Appl. Phys. **73**, 2386 (1993)
- [Kau96a] J. P. Kauppinen und J. P. Pekola. *Charging in Solitary, Voltage biased Tunnel Junction*. Phys. Rev. Lett. **77**, 3889 (1996)
- [Kau96b] J. P. Kauppinen und J. P. Pekola. *Electron-Phonon Heat Transport in Arrays of Al Islands with Submicrometer-sized Tunnel Junctions*. Phys. Rev. B **54**, R8353 (1996)
- [Kau98] J. P. Kauppinen, K. T. Loberg, A. J. Manninen, J. P. Pekola und R. A. Voutilainen. *Coulomb Blockade Thermometer: Test and Instrumentation*. Rev. Sci. Instrum. **69**, 4166 (1998)
- [Kel96] M. W. Keller, J. M. Martinis, N. M. Zimmerman und A. H. Steinbach. *Accuracy of Electron Counting Using a 7-Junction Electron Pump*. Appl. Phys. Lett. **69**, 1804 (1996)
- [Kel97] M. W. Keller, J. M. Martinis, A. H. Steinbach und N. M. Zimmerman. *A Seven-Junction Electron Pump: Design, Fabrication, and Operation*. IEEE Trans. Instrum. Measurm. **46**, 307 (1997)
- [Kel98] M. W. Keller, J. M. Martinis und R. L. Kautz. *Rare Errors in a Well-Characterized Electron-Pump: Comparison of Experiment and Theory*. Phys. Rev. Lett. **80**, 4530 (1998)
- [Kel99] M. W. Keller, A. L. Eichenberger, J. M. Martinis und N. M. Zimmerman. *A Capacitance Standard Based on Counting Electrons*. Science **285**, 1706 (1999)
- [Kem01] T. Kemen. *Mesoskopische Normalleiter-Supraleiter-Systeme*. Dissertation. Universität zu Köln, 2001
- [Kim00] J. Kim, S. Oh, J. Kim, J. Lee, J. W. Park, K. Yoo und H. C. Kwon. *The Suppression of Coulomb Oscillation in a Normal-Ferromagnet-Normal Metal Single Electron Transistor*. Physica B **284-288**, 1794 (2000)

- [Kim02] N. Kim, K. Hansen, J. Toppari, T. Suppala und J. Pekola. *Fabrication of Mesoscopic Nb Wires Using Conventional E-Beam Lithographic Techniques*. J. Vac. Sci. Technol. B **20**, 386 (2002)
- [Kit96] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996) 7. Auflage
- [Kla96] E. H. Klaassen. *Micromachined Instrumentation Systems*. Dissertation. Stanford University, 1996
- [Kle00] S. M. Kleff. *Transport Through Ultrasmall Ferromagnetic Grains*. Diplomarbeit. Universität Karlsruhe, 2000
- [Kle01] J. Klein. *Epitaktische Heterostrukturen aus dotierten Manganaten*. Dissertation. Universität zu Köln, 2001
- [Kno04] H. Knoglinger. *Herstellung und Charakterisierung von supraleitenden Phasen-Qubits*. Diplomarbeit. Technische Universität München, 2004
- [Koh60] F. Kohlrausch. *Praktische Physik*. Band 1 (B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1960) 21. Auflage
- [Kon80] M. K. Konkin und J. G. Adler. *Annealing Effects in Tunnel Junctions (Voltage Annealing)*. J. Appl. Phys. **51**, 5450 (1980)
- [Kön95] J. König, H. Schöller und G. Schön. *Resonant Tunneling and Coulomb Oscillations*. Europhys. Lett. **31**, 31 (1995)
- [Kön96a] J. König, J. Schmidt, H. Schoeller und G. Schön. *Resonant Tunneling through Ultrasmall Quantum Dots: Zero-bias Anomalies, Magnetic-field Dependence, and Boson-assisted Transport*. Phys. Rev. B **54**, 16820 (1996)
- [Kön96b] J. König, H. Schoeller und G. Schön. *Zero-Bias Anomalies and Boson-Assisted Tunneling Through Quantum Dots*. Phys. Rev. Lett. **76**, 1715 (1996)
- [Kön97] J. König, H. Schöller und G. Schön. *Cotunneling at Resonance for the Single-Electron Transistor*. Phys. Rev. Lett. **78**, 4482 (1997)
- [Kön98a] J. König. *Quantenfluktuationen im Einzel-Elektronen-Transistor*. Dissertation. Universität Karlsruhe, 1998
- [Kön98b] J. König und H. Schoeller. *Strong Tunneling in the Single-Electron Box*. Phys. Rev. Lett. **81**, 3511 (1998)
- [Kön98c] J. König, H. Schoeller und G. Schön. *Cotunneling and Renormalization Effects for the Single-electron Transistor*. Phys. Rev. B **58**, 7882 (1998)
- [Kor96] A. N. Korotkov. *Charge Sensitivity of Superconducting Single-Electron Transistor*. Appl. Phys. Lett. **69**, 2593 (1996)
- [Kor99a] A. N. Korotkov und V. I. Safarov. *Nonequilibrium Spin Distribution in a Single-Electron Transistor*. Phys. Rev. B **59**, 89 (1999)
- [Kor99b] A. N. Korotkov und V. I. Safarov. *Spin Injection in Ferromagnetic Single-Electron Transistor*. Superlattices and Microstructures **25**, 259 (1999)
- [Kou94a] L. P. Kouwenhoven, S. Jauhar, K. M. Cormick, D. Dixon, P. L. McEuen, Y. V. Nazarov, N. C. van der Vaart und C. T. Foxon. *Photon-assisted Tunneling through a Quantum Dot*. Phys. Rev. B **50**, 2019 (1994)

- [Kou94b] L. P. Kouwenhoven, S. Jauhar, J. Orenstein, P. L. McEuen, Y. Nagamune, J. Motohisa und H. Sakaki. *Observation of Photon-Assisted Tunneling through a Quantum Dot*. Phys. Rev. Lett. **73**, 3443 (1994)
- [Kuc99a] H. Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. (Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 1999) 16. Auflage
- [Kuc99b] F. Kuczera. *Kohärenter Ladungstransport durch den Einzelelektronentransistor: Prozesse dritter Ordnung und Renormierungsgruppenmethode*. Diplomarbeit. Universität Karlsruhe, 1999
- [Kun01] M. Kundu, N. Miyata und M. Ichikawa. *Study of Ultrathin $Al_2O_3/Si(001)$ Interfaces by Using Scanning Reflection Electron Microscopy and X-Ray Photoelectron Spectroscopy*. Appl. Phys. Lett. **78**, 1517 (2001)
- [Kuz91] L. S. Kuzmin, V. Nazarov, D. B. Haviland, P. Delsing und T. Claeson. *Coulomb Blockade and Incoherent Tunneling of Cooper Pairs in Ultrasmall Junctions Affected by Strong Quantum Fluctuations*. Phys. Rev. Lett. **67**, 1161 (1991)
- [Kuz96] L. S. Kuzmin, Y. A. Pashkin, A. N. Tavkhelidze, F.-J. Ahlers, T. Weimann, D. Quenter und J. Niemeyer. *An All-Chromium Single Electron Transistor: A Possible New Element of Single Electronics*. Appl. Phys. Lett. **68**, 2902 (1996)
- [Laf91] P. Lafarge, H. Pothier, E. R. Williams, D. Esteve, C. Urbina und M. H. Devoret. *Direct Observation of Macroscopic Charge Quantization*. Z. Phys. B **85**, 327 (1991)
- [Laf93] P. Lafarge, P. Joyez, D. Esteve, C. Urbina und M. H. Devoret. *Measurement of the Even-Odd Free-Energy Difference of an Isolated Superconductor*. Phys. Rev. Lett. **70**, 994 (1993)
- [Lan62] R. Landauer. *Fluctuations in Bistable Tunnel Diode Circuits*. J. Appl. Phys. **33**, 2209 (1962)
- [Lau81] J. C. Lau und R. V. Coleman. *Ag versus Pb Electrodes in Inelastic-Electron-Tunneling Spectroscopy*. Phys. Rev. B **24**, 2985 (1981)
- [Ler92] I. V. Lerner. *Weak-Localization Effects in a Resonant-Tunneling Junction*. Phys. Rev. B **45**, 14036 (1992)
- [Leyb87] *Grundlagen der Vakuumtechnik, Berechnungen und Tabellen*. Leybold AG, Köln, 1987 (Version 00.1.01)
- [Leyb98] *Grundlagen der Vakuumtechnik, Berechnungen und Tabellen*. Leybold AG, Köln, 1998
- [Lid95] D. R. Lide, Herausg. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. (CRC Press, Inc., Boca Raton, 1995) 76. Auflage
- [Lik88] K. K. Likharev. *Correlated Discrete Transfer of Single Electrons in Ultrasmall Tunnel Junctions*. IBM J. Res. Dev. **32**, 144 (1988)
- [Lim02] B. Limbach. *Metallische Doppelinselstrukturen mit Hohen Tunnelleitwerten*. Dissertation. Universität Karlsruhe (TH) / Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, 2002
- [Lip02] P. Lipetzky. *Refractory Metals: A Primer*. J. Min. Met. Mat. Soc. **54**, 47 (2002)
- [Lot00] S. V. Lotkhov, H. Zangerle, A. B. Zorin und J. Niemeyer. *Fewer-Junction Single-Electron Trap with an Ohmic Resistor*. Physica B **280**, 403 (2000)

- [Lot01] S. V. Lotkhov, S. A. Bogoslovsky, A. B. Zorin und J. Niemeyer. *Operation of a Three-Junction Single-Electron Pump with On-Chip Resistors*. Appl. Phys. Lett. **78**, 946 (2001)
- [Lu98] J. G. Lu, J. M. Hergenrother und M. Tinkham. *Effect of Island Length on the Coulomb Modulation in Single-electron Transistors*. Phys. Rev. B **57**, 4591 (1998)
- [Lub76] D. Lubzens und S. Schultz. *Observation of an Anomalous Frequency Dependence of the Conduction-Electron Spin Resonance in Al*. Phys. Rev. Lett. **36**, 1104 (1976)
- [Mac00] C. Macht. *Herstellung ultradünner Polymerfilme und Untersuchung ihrer Gastrenneigenschaften*. Dissertation. Technische Universität Berlin, 2000
- [Maj98] K. Majumdar und S. Hershfield. *Magnetoresistance of the Double-Tunnel-Junction Coulomb Blockade With Magnetic Metals*. Phys. Rev. B **57**, 11521 (1998)
- [Man97] A. J. Manninen, Y. A. Pashkin, A. N. Korotkov und J. P. Pekola. *Observation of Thermally Excited Charge Transport Modes in a Superconducting Single-Electron Transistor*. Europhys. Lett. **39**, 305 (1997)
- [Man00] R. Mancini. *Understanding Basic Analog - Ideal Op Amps*. Texas Instruments, Dallas, 2000 – Application Report (Lit. Nr. SLAA068A)
- [Man02] R. Mancini, Herausg. *Op Amps For Everyone - Design Reference*. (Texas Instruments / Burr-Brown, Dallas, 2002) – Lit.-Nr. SLOD006B
- [Mar87] J. M. Martinis, M. H. Devoret und J. Clarke. *Experimental Tests for the Quantum Behaviour of a Macroscopic Degree of Freedom: The Phase Difference Across a Josephson Junction*. Phys. Rev. B **35**, 4682 (1987)
- [Mar93a] M. Martin. *Experimente mit der Schwingquarzwage zur Oxidation von Eisen-, Aluminium- und Titanfilmen zwischen 50 und 200° C und Modellrechnungen zur Raumtemperaturoxidation*. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 5 Nr. 311 (VDI-Verlag, Düsseldorf, 1993)
- [Mar93b] J. M. Martinis und M. Nahum. *Effect of Environmental Noise on the Accuracy of Coulomb-blockade Devices*. Phys. Rev. B **48**, 18316 (1993)
- [Mar94] J. M. Martinis, M. Nahum und H. D. Jensen. *Metrological Accuracy of the Electron Pump*. Phys. Rev. Lett. **72**, 904 (1994)
- [Mar02] J. Martinek, J. Barnaś, S. Maekawa, H. Schoeller und G. Schön. *Spin Accumulation in Ferromagnetic Single-Electron Transistors in the Cotunneling Regime*. Phys. Rev. B **66**, 014402 (2002)
- [Mar03] J. Martinek, J. Barnaś, G. Schön, S. Takahashi und S. Maekawa. *Nonequilibrium Spin Fluctuations in Nonmagnetic Single-Electron Transistors and Quantum Dots*. J. of Superconductivity: Incorporating Novel Magnetism **16**, 343 (2003)
- [Mat93] K. A. Matveev, M. Gisselält, L. I. Glazman und M. Jonson. *Parity-Induced Suppression of the Coulomb Blockade of Josephson Tunneling*. Phys. Rev. Lett. **70**, 2940 (1993)
- [MC0404] *Lithographie Prozesse ... und wie man sie reproduzierbarer machen kann*. Microchemicals GmbH, Ulm, 2004
- [MCBa03] *Backen & Wartezeiten ... chemisch-physikalische Reaktionen in AZ und TI Fotolacken*. Microchemicals GmbH, Ulm, 2003 (Version 2003-09-25)

- [MCBe03] *Belichten & Entwickeln ... chemisch-physikalische Reaktionen in AZ und TI Fotolacken*. Microchemicals GmbH, Ulm, 2003 (Version 2003-09-25)
- [MCDi03] *Prozessierung von Dicklacken ... Symptome, Diagnose und Abhilfe*. Microchemicals GmbH, Ulm, 2003 (Version 2003-07-07)
- [McE94] M. McElfresh. *Fundamentals of Magnetism and Magnetic Measurements Featuring Quantum Design's Magnetic Property Measurement System*. (Quantum Design, 1994)
- [McE96] P. L. McEuen, L. P. Kouwenhoven, S. Jauhar, J. Orenstein, K. McCormick, D. Dixon, Y. V. Nazarov, N. C. van der Vaart und C. T. Foxon. *Microwave-assisted Transport Through a Quantum Dot*. *Nanotechnology* **7**, 406 (1996)
- [MCIR03] *Prozessierung von Umkehrlacken ... Symptome, Diagnose und Abhilfe*. Microchemicals GmbH, Ulm, 2003 (Version 2003-09-25)
- [McM68] W. L. McMillan. *Transition Temperature of Strong-Coupled Superconductors*. *Phys. Rev.* **167**, 331 (1968)
- [MCPh] *Clariant AZ[®] and MicroChemicals[®] TI Photoresists ... and what they perform*. Microchemicals GmbH, Ulm
- [MCre03] *Reproduzierbare Litho-Prozesse ... und mögliche Ursachen für unreproduzierbare Ergebnisse*. Microchemicals GmbH, Ulm, 2003 (Version 2003-09-25)
- [Mer00] M. Merkel und K.-H. Thomas. *Taschenbuch der Werkstoffe*. (Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2000) 5. Auflage
- [Mes69] R. Meservey und B. B. Schwartz. *Equilibrium Properties: Comparison of Experimental Results with Predictions of the BCS Theory in Superconductivity* herausgegeben von R. D. Parks, Band 1, Kap. 3, S. 117 – 191 (Marcel Dekker, Inc., New York, 1969)
- [Mes78] R. Meservey und P. M. Tedrow. *Surface Relaxation Times of Conduction-Electron Spins in Superconductors and Normal Metals*. *Phys. Rev. Lett.* **41**, 805 (1978)
- [Mes94] R. Meservey und P. M. Tedrow. *Spin-Polarized Electron Tunneling*. *Phys. Rep.* **238**, 173 (1994)
- [Moh00] P. J. Mohr und B. N. Taylor. *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998*. *Rev. Mod. Phys.* **72**, 351 (2000)
- [Moo99] J. S. Moodera, J. Nassar und G. Mathon. *Spin-Tunneling in Ferromagnetic Junctions*. *Annu. Rev. Mater. Sci.* **29**, 381 (1999)
- [Mor77] R. Morrison. *Grounding and Shielding Techniques in Instrumentation*. (Wiley-Interscience / John Wiley & Sons, New York, 1977) 2. Auflage
- [Nac96] B. Nachtmann. *Messungen Am Einzelelektronentransistor Aus Aluminium und Niob*. Diplomarbeit. Universität zu Köln, 1996
- [Nak97] Y. Nakamura, A. N. Korotkov, C. D. Chen und J. S. Tsai. *Singularity-Matching Peaks in a Superconducting Single-Electron Transistor*. *Phys. Rev. B* **56**, 5116 (1997)
- [Nak99] Y. Nakamura, Y. A. Pashkin und J. S. Tsai. *Coherent Control of Macroscopic Quantum States in a Single-Cooper-Pair Box*. *Nature* **398**, 786 (1999)
- [Nan01] Nanoway Ltd. *Nanoway CBT Primary Thermometer* (PDF-Dokument), 2001 http://www.nanoway.fi/pdf/principle_72dpi.pdf – Stand: 12. 9. 2004

- [Neu62] C. A. Neugebauer und M. B. Webb. *Electrical Conduction Mechanism in Ultrathin, Evaporated Metal Films*. J. Appl. Phys. **33**, 74 (1962)
- [Neu03] K. Neumaier. persönliche Mitteilung, 2003
- [Nic60] J. Nicol, S. Shapiro und P. H. Smith. *Direct Measurement of the Superconducting Energy Gap*. Phys. Rev. Lett. **5**, 461 (1960)
- [Nie74] J. Niemeyer. *Eine einfache Methode zur Herstellung kleinster Josephson-Elemente*. PTB-Mitt. **84**, 251 (1974)
- [NIST] *Fundamental Physical Constants – Complete Listing* (PDF-Dokument).
<http://physics.nist.gov/constants> – Stand: 29. 7. 2003
- [Oka03] S. Okazaki und J. Moers. *Lithography in Nanoelectronics and Information Technology* herausgegeben von R. Waser, Kap. 9, S. 223 – 248 (Wiley-VCH, Weinheim, 2003)
- [Ols94] E. Olsen, G. C. Spalding, A. M. Goldmann und M. J. Rooks. *New Methode for Fabricating Ultra-Narrow Metallic Wires*. Appl. Phys. Lett. **65**, 2740 (1994)
- [Ona77] S. Onari, T. Arai und K. Kudo. *Infrared Lattice Vibrations and Dielectric Dispersion in α -Fe₂O₃*. Phys. Rev. B **16**, 1717 (1977)
- [Ono96a] K. Ono, H. Shimada, S. Kobayashi und Y. Ootuka. *Magnetoresistance of Ni/NiO/Co Small Tunnel Junctions in Coulomb Blockade Regime*. J. Phys. Soc. Japan **65**, 3449 (1996)
- [Ono96b] K. Ono, H. Shimada, S. Kobayashi und Y. Ootuka. *A New Fabrication Method for Ultra Small Tunnel Junctions*. Jap. J. Appl. Phys. **35**, 2369 (1996)
- [Ono97] K. Ono, H. Shimada und Y. Ootuka. *Enhanced Magnetic Valve Effect and Magneto-Coulomb Oscillations in Ferromagnetic Single Electron Transistor*. J. Phys. Soc. Japan **66**, 1261 (1997)
- [OPA111] *OPA111 - Low Noise Precision Difet OPERATIONAL AMPLIFIER*. Burr-Brown / Texas Instruments, Tucson, 1995 – Lit. Nr. SBOS138
- [OPA128] *OPA128 - Difet Electrometer-Grade OPERATIONAL AMPLIFIER*. Burr-Brown / Texas Instruments, Tucson, 1995 – Lit. Nr. SBOS148
- [Orl91] T. P. Orlando und K. A. Delin. *Foundations of Applied Superconductivity*. (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1991)
- [Ott76] H. W. Ott. *Noise Reduction Techniques in Electronic Systems*. (Wiley-Interscience / John Wiley & Sons, New York, 1976)
- [Pan91] S. V. Panyukov und A. D. Zaikin. *Coulomb Blockade and Nonperturbative Ground-State Properties of Ultrasmall Tunnel Junctions*. Phys. Rev. Lett. **67**, 3168 (1991)
- [Par80a] M. Parikh. *Proximity Effects in Electron Lithography: Magnitude and Correction Techniques*. IBM J. Res. Dev. **24**, 438 (1980)
- [Par80b] M. Parikh und D. E. Schreiber. *Pattern Partitioning for Enhanced Proximity-Effect Corrections in Electron-Beam Lithography*. IBM J. Res. Dev. **24**, 530 (1980)
- [Pav99a] A. B. Pavolotsky, T. Weimann, H. Scherer, V. A. Krupenin, J. Niemeyer und A. B. Zorin. *Multilayer Technique for Fabricating Nb Junction Circuits Exhibiting Charging Effects*. J. Vac. Sci. Technol. B **17**, 230 (1999)

- [Pav99b] A. B. Pavolotsky, T. Weimann, H. Scherer, J. Niemeyer, A. B. Zorin und V. A. Krupenin. *Novel Method for Fabricating Deep Submicron Nb/AlO_x/Nb Tunnel Junctions Based on Spin-on Glass Planarization*. IEEE Trans. Appl. Supercond. **9**, 3251 (1999)
- [Pek94] J. P. Pekola, K. P. Hirvi, J. P. Kaupinnen und M. A. Paalanen. *Thermometry by Arrays of Tunnel Junctions*. Phys. Rev. Lett. **73**, 2903 (1994)
- [Pen00] J. S. Penttilä, Ü. Parts, P. J. Hakonen, M. A. Paalanen und E. B. Sonin. *Effect of Quantum Noise on Coulomb Blockade in Normal Tunnel Junctions at High Voltages*. Phys. Rev. B **61**, 10890 (2000)
- [Pfe99] Betriebsanleitung. *Compact Pirani Gauge TPR 261*. Pfeiffer Vacuum, Asslar, 1999
- [Pfe01] Betriebsanleitung. *TMH 261 / TMU 261 / TMH 261 P / TMU 261 P - Turbomolekular-Druck-Pumpe mit Antriebselektronik TC 600*. Pfeiffer Vacuum, Asslar, 2001
- [Phi59] N. E. Phillips. *Heat Capacity of Aluminum Between 0.1K and 4.0K*. Phys. Rev. **114**, 676 (1959)
- [Pir99] M. Pirmann. *Spinabhängiger Transport in ferromagnetischen Einzelelektronentransistoren (SET)*. Diplomarbeit. Universität Karlsruhe, 1999
- [Poh99] T. Pohjola, J. König, H. Schoeller und G. Schön. *Strong Tunneling in Double-island Structures*. Phys. Rev. B **59**, 7579 (1999)
- [Pop00] I. Popova, V. Zhukov und J. J. T. Yates. *Role of Surface Al₂O₃ Clusters on the Kinetics of Al(111) Oxidation*. J. Appl. Phys. **87**, 8143 (2000)
- [Pro03] C. Probst. persönliche Mitteilung, 2003
- [Rei04] D. Reisinger. *Magnetit in Ultradünnen, Epitaktischen Schichtsystemen Für Die Spin-elektronik*. Dissertation. Technische Universität München, 2004
- [Rie90] E. Riedel. *Allgemeine und Anorganische Chemie*. (de Gruyter, Berlin, 1990) 5. Auflage
- [Rip02] W. H. Rippard, A. C. Perrella, F. J. Albert und R. A. Buhrman. *Ultrathin Aluminium Oxide Tunnel Barriers*. Phys. Rev. Lett. **88**, 046805 (2002)
- [Roc70] G. I. Rochlin und P. K. Hansma. *Electron Tunneling Cr-Cr₂O₃-Metal Junctions*. Phys. Rev. B **2**, 1460 (1970)
- [Rog87] C. T. Rogers, R. A. Buhrman, W. J. Gallagher, S. I. Raider, A. W. Kleinsasser und R. L. Sandstrom. *Electron Trap States and Low Frequency Noise in Tunnel Junctions*. IEEE Trans. Mag. **23**, 1658 (1987)
- [Rou85] M. L. Roukes, M. R. Freeman, R. S. Germain und R. C. Richardson. *Hot Electrons and Energy Transport in Metals at Millikelvin Temperatures*. Phys. Rev. Lett. **55**, 422 (1985)
- [Sak98] T. Sakamoto, H. Kawaura und T. Baba. *Single-Electron Transistor Fabricated from a Doped-Si Film in a Silicon-on-Insulator Substrate*. Appl. Phys. Lett. **72**, 795 (1998)
- [Sar72] S. L. Sarnot und P. K. Dubey. *Addendum to the Paper „Tunnel Effect in Al-Al₂O₃-Al Junctions: Inclusion of Short-Range Forces“*. J. Appl. Phys. **43**, 2448 (1972)

- [Sat62] C. B. Satterthwaite. *Thermal Conductivity of Normal and Superconducting Aluminium*. Phys. Rev. **125**, 873 (1962)
- [Sch89] G. Schön und A. D. Zaikin. *Quantum Description of Dissipation in Normal Metals and Short Constrictions*. Phys. Rev. B **40**, 5231 (1989)
- [Sch90] G. Schön und A. D. Zaikin. *Quantum Coherent Effects, Phase Transitions, and the Dissipative Dynamics of Ultra Small Tunnel Junctions*. Phys. Rep. **198**, 237 (1990)
- [Sch91] J. Schäfer und C. J. Adkins. *Annealing Effects and Oxide Structure in Alumina Tunneling Barriers*. J. Phys.: Condens. Matter **3**, 2907 (1991)
- [Sch94a] P. F. Schmidt, L. J. Balk, R. Blaschke, W. Bröcker, E. Demm, L. Engel, R. Göcke, H. Hantsche, R. Hauert, E. R. Krefting, T. Müller, H. Raith, M. Roth und J. Woodtli. *Praxis der Rasterelektronenmikroskopie und Mikrobereichsanalyse. Kontakt & Studium*, Band 444 (expert-Verlag, Renningen-Malmsheim, 1994)
- [Sch94b] H. Schölller und G. Schön. *Mesoscopic Quantum Transport: Resonant Tunneling in the Presence of a Strong Coulomb Interaction*. Phys. Rev. B **50**, 18436 (1994)
- [Sch95] E. Schrüfer. *Elektrische Messtechnik*. (Carl Hanser Verlag, München, 1995) 6. Auflage
- [Sch97] L. F. Schelp, A. Fert, F. Fettar, P. Holody, S. F. Lee, J. L. Maurice, F. Petroff und A. Vaurès. *Spin-Dependent Tunneling with Coulomb Blockade*. Phys. Rev. B **56**, R5747 (1997)
- [Sch98a] G. Schön. *Single-Electron Tunneling in Quantum Transport and Dissipation* herausgegeben von T. Dittrich, P. Hänggi, G.-L. Ingold, B. Kramer, G. Schön und W. Zwerger, Kap. 3, S. 149 – 212 (Wiley-VCH, Weinheim, 1998)
<http://www-tfp.physik.uni-karlsruhe.de/~schoen/setrev4.ps>
- [Sch98b] M. Schonecke. *Rampenkontakte auf Basis von Hochtemperatursupraleitern mit magnetischen Barrieren*. Diplomarbeit. Universität zu Köln, 1998
- [Sch98c] J. Schuler. *Josephson-Fluxon-Antifluxon-Transistoren auf der Basis von Hochtemperatursupraleitern*. Diplomarbeit. Universität zu Köln, 1998
- [Sch99a] H. Scherer, T. Weimann, P. Hinze, B. W. Samwer, A. B. Zorin und J. Niemeyer. *Characterization of All-Chromium Tunnel Junction and Single Electron Tunneling Devices Fabricated by Direct-Writing Multilayer Technique*. J. Appl. Phys. **86**, 6956 (1999)
- [Sch99b] M. Schirmer (Allresist, Strausberg). persönliche Mitteilung, 1999
- [Sch00a] E. Scheer. persönliche Mitteilung, 2000
- [Sch00b] H. Schoeller. *An Introduction to Real-time Renormalization Group in Low-Dimensional Systems. Interactions and Transport Properties*. herausgegeben von T. Brandes. *Lecture Notes in Physics*, Band 544, S. 137 – 167 (Springer-Verlag, Heidelberg, 2000) – Manuskript eines Vortrags in Hamburg, am 27./28. Juli 1999
<http://www-tfp.physik.uni-karlsruhe.de/Publications/Pub1999/schoeller2.ps.gz>
- [Sch00c] U.-D. Schoop. *Heteroepitaxie Von Übergangsmetalloxiden in Rampenkontakt-Geometrie*. Dissertation. Universität zu Köln, 2000

- [Sch01a] H. Scherer, T. Weimann, A. B. Zorin und J. Niemeyer. *The Effect of Thermal Annealing on the Properties of Al-AlO_x-Al Single Electron Tunneling Transistors*. J. Appl. Phys. **90**, 2528 (2001)
- [Sch01b] A. Schmalstieg (Crystec, Berlin). persönliche Mitteilung, 2001
- [Sch02] P. I. J. Scheffers. *Experimental Study on the Pulsed Read-Out of a DC-SQUID*. Diplomarbeit. Delft University of Technology, 2002
- [Sch03] R. Schäfer, B. Limbacher, P. v. Stein und C. Walliser. *Broadening of the Charge State Transistion in a Single-electron Box*. Physica E **18**, 87 (2003)
- [Sch04a] A. Schmalstieg (Crystec, Berlin). persönliche Mitteilung, 2004
- [Sch04b] M. Schonecke. *Grenzflächeneffekte Zwischen Hochtemperatur-Supraleiter und Normalleitern*. Dissertation. Technische Universität München, 2004
- [Scha89] *Magnet Specifications*. Klaus Schaefer Gesellschaft für Verfahrenstechnik mbH, Langen, 1989
- [SDC88] Meyers Lexikonredaktion in Zusammenarbeit mit H. Burucki, W. Fischer, P. Rességuier, D. Reuß und W. Stadelmann, Herausg. *Schülerduden - Die Chemie*. (Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG, Mannheim, 1988) 2. Auflage
- [Shi98] H. Shimada, K. Ono und Y. Ootuka. *Magneto-Coulomb Oscillation ain Ferromagnetic Single Electron Transistors*. J. Phys. Soc. Japan **67**, 1359 (1998)
- [Sim63] J. G. Simmons. *Generalized Formula for the Electric Tunnel Effect between Similar Electrodes Seperated by a Thin Insulating Film*. J. Appl. Phys. **34**, 1793 (1963)
- [So03] H. So, J. K. kim, J. Kim, J. Kim und K. Yoo. *Tunnel Magnetoresistance in Mesoscopic Ni/Co/Ni Magnetic Double Junctions with AlO_x Tunnel Barriers*. J. Korean Phys. Soc. **43**, 578 (2003)
- [Son95] D. Song, A. Amar, C. J. Lobb und F. C. Wellstood. *Advantages of Superconducting Coulomb-Blockade Electrometers*. IEEE Trans. Appl. Supercond. **5**, 3085 (1995)
- [Son00] D. Song, J. Nowak und M. Covington. *Proper Oxidation for Spin-Dependent Tunnel Junctions*. J. Appl. Phys. **87**, 5197 (2000)
- [Spr91] T. Springer. *Einführung in Physik der Polymere* herausgegeben von D. Richter und T. Springer. 22. IFF-Ferienkurs, S. 1.1 (Forschungszentrum Jülich GmbH, Jülich, 1991)
- [Ste01] S. W. H. K. Steenbrink. *Measurements on the Quantum Dynamics of a Josephson Persistent-current Qubit*. Diplomarbeit. Delft University of Technology, 2001
- [Sto85] A. D. Stone, M. Y. Azbel und P. A. Lee. *Localization and Quantum-mechanical Resonant Tunneling in the Presence of a Time-dependent Potential*. Phys. Rev. B **31**, 1707 (1985)
- [Stö94] H. Stöcker, Herausg. *Taschenbuch der Physik*. (Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 1994) 2. Auflage
- [Syp98] A. Sypli. *Zur Untersuchung Von Einzelelektroneneffekten in Ultrakleinen Al - Al₂O₃ - Al-Tunnelkontakten*. Dissertation. Universität Karlsruhe (TH) / Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, 1998

- [Tak98] S. Takahashi und S. Maekawa. *Effect of Coulomb Blockade on Magnetoresistance in Ferromagnetic Tunnel Junctions*. Phys. Rev. Lett. **80**, 1758 (1998)
- [Tak99] S. Takahashi, H. Imamura und S. Maekawa. *Spin Imbalance and Magnetoresistance in Ferromagnet/Superconductor/Ferromagnet Double Tunnel Junctions*. Phys. Rev. Lett. **82**, 3911 (1999)
- [Ted82] P. M. Tedrow und R. Meservey. *Critical Magnetic Field of Very Thin Superconducting Aluminium Films*. Phys. Rev. B **25**, 171 (1982)
- [Ter99] J. M. D. Teresa, A. Barthélémy, A. Fert, J. P. Contour, F. Montaigne und P. Sensor. *Role of Metal-Oxide Interface in Determining the Spin Polarization of Magnetic Tunnel Junctions*. Science **286**, 507 (1999)
- [Tho98] S. Thomas, D. S. Macintyre und M. McCarthy. *Sub-35 nm Metal Gratings Fabricated Using PMMA with High Contrast Developers*. Microelect. Eng. **41/42**, 207 (1998)
- [Tie63] P. K. Tien und J. P. Gordon. *Multiphoton Process Observed in the Interaction of Microwave Fields with the Tunneling between Superconductor Films*. Phys. Rev. **129**, 647 (1963)
- [Tie93] U. Tietze und C. Schenk. *Halbleiter-Schaltungstechnik*. (Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1993) 10. Auflage
- [Tin92] M. Tinkham. *Josephson Effect in Low-Capacitance Tunnel Junctions in Single Charge Tunneling - Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures* herausgegeben von H. Grabert und M. H. Devoret. NATO ASI Series B: Physics Vol. 294, Kap. 4, S. 139 – 166 (Plenum Publishing Corp., New York, 1992)
- [Tin96] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity*. (McGraw-Hill Companies, Inc., New York, 1996) 2. Auflage
- [TM03] A. Tixier-Mita, Y. Mita und H. Fujita. *A Simple, Robust and Controllable Nano-Structures Fabrication Technique Using Standard Silicon Wafers*. Transducers 03: The 12th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems: Boston, June 8-12, 2003. Technical Digest of Papers **1**, 250 (2A2.3) (2003)
- [Tsu] N. Tsujimoto und J. Moore. *An Introduction to Electron Beam Technology*. MDC / Cabrun-MDC, Hayward
- [Tsy97] E. Y. Tsybal und D. G. Pettifor. *Modelling of Spin-Polarized Electron Tunnelling from 3d Ferromagnets*. J. Phys.: Condens. Matter **9**, L411 (1997)
- [Tuo92] M. T. Tuominen, J. M. Hergenrother, T. S. Tighe und M. Tinkham. *Experimental Evidence for Parity-Based 2e Periodicity in a Superconducting Single-Electron Tunneling Transistor*. Phys. Rev. Lett. **69**, 1997 (1992)
- [Tuo93] M. T. Tuominen, J. M. Hergenrother, T. S. Tighe und M. Tinkham. *Even-Odd Electron Number Effects in a Small Superconducting Island: Magnetic-Field Dependence*. Phys. Rev. B **47**, 11599 (1993)
- [Ver95a] S. M. Verbrugh, M. L. Benhamadi, E. H. Visscher und J. E. Mooij. *Optimization of Island Size in Single Electron Tunneling Devices: Experiment and Theory*. J. Appl. Phys. **78**, 2830 (1995)
- [Ver95b] S. Verghese, R. A. Wyss, T. Schäpers, Q. Hu, A. Förster und M. J. Rooks. *Photon-assisted Transport Through Quantized Energy States in a Lateral Dual-Gate Device*. Phys. Rev. B **52**, 14834 (1995)

- [Vio95] D. Vion, P. J. P. F. Orfila, D. Esteve und M. H. Devoret. *Miniature Electrical Filters for Single Electron Devices*. J. Appl. Phys. **77**, 2519 (1995)
- [Vio02] D. Vion, A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina, D. Esteve und M. H. Devoret. *Manipulating the Quantum State of an Electrical Circuit*. Science **296**, 886 (2002)
- [Vis95] E. H. Visscher, S. M. Verbrugh, J. Lindeman, P. Hadley und J. E. Mooij. *Fabrication of Multilayer Single-Electron Tunneling Devices*. Appl. Phys. Lett. **66**, 305 (1995)
- [Wag04] S. Wagner. *Bestimmung der effektiven Spinpolarisation von $La_{2/3}Ba_{1/3}MnO_3$* . Diplomarbeit. Technische Universität München, 2004
- [Wah95] P. Wahlgren, P. Delsing und D. Haviland. *Crossover from Global to Local Rule for the Coulomb Blockade in Small Tunnel Junctions*. Phys. Rev. B **52**, R2293 (1995)
- [Wah98a] P. Wahlgren. *The Radio Frequency Single-Electron Transistor and the Horizon Picture for Tunneling*. Dissertation. Chalmers University of Technology, Göteborg, 1998
- [Wah98b] P. Wahlgren, P. Delsing, T. Claeson und D. B. Haviland. *Effect of the Electromagnetic Environment on Coulomb Blockade Devices: Model, Experiments, and Method of Analysis*. Phys. Rev. B **57**, 2375 (1998)
- [Wal00] C. Wallisser. persönliche Mitteilung, 2000
- [Wal02a] C. Wallisser. *Einzelektronentransistoren im Regime Kleiner Widerstände*. Dissertation. Universität Karlsruhe (TH) / Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, 2002
- [Wal02b] C. Wallisser, B. Limbacher, P. vom Stein, R. Schäfer, C. Theis, G. Göppert und H. Grabert. *Conductance of the Single-electron Transistor: A Comparison of Experimental Data with Monte Carlo Calculations*. Phys. Rev. B **66**, 125314 (2002)
- [Wan96] X. Wang und H. Grabert. *Coulomb Charging at Large Conduction*. Phys. Rev. B **53**, 12621 (1996)
- [Wan97a] X. Wang. *Properties of the Single-electron Box at Arbitrary Temperature*. Phys. Rev. B **55**, 4073 (1997)
- [Wan97b] X. Wang, R. Egger und H. Grabert. *Coulomb Charging Energy for Arbitrary Tunneling Strength*. Europhys. Lett. **38**, 545 (1997)
- [Wea62] C. Weaver und L. C. Brown. *Diffusion in Evaporated Films of Gold-Aluminium*. Phil. Mag. **7**, 1 (1962)
- [Wea70] C. Weaver und D. T. Parkinson. *Diffusion in Gold-Aluminium*. Phil. Mag. **22**, 377 (1970)
- [Wei95] J. Weis, R. J. Haug, K. Klitzing und K. Ploog. *Single-electron Tunneling Transistor as a Current Rectifier with a Potential-controlled Current Polarity*. Semicond. Sci. Technol. **10**, 877 (1995)
- [Wei97] T. Weimann, H. Wolf, H. Scherer, J. Niemeyer und V. A. Krupenin. *Metallic Single Electron Device Fabricated Using a Multilayer Technique*. Appl. Phys. Lett. **71**, 713 (1997)
- [Wei01] T. Weimann, H. Scherer, V. A. Krupenin, F. Müller und J. Niemeyer. *Four-Angle Evaporation Method for the Preparation of Single Electron Tunneling Devices*. Microelect. Eng. **57-58**, 915 (2001)

- [Wel70] G. L. Wells, J. E. Jackson und E. N. Mitchell. *Superconducting Tunneling in Single-Crystal and Polycrystal Films of Aluminum*. Phys. Rev. B **1**, 3636 (1970)
- [Wel89] F. C. Wellstood, C. Urbina und J. Clark. *Hot-Electron Limitation to the Sensitivity of the DC Superconducting Quantum Interference Device*. Appl. Phys. Lett. **54**, 2599 (1989)
- [Wel94] F. C. Wellstood, C. Urbina und J. Clarke. *Hot-electron Effects in Metals*. Phys. Rev. B **49**, 5942 (1994)
- [Wel00] B. Welter. *Tunnelspektroskopie an $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ Korngrenzkontakten*. Diplomarbeit. Universität zu Köln, 2000
- [Wey03] I. Weymann, J. Barnaś und J. Martinek. *Nonequilibrium Magnetic Polarization and Spin Currents Controlled by Gate Voltage in a Ferromagnetic Single-Electron Transistor*. J. of Superconductivity: Incorporating Novel Magnetism **16**, 225 (2003)
- [Wha01] S. W. Whangbo, Y. K. Choi, K. B. Chung, H. K. Jang und C. N. Whang. *Epitaxial Growth of Al_2O_3 Thin Films on Si(100) Using Ionized Beam Deposition*. J. Vac. Sci. Technol. A **19**, 410 (2001)
- [Win88] N. S. Wingreen, K. W. Jacobsen und J. W. Wilkins. *Resonant Tunneling with Electron-Phonon Interaction: An Exactly Solvable Model*. Phys. Rev. Lett. **61**, 1396 (1988)
- [WLde] *WEICHLÖETEN.de* (Webseite).
<http://www.weichloeten.de/> – Stand: 2. 8. 2004
- [Wol85] E. L. Wolf. *Principles of Electron Tunneling Spectroscopy*. (Oxford University Press, New York, 1985)
- [Xu91] Y.-N. Xu und W. Y. Ching. *Self-Consistent Band Structures, Charge Distributions, and Optical-Absorption Spectra in MgO , $\alpha-Al_2O_3$, and $MgAl_2O_4$* . Phys. Rev. B **43**, 4461 (1991)
- [Yam02] T. Yamashita, S. Takahashi, H. Imamura und S. Maekawa. *Spin Transport and Relaxation in Superconductors*. Phys. Rev. B **65**, 172509 (2002)
- [Yam03a] T. Yamashita, H. Imamura, S. Takahashi und S. Maekawa. *Andreev Reflection in Ferromagnet/Superconductor/Ferromagnet Double Junction Systems*. Phys. Rev. B **67**, 094515 (2003)
- [Yam03b] T. Yamashita, H. Imamura, S. Takahashi und S. Maekawa. *Andreev Reflection in Ferromagnet/Superconductor/Ferromagnet Structures*. Physica E **18**, 52 (2003)
- [Yas01] S. Yasin, D. G. Hasko und H. Ahmed. *Fabrication of $<5\text{ nm}$ Width Lines in Poly(Methylmethacrylate) Resist Using a Water:Isopropyl Alcohol Developer and Ultrasonically-Assisted Development*. J. Appl. Phys. **78**, 2760 (2001)
- [Zel69] H. R. Zeller und I. Giaever. *Tunneling, Zero-Bias Anomalies, and Small Superconductors*. Phys. Rev. **181**, 789 (1969)
- [Zhu01] W. Zhu, C. J. Hirschmugl, A. D. Laine, B. Sinkovic und S. S. P. Parkin. *Determination of the Thickness of Al Oxide Films Used as Barriers in Magnetic Tunneling Junctions*. Appl. Phys. Lett. **78**, 3103 (2001)
- [Zim81] J. Zimmermann und G. Weber. *Thermal Relaxation of Low-Energy Excitations in Vitreous Silica*. Phys. Rev. Lett. **46**, 661 (1981)

- [Zim92] Zimmerli. *Noise in the Coulomb Blockade Electrometer*. Appl. Phys. Lett. **61**, 237 (1992)
- [Zim97] N. M. Zimmerman, J. L. Cobb und A. F. Clark. *Modulation of the Charge of a Single-Electron Transistor by Distant Defects*. Phys. Rev. B **56**, 7675 (1997)
- [Zim00] O. Zimmermann. *Verspannungen im PMMA/MA Kopolymer-System*. Bericht zur Miniforschung. II. Physikalisches Institut der Universität zu Köln, 2000
- [Zor96] A. B. Zorin, F.-J. Ahlers, J. Niemeyer, T. Weimann, H. Wolf, V. A. Krupenin und S. V. Lotkhov. *Background Charge Noise in Metallic Single-Electron Tunneling Devices*. Phys. Rev. B **53**, 13682 (1996)

Teilpublikationen

1. **Comparison of Josephson vortex flow transistors with different gate line configurations**

J. Schuler, S. Weiss, T. Bauch, A. Marx, D. Koelle, and R. Gross
Appl. Phys. Lett., **78**, 1095 (2001)

Danksagung

Zu guter Letzt möchte ich die Gelegenheit nutzen, all den Menschen zu danken, die in der einen oder anderen Form zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen und mich unterstützt haben. Neben vielen Kollegen und Kolleginnen zählen auch viele Nicht-Physiker dazu. Im Laufe der Jahre ist die Liste nicht wirklich kürzer geworden, so dass ich mich schon jetzt bei all denen entschuldigen möchte, die ich nicht namentlich erwähnen werde.

Zunächst einmal möchte ich die Gelegenheit nutzen und mich bei Prof. Dr. Rudolf Gross für das große Vertrauen bedanken. Neben der Vergabe eines wirklich spannenden und herausfordernden Themas gab er mir die Chance, meinen Horizont erheblich zu erweitern und viele neue Erfahrungen im Zusammenhang mit dem Umzug des Lehrstuhls für Angewandte Physik der Universität zu Köln an das Walther-Meissner-Institut zu sammeln. Hierbei war er immer für Fragen offen und hat mich und meine Arbeit sehr stark gefördert.

Auch meinem Betreuer, Dr. Achim Marx, möchte ich von ganzem Herzen für die Unterstützung, die Hilfestellungen, Tipps, Ratschläge und für das unermüdliche Korrekturlesen eines wahren 300-Seiten-Monsters danken. Danke auch für den ein oder anderen Schubs in die richtige Richtung !

Für das Gelingen der Messungen stehe ich bei „Charly“ (Dr. Karl Neumaier) und Sepp Höss in tiefer Schuld, die mir beide mit ihrem großen Erfahrungsschatz und ihrer Hilfsbereitschaft unter die Arme gegriffen haben. Auch Andreas Hüttel hat mir den einen oder anderen Tipp und Hilfestellung gegeben, für die ich sehr dankbar bin.

Auch für die technische Unterstützung möchte ich mich bei den vielen technischen Mitarbeitern des Walther-Meissner-Instituts bedanken. Zu ihnen gehören Robert Müller, Helmut Thies und seine Werkstattcrew ebenso, wie die Besatzung der Helium-Halle mit Jan Naundorf, des Weiteren Joachim Geismann, Ulrich Guggenberger, Gabrielle Goerblich, Dieter Guratzsch und Siegfried Wanninger. Einen ganz besonderen Dank möchte ich an dieser Stelle Tom (Thomas Brenninger) aussprechen: Es hat wahnsinnig viel Spaß gemacht, mit Dir zusammen zu arbeiten. Danke.

Auch bei den vielen anderen „guten Geistern“ des Instituts möchte ich mich ganz herzlich für organisatorische Hilfen bedanken. Zu ihnen gehören unter anderem Jutta Laaser, Emel Dönertas und Sybille Plöderl und ihre Kolleginnen gehören.

Ich möchte mich aber auch bei den vielen Kollegen, Doktoranden und Diplomanden des WMI bedanken, zu denen Dr. Werner Biberacher, Dr. Dietrich Einzel, Dr. Robert Doll, Dr. Andreas

Erb, Dr. Mark Kartsovnik, Dr. Matthias Opel, Dr. Rudi Hackl, Leonardo Tassini, Chiara Coppi, Petra Majewski, Karl Nielsen und viele andere gehören. Ganz besonders möchte ich mich in diesem Zusammenhang bei Chandra (Prof. Dr. B. S. Chandrasekhar) für die vielen interessanten Geschichten und Gespräche, Anekdoten und Ratschläge bedanken.

Ich möchte mich aber auch bei „meinen“ Miniforschern und Diplomanden Oliver Zimmermann und Heribert Knoglinger für die gute Zusammenarbeit und die interessante Zeit bedanken.

An dieser Stelle möchte ich mich auch bei meinen Kollegen aus den „Köllner Tagen“ bedanken. Allen voran bei Jürgen Klein, ohne dessen Hilfe meine „Gastaufenthalte“ in Köln weniger erfolgreich gewesen wären. Ich möchte mich aber auch bei Frank Herbstritt und Thomas Kemen bedanken. Mein ganz besonderer Dank gebührt jedoch Achim Drolshagen, der in einer unglaublich kurzen Zeit mit mir die erste Version der Probenhalterung des Elektronenstrahlverdampfers ausgetüftelt und vor allem gezeichnet hat. Danke.

Die gute Zusammenarbeit mit anderen Lehrstühlen und anderen Forschungseinrichtungen hat diese Arbeit vor allem in der Anfangsphase nach dem Umzug erheblich erleichtert. Prof. Dr. Jörg Kotthaus und Dr. Heribert „Bert“ Lorenz haben es mir ermöglicht, in der Zeit als unser Reinraum noch nicht betriebsbereit war, in ihrem Reinraum zu arbeiten. Aus dem gleichen Grund bin ich auch Herrn Prof. Dr. Martin Stutzmann sehr dankbar, der mir ein vorübergehendes Arbeiten im oberen Technologiebereich des Walter-Schottky-Instituts ermöglicht hat. Ich möchte mich außerdem bei Prof. Markus-Christian Amann und Linda Mora für die gute Zusammenarbeit im Bereich der Photolithographie bedanken.

Einen ganz besonderen Dank möchte ich Mitja Schonecke aussprechen, den ich seit der 5. Klasse kenne und als Kollegen, Mit-Reinraum-Einkäufer am WMI und nicht zuletzt als Freund sehr schätze. Vielen Dank für Alles.

Ich möchte mich auch ganz herzlich für alles, was Herr und Frau Welter für mich getan haben bedanken, seien es ein aufmunterndes Wort, ein Care-Paket mit französischen Leckereien oder zwei sehr schöne Urlaube.

Ein ganz besonderer Dank gilt auch meinen Eltern, die mir mein Studium und meine Doktorarbeit erst ermöglicht haben. Ein ganz besonderer Dank gilt hier meinem Vater, für den die Zeit nicht leicht gewesen sein kann und der noch im Sommer 2000 mit mir meine/unsere spätere Wohnung im Großraum München besichtigt hat. Ich möchte mich auch bei meiner Mutter bedanken, die mir soviel Unterstützung zu Teil hat werden lassen, wie nur sie das kann. Vielen herzlichen Dank.

Mein größter Dank gilt jedoch Bettina, ohne die ich diese Zeit nicht durchgestanden hätte. Danke für Alles, Spatz ! (Das schließt das mehr als liebevolle Korrekturlesen dieses 300-Seiten-Monsters mit ein.)